

УДК 533.7.001.5

В.В. ЖОЛОбОВ, И.А. ИВАНОВА

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ТЕЧЕНИЙ ЗАПЫЛЕННОГО ГАЗА В ПОДВИЖНОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Двухскоростная модель сплошной среды используется для численного моделирования процесса установления стационарной фильтрации запыленного газа в динамически формируемом зернистом слое. В качестве численного метода применяется метод распада произвольного разрыва, модифицированный для рассмотрения движения двухфазных сред с большими объемными содержаниями конденсированной фазы. Приведены результаты параметрического расчета для оценки осаждающих способностей слоя.

Ключевые слова: численное моделирование, осесимметричные течения, стационарная фильтрация.

Рабочим элементом некоторого типа фильтров может являться динамически формируемый и обновляемый (удаляемый) слой из «грубодисперсной» системы несвязной структуры. При количественном описании взаимодействия такого слоя с фильтрующимися через него дисперсными системами коллоидного типа возникает необходимость рассмотрения различных режимов совместного движения и оценки поглощающей способности слоя. Аналогичные процессы приходится рассматривать в призабойной зоне продуктивной скважины газоконденсатного месторождения при наличии ретроградной конденсации.

В работе рассматривается течение запыленного газа, вдуваемого с торца цилиндрического зернистого слоя, к перфорированной по заданному закону внутренней трубке (рис. 1). При этом фильтрующий слой формируется путем постепенной подачи определенной массы зерен в газопылевой поток на входе в тупиковый цилиндрический канал.

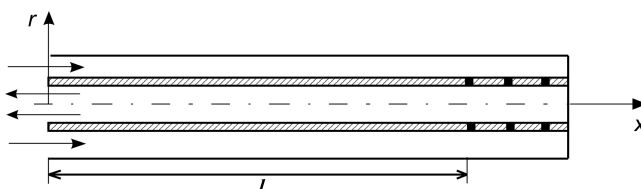


Рис. 1. Схема течения

В общем случае течение относится к пространственному типу. В данной работе газодинамический расчет проводится в предположении, что характер перфорации дает возможность ограничиться рассмотрением осесимметричных движений. Поведение двухфазной двухфракционной (зерна, пылевые частицы) смеси описывается в рамках двухскоростной модели сплошной среды. Для несущей среды принимается модель невязкого газа (вязкость учитывается только в процессах межфазового взаимодействия). При этом запыленный газ описывается в рамках условной двухкомпонентной сплошной среды, т.е. для газопылевой (коллоидной) смеси используется равновесное приближение. Соответствующая система дифференциальных уравнений имеет вид [1]

