

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

«УТВЕРЖДАЮ»

Директор ИНК

_____ Бориков В.Н.

« ____ » _____ 2016 г.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ
В ПАКЕТЕ ПРОГРАММ MATLAB

Методические указания
по выполнению лабораторной работы №2
по курсу «Методы и средства обработки измерительных сигналов»

Томск – 2016

ББК 32.811.1я73
УДК 621.372.037(075.8)
Я 45

Якимов Е.В. Моделирование линейных систем в пакете программ
MATLAB: методические указания по выполнению лабораторной работы
№2 – Томск: Издательство Томского политехнического университета,
2016. – 12 с.

Методические указания рассмотрены и рекомендованы к изданию
методическим семинаром кафедры Физических методов и приборов
контроля качества ТПУ
«12» 04 2016 г. протокол № 9

Зав. кафедрой ФМПК _____ Суржиков А.П.

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент кафедры
Физических методов и приборов контроля качества ТПУ
Е.М. Фёдоров

Томский политехнический университет, 2016

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

- 1.1. изучение функций MATLAB для моделирования линейных систем;
- 1.2. синтез передаточной функции фильтра в MATLAB;
- 1.3. исследование свойств фильтра.

2. КРАТКИЕ ПОЯСНЕНИЯ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

2.1. Аналоговые линейные системы

Связь между входным $X(t)$ и выходным $Y(t)$ сигналами некоторой аналоговой системы называется **функцией преобразования**

$$Y(t)=F[X(t)]. \quad (1)$$

Линейными называют системы, для которых выполняется принцип суперпозиции: реакция на линейную комбинацию сигналов равна линейной комбинации реакций на эти сигналы, поданные на вход по отдельности.

$$F[X_1(t)+X_2(t)]=F[X_1(t)]+F[X_2(t)]. \quad (2)$$

$$F[C \cdot X(t)]=C \cdot F[X(t)], \text{ где } C=\text{const}. \quad (3)$$

Реакция на **δ -импульс** называется **импульсной характеристикой системы – $h(t)$** . Физически реализуемые системы удовлетворяют двум условиям

$$h(t)=0 \text{ при } t<0 \text{ и } \int_0^{\infty} |h(t)| dt < \infty. \quad (4)$$

Реакция системы на единичное ступенчатое воздействие называется **переходной характеристикой $h_1(t)$** . Переходная характеристика связана с импульсной характеристикой зависимостью $h_1(t) = \int h(t) dt$.

Импульсная и переходная характеристика системы позволяют определить реакцию системы на произвольный входной сигнал (в соответствии с **интегралом Дюамеля**).

Для анализа системы применяются также **преобразование Лапласа и преобразование Фурье**

$$Y^*(s) = \int_0^{\infty} Y(t) \cdot e^{-s \cdot t} dt = \int_0^{\infty} e^{-s \cdot t} dt \cdot \int_0^t X(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau, \quad (5)$$

$$Y^*(s) = H(s) \cdot X^*(s), \quad (6)$$

$$H(s) = \int_0^{\infty} h(\tau) \cdot e^{-s \cdot \tau} d\tau, \quad X(s) = \int_0^{\infty} X(t) \cdot e^{-s \cdot t} dt. \quad (7)$$

где $Y^*(s), X^*(s)$ – изображения сигналов (**преобразования Лапласа сигналов**);
 $H(s)$ – **передаточная функция** системы.

$$Y^*(j \cdot \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} Y(t) \cdot e^{-j \cdot \omega \cdot t} dt, \quad X^*(j \cdot \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} X(t) \cdot e^{-j \cdot \omega \cdot t} dt, \quad (8)$$

$$H(j \cdot \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \cdot e^{-j \cdot \omega \cdot \tau} d\tau = H(\omega) \cdot e^{j \cdot \varphi(\omega)}, \quad (9)$$

$$Y^*(j \cdot \omega) = H(j \cdot \omega) \cdot X^*(j \cdot \omega). \quad (10)$$

где $Y^*(j \cdot \omega), X^*(j \cdot \omega)$ – изображения сигналов (**преобразования Фурье сигналов**);

$H(j\omega)$ – **частотная характеристика** системы (зависимость выходного сигнала при воздействии входного гармонического сигнала от частоты);

$H(\omega)$, $\varphi(\omega)$ – **амплитудно-частотная и фазо-частотная характеристики**.

Частотная характеристика системы может быть определена по передаточной функции путем подстановки $s = j \cdot \omega$.

