Практическое занятие 2

Определение характеристик систем автоматического управления

Цель работы

Научиться определять характеристики систем автоматического управления

1. Выполнить задания

Задание 1

Найти передаточную функцию, полюса и нули объекта, математическая модель которого имеет вид:

$$1{,}1\frac{d^3}{dt^3}y(t) + 2{,}2\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 3{,}1\frac{d}{dt}y(t) + 4{,}2y(t) = 1{,}34\frac{d^2}{dt^2}x(t) - x(t)$$

Задание 2

Найти переходную функцию системы, заданной операторным уравнением

$$Tpy(t) + y(t) = k \cdot x(t)$$

для T=1, k=2, $0 \le t \le 20$ при нулевых начальных условиях. Построить график функции.

2. Составить для заданий 1 и 2 отчёт с результатами, полученными в Mathcad и ответами на вопросы.

Теоретические сведения по заданию 1

Пример

$$30\frac{d^4}{dt^4}y(t) + 25\frac{d^2}{dt^2}y(t) - 10\frac{d}{dt}y(t) - 10y(t) = 5\frac{d}{dt}x(t) + x(t)$$

Дифференциальное уравнение модели имеет вид:

$$30\frac{d^4}{dt^4}y(t) + 25\frac{d^2}{dt^2}y(t) - 10\frac{d}{dt}y(t) - 10y(t) = 5\frac{d}{dt}x(t) + x(t)$$

Операторная форма записи этого уравнения имеет вид:

$$30p^4y(t) + 25p^2y(t) - 10py(t) - 10y(t) = 5px(t) + x(t)$$

Вынося за скобки обозначения выходного $y(t)$ и входного $x(t)$ сигналов в левой и правой части полученного уравнения, получим:

$$y(t)(30p^4 + 25p^2 - 10p - 10) = x(t)(5p + 1)$$

В соответствии с определением получаем искомую передаточную функцию в следующем виде

$$W(p) = \frac{5p + 1}{30p^4 + 25p^2 - 10p - 10}$$

Для нахождения полюсов передаточной функции нужно найти корни выражения в её знаменателе

Ход выполнения примера в пакете Mathcad

Ввод исходных данных представлен в приложении 1.

Дальнейший ход выполнения примера представлен в приложениях 2 и 3. Вычисление полюсов выполняется с точностью до 4-го знака.

Приложение 1

Исходные данные.

Дифференциальное уравнение модели имеет вид

$$30\frac{d^4}{dt^4}y(t) + 25\frac{d^2}{dt^2}y(t) - 10\frac{d}{dt}y(t) = 5\frac{d}{dt}x(t) + x(t)$$

Приложение 2

Операторная форма записи этого уравнения имеет вид

$$30p^4y(t) + 25p^2y(t) - 10py(t) - 10y(t) = 5px(t) + x(t)$$

В соответствии с определением получаем искомую передаточную функцию в следующем виде

$$W(p) = \frac{5p + 1}{30p^4 + 25p^2 - 10p - 10}$$

Для нахождения полюсов передаточной функции нужно найти корни выражения в её знаменателе

$$30\cdot p^4 + 25\cdot p^2 - 10\cdot p - 10 \text{ factor } \rightarrow 5\cdot\left(6\cdot p^4 + 5\cdot p^2 - 2\cdot p - 2\right)$$

$$30\cdot x^4 + 25\cdot x^2 - 10\cdot x - 10 \text{ solve}, x, \text{float}, 4 \rightarrow \begin{pmatrix} 0.6603 \\ -0.1145 + 1.076i \\ -0.4313 \\ -0.1145 - 1.076i \end{pmatrix}$$

Нахождение корней передаточной функции

$$1 + 5\cdot x \text{ solve}, x \rightarrow -\frac{1}{5}$$

Приложение 3

Проверка значений полюсов передаточной функции

$$y(x) := 30 \cdot x^4 + 25 \cdot x^2 - 10 \cdot x - 10$$

$x := 0.6603$ $\quad y(x) = -3.2 \times 10^{-4}$

$x := -0.4313$

$$y(x) = 1.592 \times 10^{-3}$$

$x := -0.1145 - 1.076i$

$$y(x) = 0.015 - 2.913i \times 10^{-3}$$

$x := -0.1145 + 1.076i$

$$y(x) = 0.015 + 2.913i \times 10^{-3}$$

Теоретические сведения по заданию 2

Для нахождения функции необходимо решить дифференциальное уравнение (ДУ), описывающее систему. Пример решения ДУ средствами пакета Mathcad приведён в приложениях 4 и 5.

Приложение 4

Модель пруда с квотой отлова C=3/16

Given

Исходное уравнение $\quad$ **Начальные условия**

$$y'(t) = y(t) - (y(t))^2 - \frac{3}{16} \qquad y(0) = 0.3$$

Решение уравнения

$y := Odesolve(t, 100)$ $\quad t := 0, 0.5 .. 5$

$y(t) =$

0.3
0.312
0.327
0.345
0.366
0.39
0.416
0.445
0.475
0.507
0.538

Приложение 5

График решения на интервале $0 \le t \le 20$