$$\frac{\partial}{\partial t} r\rho_i + \frac{\partial}{\partial x} r\rho_i u_i + \frac{\partial}{\partial r} r\rho_i v_i = rG_i; \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} rn + \frac{\partial}{\partial x} rnu_2 + \frac{\partial}{\partial r} rnv_2 = 0; \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} r\rho_{13}u_1 + \frac{\partial}{\partial x} r\rho_{13}u_1^2 + \frac{\partial}{\partial r} r\rho_{13}u_1v_1 = -rm \frac{\partial p}{\partial x} - rGu_1 - r\tau_x; \tag{3}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} r\rho_2u_2 + \frac{\partial}{\partial x} r\rho_2u_2^2 + \frac{\partial}{\partial r} r\rho_2u_2v_2 = -r(1-m) \frac{\partial p}{\partial x} + rGu_1 + r\tau_x; \tag{4}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} r\rho_{13}v_1 + \frac{\partial}{\partial x} r\rho_{13}u_1v_1 + \frac{\partial}{\partial r} r\rho_{13}v_1^2 = -rm \frac{\partial p}{\partial r} - rGv_1 - r\tau_r; \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} r\rho_2v_2 + \frac{\partial}{\partial x} r\rho_2u_2v_2 + \frac{\partial}{\partial r} r\rho_2v_2^2 = -r(1-m) \frac{\partial p}{\partial r} + rGv_1 + r\tau_r; \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} r\rho_{13}e_{13} + \frac{\partial}{\partial x} r\rho_{13}e_{13}u_1 + \frac{\partial}{\partial r} r\rho_{13}e_{13}v_1 = & -p \frac{\partial}{\partial x} r[mu_1 + (1-m)u_2] - \\ -p \frac{\partial}{\partial r} r[mv_1 + (1-m)v_2] + r\tau_x(u_1 - u_2) + r\tau_r(v_1 - v_2) - & G \frac{(u_1 - u_2)^2 + (v_1 - v_2)^2}{2} - rq_T. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь индекс $i = 1$ относится к газовой фазе, $i = 2$ – к зернистой среде, $i = 3$ – к пылевым частицам; ρ_i – кажущаяся плотность; u, v – соответственно осевая и радиальная составляющие вектора скорости V ; G_i – объемная интенсивность массообмена за счет осаждения пыли ($G_1 = 0$, $G_2 = G$, $G_3 = -G$); n – счетная концентрация зерен; $\rho_{13} = \rho_1 + \rho_3$ – кажущаяся плотность «условного» газа; p – давление; e_{13} – внутренняя энергия «условного» газа; $m = 1 - \rho_2^0 / \rho_3^0 - n\Lambda_2(1 - \rho_2^0 / \rho_3^0)$ – пористость среды; ρ_i^0 – истинная плотность; Λ_2 – объем зерна. К системе дифференциальных уравнений (1) – (7) необходимо присоединить уравнение состояния «условного» газа.

Калорическое и термическое уравнения состояния в случае идеального «условного» газа имеют вид

$$e_{13} = \frac{1}{\tilde{\gamma} - 1} \frac{mp}{\rho_{13}}; \quad \tilde{\gamma} = \frac{\tilde{c}_p}{\tilde{c}_v}; \quad \tilde{c}_j = \frac{\rho_1 c_j + \rho_3 c_3}{\rho_{13}} \quad (j = p, v); \quad p = \tilde{R}\rho_{13}T_1 / m; \quad \tilde{R} = \tilde{c}_p - \tilde{c}_v, \quad (8)$$

где $c_p, c_v, \tilde{c}_p, \tilde{c}_v$ – удельные теплоемкости при постоянном давлении и объеме в чистом и запыленном газе соответственно.

Дальнейшая конкретизация системы (1) – (7) связана с определением слагаемых, отражающих взаимодействие между фазами. Предполагая, что скорость осаждения пылевых частиц определяется миделевым сечением зерен и относительной скоростью газа, получим

$$G = \frac{\pi d_T^2}{4\Lambda_2} \alpha(1-m)\rho_3 |V_1 - V_2|, \quad \alpha = \frac{K^2}{(K + 0,5)^2}; \quad K = \frac{\rho_3^0 d_3^2 |V_1 - V_2|}{9\mu_1 d_T}, \quad (9)$$

где d_T – диаметр сферы, эквивалентной зерну по поверхности; α – коэффициент осаждения; d_3 – диаметр пылевых частиц; μ_1 – коэффициент динамической вязкости.

Силовое взаимодействие между фазами конкретизируется следующим образом:

$$\tau_x = \frac{3}{4} \frac{C_f}{d_v} (1-m)\rho_{13}(u_1 - u_2) |V_1 - V_2|; \quad \tau_r = \frac{3}{4} \frac{C_f}{d_v} (1-m)\rho_{13}(v_1 - v_2) |V_1 - V_2|, \quad (10)$$

где τ_x, τ_r – составляющие силы трения.