Для линейной системы выполняется принцип суперпозиции

$$Y^*(s) = H(s) \cdot X_1^*(s) + H(s) \cdot X_2^*(s) = H(s) \cdot [X_1^*(s) + X_2^*(s)], \quad (11)$$

$$Y^*(s) = C \cdot H(s) \cdot X^*(s) = H(s) \cdot C \cdot X^*(s). \quad (12)$$

При последовательном / параллельном соединении линейных систем общая передаточная функция равна произведению / сумме передаточных функций этих систем

$$H^*(s) = H_1(s) \cdot H_2(s), \quad (13)$$

$$H^*(s) = H_1(s) + H_2(s). \quad (14)$$

В том случае, если при проектировании системы заданы требования в частотной области, прежде всего, производится расчет передаточной функции (частотной характеристики) системы. По передаточной функции далее можно определить импульсную (переходную) характеристику системы.

Например, во многих случаях полученная передаточная функция системы $H(s)$ может быть представлена в дробно-рациональной форме

$$H(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_0 + b_1 \cdot s + b_2 \cdot s^2 + \dots + b_m \cdot s^m}{a_0 + a_1 \cdot s + a_2 \cdot s^2 + \dots + a_n \cdot s^n}, \quad (15)$$

причем $m < n$ и коэффициенты a_i , b_i – действительные числа.

Вычислив корни знаменателя $A(s)$, т.е. **полюса системы** sp_i , можно представить передаточную функцию в виде

$$H(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_0 + b_1 \cdot s + b_2 \cdot s^2 + \dots + b_m \cdot s^m}{a_n \cdot (s - sp_0)^{k_0} \cdot (s - sp_1)^{k_1} \dots (s - sp_{n-1})^{k_{n-1}}}, \quad (16)$$

где k_i – кратность корней.

В случае, если все полюса простые ($k_i = 1$), импульсная характеристика системы определяется выражением

$$h(t) = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{B(sp_i)}{A'(sp_i)} \cdot e^{t \cdot sp_i}, \quad t > 0. \quad (17)$$

Переходная характеристика определяется в этом случае выражением

$$h_1(t) = \frac{B(0)}{A(0)} + \sum_{i=0}^{n-1} \frac{B(sp_i)}{sp_i \cdot A'(sp_i)} \cdot e^{t \cdot sp_i}, \quad t > 0. \quad (18)$$

2.2. Функции Simulink для моделирования аналоговых линейных систем

Работа в программе **MATLAB** осуществляется с помощью симулятора работы виртуального прибора **Simulink**. Пакет **Simulink** позволяет осуществлять исследование (моделирование) поведения динамических систем. Запуск пакета **Simulink** можно

произвести из командного окна **MATLAB**, нажав пентаграмму  в панели

инструментов и открыв новую модель (пиктограмма ).

При запуске **Simulink** открываются два окна: пустое окно **untitled** (окно для создания блок-диаграммы модели) и окно **Library Simulink** (библиотека) с перечнем основных разделов библиотеки.

В открывшееся окно **untitled** необходимо добавить блоки, моделирующие работу источников сигналов, измерительных приборов и аналоговых систем.

2.2.1. Для моделирования работы аналогового фильтра требуется составить следующую структурную схему (модель), рис. 1.

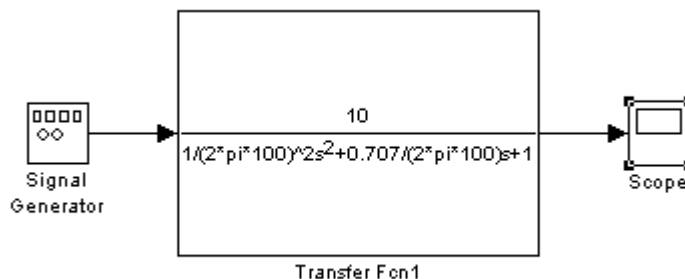


Рис. 1. Структурная схема аналогового фильтра.

Сигналы в модели передаются по линиям. Линия соединяет выходной порт одного блока с входным портом другого блока. Линия может также разветвляться и соединять выходной порт одного блока с выходными портами нескольких блоков. Любая линия связи может иметь произвольное число ответвлений, начало каждого из которых обозначается точкой.

Чтобы соединить выходной порт одного блока с входным портом другого, нужно выполнить следующие действия:

- установить указатель мыши на выходной порт первого блока (при этом курсор должен принять форму перекрестия);
- нажать левую кнопку мыши и, удерживая ее в этом положении, передвинуть указатель к входному порту второго блока;
- отпустить кнопку мыши.

