Практическое занятие 3

Использование преобразования Лапласа для анализа систем

Задание

1.

Найти решение дифференциального уравнения:

$$y'''(x) + 2y''(x) + 5y'(x) = 0,$$

удовлетворяющее условиям: $y(0) = -1, \quad y'(0) = 2, \quad y''(0) = 0.$

2.

При единичном скачке **1**(t) на входе реакция звена описывается функцией $2(1 - e^{-3t})$. Найти передаточную функцию звена.

3.

Найти импульсную функцию для системы, заданной дифференциальным уравнением $y''+4y'+3y=6u'+u$

Пример

Решить задачу Коши $y'' + 3y' = e^{-3x}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = -1$.

Пусть $L\{y(t)\}=Y(p)$. Запишем мсходное уравнени в операторном виде. Для этого применим преобразование Лапласа к обеим частямм уравнения. Так как

$L\{y'(t)\}=pY(p) - y(0)$, $L\{y'(t)\}= p^2 Y(p) - py(0)\text{-}y'(0)$ и

$L\{e^{3x}\}=1/(p+3)$, то, учитывая начальные условия, получим следующее операторное уравнение:

$(p^2 + 3p)Y(p)+1=1/(p+3)$. Отсюда имеем $Y(p) = -\dfrac{p+2}{(p+3)^2 p}$.

Далее выполняем разложение $\text{Y(p)} = \dfrac{-(p+2)}{(p+3)^2 p}$ на простейшие дроби

(Символьные операции >>Переменная>>Преобразовать к дробно-рациональному виду)

$$\frac{-(p+2)}{(p+3)^2 p} \quad \gg \quad \frac{2}{9\cdot(p+3)} - \frac{2}{9\cdot p} - \frac{1}{3\cdot(p+3)^2}$$

Далее выполняем обратное преобразование Лапласа
Символьные операции >>Преобразование>> Обратное Лапласа)

Ответ:

$$\frac{2\cdot e^{-3\cdot t}}{9} - \frac{t\cdot e^{-3\cdot t}}{3} - \frac{2}{9}$$