Коэффициент C_f можно определить из зависимости [2]:

$$\begin{aligned} C_f = & \left(\frac{28,47}{\text{Re}_T \lg \frac{15,38}{f}} + \frac{4,565f}{\text{Re}_T^{0,33}} - \frac{0,491f}{\text{Re}_T^{0,5}} \right) \left\{ 1 - \text{th} \left[0,01282 \text{Re}_T (f - 0,9805) \right] \right\} + \\ & + 2,85(f - 0,8531) \text{th} \left[0,01282 \text{Re}_T (f - 0,9805) \right] + \\ & + (7,76 - 2,86f - 4,88f^{-1}) \text{th} \left[0,00104 \text{Re}_T (f - 0,93038) \right], \\ & d_v = (6\Lambda_2 / \pi)^{1/3}, \quad f = (d_T / d_v)^2, \quad \text{Re}_T = \rho_{13} |V_1 - V_2| d_T / \mu_1, \end{aligned} \quad (11)$$

где d_v – диаметр сферы, эквивалентной зерну по объему; f – геометрический коэффициент формы.

Тепловой поток q_T определяется из решения задачи теплообмена между газовой фазой и зернистой средой. Температурное поле внутри частиц дисперсной среды определяется из решения задачи для плоского случая:

$$\begin{aligned} \frac{dT_2}{dt} &= \kappa_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial y^2}; \quad \kappa_2 = \frac{\lambda_2}{c_2 \rho_2}; \\ -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial y} \Big|_{y=0} &= \alpha_T (T_1 - T_2); \quad -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial y} \Big|_{y=\infty} = 0; \end{aligned} \quad (12)$$

$$q_T = s_2 n \alpha_T (T_1 - T_2); \quad \alpha_T = \frac{0,61 \text{Re}^{0,67} \lambda_1 + c_3 G}{\sqrt{s_2} + n s_2}; \quad \text{Re} = \frac{\rho_1 |V_1 - V_2| \sqrt{s_2}}{\mu_1}, \quad (13)$$

где s_2 – площадь поверхности зерна; α_T – коэффициент теплоотдачи; κ_2 – коэффициент температуропроводности; λ – коэффициент теплопроводности; c_2 – удельная теплоемкость зерна; Re – число Рейнольдса.

Система дифференциальных уравнений (1) – (7) с замыкающими соотношениями (8) – (13) использована для анализа процесса формирования фильтрующего слоя и его способности к поглощению пыли. Эффективное управление поглотительными способностями слоя в силу (9) возможно только при помощи двух параметров, характеризующих геометрию слоя и динамику течения. Локализация особенностей двухфазных течений может быть проведена в рамках метода распада произвольного разрыва [4], модифицированного на случай двухфазной среды со значительными объемными содержаниями второй фазы [5]. Рассматривая метод распада разрыва, как формальную процедуру, приводящую к устойчивой разностной схеме, разностные уравнения для системы (1) – (7) представим в виде, аналогичном случаю однофазной жидкости. Параметры газа на границах ячеек определяются из условий распада произвольного разрыва в предположении отсутствия межфазного взаимодействия. Предполагается также, что распадные значения устанавливаются в минимальном проходном для газа сечении. Уравнения для определения параметров на границах ячеек в этом случае совпадают с уравнениями для расчета распада разрыва в чистом газе [4]. Особенность заключается в разностных уравнениях для расчета параметров перетока, относящихся к твердой фазе. Для расчета многих нестационарных двухфазных течений с большими объемными содержаниями второй фазы оказывается эффективным использование направленной схемы [5]:

$$(UA)_{n+1} = \begin{cases} A_{n+0,5} \frac{U_{n+0,5} + U_{n+1,5}}{2}, & U_{n+0,5} + U_{n+1,5} \geq 0, \\ A_{n+1,5} \frac{U_{n+0,5} + U_{n+1,5}}{2}, & U_{n+0,5} + U_{n+1,5} < 0. \end{cases} \quad (14)$$

Использование направленной схемы (14) для определения потоков массы, импульса и энергии твердой фазы приводит во многих случаях к неустойчивому счету, причина которого кроется в некорректном определении потоков, когда граница расчетной ячейки попадает в область «вакуума» для подвижных зерен [5]. В разностных уравнениях за исключением m используются не сами значения параметров на границе ячеек, а их комбинации, задающие потоки массы, импульса и энергии. Поэтому, когда граница ячейки попадает в область «вакуума», естественно положить потоки всех величин равными нулю, а пористость равной ее минимальному значению. Если размеры ячейки разностной сетки столь велики, что в результате распада успевает установиться равновесное течение по скорости и температуре, то параметры среды на границе смежных ячеек определяются из расчета «эквивалентного» газа [4]. Выбор шага по времени осуществляется так, чтобы ни в каком месте разностной сетки не успевало произойти взаимодействие волн, образующихся в результате распада разрыва на границах соседних ячеек.