Линии можно нарисовать как от входного порта к выходному, так и наоборот.

2.2.2. Моделирование работы аналогового фильтра низких частот может быть выполнено с помощью блока **Transfer Fcn (Simulink / Continuous / Transfer Fcn)**.

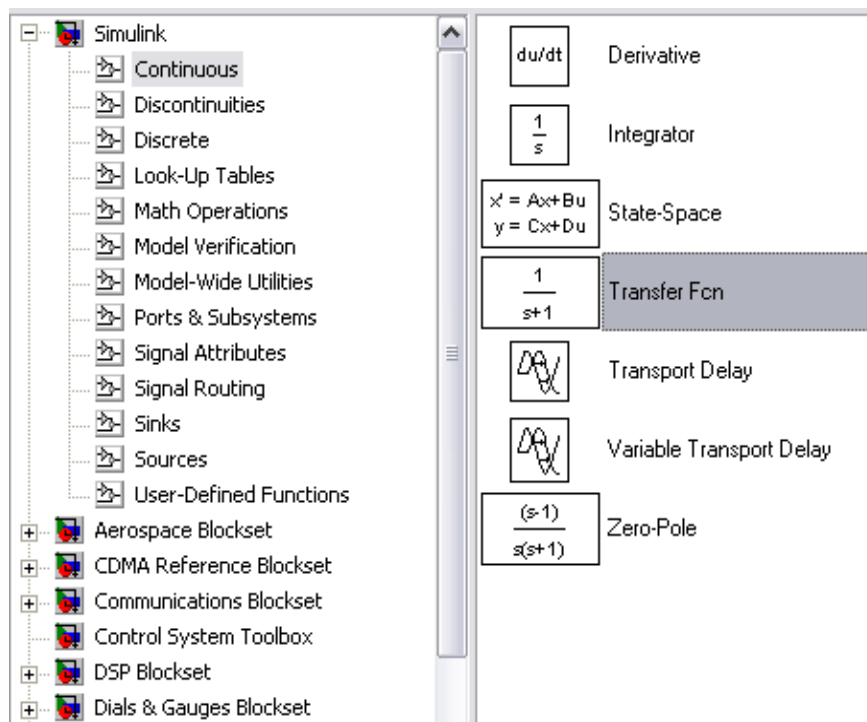
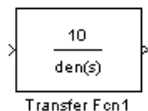


Рис. 2. Расположение блока **Transfer Fcn**

В блоке **Transfer Fcn** в качестве исходных данных берется описание передаточной функции **H(s)** системы в операторной форме. Передаточная функция **H(s)** задаётся в блоке параметров фильтра, который вызывается двойным щелчком на пиктограмму



фильтра

где **Numerator** – это значения коэффициентов числителя B, а **Denominator** – значения коэффициентов знаменателя A (коэффициенты вводятся через пробел, начиная с коэффициента с наибольшим индексом).

