

Модуль главного момента

$$M_O = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}$$

Направляющие косинусы:

$$\cos(\vec{M}_O, \vec{i}) = M_x/M_O; \quad \cos(\vec{M}_O, \vec{j}) = M_y/M_O; \quad \cos(\vec{M}_O, \vec{k}) = M_z/M_O$$

В результате вычислений имеем:

$$M_x = -200 \text{ Н} \cdot \text{см}; \quad M_y = 384 \text{ Н} \cdot \text{см}; \\ M_z = -200 \text{ Н} \cdot \text{см}; \quad M_O = 477 \text{ Н} \cdot \text{см};$$

$$\cos(\vec{M}_O, \vec{i}) = -0,419; \quad \cos(\vec{M}_O, \vec{j}) = 0,805; \quad \cos(\vec{M}_O, \vec{k}) = -0,419$$

Таблица 13

Точки	Координаты, см		
	x	y	z
A ₁	0	5,1	25,5
A ₂	-5,4	0	32,0
A ₃	21,1	25,0	0

Главный момент \vec{M}_O показан на рис. 43.
3. Вычисление наименьшего главного момента заданной системы сил:

$$M^* = (XM_x + YM_y + ZM_z)/R^*$$

По этой формуле получаем

$$M^* = 221 \text{ Н} \cdot \text{см}$$

4. Так как $R^* \neq 0$, $M^* \neq 0$, то заданная система сил приводится к динаме (силовому винту).

Уравнение центральной оси таково:

$$[M_x - (yZ - zY)]/X = [M_y - (zX - xZ)]/Y = [M_z - (xY - yX)]/Z = M^*/R^*$$

Из этих трех уравнений независимыми являются только два. Подставляя в два из этих уравнений найденные числовые значения величин, находим:

$$[M_x - (yZ - zY)]/X = M^*/R^*; \quad 6,4y + 5z = 160;$$

$$[M_y - (zX - xZ)]/Y = M^*/R^*; \quad 5,3z + 6,4x = 135.$$

Значения координат точек пересечения центральной осью координатных плоскостей, определенные с помощью этих уравнений, помещены в табл. 13.

Центральная ось системы сил показана на рис. 43.

Примечание. Если силы приводятся к равнодействующей, т. е. $M^* = 0$, а $\vec{R} = \vec{R}^* \neq 0$, то уравнения линии действия равнодействующей:

$$M_x = yZ - zY; \quad M_y = zX - xZ; \quad M_z = xY - yX,$$

где X, Y, Z — проекции равнодействующей силы на координатные оси; M_x, M_y, M_z — главные моменты заданной системы сил относительно координатных осей.

Из этих трех уравнений независимыми также являются только два.

Задание С.7. Определение реакций опор твердого тела

Найти реакции опор конструкции. Схемы конструкций показаны на рис. 44—46. Необходимые для расчета данные приведены в табл. 14.

Таблица 14

Номер варианта	Силы, кН			Размеры, см					Номер варианта	Силы, кН			Размеры, см					
	(рис. 44—46)	Q	T	G	a	b	c	R		r	(рис. 44—46)	Q	T	G	a	b	c	R
1	2	-	20	20	30	10	15	5	16	4	-	2	50	30	-	-	-	-
2	4	-	2	20	10	30	10	10	17	2	-	1	15	10	20	20	5	-
3	20	-	18	400	400	450	-	-	18	6	-	2	60	40	60	-	-	-
4	3	-	2	30	20	40	15	10	19	-	8	2	20	30	40	20	15	-
5	5	-	3	30	40	20	20	15	20	4	-	-	60	40	20	-	-	-
6	1	4	2	40	30	20	20	10	21	2	-	-	40	60	30	-	-	-
7	-	3	1	30	10	5	18	6	22	-	-	5	20	50	30	-	-	-
8	4	6	3	20	40	15	20	10	23	-	-	4	40	30	50	-	-	-
9	5	-	3	20	15	10	30	40	24	5	-	2	-	-	-	-	-	-
10	1	4	2	30	40	20	20	10	25	-	-	3	50	50	60	-	-	-
11	-	2	1	20	30	15	15	10	26	-	-	1	20	60	40	-	-	-
12	4	-	1	25	20	8	15	10	27	10	-	-	50	30	50	-	-	-
13	10	-	5	40	30	20	25	15	28	35	-	32	400	200	200	-	-	-
14	-	2	1	30	90	20	30	10	29	-	4	3	15	20	15	15	10	-
15	3	-	2	60	20	40	20	5	30	5	-	-	40	40	10	-	-	-

