

# Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

## Этапы оптического измерения.

В процессе оптического измерения обобщенно можно указать следующие основные этапы (рис. 1).

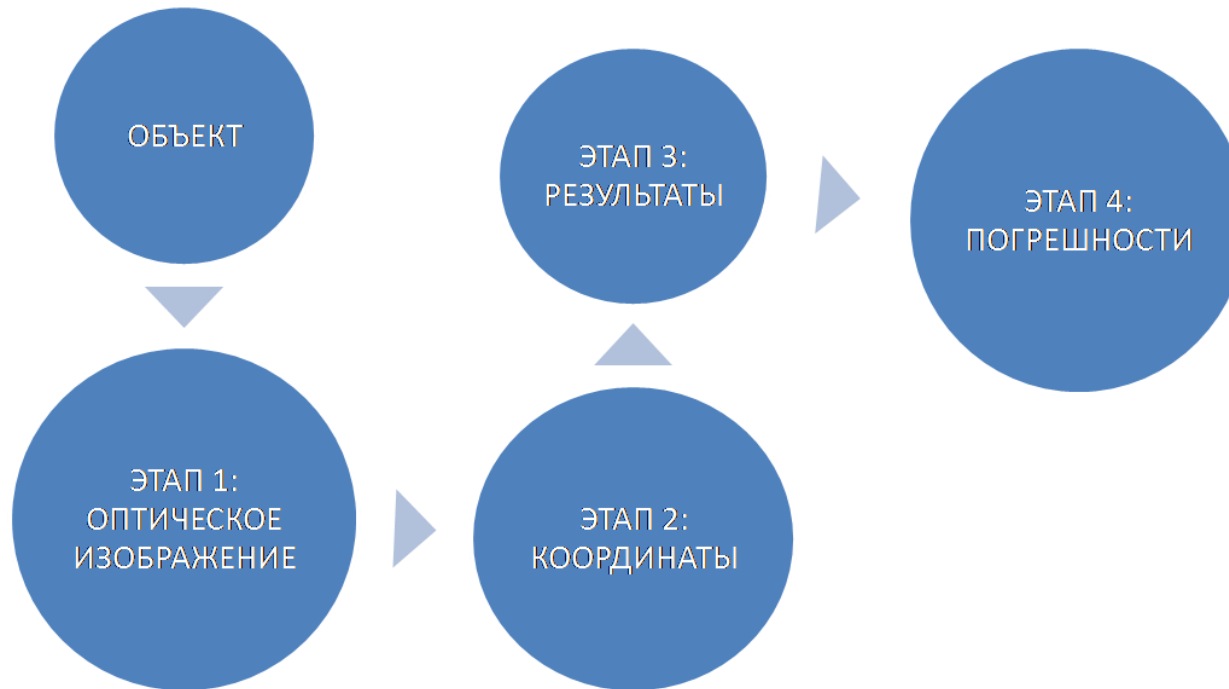


Рис. 1. Схема этапов оптического измерения

## **Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.**

---

Этап 1. Создание оптического изображения, связанного с измеряемыми параметрами объекта (назовем такое изображение «оптико-измерительным изображением»).

Этап 2. Определение (измерение) координат элементов изображения.

Этап 3. Обработка результатов измерения изображения с целью определения необходимых параметров объекта.

Этап 4. Анализ погрешностей измерений, с целью определения точности полученных результатов.

## Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

Рассмотрим в качестве примера одну из простейших оптических измерительных схем с использованием оптического изображения измеряемого объекта: длина элемента малого объекта измеряется при помощи визирного измерительного микроскопа (рис. 2).

Визирный измерительный микроскоп служит для совмещения визирной сетки, расположенной в фокальной плоскости его окуляра, с заданными точками изображения измеряемого объекта.

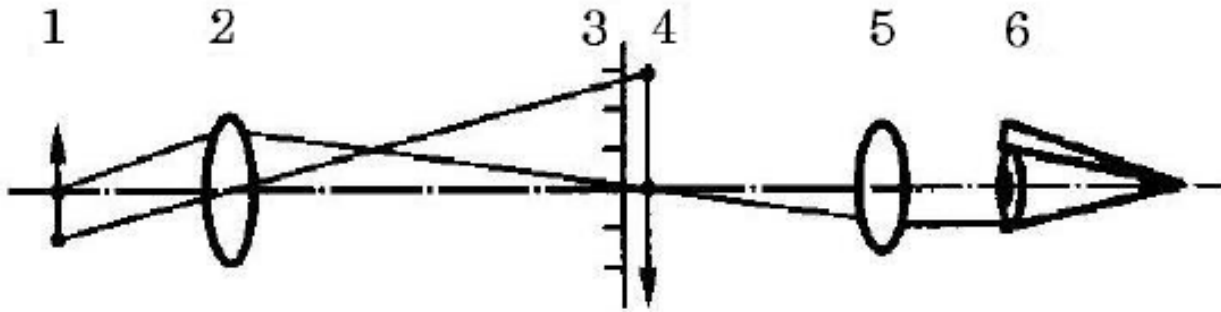


Рис. 4. Визирный измерительный микроскоп: 1 – объект; 2 – объектив микроскопа; 3 – измерительная шкала, совмещенная с плоскостью изображения объекта; 4 – изображение объекта; 5 – окуляр; 6 – глаз оператора измерений

Приведенная схема обеспечивает все перечисленные этапы процесса оптического измерения. Как известно, измерение – процесс сравнения измеряемой физической величины (в явной или неявной форме) с единицей этой величины, хранимой применяемым средством измерений.

## Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

В данном примере можно проследить все указанные в обобщенной схеме (рис. 1) этапы оптического измерения:

- объектив микроскопа 2 строит увеличенное изображение 4 объекта 1 (этап 1);
- координаты точек изображения, связанные с требуемыми точками объекта измеряются при помощи измерительной шкалы 3 (этап 2);
- результаты измерения получают (этап 3) обработкой измерительных отсчетов для определения протяженности объекта  $L_{об}$  по шкале окуляр-микрометра с учетом паспортной характеристики (увеличения  $V$ ) объектива микроскопа:

$$L_{об} = \frac{(l_2 - l_1)}{V} \quad (\text{рис. 3});$$

- погрешности определяют обработкой серии измерительных отсчетов (данных) с применением аппарата математической статистики (этап 4).

В приведенной схеме измерительный микроскоп хранит единицу измеряемой величины (пространственной протяженности или длины) в виде отградуированных делений точно изготовленной шкалы. Единицей длины в принятой у нас метрической системе является метр. Измерительная шкала за счет ее изготовления обеспечивает точное воспроизведение долей метра (миллиметров и их долей).

# Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

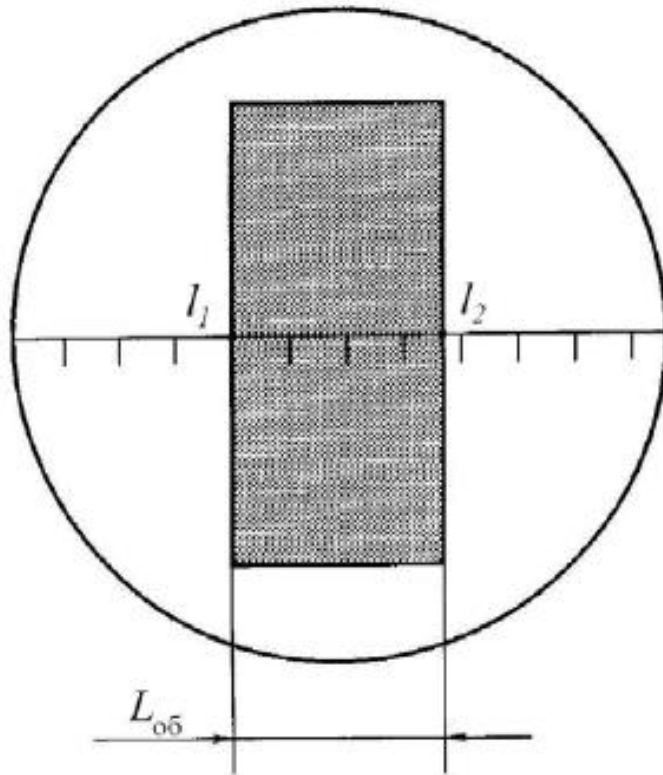


Рис. 3. Изображение в поле зрения измерительного микроскопа. Пользуясь измерительной шкалой (окуляр-микрометром), совмещенной с изображением объекта, мы считываем протяженность между интересующими нас точками объекта, например,  $l_1$  и  $l_2$  (рис. 3). Паспортной характеристикой микроскопа служит поперечное увеличение  $V$  в получаемом изображении объекта.

# **Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.**

---

## **Обобщенная схема комплекса методов оптических измерений и исследований**

Если обобщенно рассмотреть совокупность традиционных методов контроля и исследования оптических систем и элементов, то можно убедиться в том, что эти методы, в основном, сводятся к регистрации структуры волнового фронта, сформированного системой (деталью) в схеме контроля. Следующий шаг – исследование этой структуры, которая визуализируется в форме изображения того или иного вида (названного выше оптико-измерительным изображением), например, в виде интерференционных полос, теневой картины, совокупности пятен, составляющих диаграмму Гартмана, дифракционных изображений светящейся точки или линии и т.д. (рис. 4).

# Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

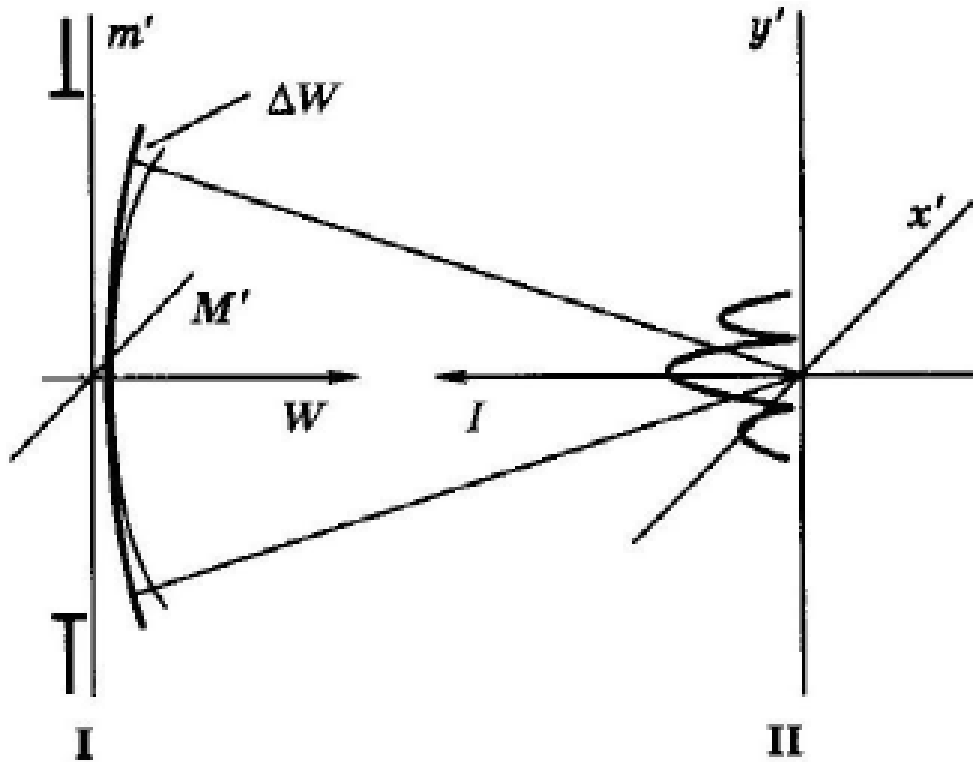


Рис. 4. Обобщенная схема комплекса методов оптических измерений и исследований:  $M'$  и  $m'$  – координаты на выходном зрачке оптического элемента в схеме;  $x'$  и  $y'$  – координаты в плоскости изображения тест-объекта;  $W$  – координата формы волнового фронта;  $I$  – относительная освещенность в изображении тест-объекта

## Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

Исследование оптического элемента осуществляется, главным образом, в двух зонах.

1) В зоне зрачка I объектом исследования служит, чаще всего, фазовая характеристика волнового фронта, а именно – отклонение  $\Delta W$  формы фронта волны от формы, соответствующей требуемому качеству изображения (чаще всего – от сферической формы). Здесь формируется оптическое измерительное изображение *второго рода*, обычно не подобное объекту, но несущее информацию о характере волнового фронта в части его фазовых деформаций, об абберациях исследуемых оптических систем и элементов и об ошибках формы оптических поверхностей.

2) В зоне изображения II объектом исследования служит, в большинстве случаев, амплитудная характеристика излучения – двумерное распределение освещенности в плоскости изображения, характеризующее концентрацию энергии в изображении и полноту передачи информации о структуре изображаемого объекта. Здесь формируется оптическое измерительное изображение *первого рода*, подобное объекту и несущее информацию, в первую очередь, о его геометрических параметрах и внешней структуре.



# Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

## Прямые и косвенные методы оценки качества изображения

Сведения о структуре изображения, построенного оптической системой, могут быть получены двумя методами: *прямым* и *косвенным*.