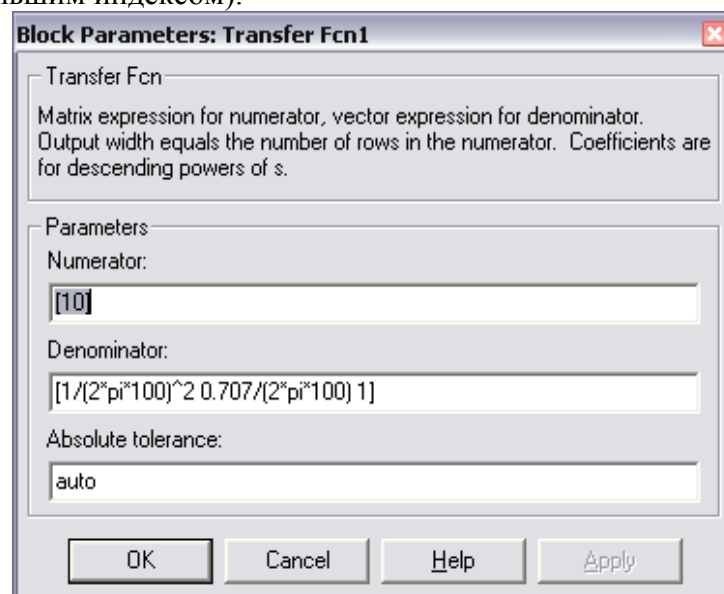


Рис. 3. Блок параметров фильтра **Transfer Fcn**

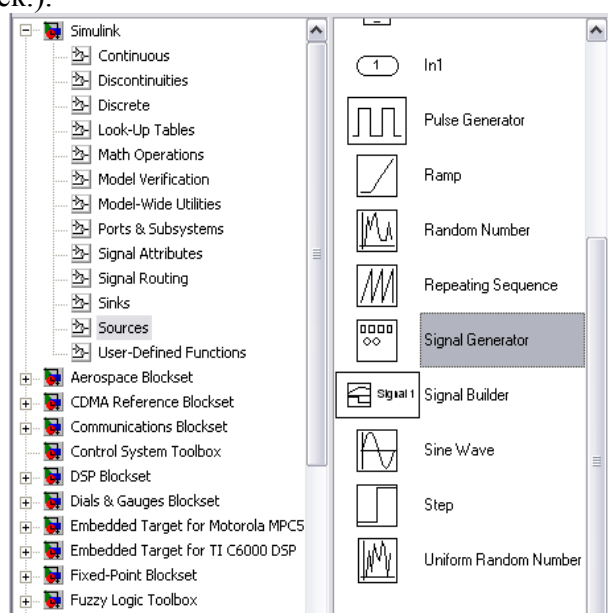
2.2.3. Для задания гармонического сигнала, используется блок **Signal Generator** (**Simulink/ Sources/Signal Generator**), рис. 4.а.

Параметры сигнала задаются в блоке параметров **Signal Generator** (рис. 4.б), который

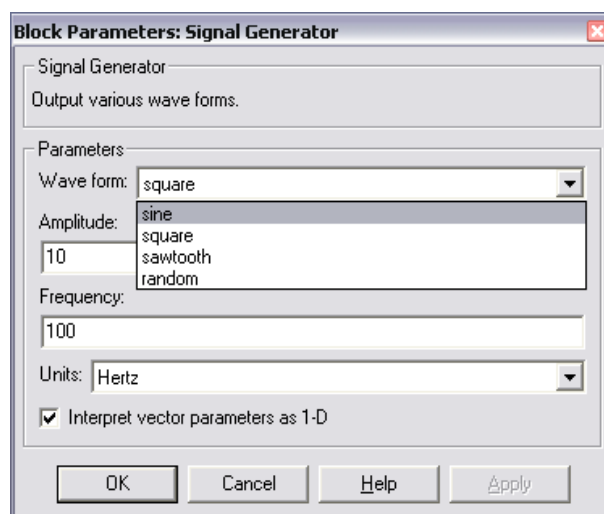


Signal Generator

вызывается двойным щелчком на пиктограмму **Signal Generator** (). В графе **Wave form** задается форма сигнала: **sine**— синусоидальный сигнал, **square** – прямоугольный сигнал, **saw tooth** – пилообразный сигнал, **random** – случайный сигнал (шум). В графах **Amplitude** и **Frequency** задается амплитуда и частота сигнала. В графе **Units** задается единица измерения, в которых задана частота (**Hertz** – Герцы или **rad/sec** – рад/сек.).



а)



б)

Рис. 4. Расположение блока **Signal Generator** (а) и окно настройки его параметров (б)

2.2.4. Для того, чтобы на вход системы подать постоянное ступенчатое воздействие, используется блок **Constant** (**Simulink/ Sources/ Constant**), рис. 5. Реакция системы на данный сигнал является **переходной характеристикой** системы.

