

Лабораторная работа

Сглаживание экспериментальных данных Аппроксимация

Наиболее распространенным методом аппроксимации экспериментальных данных является метод наименьших квадратов. Метод позволяет использовать аппроксимирующие функции произвольного вида. Простейшим вариантом метода наименьших квадратов является аппроксимация прямой линией. Этот вариант метода наименьших квадратов носит также название линейной регрессии.

Критерием близости в методе наименьших квадратов является требование минимальности суммы квадратов отклонений от аппроксимирующей функции до экспериментальных точек:

$$\Phi = \sum_{i=1}^N (f(x_i) - y_i)^2 \rightarrow \min$$

Аппроксимация линейной функцией

Задан ряд экспериментальных данных, состоящий из пар чисел (x_i, y_i) , $i=1, 2, \dots, N$, где x_i – независимая координата, y_i – результат измерения некоторой величины. **Требуется** по этим данным построить линейную аппроксимирующую функцию вида

$$f(x) = a \cdot x + b.$$

Неизвестными параметрами в этой задаче являются коэффициенты a и b аппроксимирующей функции.

Решение

Искомые параметры a и b находятся из условия

$$\Phi = \sum_{i=1}^N (f(x_i) - y_i)^2 = \sum_{i=1}^N (a \cdot x_i + b - y_i)^2 \rightarrow \min$$

В результате, параметры a и b определяются как

$$a = \frac{N \cdot \sum_{i=1}^N x_i \cdot y_i - \sum_{i=1}^N x_i \cdot \sum_{i=1}^N y_i}{N \cdot \sum_{i=1}^N (x_i)^2 - (\sum_{i=1}^N x_i)^2}$$

$$b = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - a \cdot x_i)$$

Задание.

Пусть задан ряд экспериментальных данных, состоящий из пар чисел (x_i, y_i) , $i=1, 2, \dots, N$.

1). Написать программу на VBA, определяющую параметры a и b .

2). Средствами *Excel* построить два графика – экспериментальную зависимость и аппроксимирующую. Т.е., построить 2 графика зависимостей $f_i(x)$ ($i=1, 2$): 1- $f_1(x)=y(x)$ (по исходным данным, например, для 1-го варианта $x=-5, -4, -3, \dots, 14$; $y=-14, -4, -10, \dots, 32$); 2- $f_2(x)=ax+b$, где для 1-го варианта $x=-5, -4, -3, \dots, 14$; коэффициенты a и b определяются по формулам, указанным выше.

Варианты заданий.

		n- номер варианта							
		1	2	3	4	5	6	7	8
N	x	y	y	y	y	y	y	y	y
1	-5	-14	-19	-10	-29	-18	-13	-26	-13
2	-4	-4	-9	0	-9	2	6	12	6
3	-3	-10	-15	-6	-21	-10	-7	-14	-7
4	-2	0	-5	4	-1	10	12	24	12
5	-1	-6	-11	-2	-13	-2	-1	-2	-1
6	0	4	-1	8	7	18	18	36	18
7	1	-2	-7	2	-5	6	5	10	5
8	2	8	3	12	15	26	24	48	24
9	3	2	-3	6	3	14	11	22	11
10	4	12	7	16	23	34	30	60	30
11	5	6	1	10	11	22	17	34	17
12	6	16	11	20	31	42	36	72	36
13	7	10	5	14	19	30	23	46	23
14	8	20	15	24	39	50	42	84	42
15	9	14	9	18	27	38	29	58	29
16	10	24	19	28	47	58	48	96	48
17	11	18	13	22	35	46	35	70	35
18	12	28	23	32	55	66	54	108	54
19	13	22	17	26	43	54	41	82	41
20	14	32	27	36	63	74	60	120	60

		n- номер варианта							
		9	10	11	12	13	14	15	16
N	x	y	y	y	y	y	y	y	y
1	-5	-36	-16	-52	-41	-15	-30	-15	-82
2	-4	4	24	28	39	27	54	27	78
3	-3	-20	0	-20	-9	5	10	5	-18
4	-2	20	40	60	71	47	94	47	142
5	-1	-4	16	12	23	25	50	25	46
6	0	36	56	92	103	67	134	67	206
7	1	12	32	44	55	45	90	45	110
8	2	52	72	124	135	87	174	87	270
9	3	28	48	76	87	65	130	65	174
10	4	68	88	156	167	107	214	107	334
11	5	44	64	108	119	85	170	85	238
12	6	84	104	188	199	127	254	127	398
13	7	60	80	140	151	105	210	105	302
14	8	100	120	220	231	147	294	147	462
15	9	76	96	172	183	125	250	125	366
16	10	116	136	252	263	167	334	167	526
17	11	92	112	204	215	145	290	145	430
18	12	132	152	284	295	187	374	187	590
19	13	108	128	236	247	165	330	165	494
20	14	148	168	316	327	207	414	207	654