*Прямые методы оценки качества изображения* состоят в наблюдении изображения тест-объекта, сформированного при помощи исследуемой системы в зоне II (зоне изображения, рис. 4), и измерении фотометрической структуры этого изображения, т.е. определении функции рассеяния (например, функции рассеяния точки (ФРТ) или функции рассеяния линии (ФРЛ)). Функции рассеяния и связанные с ними: оптическая передаточная функция (ОПФ), функция передачи модуляции (ФПМ) и функция концентрации энергии (ФКЭ) в изображении точечного тест-объекта, служат на практике количественными характеристиками качества изображения оптической системы. Прямыми методами оценки качества изображения учитываются все без исключения факторы, участвующие в формировании структуры реального оптического изображения. В этом состоит существенное и основное достоинство прямых методов. Исходя из этого, в ответственных случаях, при исследованиях и измерениях оптических систем высокой точности, методы прямой и косвенной оценки качества изображения применяются совместно.

*Косвенные методы оценки качества изображения* состоят в измерении структуры деформаций волнового фронта в зоне I (зоне зрачка, рис. 4), на выходе оптической измерительной схемы, и последующем вычислении на основе полученной карты волнового фронта функций, описывающих структуру и качество оптического изображения. Преимущества косвенных методов состоят в том, что они позволяют по известной топографии отклонений фронта волны рассчитать большинство характеристик качества изображения (таких, как ФПМ, или ФКЭ). Косвенные методы дают возможность определить

## **Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.**

---

влияние конкретных искажений волнового фронта, вносимых системой, на качество изображения. К ограничениям косвенных методов следует отнести: высокую трудоемкость расшифровки данных; сложный математический аппарат обработки данных; дорогостоящее программное обеспечение. Кроме того при таких методах не учитывается влияние на качество изображения ряда важных факторов, которые могут в корне изменить структуру изображения и резко ухудшить его качество по сравнению с предсказанным (смоделированным) при помощи упомянутого косвенного метода.

К таким факторам относятся:

- мелкоструктурные дефекты оптических поверхностей (например, возникающие при ретуши крупногабаритной оптической поверхности малым полировальником), а также их остаточная шероховатость;
- мелкоструктурные дефекты оптических сред (свилы, неоднородности, включения, мутность);
- дефекты оптических покрытий;
- дефекты склеек;
- рассеянный свет в системе;
- блики в оптической системе;
- свет, отраженный от элементов оправы оптической системы и элементов внутренней конструкции оптического прибора.

Однако при оценке реального качества изображения, сформированного изготовленной оптической системой, влияние этих факторов необходимо учитывать, так как они способны существенно снизить качество реального изображения.

# Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

## Тест-объект типа «светящаяся точка»

Первичный и наиболее универсальный тест-объект при исследовании качества изображения оптических систем – *тест- объект типа «светящаяся точка»*.

Он материализуется в виде круглой диафрагмы малого диаметра, освещенной проходящим светом (или ее уменьшенного изображения). Изображение тест-объекта типа «светящаяся точка» – пятно рассеяния или дифракционный кружок (рис. 5).



Рис. 5. Дифракционный кружок

Наблюдение дифракционного кружка, формируемого исследуемой системой, позволяет обнаруживать aberrации системы с чувствительностью на уровне до  $0,1\lambda$ .

# Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

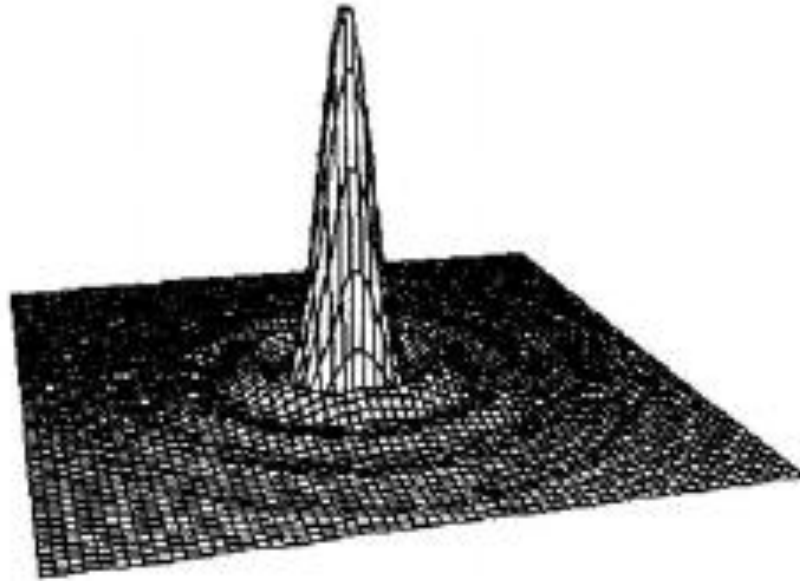


Рис. 6. Функция рассеяния точки

Функция, описывающая распределение освещенности в изображении тест-объекта типа «светящаяся точка» – двумерная функция, носящая название ФРТ (рис. 6). Экспериментально найденная ФРТ, характеризующая качество системы, позволяет учитывать все особенности волновой поверхности, сформированной системой, в том числе и характер микрорельефа оптических поверхностей; дефекты оптических материалов; блики; отклонение пропускания (или отражения) на зрачке; сдвиги изображения, возникшие при работе прибора и т.д. С помощью ФРТ в осредненной и мгновенной форме можно учитывать флуктуации оптических характеристик воздушного тракта, непрерывно изменяющиеся во

## **Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.**

---

времени по сложному случайному закону. ФРТ позволяет надежно аттестовать качество изображения системы с несколькими зрачками. ФРТ, являясь первичной характеристикой качества изображения, позволяет перейти к другим требуемым характеристикам качества изображения, таким как ФРЛ; частотно-контрастная характеристика (ЧКХ); краевая функция; ФКЭ и другие. Тест-объект типа «светящаяся точка» моделирует важные для оптической измерительной практики объекты, такие как, например, небесные объекты типа звезд или орбитальные объекты военного и невоенного назначения.

# Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

## Тест-объект типа «светящаяся линия»

*Тест-объект типа «светящаяся линия»* материализуется в виде щелевой диафрагмы малой ширины, освещенной проходящим светом. Изображение тест-объекта типа «светящаяся линия» – пятно рассеяния в форме более или менее размытого изображения линии. Понятие функции рассеяния распространяется и на изображение линии. Функция, описывающая распределение освещенности в изображении тест-объекта типа «светящаяся линия» – двумерная (квазиодномерная) функция, носящая название ФРЛ. *Квазиодномерной* называют двумерную функцию, которая сохраняет свою форму при перемещении графика функции по одной из координат. Это свойство позволяет в большинстве случаев изображать квазиодномерную функцию в виде одномерной, как функцию только одной переменной. Общий вид графика ФРЛ показан на рис. 7. Видно, что данная функция квазиодномерна.

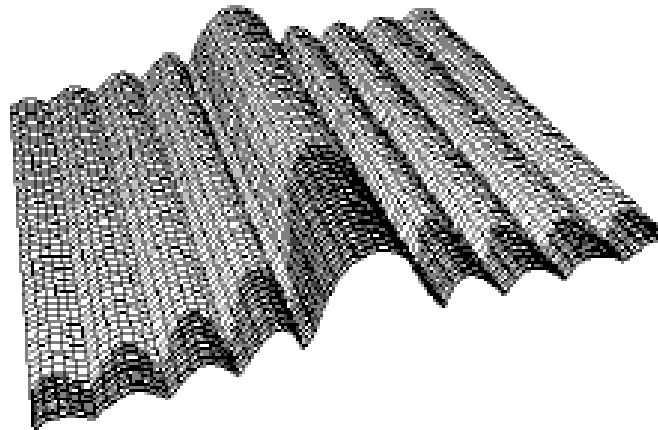


Рис. 7. Функция рассеяния линии

## Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

Тест-объект типа «светящаяся линия» описывает часто встречающиеся в оптической измерительной практике объекты, например штрихи светящихся сеток и шкал приборов; спектральные линии.

### Тест-объект типа «полуплоскость»

*Тест-объект типа «полуплоскость»* материализуется в виде прямолинейного края непрозрачной заслонки (лезвия) на освещенном фоне. При необходимости охарактеризовать резкость деталей изображения, создаваемого исследуемой системой, рассматривают структуру изображения тест-объекта, представляющего собой прямолинейную границу черного и светлого полей, так называемого пограничного теста или полуплоскости. Функция, описывающая распределение яркости в тест-объекте типа «полуплоскость» (рис. 8) – квазиодномерная функция скачка.

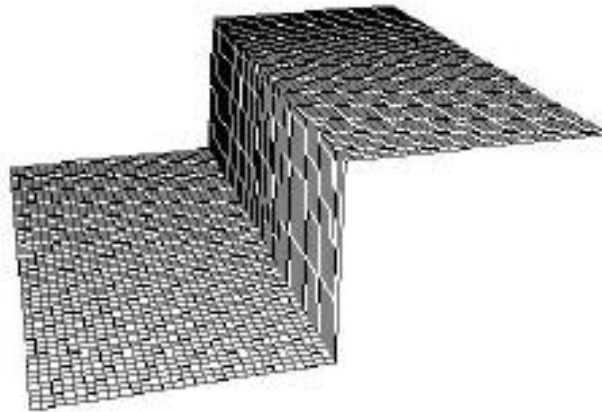


Рис. 8. Распределение яркости в тест-объекте типа «полуплоскость»

## Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

Изображение тест-объекта типа «полуплоскость» – пятно рассеяния в форме более или менее размытого изображения края. Функция, описывающая распределение освещенности в изображении тест-объекта «полуплоскость» – двумерная (квазиодномерная) функция края или «краевая (переходная) функция» (рис. 9); ее график называется «пограничной кривой».

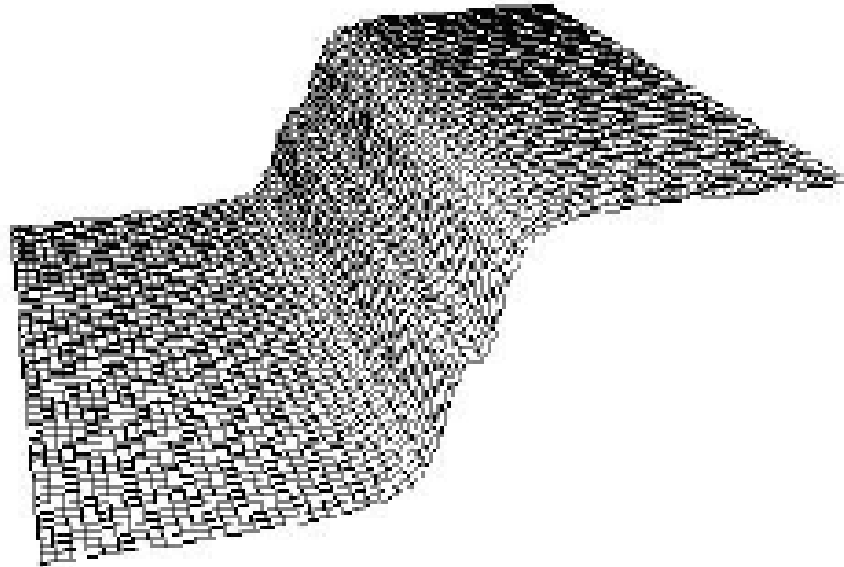


Рис. 9. Функция края

Резкость изображения характеризуется степенью наклона «пограничной кривой». В то же время наклон «пограничной кривой» зависит от структуры пятна рассеяния. Чем более размыто пятно рассеяния, тем больше наклон «пограничной кривой» и хуже резкость



## Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

изображения. Тест-объект типа «полуплоскость» описывает часто встречающиеся в оптической измерительной практике объекты: например, край непрозрачного объекта на освещенном фоне, на который выполняются оптические измерительные наводки.

### Тест-объект типа «линейная решетка»

*Тест-объект типа «линейная решетка»* материализуется в виде ряда темных (непрозрачных) прямолинейных параллельных штрихов на освещенном фоне. Функция, описывающая распределение яркости в тест-объекте типа «линейная решетка» – квазиодномерная функция (рис. 10). «Линейную решетку», состоящую из ряда непрозрачных штрихов на освещенном фоне, в которой ширина темных штрихов равна ширине темных промежутков, называют «*мира Фуко*». Такая решетка на практике находит наиболее широкое применение.