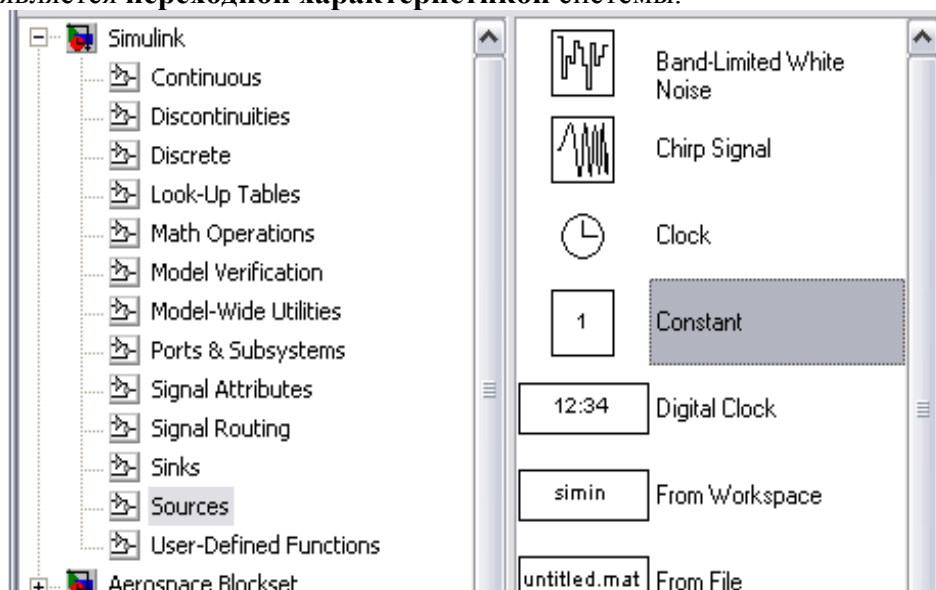


Рис. 5. Расположение блока **Constant**

2.2.5. Для визуального просмотра сигналов используют блоки, которые при моделировании играют роль смотровых окон; к ним также относится блок **Scope**(осциллограф) (**Simulink /Sinks/ Scope**), рис 6.

Блок **Scope** имеет один вход и позволяет в процессе моделирования наблюдать интересные пользователя процессы. Чтобы просмотреть сигнал, нужно дважды щелкнуть мышью на пиктограмму

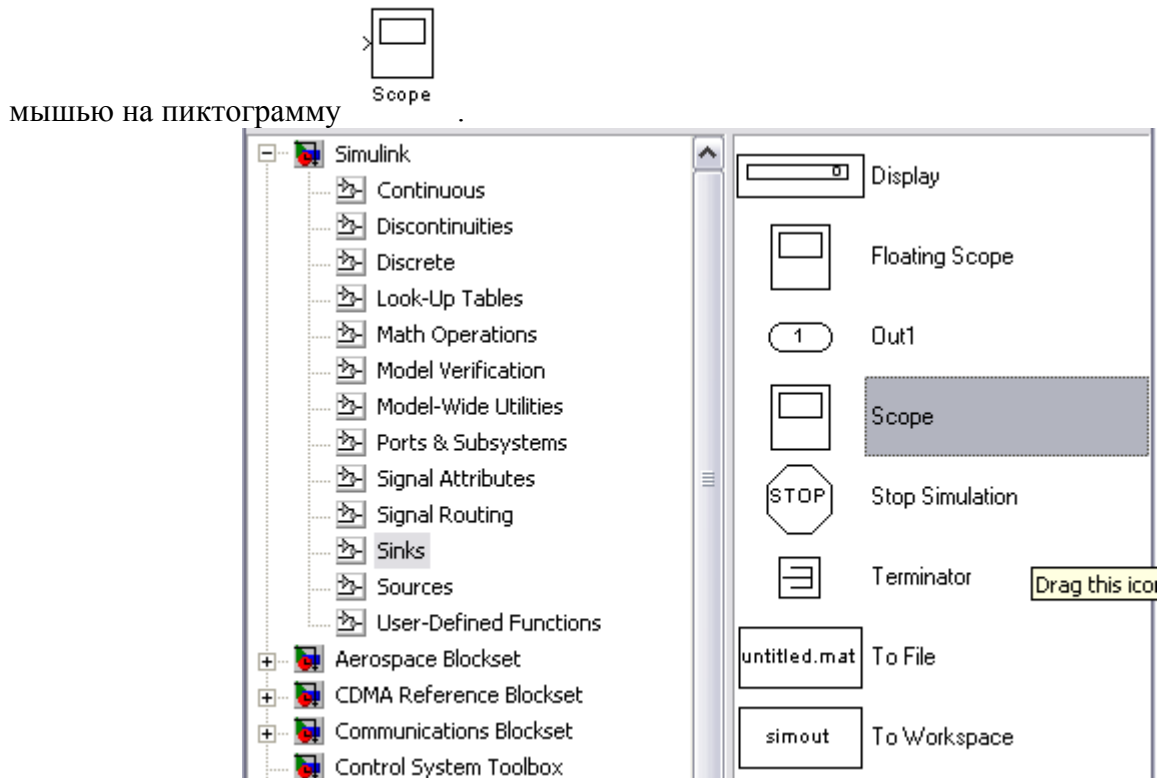


Рис. 6. Расположение блока **Scope**

Основным параметром осциллографа является количество входов (т.е. количество отображаемых сигналов, одновременно в окне может отображаться до 30 сигналов). В зависимости от количества сигналов осциллограф может иметь несколько экранов. Экран осциллографа с двумя входами выглядит так, как показано на рис. 7.а (пиктограмма