Примечания. 1. Считать, что в вариантах 16, 18, 22—26 петли не препятствуют перемещению рамы вдоль AB.

2. В вариантах 20 и 21 соприкасающиеся поверхности считать абсолютно гладкими.

Пример выполнения задания. Дано: рама ABCD весом $G = 1$ кН, $P = 2$ кН, $\vec{P} \parallel Ay$, $AD = BC = 60$ см, $AB = CD = 100$ см, $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 60^\circ$ (рис. 47). Найти реакции опор A, B и C (A — шаровой шарнир, B — петля, C — стержневая опора).

Решение. К раме ABCD приложены сила тяжести \vec{G} , сила \vec{P} , реакция \vec{S} стержня CE и реакции опор A и B. Реакция шарового шарнира A определяется тремя составляющими: $\vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{Z}_A$, а реакция петли B — двумя: \vec{X}_B и \vec{Y}_B (рис. 48).

Из этих сил — шесть неизвестных. Для их определения можно составить шесть уравнений равновесия.

Уравнения моментов сил относительно координатных осей:

$$\sum M_{ix} = 0; \quad -P \cdot AD \cos 30^\circ - G \cdot AB/2 + S \cos 30^\circ AB + Z_B \cdot AB = 0, \quad (1)$$

$$\sum M_{iy} = 0; \quad G(BC/2) \sin 30^\circ - S \cdot BC \sin 60^\circ = 0, \quad (2)$$