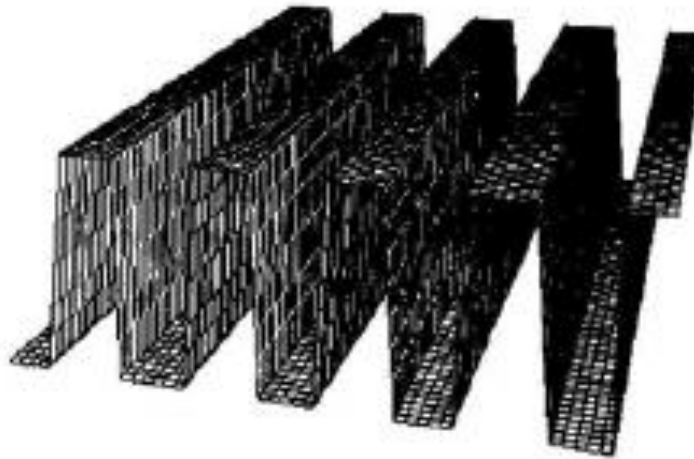


Рис. 10. Распределение интенсивности в тест-объекте типа «линейная решетка»

## Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

Изображение тест-объекта типа «линейная решетка» – более или менее размытое изображение ряда темных штрихов.

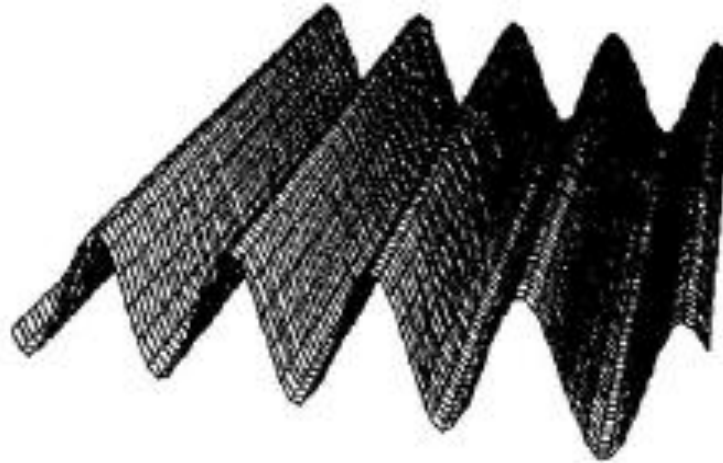


Рис. 11. Распределение интенсивности в изображении «линейной решетки»

Функция, описывающая распределение освещенности в изображении тест-объекта типа «линейная решетка» – двумерная (квазиодномерная) функция (рис. 11). Ее особенность состоит в том, что на средних и высоких пространственных частотах структура изображения такой решетки характеризуется распределением интенсивности, близким к синусоидальному.

При оценке объективов, строящих изображение протяженных объектов, большую роль играют способы, основанные на наблюдении и измерении изображения решетки переменной

## **Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.**

---

частоты. В частности, до настоящего времени используется визуальная оценка по различимости штрихов в изображении штриховой миры, построенном системой.

Критерием разрешающей способности при этом служит частота того поля миры, в изображении которого можно различить темные и светлые штрихи и определить их количество. Частотной характеристикой качества изображения служит также модуляционная передаточная функция (МПФ), называемая иногда ЧКХ. Тест-объект типа «линейная решетка» описывает часто встречающиеся в оптической измерительной практике объекты, например, такие как: шкала; биссектор; периодические структуры на аэрокосмических снимках земной поверхности.

# Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

## Оптические измерительные изображения второго рода

**Теневая картина (тенеграмма).** Революцию в оптическом контроле и измерениях совершил Жан Бернар Леон Фуко (1819– 1868 г.г.), впервые предложивший метод исследования деформаций волнового фронта, связанных с аберрациями оптических систем и ошибками оптических элементов.

*Метод «ножа Фуко»*, и вообще, все теневые методы доказали свою исключительную полезность для контроля оптических поверхностей. Аберрации, дифракция света и ошибки изготовления оптических поверхностей вызывают отклонение лучей от теоретических траекторий и искажения волнового фронта. Основная идея теневых методов состоит в обнаружении боковых смещений таких лучей за счет их задерживания или модификации. Это осуществляется путем помещения специальных экранов в плоскость схождения пучков лучей от контролируемой оптической поверхности или системы. Итак, для получения теневой картины деформаций исследуемого волнового фронта, соответствующих аберрациям оптической системы или ошибкам оптической поверхности, в плоскости схождения параксиального пучка лучей устанавливается перпендикулярно оптической оси непрозрачный экран с прямолинейным краем (так называемый «нож Фуко»), который наполовину перекрывает пятно рассеяния (рис. 12, а). Теневая картина может наблюдаться в плоскости экрана, расположенной за пятном рассеяния (рис. 12, б), или характер освещения исследуемой оптической поверхности наблюдают из зафокальной области.

# Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

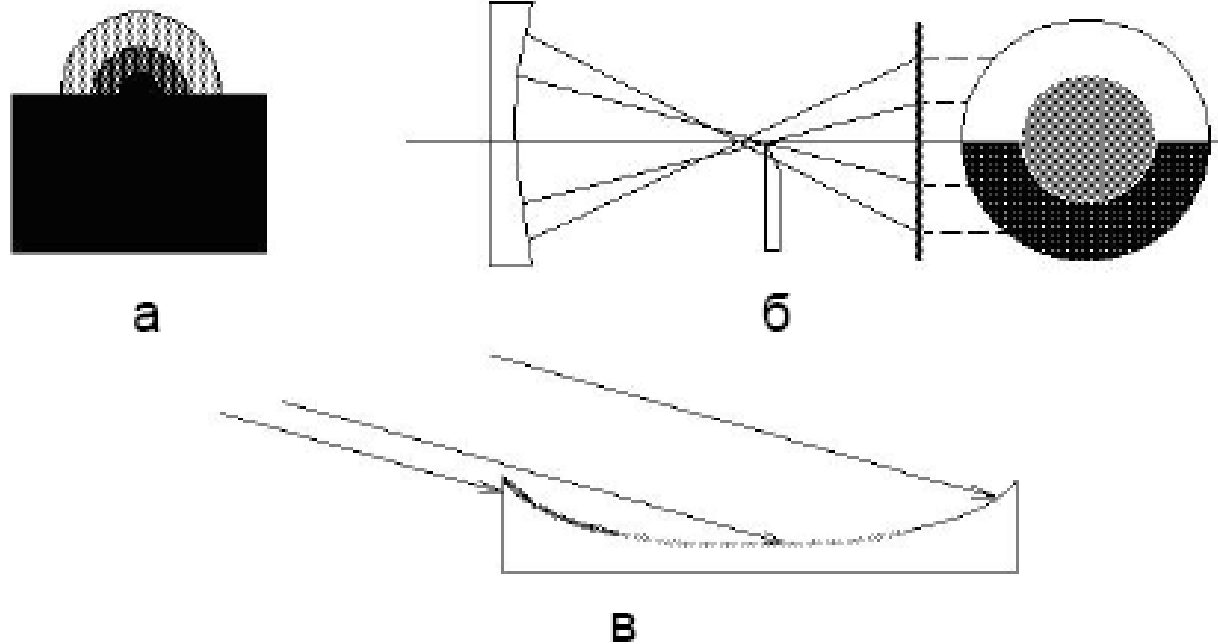


Рис. 12. Принципиальная схема теневого метода Фуко

При отсутствии ошибок зеркало, создающее изображение точечного тест-объекта, выглядит равномерно освещенным. Наличие ошибок (краевая зона на рис. 12, б) создает светотень, визуализирующую рельеф ошибок поверхности в результате срезания «ножом» пучков лучей от неверно заклоненных участков волновой поверхности. Верхняя область краевой зоны зрачка исследуемого фронта дает участки потемнения в теневой картине. Нижняя область краевой зоны дает участки максимальной освещенности в теневой картине. Пучки от участков волновой поверхности, имеющих правильную сферическую форму,

## **Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.**

---

перекрываются (а, следовательно, и ослабляются) лишь наполовину, и соответствующая зона зрачка имеет освещенность порядка 50%.

Если «нож» помещают между идеальным сферическим зеркалом и его фокусом и перемещают по нормали к оптической оси, то теневая картина состоит из резко разделенных темной и светлой областей, и первая из них перемещается по зеркалу в том же направлении, что и «нож». Если «нож» находится за фокусом, направление перемещения темного участка меняется на противоположное. При введении «ножа» точно в фокус зеркало затемняется внезапно по всему диаметру, без каких-либо заметных движений теневой картины. Это является очень точным способом определения положения центра кривизны. Если контролируемое зеркало не является сферическим, и каждый его участок имеет свой отличный радиус кривизны, при помещении «ножа» в различные точки относительно оптической оси соответствующая зона поверхности темнеет.

У волнового фронта, распространяющегося от вогнутого зеркала с нарушениями формы, существуют участки с различными радиусами и центрами кривизны, и при перемещении «ножа» сразу или поочередно затемняются различные участки поверхности.

Для умозрительного представления процесса формирования теневой картины, достаточно представить себе источник света, помещенный у противоположного «ножу» края поверхности деформаций волнового фронта (рис. 12, в). При таком допущении качественная интерпретация теневой картины становится несложной.

Теневой метод применяется для контроля деформаций волнового фронта, вызванных ошибками и аберрациями в процессе изготовления оптических поверхностей, элементов и систем, особенно – крупногабаритных астрономических зеркал, при контроле свильности оптического стекла, исследованиях воздушных потоков и других явлений.

## Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

Основными достоинствами теневого метода являются: их высокая чувствительность; простота схемной реализации и качественной интерпретации результатов. По простоте реализации метод Фуко является уникальным по сравнению с другими оптическими методами, и может рассматриваться как первый, по настоящему производственный, способ, на основе которого были разработаны другие многочисленные варианты оптического контроля.

Теневым методом удобен для обнаружения поперечных аберраций системы. В процессе контроля непрозрачным экраном, помещенным в плоскость теоретического схождения лучей, пересекают часть отраженного или дифрагированного света, в результате чего возникает теневая картина, указывающая на наличие погрешностей у контролируемой детали.

Достоинства метода:

- впервые получена возможность визуальных наблюдений малых деформаций волнового фронта на выходе из системы;
- высокая чувствительность, порядка  $0,1\lambda$ ;
- наглядность, позволяющая наблюдать характер искажения волнового фронта, место расположения, форму, величину, протяженность деформаций волнового фронта и ошибок обрабатываемой оптической поверхности.

К недостаткам можно отнести, не преодоленные до конца, трудности количественной интерпретации теневого изображения, в результате чего метод в настоящее время применяется преимущественно для технологического контроля в форме качественных оценок состояния оптических поверхностей и материалов, а также уровня аберраций оптических элементов и систем. Итак, метод применяется в основном, как качественный

# Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

метод оценки, и используется при изготовлении оптических поверхностей на этапе формообразования, и, иногда, при контроле оптических элементов и систем.

## **Гартманограмма.**

Основной принцип методов контроля оптической системы с применением экрана вблизи выходного зрачка заключается в том, что волновой фронт оценивается в ряде предварительно выбранных точек, а результаты сравниваются с теоретическими значениями. Методы базируются на законах геометрической оптики; идея заключается в том, что наличие у волнового фронта погрешностей в некоторой области приводит к фокусировке света в точке, отличающейся от теоретического фокуса, или к пересечению сфокусированных пучков лучей с осью в плоскости, не совпадающей с плоскостью для случая идеального фронта. В результате погрешности волнового фронта оценивают, определяя, в какой плоскости вдоль оптической оси пересекаются пучки лучей от некоторой области волнового фронта, и каково различие в положении этой плоскости и теоретическом положении точки пересечения лучей для идеальной волны.

Если волновой фронт оценивается несколькими лучами или пучками, перпендикулярными к нему, отклонение следов лучей от их идеальных положений можно зафиксировать на некоторой регистрирующей плоскости. Идеальный волновой фронт при этом не обязательно должен быть точно сферическим, а, в принципе, может иметь любую форму, так как интерес представляют лишь отклонения от него.

В 1904 году Иоганнес Франц Гартман (1865–1936 г.г.) опубликовал предложенный им метод, пригодный для точного количественного измерения различных аберраций, включая хроматические. Исходя из геометрического рассмотрения задачи, Гартман выделял диафрагмами пучки лучей, выходящие из системы и создающие в схеме контроля



## Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

изображение тест-объекта типа «светящаяся точка» и, пользуясь внефокальными фотоснимками следов пучков лучей, определял точки пересечения отдельных лучей с оптической осью. *Метод Гартмана*, разработанный первоначально для измерения aberrаций объективов, в последующие годы нашел эффективное применение при исследованиях качества различных оптических систем, в том числе – крупногабаритных астрономических зеркал.

В выходной зрачок исследуемой оптической системы устанавливается *диафрагма Гартмана* – непрозрачная заслонка с серией отверстий. Диафрагма пропускает отдельные пучки лучей, затем выполняется регистрация следов лучей во внефокальных зонах на фотографических пластинках и исследование направления хода лучей, связанное с искажениями волнового фронта. На каждой из фотопластинок регистрируется гартманограмма, на которой зарегистрированы световые пятна, т.е. следы пучков лучей, которые пересеклись со светочувствительной площадкой приемника изображения.

Если волновой фронт не имеет деформаций, расположение пятен гартманограммы соответствует расположению отверстий на диафрагме Гартмана. Если имеется деформация волнового фронта, например, такая как на рис. 13, то крайние пятна на 1-ой фотопластинке сгруппируются на краю, а на 2-ой они сдвинутся к центру. Если измерить расстояние между пятнами, и если известно расстояние до фотопластинок, из подобия треугольников можно определить точки схождения лучей и пересечения ими оптической оси.

# Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

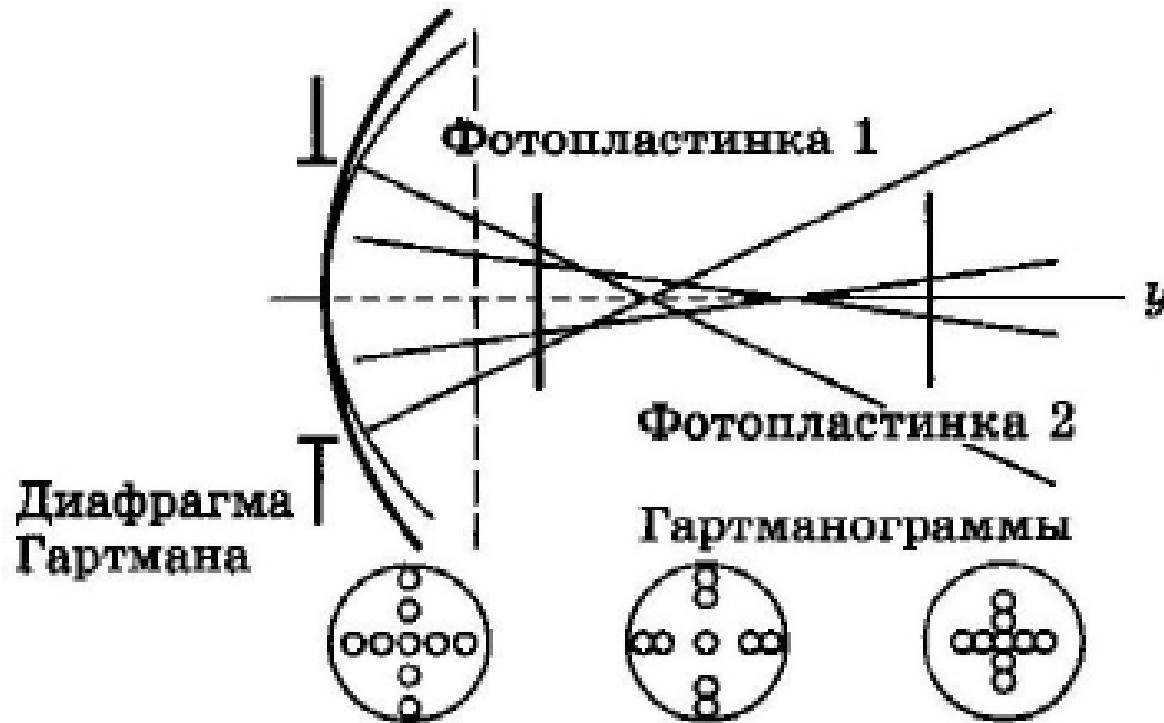


Рис. 13. Метод Гартмана

Итак, диафрагма Гартмана (рис. 13) устанавливается в зрачке исследуемого объектива; отверстия выполняются круглыми, оптимальный их диаметр выбирается из соотношения  $d = 0,005 - 0,0025 f'$ ; где  $f'$  – фокус исследуемой системы или расстояние от зрачка до точки схождения лучей. Далее на фотопластинках (гартманограммах) измеряют координаты следов пучков лучей (пятен).

Основы теории чувствительности оптических измерений.  
Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

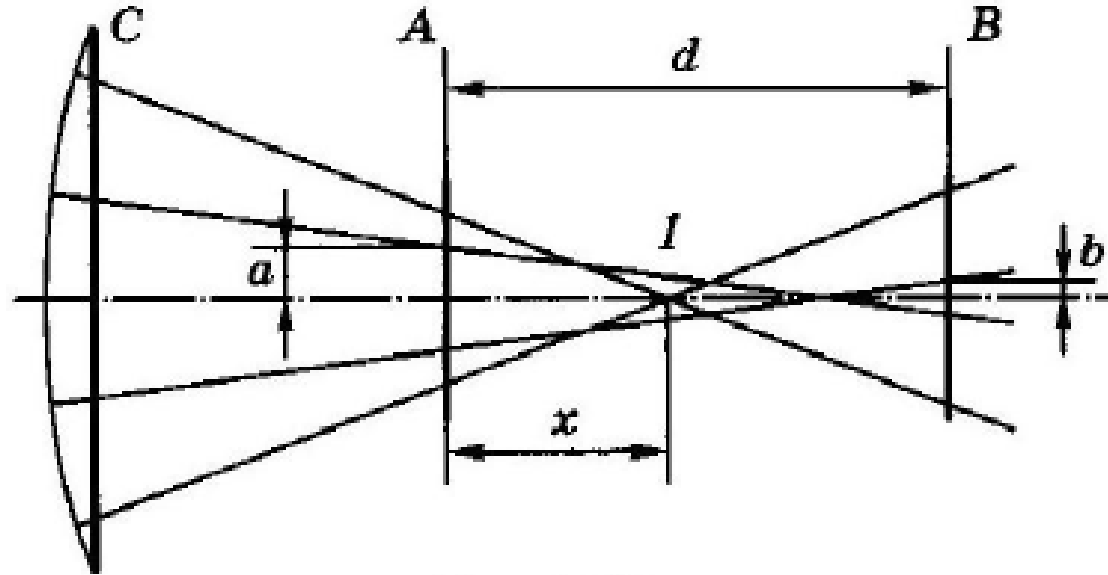


Рис. 14. Схема метода Гартмана:  $d$  – расстояние между предфокальным и зафокальным положениями фотопластинок;  $a$  – расстояние между следом оптической оси и следом данного луча (пятном) на предфокальной фотопластинке  $A$ ;  $b$  – соответствующее расстояние на зафокальной фотопластинке

## Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

Тогда, в упрощенном рассмотрении, расстояние от  $A$  до точки  $I$  (пересечения данного луча с осью) может быть найдено из выражения:

$$x = \frac{a}{a+b} d . \quad (1)$$

Достоинства метода:

- возможность количественного определения (измерения) аберраций и деформации волнового фронта;
- метод прост (используется точечный источник света, диафрагма и две фотопластинки);
- метод позволяет исследовать параметры оптической системы прибора непосредственно по наблюдаемому объекту, т.е. в рабочем положении.

Недостатки метода.

- Отсутствие наглядности.
- Необходимо измерение координат пятен гартманогаммы с точностью порядка 1 мкм; для этого применяется дорогостоящая двумерная измерительная машина (например, «Ascorecord»). Фундаментальным недостатком является пространственная дискретность данных по зрачку, так как метод построен на выделении из общего волнового фронта отдельных пучков лучей, что является пространственным пределом интервала, в котором можно расположить отверстия. Получается лишь информация о макродеформациях волнового фронта; информация о мелкоструктурных деформациях поверхности здесь отсутствует.

## Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

– Виброчувствительность: если элементы схемы вибрируют, то будет вибрировать и пятно рассеяния, а, следовательно, и все пучки лучей синхронно, что приводит к дополнительной нерезкости пятен гартманогаммы и снижает точность измерений. Если имеются флуктуации воздушного тракта, а значит и волнового фронта, то пятна будут вибрировать случайным образом, что также снижает точность измерений.

### **Интерферограмма.**

Для оптического контроля и измерений необходимо использовать экспресс-методы, обеспечивающие точную количественную информацию обо всем исследуемом фронте волны. Более полную количественную информацию о волновом фронте можно получить *интерферометрическим методом*. Так, волновой фронт может быть в принципе оценен с интервалом  $\lambda/n$ , где  $\lambda$  – длина световой волны источника,  $n$  – число проходов лучей через систему.

Начало XX века ознаменовалось развитием методов бесконтактной интерферометрии. В 1916 году Фрэнк Твайман (1876– 1959 г.г.) сообщил о методе интерферометрии аберраций объективов и ошибок оптических поверхностей. Суть состояла в сравнении плоского опорного волнового фронта с фронтом от исследуемой системы или поверхности, форма которого приведена к плоской для случая отсутствия ошибок. Таким образом, проблема исследования оптической системы ставится как задача непосредственного выявления и измерения деформаций, претерпеваемых поверхностью волнового фронта. Интерферометрия позволяет, при точно сфокусированном интерферометре, получить интерференционную картину, подобную топографической карте профиля ошибок исследуемой волновой поверхности, где горизонтали (изолинии уровня) представлены в виде полос с интервалом, кратным длине световой волны.

## **Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.**

---

При поперечной расфокусировке интерферометра, предложенного Твайманом, возникает система полос, форма каждой из которых соответствует профилю ошибок волнового фронта в данном сечении зрачка. Таким образом, интерферометрия соединяет достоинство наглядности теневого метода и возможности количественных оценок и измерения деформаций волнового фронта, присущие методу Гартмана.

Твайман предложил, на основании сведений о форме волнового фронта, рассчитывать интенсивность светового поля, заложив, таким образом, основу косвенного метода экспериментального исследования качества оптической системы. Схема интерферометра Тваймана показана на рис. 15.

# Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

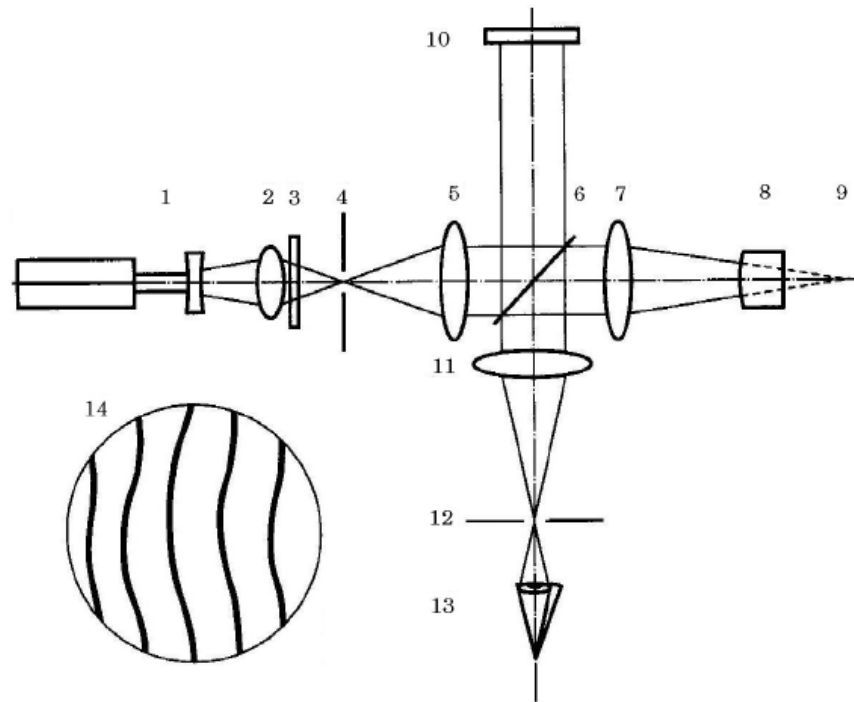


Рис. 15. Интерферометр Тваймана для исследования объектива: 1 – лазер; 2 – осветительная система; 3 – светофильтр; 4 – точечная диафрагма; 5 – коллиматорный объектив; 6 – светоделитель; 7 – исследуемый объектив; 8 – автоколлимационное сферическое зеркало; 9 – центр кривизны автоколлимационного сферического зеркала; 10 – образцовое плоское зеркало; 11 – объектив наблюдательной системы; 12 – наблюдательная диафрагма; 13 – приемник изображения (например, глаз); 14 – вид интерференционной картины

# Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

На теоретически возможной точности интерферометрического метода часто отрицательно сказывается его чувствительность. Она снижается, например, если среда между контролируемой и эталонной системами турбулентна или, если контролируемая система колеблется относительно эталонной.

Влияние турбулентности воздуха обычно устраняют, контролируя систему в камере с частичным вакуумом. Воздействие вибраций можно уменьшить до допустимого уровня применением противовибрационных устройств. Впрочем, такое решение становится экономически неоправданным при контроле систем большого диаметра или с большим фокусным расстоянием. В этих случаях полезно использовать скоростную регистрацию интерференционной картины (например, видеозапись) и последующую покадровую расшифровку.

Практика показала, что такой прием позволяет устранить вредное влияние вибрации и существенно повысить точность интерферометрии.

## **Погрешности наведения**

*Основное свойство оптического прибора* – построение оптического изображения.

В процессе измерительных наводок при помощи измерительных зрительных труб, микроскопов, интерферометров (или других оптических измерительных приборов) для выполнения измерений используются оптические измерительные изображения.

Например, в геодезических измерениях изображение шкалы нивелирной рейки совмещается в фокальной плоскости объектива нивелира со штрихом окулярной сетки.



## Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

Мы видим, что происходит совмещение оптического измерительного изображения (которое наводится на изображение измерительной марки) с оптическим изображением объекта (на которое выполняется измерительная наводка). Итак, измерительное наведение (наводка) – процесс совмещения элементов двух оптических измерительных изображений – изображения значащего элемента объекта с отсчетной точкой (или линией) в изображении измерительной марки. Физически такое совмещение осуществляется на чувствительной площадке приемника изображения (при визуальных измерительных наводках – на сетчатке глаза).