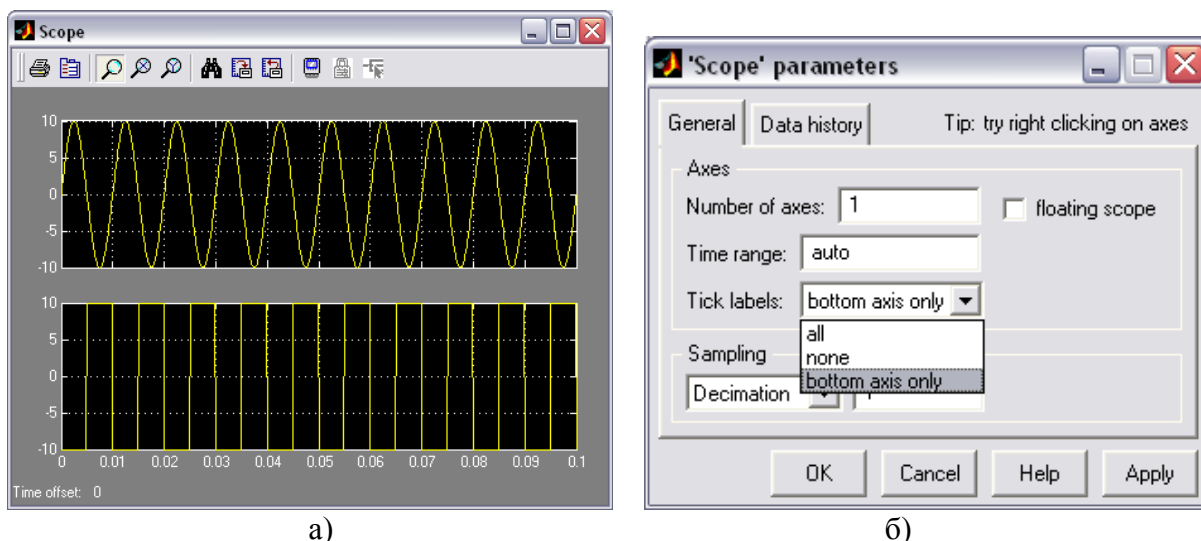










Рис. 7. Экран осциллографа **Scope** с двумя входами (а) и окно настройки параметров

Для управления параметрами графиков и выполнения над ними различных действий в окне имеется панель инструментов, содержащая несколько пиктограмм со следующими назначениями:

-  печать содержимого окна **Scope**;
-  вызов окна настройки параметров блока **Scope**;
-  изменение масштаба осей графиков;
-  изменение масштаба по горизонтальной оси;
-  изменение масштаба по вертикальной оси;
-  автоматическая установка оптимального масштаба осей (автошкала);
-  сохранение установленного масштаба осей.

Нажатие пиктограммы  приводит к появлению окна настройки параметров **Scope** (**Scope parameters**), рис. 7.б.

В графе **Number of axes** задается количество входов осциллографа, **Time range** – верхний предел времени, отображаемого на оси абсцисс, **Tick labels** – отображение осей координат (**all** – все оси, **none** – нет осей, **bottom axis only** – только горизонтальная ось). Рекомендуется использовать настройки, выставленные по умолчанию.

2.3. Режимы моделирования систем в программе Simulink (меню Simulation)

Не смотря на то, что меню **Simulation** (моделирование) содержит всего несколько команд (рис. 8), именно они играют основную роль при проведении исследований модели. Посредством этих команд разработчик получает возможность не только динамически управлять сеансом моделирования, но и изменять многие важнейшие параметры модели, такие, например, как способ изменения модельного времени, алгоритм расчета и формат представления результатов моделирования.