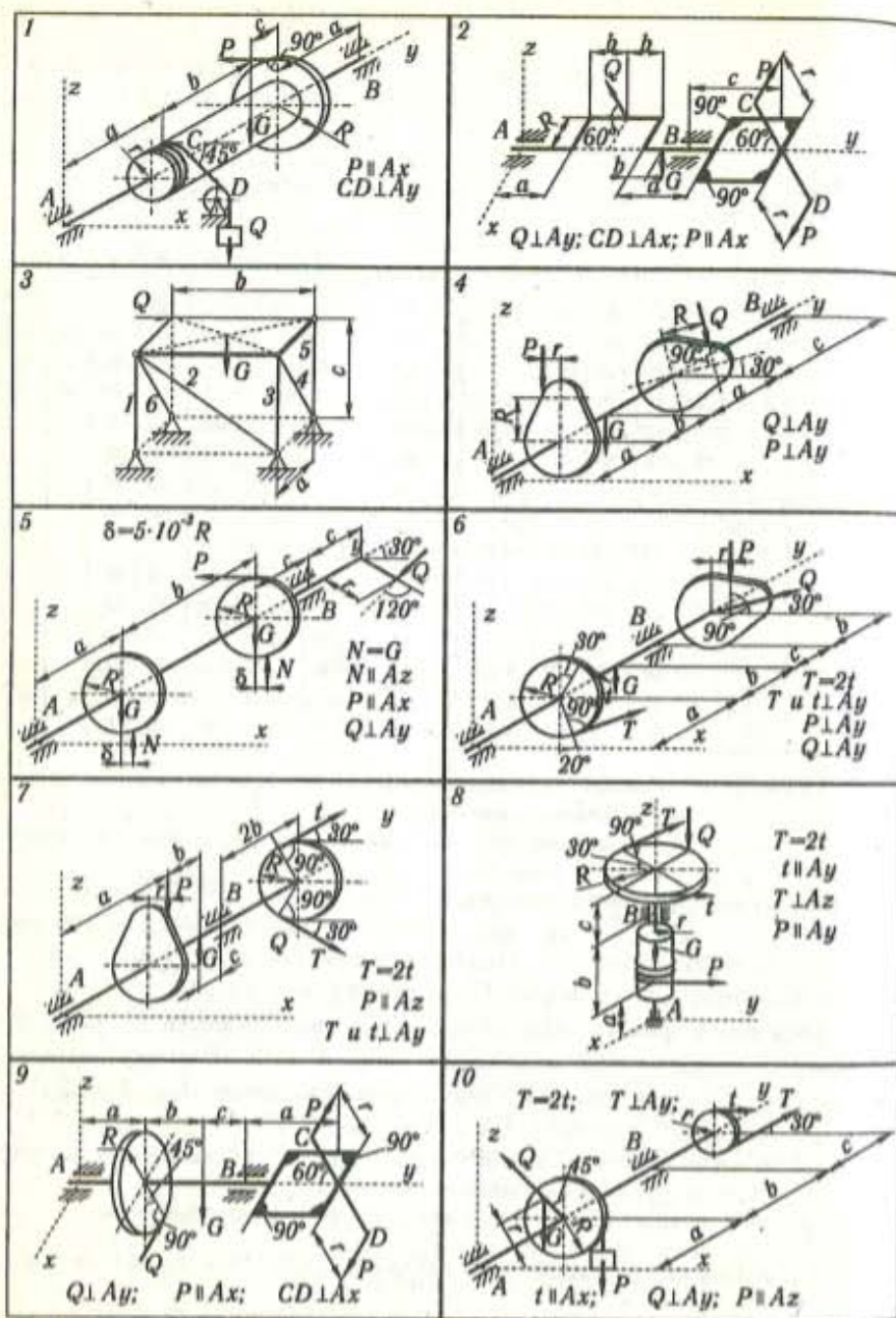


Рис. 44

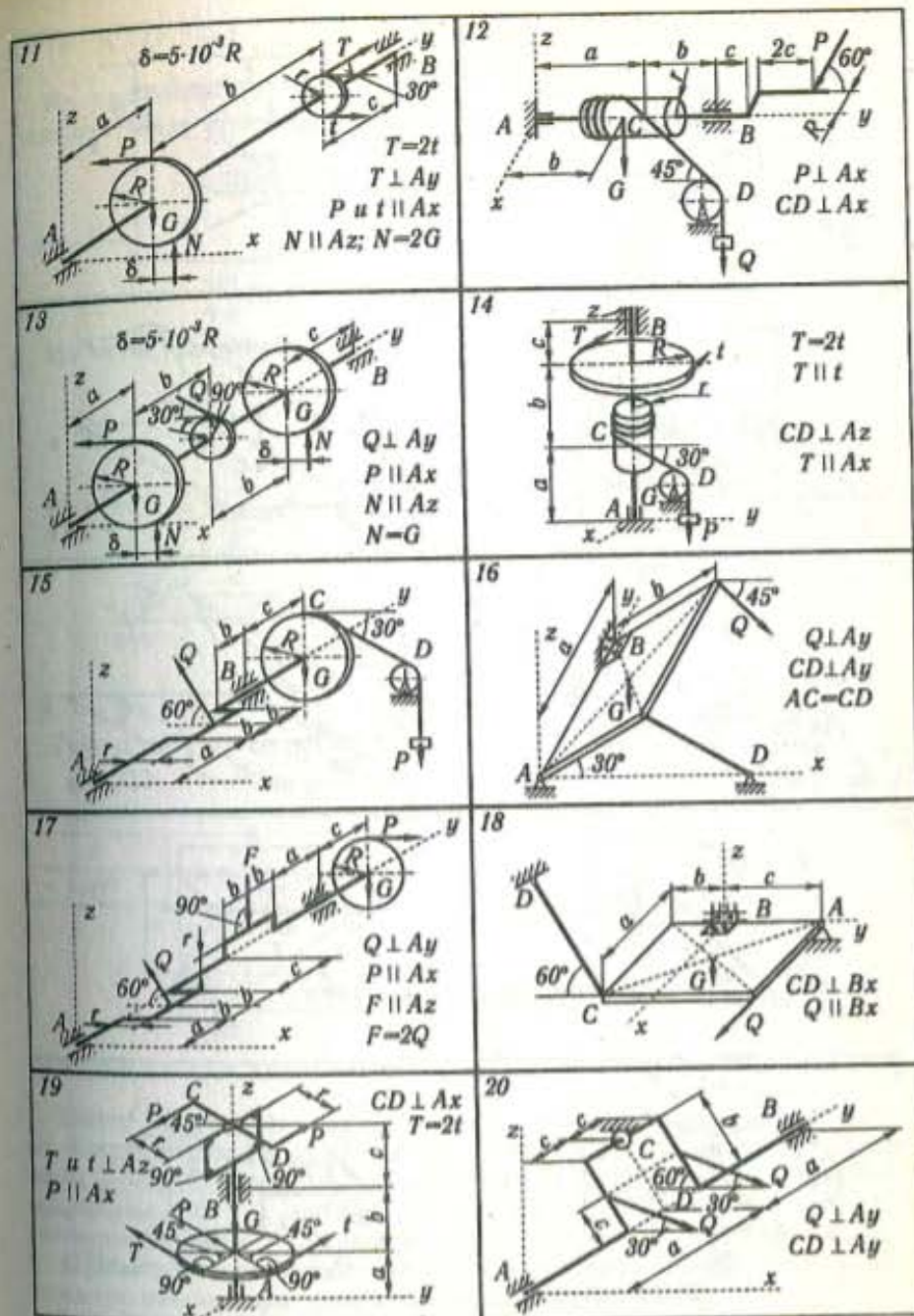


Рис. 45

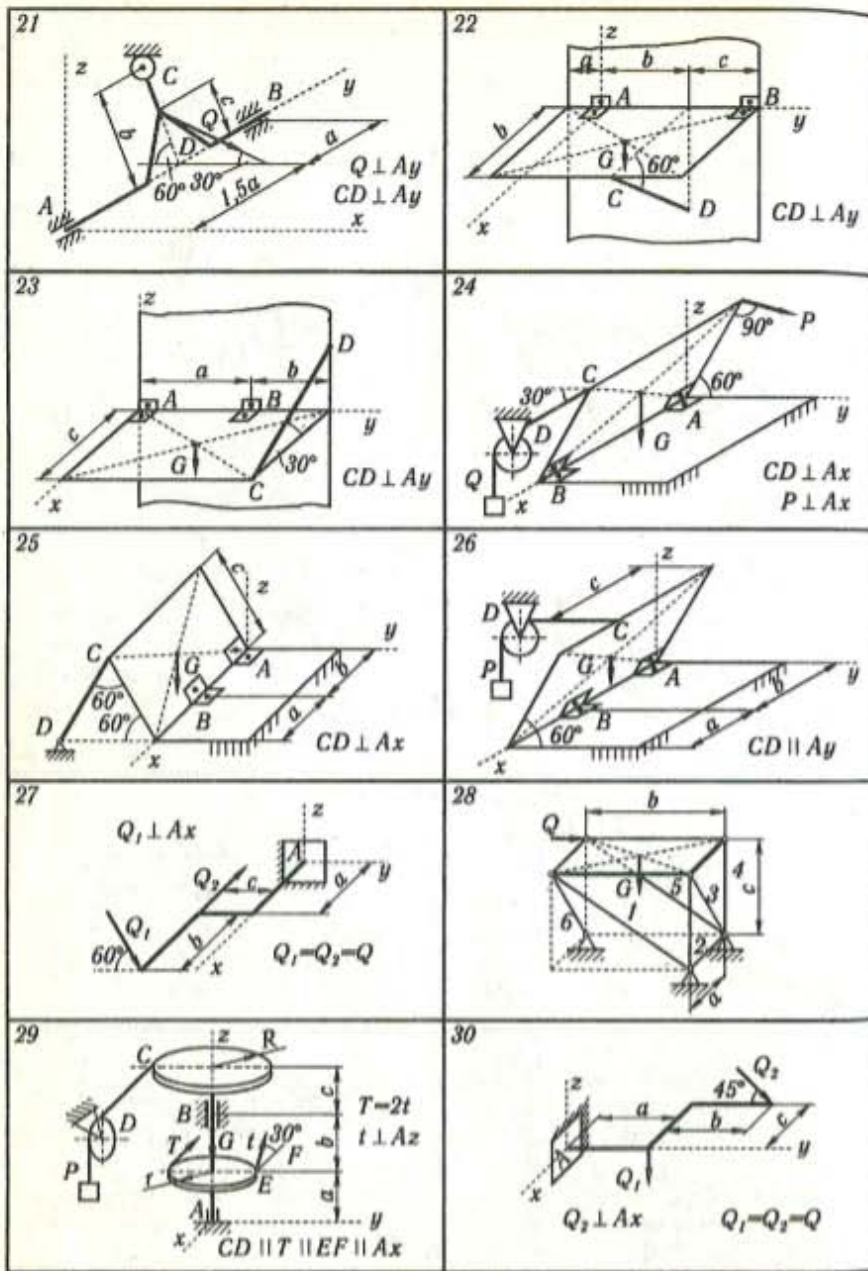


Рис. 46

$\sum M_{ix} = 0; P \cdot AD \sin 30^\circ + S \cos 60^\circ AB - X_B \cdot AB = 0. \quad (3)$
 Из уравнения (2) определяем S , затем из уравнений (1) и (3) находим Z_B и X_B . Уравнения проекций сил на оси координат:

$$\sum X_i = 0; X_A + X_B - S \cos 60^\circ = 0, \quad (4)$$