В качестве отсчетной марки обычно выступает перекрестие, штрих или биссектор сетки окуляр-микрометра.

*Поперечная наводка* – совмещение двух оптических измерительных изображений при их взаимном перемещении поперек оптической оси.

*Продольная наводка* – совмещение двух оптических измерительных изображений вдоль оптической оси.

Измерения всегда дают лишь приближенные значения измеряемой величины. Степень приближения результата измерения к истинному значению, т.е. точность измерения, характеризуется найденными значениями погрешности измерения при заданной вероятности.

# Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

## Разрешающая способность и чувствительность поперечных и продольных наводок отсчетных труб и микроскопов

В приборах, использующих оптико-измерительное изображение первого рода, одним из основных узлов обычно является зрительная труба или микроскоп. В процессе измерения перекрестие прибора совмещается с изображением объекта (или тест-объекта) в поперечном направлении путем поперечных смещений или поворотов (поперечные измерительные наводки).

В другом случае требуется установить перекрестие прибора и изображение объекта в одной плоскости, т.е. сфокусировать оба изображения на одновременную резкость. Так выполняется продольная измерительная наводка. Присутствие при продольных наводках перекрестия (сетки) в фокальной плоскости окуляра в измерительных приборах необходимо также для фиксации плоскости аккомодации глаза, чтобы аккомодация не вносила неопределенности в отсчеты.

Итак, *оптическая измерительная наводка* – это процесс взаимного позиционирования, т.е. совмещения элементов двух изображений:

- а) того, на которое наводятся (изображение измеряемого объекта);
- б) того, которым наводятся (изображение измерительной марки).

*Оптическое измерительное изображение объекта* строится объективом оптического измерительного прибора (зрительной трубы или микроскопа).

## **Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.**

---

*Оптическое измерительное изображение марки* строится окуляром оптического измерительного прибора.

Например, при измерительной наводке визирным микроскопом на край изображения предмета мы имеем:

- а) изображение края;
- б) изображение перекрестия окулярной сетки, наблюдаемое в окуляр.

Физически оптическое измерительное изображение объекта совмещается в процессе измерительной наводки с элементами марки, что и отображается на чувствительной площадке приемника изображения (например, на сетчатке глаза измерителя) через оптические системы окуляра и приемника изображения.

Часто в оптических измерительных наводках участвует изображение шкалы. Напомним, что физическая величина выражается использованием шкалы соотношений, которая имеет ряд отметок (делений, количественно определяющих свойства или состояния измеряемых объектов), а также нулевую отметку.

Большинство оптических измерений сводятся к геометрическим измерениям, т.е. к определению длин и углов. В оптико-электрических измерениях многие отсчетные устройства построены на принципе определения длин и углов по приборным шкалам.

Структура оптического изображения определяет качество оптического измерения и его важнейшие метрологические характеристики – чувствительность и точность.

## **Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.**

---

Структура того оптического изображения, на которое выполняются оптические измерительные наводки (обычно это изображение измеряемого объекта), в значительной степени зависит от вида объекта, дифракционных явлений в процессе образования оптического изображения и aberrаций оптической системы.

С другой стороны, оптическое изображение марки отображается в условиях, которые способствуют высокому качеству этого изображения. К таким условиям можно отнести умеренное увеличение оптической системы окуляра и его небольшой полевой угол, откуда следуют и умеренные требования к оптической конструкции окуляра.

В связи с этим изображение марки для приемника (в том числе и для глаза) обычно является совершенно резким, т.е. характеризуется максимальным градиентом перепада освещенности на краю штриха. При этом пространственная протяженность пограничной зоны ниже порога разрешения приемника изображения, что и можно считать состоянием резкости.

Заметим, что с развитием современных технологий создаются возможности преобразования первичного, т.е. созданного прибором, оптического изображения в заданном направлении с применением приемников-анализаторов изображения, в том числе и компьютерных.

Оптические системы, применяемые в оптических измерительных приборах, имеют качество изображения, обусловленное, в основном, дифракцией. Таким образом, классическая теория чувствительности и точности оптических измерительных наводок основана на анализе дифракционного распределения световой энергии в зоне изображения

## **Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.**

---

тест-объекта оптической системой, aberrациями которой можно пренебречь и которую, в этом случае, считают идеальной оптической системой.

Чувствительность измерительного прибора, оснащенного идеальной (безабберационной) оптической системой, в принципе обусловлена (ограничивается) геометрическими параметрами дифракционного изображения объекта. Зная, от чего зависит размер такого изображения, можно сконструировать или правильно выбрать для выполнения измерений прибор, обладающий заданной точностью.

Распределение интенсивности оптического излучения, обусловленное влиянием дифракции, характеризуется плавными функциональными зависимостями. Поскольку названные функции являются элементарными при описании тонкой структуры изображения (на пределе разрешения элементов структуры), то становится ясно, что при таком рассмотрении каждое оптическое изображение, построенное прибором, является фундаментально нерезким.

В этом смысле *задача оптической измерительной наводки* – задача определения координат элементов нерезкого изображения, т.е. такого изображения, структура которого описывается плавными функциями распределения интенсивности.

В результате, чувствительность оптического измерительного прибора зависит от следующих факторов:

- свойств оптического излучения, распространяющегося в приборе;
- параметров прибора;

## **Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.**

---

– способа регистрации световых явлений (и оптических изображений), формируемых оптическим измерительным прибором.

Источники ограничения порога чувствительности реального оптического измерительного прибора будут, в основном, следующими:

- дифракция на зрачке;
- аберрации;
- ошибки изготовления оптической системы.

Итак, величины погрешностей оптических измерительных наводок (поперечных и продольных) зависят на практике от ряда факторов, участвующих в процессе оптического измерения, в числе которых:

- структура и характеристики оптических измерительных изображений – изображения объекта и изображения анализатора (сетки, шкалы);
- порог контрастной чувствительности приемника оптического измерительного изображения (в классических оптических измерениях это обычно глаз);
- способы измерительных наводок.

Для определения реальных значений чувствительности и погрешностей оптических измерительных наводок требуются исследования для каждого конкретного случая оптических измерений, включая исследования прибора, метода и условий проведения измерений. Однако современная теория оптических измерений дает математический аппарат, позволяющий определить (предсказать) предельно малые значения погрешностей – пороги

## **Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.**

---

чувствительности оптических измерительных наводок, теоретически достижимые для оптических измерительных приборов, оснащенных идеальными (безабберационными) оптическими системами. Поскольку aberrации оптических систем измерительных оптических приборов малы, то теория чувствительности оптических измерительных наводок строится на базе рассмотрения дифракционной структуры изображения, построенного такой идеальной (безабберационной) оптической системой.

# Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

## Светящаяся точка

Распределение интенсивности в изображении светящейся точки, найденное исходя из дифракции Фраунгофера на круглом зрачке, показывает, что энергия излучения испытывает дифракционное рассеяние по всему пространству изображений, в том числе и на всей фокальной плоскости. Однако большая часть энергии (около 80%) находится вблизи геометрического изображения точки (рис. 1).

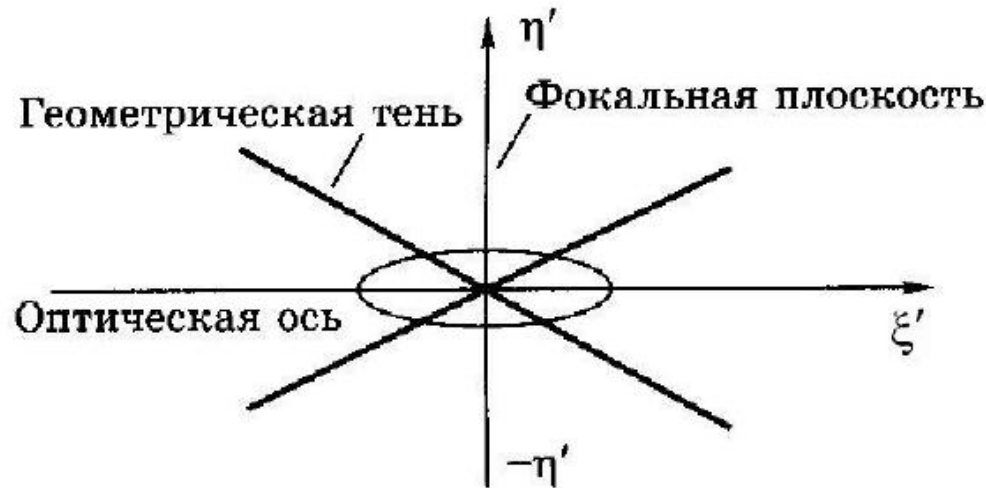


Рис. 1. Дифракционное распределение энергии в зоне пространства вблизи геометрического фокуса, где создается изображение точки



# Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

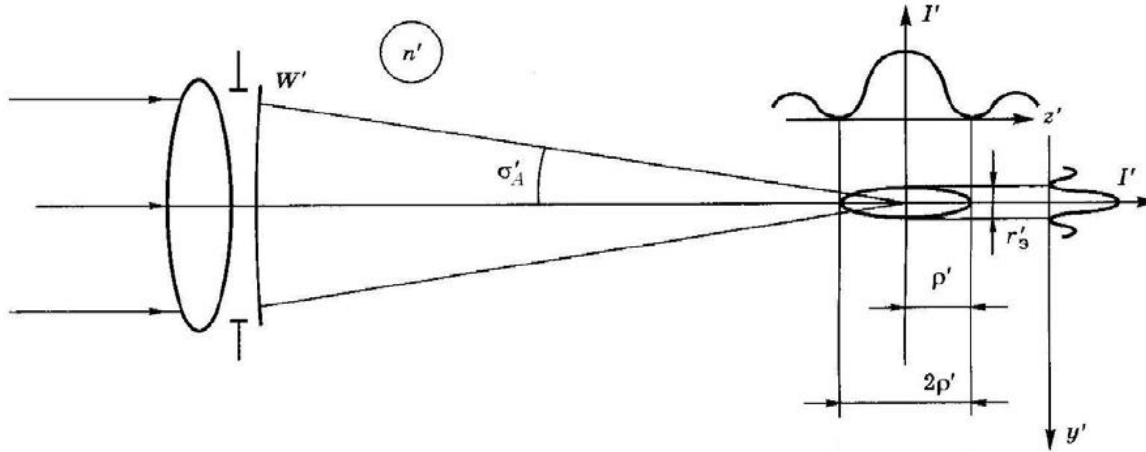


Рис. 2. Размеры дифракционного тела

Эту энергию мысленно можно заключить в объеме дифракционного тела (по форме подобного эллипсоиду вращения, рис. 2, 3), размеры  $r'_z$  и  $\rho'$  (рис.2) которого зависят от длины световой волны  $\lambda$  и апертуры оптической системы, определяемой как:

$$A' = n \sin \sigma'_A, \quad (1)$$

где  $\sigma'_A$  – задний апертурный угол объектива, строящего изображение.

# Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

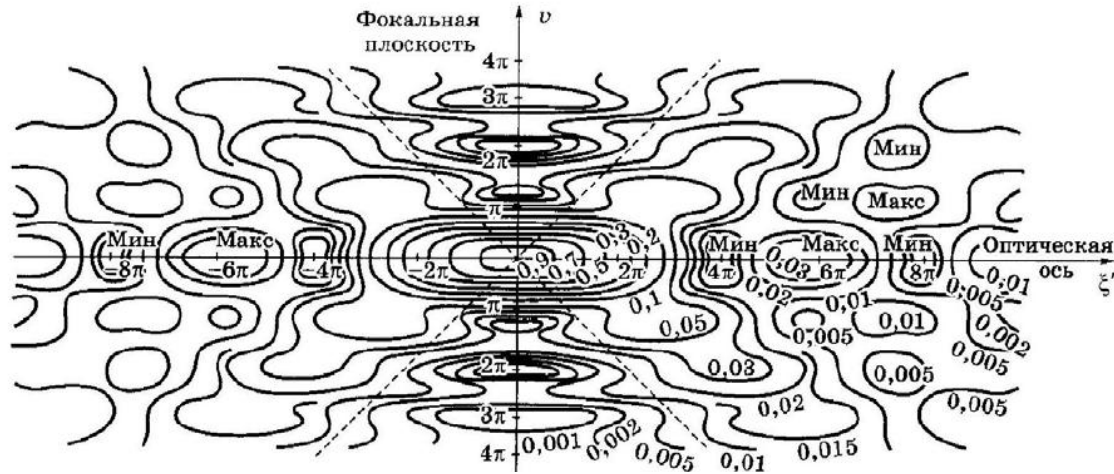


Рис. 3. Структура распределения интенсивности вблизи геометрического центра кривизны сходящейся сферической волновой поверхности

На рис. 3 структура распределения интенсивности вблизи геометрического центра кривизны сходящейся сферической волновой поверхности показана как система изофот. Границы геометрической тени сфокусированного пучка лучей показаны штриховыми линиями.