Таким образом, задача фильтрации запыленного газа через динамически формируемый зернистый слой в математическом плане сводится к решению системы уравнений (1) – (7), к которой необходимо присоединить граничные и начальные условия:

$$\begin{aligned} u_1(r, L, t) = u_2(r, L, t) = 0; \quad v_1(R, x, t) = v_2(R, x, t) = 0, \\ v_1(r_T, x, t) = v_2(r_T, x, t) = 0; \quad x < l, \end{aligned} \quad (15)$$

$$v_2(r_T, x, t) = 0, \quad l \leq x \leq L,$$

где R – радиус зернистого слоя, L – его длина; r_T – радиус внутренней трубки, l – длина ее неперфорированного участка. При $x = 0$ граничные условия соответствуют втеканию газопылевой смеси с концентрацией пыли $C = \rho_3/\rho_{13} = 0,5$ из большого резервуара при давлении 3 МПа и температуре $T_1 = 300$ К. В сечении $x = 0$ в течение некоторого времени (до полного заполнения пространства $r_T \leq r \leq R$, $0 \leq x \leq L$) со скоростью $u_2^* = 10$ м/с подается зернистая среда, имеющая температуру гранул $T_2 = 300$ К. На выходе из внутренней трубки ($0 \leq r < r_T$, $x = 0$) параметры «условного» газа соответствуют истечению в неподвижный газ с атмосферным давлением и температурой T_1 :

$$V_{10} = V_{20} = 0; \quad p_0 = 9,8 \cdot 10^4; \quad \rho_{20} = \rho_{30} = 0; \quad \rho_{10} = 1,29 \text{ кг/м}^3; \quad T_{10} = 300 \text{ К.} \quad (16)$$

Численное решение системы (1) – (16) проводилось при следующих значениях термодинамических и механических параметров фаз:

$$c_{v1} = 0,146 \cdot 10^4 \text{ Дж/(кг·К)}; \quad c_{p1} = 0,179 \cdot 10^4 \text{ Дж/(кг·К)}; \quad \lambda_1 = 0,22 \text{ Дж/(м·с·К)}; \quad \mu_1 = 0,75 \cdot 10^{-4} \text{ Н·с/м}^2;$$

$$\rho_2^0 = 1,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3; \quad \lambda_2 = 0,126 \text{ Дж/(м·с·К)}; \quad c_2 = 0,13 \cdot 10^4 \text{ Дж/(кг·К)}; \quad c_3 = 0,155 \cdot 10^4 \text{ Дж/(кг·К)};$$

$$\rho_3^0 = 0,232 \cdot 10^4 \text{ кг/м}^3; \quad d_2 = d_T = d_v = 0,001 \text{ м}; \quad L - l = 0,04 \text{ м}.$$

Как показывают параметрические расчеты, характерной особенностью рассматриваемой конструкции является существование минимума на кривой, отражающей зависимость процентного содержания пыли $C = \rho_3/\rho_{13}$ на выходе из внутренней трубки от длины слоя l (рис. 2). Экстремальная точка соответствует такой длине неперфорированного участка внутренней трубки l^* , что дальнейшее ее увеличение снижает эффективность фильтра, характеризуемую величиной C .