$$\sum Y_i = 0; Y_A + P = 0, \quad (5)$$

$$\sum Z_i = 0; Z_A - G + Z_B + S \cos 30^\circ = 0. \quad (6)$$

Из этих уравнений находим X_A, Y_A и Z_A .

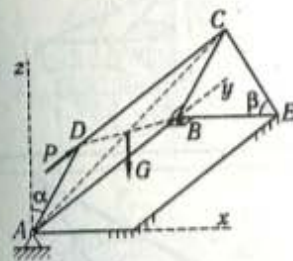


Рис. 47

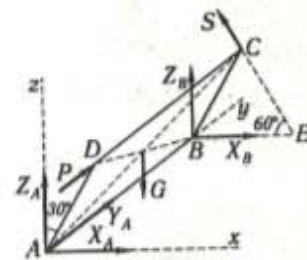


Рис. 48

Результаты вычислений приведены в табл. 15.

Таблица 15

Силы, кН					
S	X_A	Y_A	Z_A	X_B	Z_B
0,289	-0,600	-2,00	-0,54	0,744	1,29

ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ

Задание С.8. Определение положения центра тяжести тела

Найти координаты центра тяжести плоской фермы, составленной из тонких однородных стержней одинакового погонного веса (варианты 1—6), плоской фигуры (варианты 7—18 и 24—30) или объема (варианты 19—23), показанных на рис. 49—51. В вариантах 1—6 размеры указаны в метрах, а в вариантах 7—30 — в сантиметрах.

Пример выполнения задания. Определить координаты центра тяжести плоской фигуры, показанной на рис. 52.