Построение на рис. 3 выполнено в системе нормированных (канонических) координат  $\eta'$  и  $\xi'$ . Эти координаты представляют собой переменные  $y'$  и  $z'$ , приведенные к безразмерной форме через соотношения:

## Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

$$\eta' = \frac{A'y'}{\lambda}, \quad (2)$$

$$\xi' = \frac{A'^2 z'}{\lambda n}, \quad (3)$$

где  $n'$  – показатель преломления среды в пространстве изображений;  $\lambda$  – длина волны излучения;  $z'$  – величина продольного отрезка в пространстве изображений.

В формулах (2) и (3)  $\sin A'$  заменен на  $A'$ , так как оптические системы измерительных приборов, как правило, имеют небольшую выходную апертуру, а для углов менее  $30^\circ$  градусов величина угла  $A'$  отличается от  $\sin A'$  не более чем на 5%.

Применение канонических координат упрощает расчеты, так как при переходе через оптические поверхности изображающих систем значения  $\eta'$  и  $\xi'$  не изменяются, т.е.  $\eta' = \eta$  и  $\xi' = \xi$ .

На рис. 3 показано, что интенсивность дифракционного изображения распределена симметрично относительно плоскости  $\xi' = 0$ , а также относительно оптической оси.

Кроме центрального максимума, дифракционное изображение точки содержит еще дифракционные минимумы и максимумы последующих порядков, однако интенсивность в них менее 2% от максимальной.

## Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

На рис. 2 приведено меридиональное сечение такого изображения. Так как качество изображения в идеальной системе определяется, в основном, концентрацией энергии в пределах центрального максимума дифракционного распределения, то будут рассматриваться только размеры центрального максимума.

Диаметром центрального максимума дифракционного кружка (кружка Эри) принято считать диаметр первого дифракционного минимума (первого темного кольца в зоне, где интенсивность равняется нулю) в изображении точки, построенном идеальной оптической системой. Распределение интенсивности в плоскости изображения, расположенной по нормали к оптической оси (при  $\xi' = 0$ , рис. 4) определяется ФРТ или нормированной ФРТ:

$$h(\eta') = \left[ \frac{2J_1(2\pi\eta')}{2\pi\eta'} \right]^2 = \text{Bes sin } c^2 [2\pi\eta'], \quad (4)$$

где  $J_1$  – функция Бесселя 1-го рода, 1-го порядка;  $\text{Bes sin } c^2 [2\pi\eta']$  – мнемоническое обозначение функции.

# Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

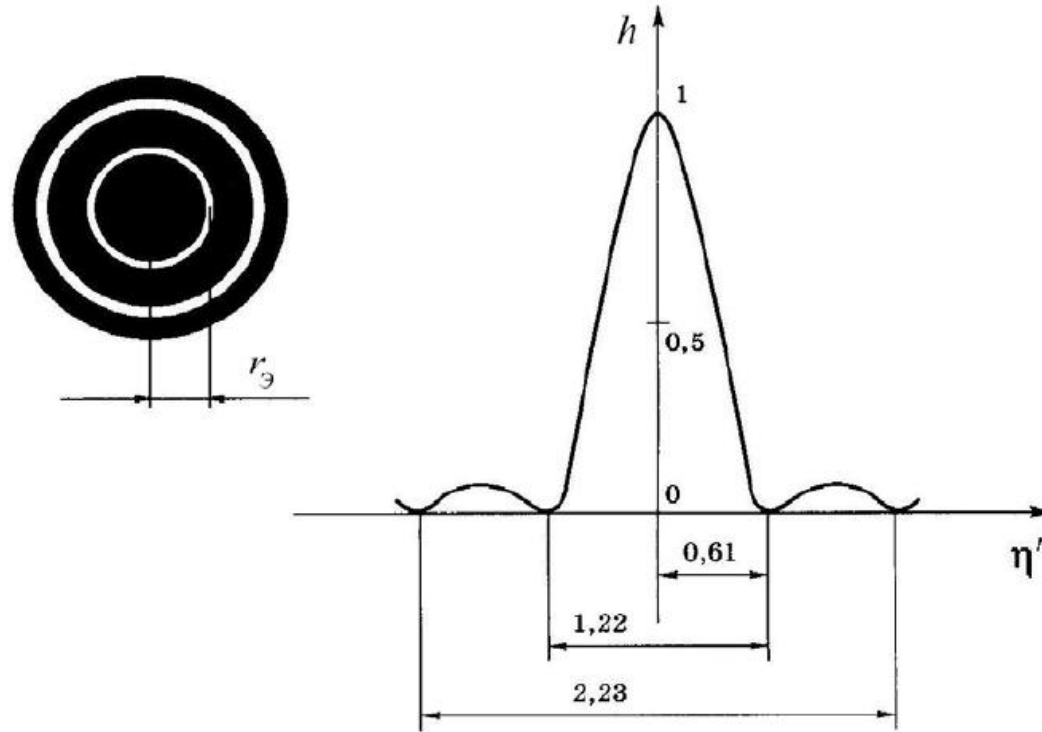


Рис. 4. Дифракционное изображение точки, его структура

Нормировка означает, что полные световые потоки геометрического изображения и реального (с учетом дифракции) равны:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\eta_x, \eta_y) d\eta_x d\eta_y = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\eta'_x, \eta'_y) d\eta'_x d\eta'_y = 1,$$

## Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

где  $\eta_x$  и  $\eta_y$  – приведенные координаты предмета на поверхности изображения.

Нормированная двумерная ФРТ позволяет описать только структуру изображения, абстрагируясь от масштабных и энергетических параметров.

Используя выражение (5), можно найти радиус  $r_{\text{Э}}$  диска Эри. Из (3) находим

$$y' = \frac{\eta' \lambda}{A'}.$$

Далее по таблицам Бесселевых функций определяют значение переменной  $\eta'$ , соответствующее первому дифракционному минимуму (первому темному кольцу); оно составляет  $\eta' = 0,61$ .

Тогда, полагая  $r_{\text{Э}}' = y'$ , получим

$$r_{\text{Э}}' = \left[ \frac{0,61\lambda}{A'} \right], \text{ мм.} \quad (5)$$

Угловой размер радиуса Эри составляет:

$$\Psi'_{\text{Э}} = \left[ \frac{1,22\lambda}{n'D'} \right], \text{ рад,} \quad (6)$$

## Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

где  $D'$  – диаметр выходного зрачка.

Для средней длины волны (при  $\lambda = 0,555\text{мкм}$ ) имеем:

$$r'_{\Theta} = \left[ \frac{0,34}{A'} \right], \text{ мкм},$$
$$\Psi'_{\Theta} = \left[ \frac{140}{n' D'_{\text{мм}}} \right]''.$$

Таким образом, угловой размер центрального максимума зависит от диаметра выходного зрачка  $D'$  изображающей оптической системы и показателя преломления  $n'$  среды в пространстве изображений.

Последние формулы (4)–(6) справедливы для случая, когда одна из сопряженных точек находится в бесконечности.

Таким образом, линейный размер дифракционного максимума зависит от угловой апертуры действующего пучка в пространстве изображений: чем больше апертура  $A'$  пучка лучей, тем меньше дифракционное изображение точки. Размер центрального максимума вдоль оси очень быстро растет с уменьшением  $A'$ , этот размер всегда гораздо больше, чем в поперечном направлении.

Дифракционное изображение, как и изображение любого другого предмета, передается оптической системой из одного пространства в другое по законам геометрической оптики.

## Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

Исходя из этого, для пространства предметов можно определить размер дифракционного изображения, если заменить в формулах  $A'$  на  $A$ :

$$r = \frac{0,61\lambda}{A}, \quad (7)$$

$$\rho = \frac{2\lambda}{A^2}. \quad (8)$$

Для средней длины волны:

$$r = \frac{0,34}{A}, \text{ мкм,}$$

$$\rho = \frac{1,11}{A^2}, \text{ мкм.}$$

Эти выражения используются при расчете оптических систем измерительных приборов.

Распределение интенсивности вдоль оптической оси характеризуется другой нормированной функцией (рис. 5). Она показывает изменение интенсивности в центре дифракционного изображения при расфокусировке и записывается в виде:



Основы теории чувствительности оптических измерений.  
Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

$$h(\xi') = \left[ \frac{\sin(\pi\xi'/2)}{\pi\xi'/2} \right]^2. \quad (9)$$

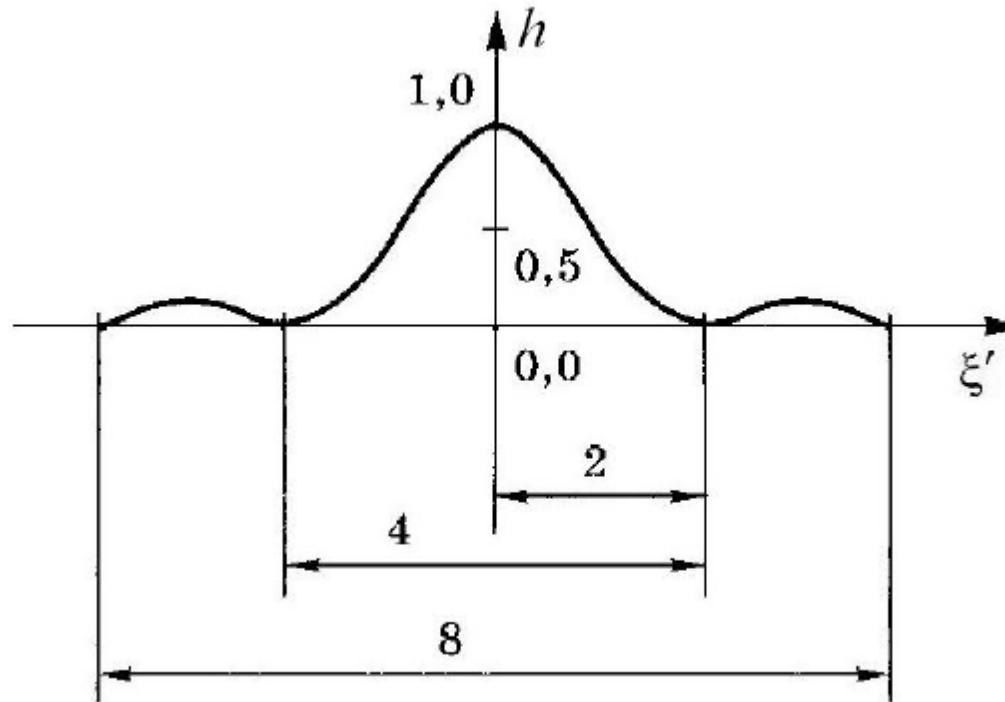


Рис. 5. Расфокусировочная кривая идеальной оптической системы

## Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

Функция  $h(\xi')$  – нормированная расфокусировочная кривая, показывающая интенсивность элементарной площадки изображения на оптической оси. Мнемоническое обозначение функции такого вида:

$$\sin c^2 \left[ \frac{\pi \xi'}{2} \right].$$

Первый минимум интенсивности функции (9) возникает при  $\xi' = 2$  на расстоянии  $\rho'$  от центра изображения. Тогда продольный размер центральной фигуры дифракционного изображения точки:

$$\rho' = \frac{2\lambda n'}{A'^2}. \quad (10)$$

При  $\lambda = 0,555$  мкм и  $n' = 1$  получаем:

$$\rho' = \frac{1,1}{A'^2}, \text{ мкм.}$$

Следует иметь в виду, что изменение интенсивности дифракционного изображения при смещении в поперечном направлении и расфокусировке, является одним из основных факторов, определяющих чувствительность и точность изображающих приборов.

## **Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.**

---

Размер центрального максимума вдоль оси быстро растет с уменьшением  $A'$ , этот размер обычно гораздо больше, чем в поперечном направлении.

Эти выражения используются при расчете оптических систем измерительных приборов.

Приведенные формулы относятся к идеальной оптической системе. В системах со значительными aberrациями распределение энергии сильно отличается от идеального случая, и размеры изображения точки будут соответственно больше.

# Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

## Структура изображения светящейся линии, ее поперечный размер

Бесконечно тонкую светящуюся линию можно представить в виде совокупности светящихся точек. На рис. 6 показаны отдельные светящиеся точки в изображении линии, расположенной вдоль оси  $y'$ . Там же показано суммарное распределение интенсивности.