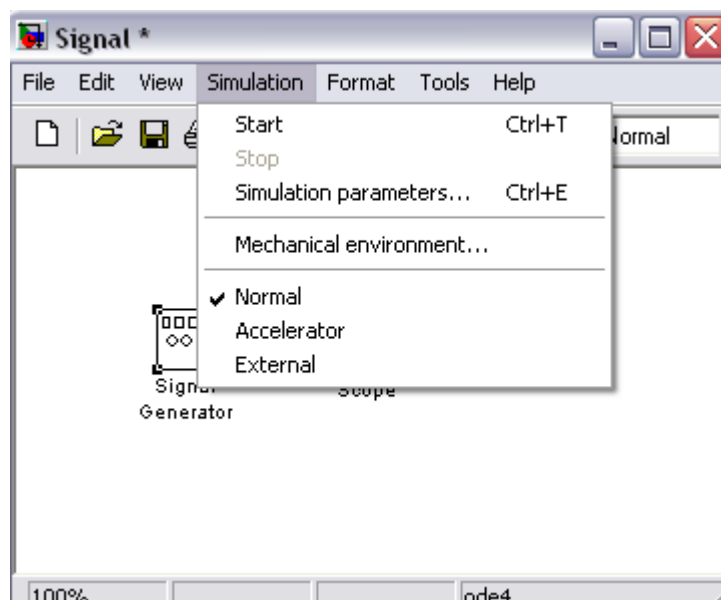


Рис. 8. Меню **Simulation**.

Рассмотрим подробнее средства управления моделью и параметрами сеанса моделирования, которые предоставляет исследователю окно **Simulation Parameters** (параметры моделирования), рис 9. Элементы управления на вкладке **Solver** собраны в три группы.

Simulation time (интервал моделирования) – выбор интервала моделирования посредством указания начального (**Start time**) и конечного (**Stop time**) значений модельного времени.

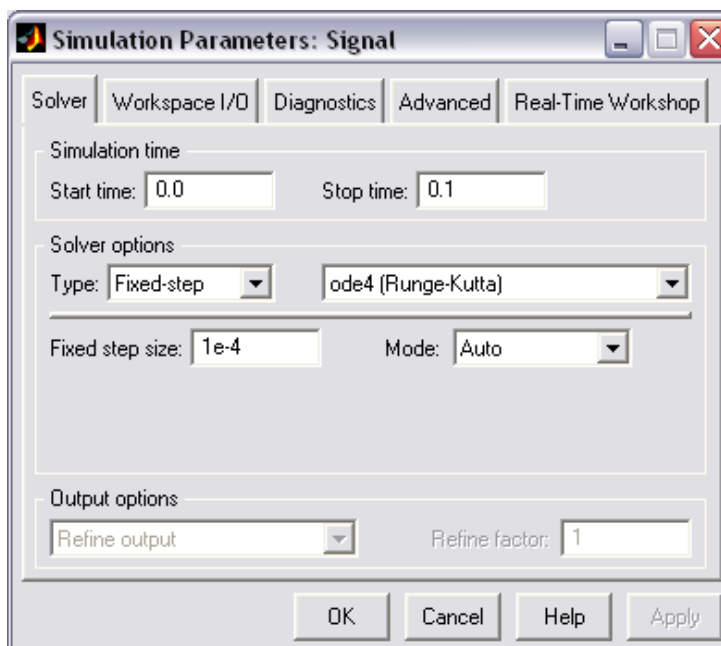


Рис. 9. Окно установки параметров моделирования.

Solver options (параметры расчета) – выбор метода реализации (расчета) модели.

Output options (параметры вывода) – параметры вывода выходных параметров моделируемой системы (при моделировании с переменным шагом).

Под выбором метода реализации модели имеется в виду следующее. Имея структуру исследуемой системы в виде блок-диаграммы, разработчик может выбрать метод

отображения хода моделирования. С помощью двух раскладывающихся списков **Type** (Тип) система может быть реализована в следующих формах:

- с дискретными состояниями и дискретным временем перехода из одного состояния в другое;
- с дискретными состояниями и непрерывным временем перехода;
- с непрерывными состояниями и дискретным временем переходов;
- с непрерывными состояниями и непрерывным временем переходов.

Первый список (слева) позволяет выбрать способ изменения модельного времени:

- **Variable-step** (переменный шаг) – моделирование с переменным шагом;
- **Fixed-step** (фиксированный шаг) – моделирование с фиксированным шагом.

Второй список (справа) позволяет выбрать метод расчета нового состояния системы.

Первый вариант (**discrete**) обеспечивает расчет дискретных состояний системы. Остальные пункты списка обеспечивают выбор метода расчета нового состояния для непрерывных систем. Эти методы различаются для переменного (**Variable-step**) и для фиксированного (**Fixed-step**) шага времени, но основаны на единой методике – решение обыкновенных дифференциальных уравнений(**ode**).

Ниже двух раскрывающихся списков **Type** находится поле, название которого изменяется в зависимости от выбранного способа изменения модельного времени (рекомендуется оставить параметры по умолчанию).