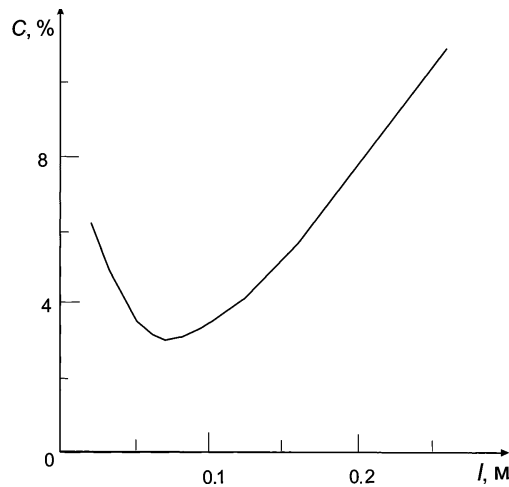


Рис. 2. Зависимость процентного содержания пыли от длины слоя l

Для этой зависимости может быть получено и приближенное аналитическое выражение, которое следует из функциональных соотношений для коэффициента осаждения и сопротивления. После установления ($t = \infty$) с высокой степенью точности можно считать, что давление по слою ($0 \leq x \leq l$) распределяется линейно:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p(r, 0, \infty) - p(r, l, \infty)}{l} = \varphi(l). \quad (17)$$

Поэтому выражение для силы сопротивления дает возможность определить среднюю по слою скорость газа, а затем и зависимость для скорости обмена пылевой компонентой. Считая, что основная часть пыли осаждается на участке ($0 \leq x \leq l$), проинтегрируем уравнение концентрации пылевой компоненты по координате x и получим

$$\frac{C(r, l, \infty)}{1 - C(r, l, \infty)} - \frac{C(r, 0, \infty)}{1 - C(r, 0, \infty)} = \frac{\pi d_T^2}{4 \Lambda_2} \alpha (1 - m) \tilde{u}_1, \quad (18)$$

где \tilde{u}_1 – устанавливающаяся скорость «условного» газа.

Давление $p(r, l, \infty)$, необходимое для определения $\varphi(l)$ и \tilde{u}_1 , определяется из численного решения исходной задачи (рис. 3).

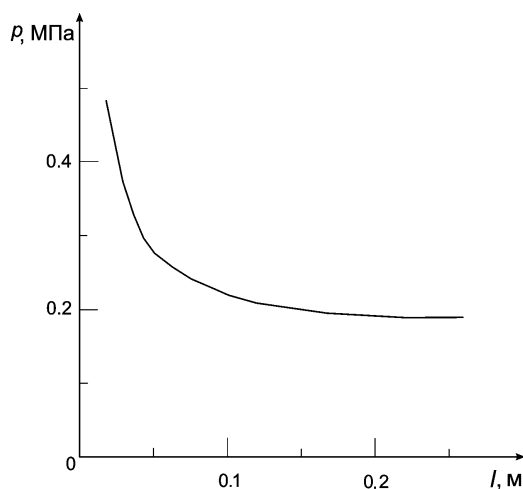


Рис. 3. Эпюра давлений на выходе внутренней трубки

Таким образом, из параметрических численных расчетов и приведенных выше соотношений следует, что основными параметрами, позволяющими управлять эффективностью осаждения, являются геометрический размер, форма зерна, длина зернистого слоя, соответствующая неперфорированному участку внутренней трубки, и давление на входе. Зависимость (18) позволяет определить приближенное значение экстремальной точки, т.е. оптимальную длину зернистого слоя для принятой конструкции (дальнейшее уточнение проводится численными параметрическими расчетами).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. Ч. 1. – М.: Наука, 1987. – 464 с.
2. Аэров М. Е., Годес О. М. Гидравлические и тепловые основы работы аппаратов со стационарным и кипящим зернистым слоем. – Л.: Химия, 1968. – 510 с.
3. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я. и др. Численное решение многомерных задач газовой динамики. – М.: Наука, 1976. – 400 с.
4. Матвеев С. К. // Ученые записки Ленинградского университета. Сер. Газодинамика и теплообмен. – 1977. – № 5. – С. 42–54.
5. Салтанов Г. А. Неравновесные и нестационарные процессы в газодинамике однофазных и двухфазных сред. – М.: Наука, 1979. – 286 с.

Институт природных ресурсов Национального исследовательского
Томского политехнического университета, г. Томск, Россия
E-mail: study@tpu.ru

Поступила в редакцию 16.12.10.