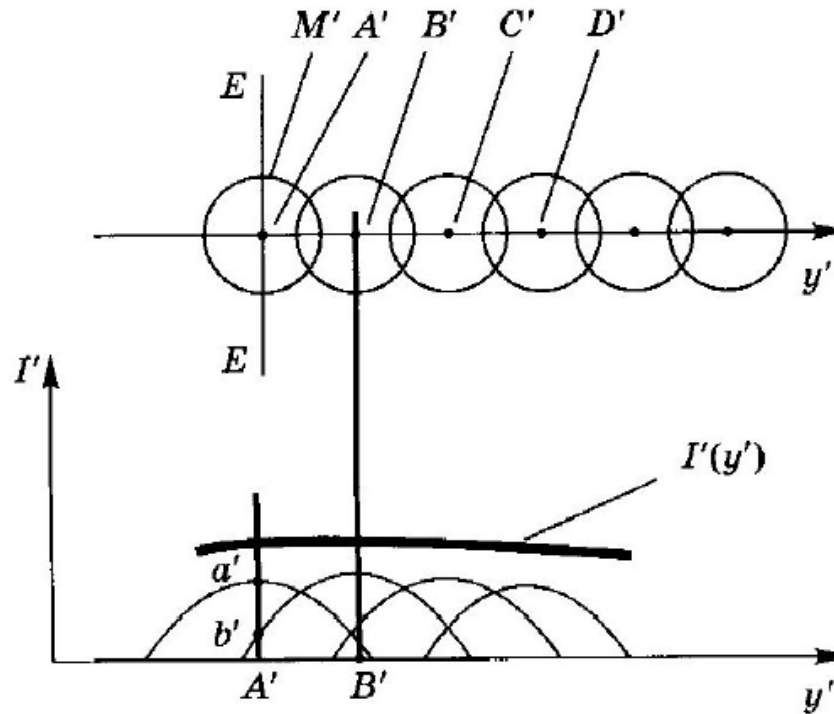


Рис. 6. Функцию распределения интенсивности в любом сечении, перпендикулярном линии, можно получить сложением ординат ФРТ

## Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

Так как световые колебания во всех точках линии некогерентны, то функцию распределения интенсивности в любом сечении, перпендикулярном линии, можно получить сложением ординат всех ФРТ, расположенных справа или слева от сечения. Вследствие этого интенсивность в точке  $A'$  сечения  $EE$  возрастет. Она будет равна сумме ординат  $A'a'$ ,  $A'b'$  и др.

Интенсивность в точке  $M'$  сечения, расположенной в первом минимуме ФРТ, тоже увеличится.

Распределение интенсивности в плоскости  $\xi' = 0$ , перпендикулярной оси, при изображении бесконечно тонкой светящейся линии, представлено на рис.7. Оно определяется нормированной ФРЛ.

**Основы теории чувствительности оптических измерений.  
Погрешности наведения. Разрешающая способность.**

---

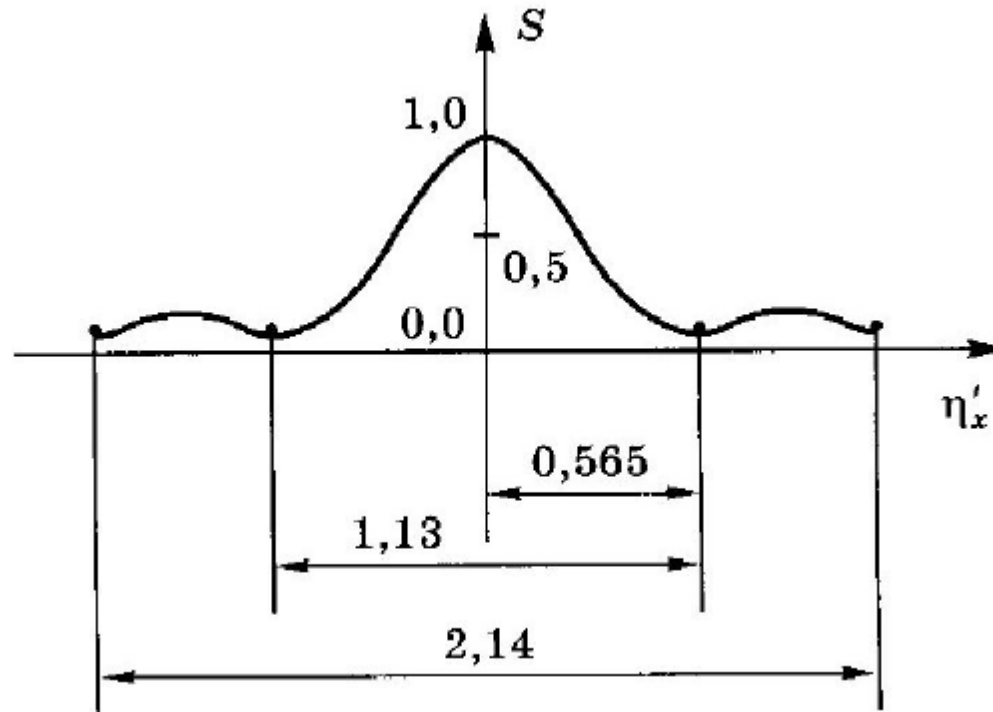


Рис. 7. Распределение интенсивности в изображении бесконечно тонкой светящейся линии

$$S(\eta'_x) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\eta'_x \eta'_y) d\eta'_y = H_1 \frac{4\pi\eta'_x}{(2\pi\eta'_x)^2}, \quad (11)$$

где  $H_1$  – функция Струве 1-го порядка.

## Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

ФРЛ описывает распределение интенсивности вдоль оптической оси. Условие нормировки ФРЛ:

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(\eta_x) d\eta_x = \int_{-\infty}^{\infty} h(\eta'_x \eta'_y) d\eta'_x = 1,$$

где  $\eta_x$  – приведенная координата предмета в плоскости изображения.

Из сравнения графиков ФРТ и ФРЛ видно, что ширина центрального максимума дифракционного изображения линии меньше диаметра дифракционного кружка изображения точки. Однако дифракционные минимумы ФРЛ не равны нулю и поэтому контраст изображения линии несколько понижен.

Ширина первого минимума ФРЛ составляет:

$$r'_\Pi = \left[ \frac{0,565\lambda}{A'} \right], \text{ мм}, \quad \psi'_\Pi = \left[ \frac{1,13\lambda}{n'D'} \right], \text{ рад.}$$

При  $\lambda = 0,555 \text{ мкм}$ , имеем

$$r'_\Pi = \left[ \frac{0,32}{A'} \right], \text{ мкм}, \quad \psi'_\Pi = \left[ \frac{138}{n'D'_{\text{мм}}} \right]''.$$

# Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

## Разрешающая способность

*Разрешающая способность* – свойство прибора изображать близкие предметы (точки или линии) раздельно. Разрешающая способность характеризуется наименьшим расстоянием между двумя предметами, которые наблюдаются через прибор как раздельные.

Согласно *критерию Рэля* – расстояние, при разрешении пары светящихся точек, равно радиусу дифракционного изображения точки, т.е. на пределе разрешения центральный максимум дифракционного изображения одной точки должен накладываться на первый минимум дифракционного изображения соседней точки. При этом суммарная дифракционная картина будет такой, что в середине получается перемычка, освещенность которой на 24% меньше освещенности в максимуме.

Такая перемычка будет еще заметна для наблюдателя, но при дальнейшем сближении точек их изображения сольются. Следовательно, пороговое разрешение по Рэлею для пары светящихся точек (точечных объектов в пространстве предметов для средней длины волны) составит:

$$\varepsilon = r = \frac{0,32\lambda}{A}, \text{ МКМ} \quad (1)$$

или в угловой мере



# Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

$$\varphi = \left( \frac{138}{D} \right)'' . \quad (2)$$

Формула (2) используется для определения предельного разрешения телескопических систем.

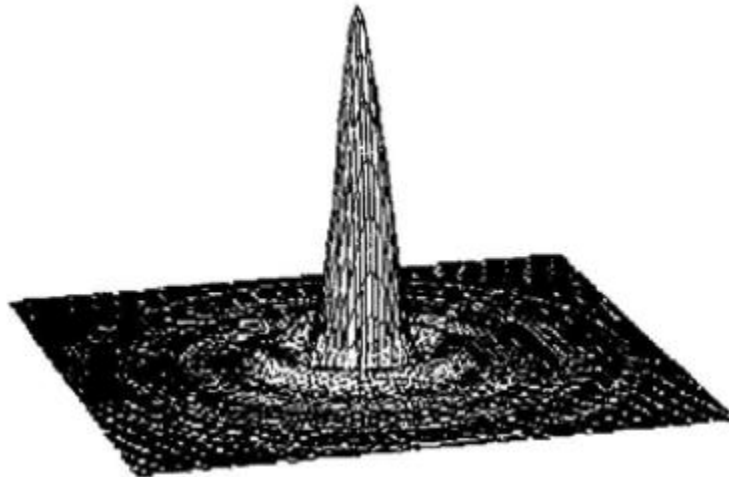


Рис. 1. Структура изображения светящейся точки

## Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

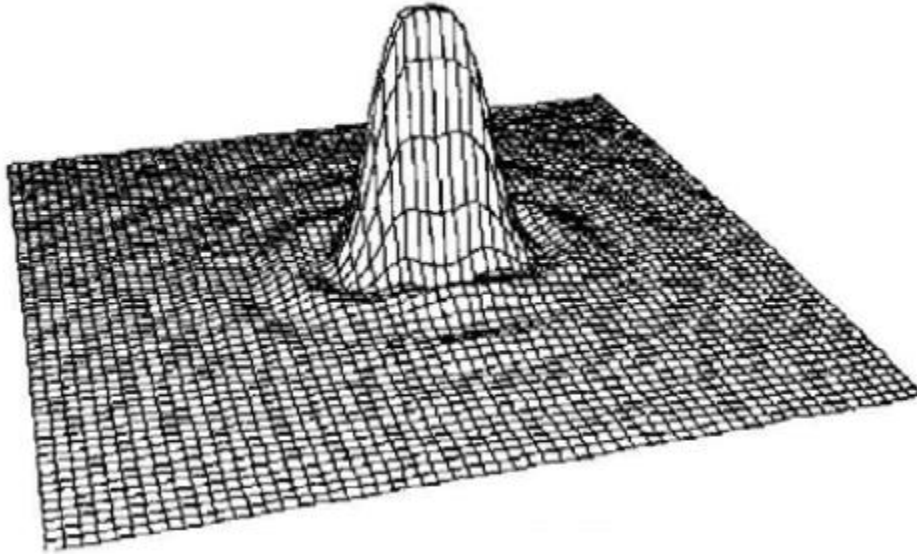


Рис. 2. Структура изображения пары светящихся точек, расположенных ближе порога разрешения

При оценке объективов, строящих изображение протяженных объектов, большую роль играют способы, основанные на наблюдении и измерении изображения решетки переменной частоты. В частности, до настоящего времени используется визуальная оценка по различимости штрихов в изображении штриховой миры, построенной системой.

# Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

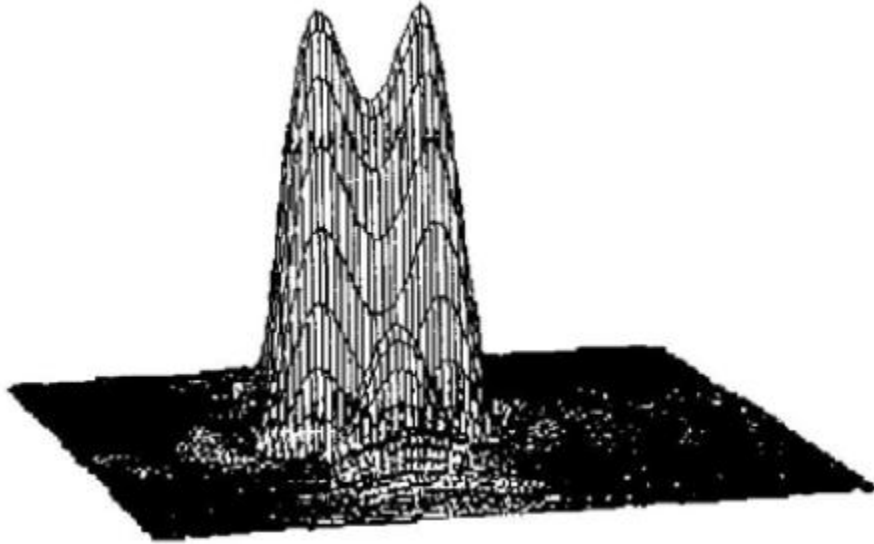


Рис. 3. Структура изображения пары светящихся точек, расположенных на расстоянии порога разрешения

# Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

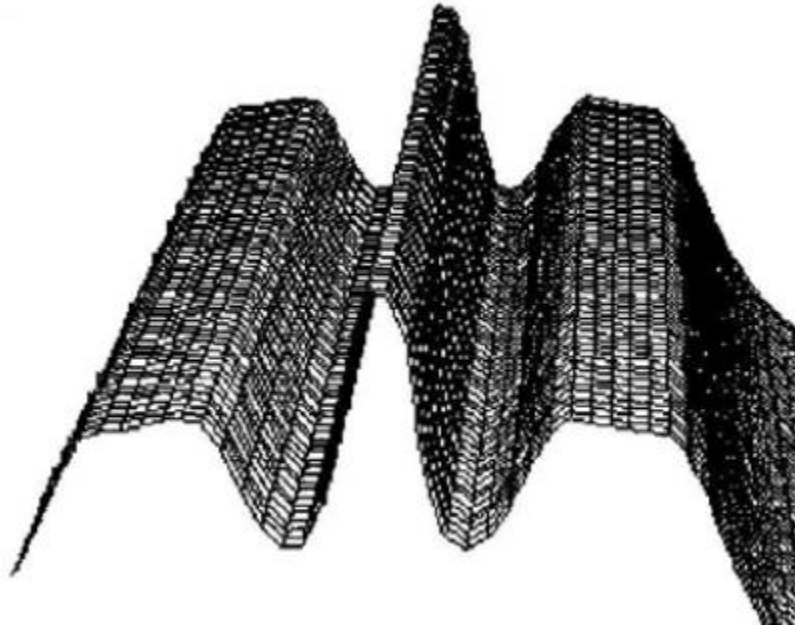


Рис. 4. Распределение освещенности в изображении темного штриха, совмещенного с биссектором (точная наводка)