Параметры других вкладок также можно использовать по умолчанию.

3. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

При выполнении лабораторной работы используется программа MATLAB версии 6.0 и выше.

4. ПРОГРАММА ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

- 4.1. Изучить методы моделирования линейных систем в пакете программ MATLAB.
- 4.2. Синтезировать передаточную функцию аналоговой линейной системы.
- 4.3. Найти переходную характеристику фильтра и время установления.
- 4.4. Найти отклики фильтра на гармонические сигналы в полосе пропускания и полосе задерживания, оценить избирательные свойства фильтра.
- 4.5. Сравнить результаты расчетов с данными, полученными при моделировании аналогичной системы в пакете программ Mathcad (лабораторная работа №1).

5. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

- 5.1. Свойства δ -импульса и прямоугольного ступенчатого сигнала.
- 5.2. Что такое импульсная и переходная характеристика системы. Взаимосвязь импульсной и переходной характеристик.
- 5.3. Что такое передаточная функция и частотная системы.
- 5.4. Взаимосвязь импульсной характеристики и передаточной функции системы.
- 5.5. Как определяются время установления системы и частоты среза АЧХ.
- 5.6. Указать где и в каком порядке должны быть введены значения в блоке параметров фильтра **Transfer Fcn**, если передаточная функция

$$H(s) = \frac{1 \cdot s^2 + 2}{3 + 4 \cdot s + 5 \cdot s^2}.$$

- 5.7. Каким образом можно одновременно проанализировать три сигнала с разных источников.
- 5.8. Как задать интервал времени моделирования в программе **Simulink**.
- 5.9. Какие блоки программы **Simulink** используются для создания гармонических сигналов, ступенчатых воздействий, прямоугольных и треугольных импульсов.

6. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОГО ЗАДАНИЯ

6.1. Создать модель фильтра (п. 2.2.1) в программе **Simulink**.

Подготовить и ввести в программу исходные данные (п. 2.2.2) в соответствии с заданным вариантом (по номеру компьютера), необходимые для синтеза аналогового ФНЧ: аппроксимация – по Баттерворту; частота среза F_c ; коэффициент усиления K_0 ; порядок фильтра $N=2$.

Вариант	1	2	3	4	5	6
F_c	100 Гц	200 Гц	300 Гц	400 Гц	500 Гц	600 Гц
K_0	10	20	30	40	50	60

ФНЧ Баттерворта второго порядка определяется следующим образом:

$$H(s) = \frac{B_0}{A_0 + A_1 \cdot s + A_2 \cdot s^2}, \text{ где } B_0=K_0, A_0=1, A_1 = \frac{\sqrt{2}}{2 \cdot \pi \cdot F_c}, A_2 = \frac{1}{[2 \cdot \pi \cdot F_c]^2}.$$

6.2. Подать на вход ФНЧ единичное ступенчатое воздействие (п. 2.2.4). Вычислить переходную характеристику системы $h_1(t)$. Построить графики входного ступенчатого воздействия и переходной характеристики на экране осциллографа **Scope** (п. 2.2.5).

Определить время установления $t_{уст}$ выходного сигнала на уровне 95 % (или 105 % при наличии колебательного переходного процесса). Сравнить полученный график и значение $t_{уст}$ с данными, полученными при моделировании системы в программе **Mathcad**.

6.3. Выбрать в качестве входного гармонический сигнал $X(t)$ с частотой F_x равной частоте среза фильтра F_c и единичной амплитудой (п. 2.2.3). Построить графики входного $X(t)$ и выходного сигнала $Y(t)$ (п. 2.2.5).

Сравнить графики с данными, полученными при моделировании системы в программе **MathCAD**.

6.4. Повторить п.6.3 для гармонического сигнала с частотой $F_x=2 \cdot F_c$.

7. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Орнатский П.П. Теоретические основы информационно-измерительной техники. – Киев: Вища школа, 1983. – 455 с.
2. Гулятьев А.К. MatLab. Имитационное моделирование в среде Windows: учебное пособие. – СПб.: КОРОНА Принт, 1999. – 288 с.
3. Гулятьев А.К. Визуальное моделирование в среде MatLab. Учеб. курс. – СПб.: Питер, 2000. – 480 с.
4. Иванов В.А. и др. Математические основы теории автоматического регулирования. Учеб. пособие для вузов. / Под ред. Чемоданова Б.К. – М.: Высшая школа, 1971. – 808 с.