В случае линейчатых объектов (темные штрихи) разрешающая способность безабберационных оптических приборов несколько выше. Каждая линия может рассматриваться как совокупность точек (рис. 4), причем дифракционные изображения точек будут накладываться друг на друга, как и в предыдущем случае, но на этот раз короткие серые перемычки сливаются в одну серую длинную линию, более заметную для глаза. В связи с этим оптические изображения двух близко расположенных параллельных линий не будут сливаться и при меньшем расстоянии (рис. 5, 6). Экспериментально установлено, что

## Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

для пары светящихся линий справедливы формулы линейного (3) и, соответственно, углового (4) разрешения:

$$\varepsilon_p = \frac{0,29}{A}, \text{ МКМ,} \quad (3)$$

$$\varphi = \left( \frac{120}{D_p} \right)'' \quad (4)$$

**Основы теории чувствительности оптических измерений.  
Погрешности наведения. Разрешающая способность.**

---

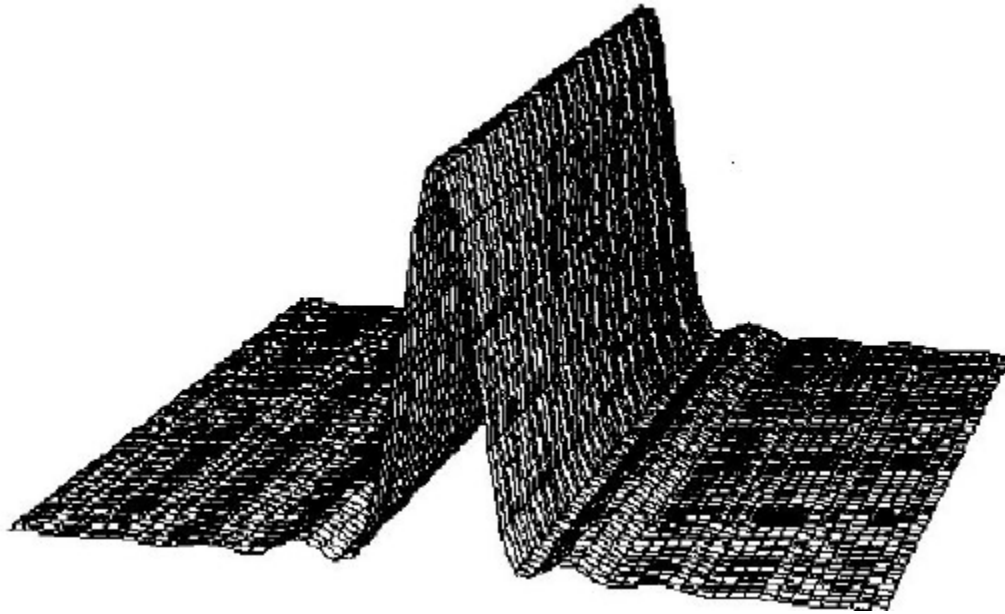


Рис. 5. ФРЛ идеальной оптической системы (квазиодномерная функция  $[\sin(x)/x]^2$ )

# Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

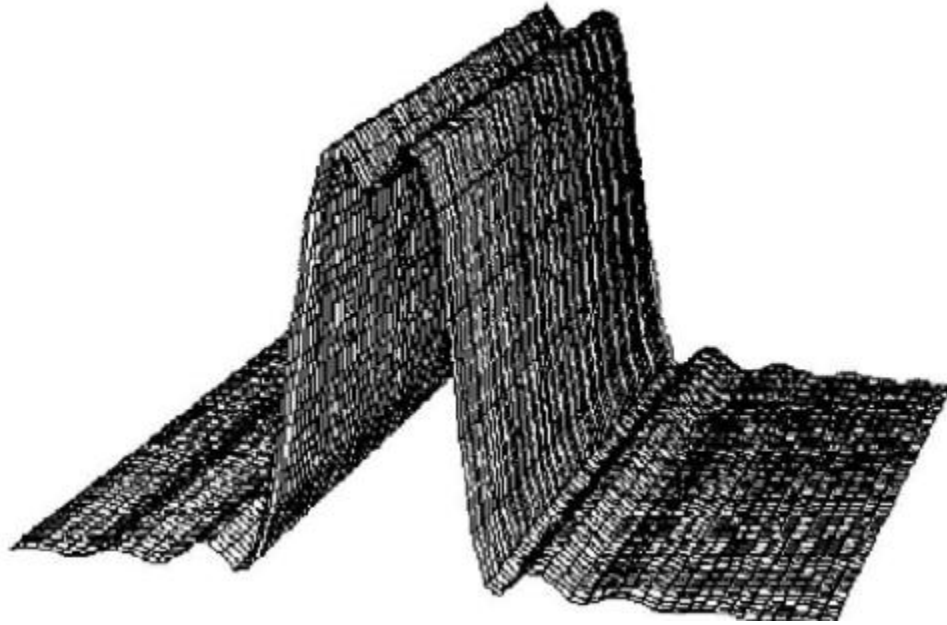


Рис. 6. Структура изображения двух близко расположенных линий, иллюстрирующая порог разрешения пары линий

# Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

## Практическая чувствительность поперечных наводок

Процесс измерительного отсчета геометрического параметра связан с операцией оптической измерительной наводки (или наведения).

*Измерительная наводка* состоит в совмещении на чувствительной площадке приемника двух изображений:

- изображения базы анализатора (роль которого могут играть перекрестие окулярной сетки или штрих окулярной шкалы);
- изображения требуемого элемента объекта. Чувствительность поперечных оптических измерительных наводок определяется не только размером дифракционного изображения в поперечном направлении, но и формой штрихов сетки прибора и объекта, которые должны совмещаться.

*Поперечная наводка* предусматривает выполнение следующих операций:

- смещение изображения анализатора (например, сетки) относительно изображения элемента объекта;
- фиксация положения совмещения этих двух изображений;
- выполнение измерительного отсчета, т.е. получение численного значения, связанного с координатами положения базы анализатора в момент совмещения.

*Момент совмещения* характеризуется слиянием на чувствительной площадке приемника изображения (например, на сетчатке глаза) двух изображений, анализатора и объекта, в



## Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

некоторое третье характеристическое изображение, по виду и параметрам которого определяется момент совмещения.

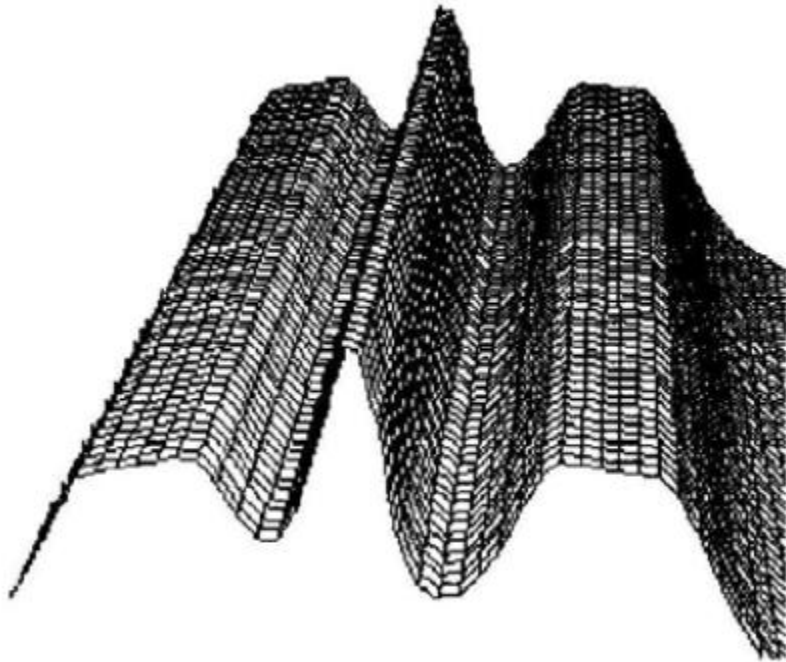


Рис. 7. Распределение освещенности в изображении темного штриха, совмещенного с биссектором (неточная наводка)

Например: совмещение штриха с биссектором характеризуется формированием суммарного изображения, структура которого показана на рис. 4 и рис. 7. Здесь момент точного совмещения характеризуется равенством интенсивности дифракционных минимумов.

## **Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.**

---

*Ошибка совмещения* (измерительной наводки) характеризуется неравенством этих интенсивностей. Это неравенство на практике зависит от порога контрастной чувствительности приемника изображения (например, глаза) для изображения данного типа. Поскольку этот порог неодинаков для характеристических изображений различных типов, то соответствующие им разные методы оптических измерительных наводок характеризуются различными порогами чувствительности (табл. 1).

# Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

Таблица 1. Практическая чувствительность поперечных наводок

Форма совмещаемых объектов	Точность совмещения, с
Наложение штрихов друг на друга; совмещение перекрестья с краем изображения предметов или границей между полями разной освещенности; отсчет по шкале с наложенным индексом	30–60
Нониальная чувствительность, совмещение соприкасающихся штрихов, щелей	10
Совмещение штриха и биссектора или штриха с изображением освещенной щели	6–8

## Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

Так как визуальные приборы работают совместно с глазом, то, прежде всего, рассмотрим чувствительность невооруженного глаза для различных случаев. Экспериментальные данные приведены в табл. 1. Сравним приведенные данные с угловым разрешением глаза, которое при диаметре зрачка, равном 2 мм, составляет:

$$\varphi_{\text{гл}} = \left( \frac{120}{2} \right)'' = 60'' . \quad (5)$$

Сравнение показывает, что чувствительность поперечных наводок глаза существенно лучше его предельного разрешения:

$$\tau_{\text{гл}} = (0,5 - 0,1)\varphi_{\text{гл}} . \quad (6)$$

Такое повышение чувствительности при поперечных совмещениях объясняется специфическим распределением энергии в суммарной картине. При близком расположении таких объектов, как соприкасающиеся штрихи (нониус), биссектор и штрих (рис. 5 и рис. 8), наблюдатель при поперечной наводке добивается не только определенного взаимного расположения этих объектов, но и одинакового распределения освещенности в промежутках между штрихами.

Пороговая чувствительность глаза к разности освещенности  $\Delta E_{\text{гп}}$  двух смежно расположенных полей очень высока:

## Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

$$\Delta E_{\varepsilon_{\Pi}} = (0,02 - 0,03). \quad (7)$$

То же соотношение остается при работе глаза с оптическим прибором, имеющим выходной зрачок  $D' \geq 2$  мм. Иначе говоря, чувствительность поперечных наводок прибора в угловой мере

$$\tau = (0,5 - 0,1) \phi, \quad (8)$$

где  $\phi$  – угловой предел разрешения прибора.

Или, в линейной мере для плоскости объекта

$$T = (0,5 - 0,1)\varepsilon_p, \quad (9)$$

где  $\varepsilon_p$  – линейный предел разрешения прибора для плоскости предмета.

В среднем, если коэффициент принять равным  $1/6$ , получим

$$T = \frac{1}{6} \varepsilon_p = \frac{0,29}{6A}, \quad (10)$$

т.е.

$$T = \frac{0,05}{A}, \text{ мкм.} \quad (11)$$

## Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

Для зрительных труб

$$\tau = \left( \frac{120}{6D_p} \right)''$$

или

$$\tau = \left( \frac{20}{D_p} \right)'' \quad (12)$$

Эти формулы подтверждены опытом и дают хорошее совпадение с практическими данными при рациональном выборе размеров сетки и объекта.

Так, например, при использовании биссектора, максимальная чувствительность достигается, когда в симметричном положении расстояние между штрихами равно  $0,1r$ .

Формулы разрешающей способности и чувствительности поперечных наводок справедливы на практике, если изображения сеток и объектов имеют достаточный контраст и если увеличение прибора достаточно для того, чтобы и глаз разрешал все необходимые детали изображения. Для измерительных приборов рекомендуется иметь такие увеличения, при которых размер выходного зрачка не выходит за пределы

## Основы теории чувствительности оптических измерений. Погрешности наведения. Разрешающая способность.

---

$$2 \text{ мм} \geq D_p \geq \frac{1}{2} \text{ мм} .$$

Наличие остаточных aberrаций у оптической системы прибора снижает чувствительность наводок. Опыт показывает, что если наличие у зрительной трубы волновой сферической aberrации и вторичного спектра до  $1\lambda$  практически не снижает чувствительность поперечных наводок, то уже при aberrациях в  $2\lambda$  она уменьшается в 1,5 раза.