

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

«УТВЕРЖДАЮ»

Директор ИНК

_____ Бориков В.Н.

« ____ » _____ 2016 г.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЦИФРОВОГО КИХ-ФИЛЬТРА
В ПАКЕТАХ ПРОГРАММ MATHCAD и MATLAB

Методические указания
по выполнению лабораторной работы №6
по курсу «Методы и средства обработки измерительных сигналов»

Томск – 2016

ББК 32.811.1я73
УДК 621.372.037(075.8)
Я 45

Якимов Е.В. Проектирование цифрового КИХ-фильтра в пакетах программ Mathcad и MATLAB: методические указания по выполнению лабораторной работы №6 – Томск: Издательство Томского политехнического университета, 2016. – 8 с.

Методические указания рассмотрены и рекомендованы к изданию методическим семинаром кафедры Физических методов и приборов контроля качества ТПУ
«12» 04 2016 г. протокол № 9

Зав. кафедрой ФМПК _____ Суржиков А.П.

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент кафедры
Физических методов и приборов контроля качества ТПУ
Е.М. Фёдоров

Томский политехнический университет, 2016

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

- 1.1. изучить особенности синтеза КИХ-фильтров в пакетах программ Mathcad и MATLAB;
- 1.2. синтез КИХ-фильтра по алгоритму усреднения;
- 1.3. синтез КИХ-фильтра методом весовых (оконных) функций;
- 1.4. синтез КИХ-фильтра методом минимального среднего квадрата ошибки;
- 1.5. исследование характеристик синтезированных фильтров.

2. КРАТКИЕ ПОЯСНЕНИЯ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

2.1. Методы расчета КИХ-фильтров

Среди множества аналитических/итерационных методов расчета КИХ-фильтров следует выделить два основных метода:

- метод весовых функций;
- метод частотной выборки.

Кроме того, возможно применение числовых методов расчета, среди которых выделяются следующие критерии расчета:

- критерий минимального среднего квадрата ошибки (минимального СКО);
- критерий равноволнового приближения.

Большинство методов синтеза КИХ-фильтров реализовано в пакете программ **MATLAB**, и проектирование не требует знания математических выражений. Однако имеются случаи, когда можно быстро выполнить синтез простейших фильтров в пакете программ Mathcad.

2.2. Расчет усредняющего фильтра

Наиболее простым КИХ-фильтром можно считать усредняющий фильтр, который вычисляет среднееарифметическое значение N отсчетов:

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} \frac{1}{N} \cdot x(n-k) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k) \cdot x(n-k). \quad (1)$$

Коэффициенты фильтра являются отсчетами импульсной характеристики $h(k)$.

Передаточная функция фильтра равна

$$H(z) = \sum_{k=0}^{N-1} \frac{1}{N} \cdot z^{-k} = \sum_{k=0}^{N-1} h(k) \cdot z^{-k}. \quad (2)$$

Частотная характеристика вычисляется путем подстановки $z = e^{j\omega T_d}$

$$H(j\omega) = \sum_{k=0}^{N-1} \frac{1}{N} \cdot e^{-j\omega k T_d} = \sum_{k=0}^{N-1} h(k) \cdot e^{-j\omega k T_d}. \quad (3)$$

Данный фильтр представляет собой цифровой ФНЧ, параметры которого зависят только от частоты дискретизации $F_d = \frac{1}{T_d}$ и порядка фильтра N .

Изменяя указанные параметры, можно подобрать частоту среза ФНЧ. Другие параметры фильтра при этом обеспечить на заданном уровне сложнее.

В качестве примера далее показан расчет цифрового **фильтра низких частот (ФНЧ) усредняющего типа с частотой среза $F_c=100$ Гц.**

2.2.1. Ввод исходных данных

$F_d := 8 \cdot 10^3$ - Частота дискретизации ЦФ, Гц

$T_d := (F_d)^{-1}$ $T_d = 1.25 \times 10^{-4}$ - период дискретизации ЦФ, с

2.2.2. Расчет коэффициентов ЦФ

$N := 20$ - порядок ЦФ $ik := 0..N-1$ $B_{ik} := \frac{1}{N}$ - значения коэффициентов ЦФ

2.2.3. Расчет АЧХ ЦФ

$\omega_{min} := 0$ $\omega_{max} := 2 \cdot \pi \cdot F_d$ $d\omega := (\omega_{max} - \omega_{min}) \cdot (1000)^{-1}$

$\omega := \omega_{min}, \omega_{min} + d\omega, \dots, \omega_{max}$ - диапазон частот построения АЧХ фильтра

$z(\omega) := e^{i \cdot \omega \cdot T_d}$ $H_2 z(\omega) := \sum_{k=0}^{N-1} B_k \cdot z(\omega)^{-k}$ - частотная характеристика фильтра

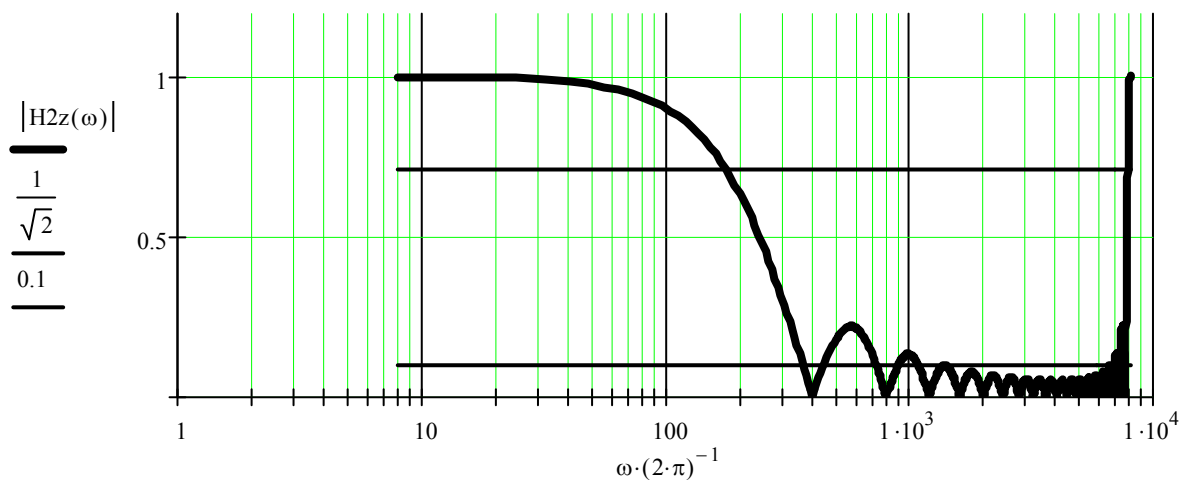


Рис. 1. Результат расчета АЧХ цифрового фильтра

2.2.4. Проверка значения АЧХ ЦФ на требуемой частоте среза

$F_c := 100$ - требуемая частота среза фильтра $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.7071$

$|H_2 z(2 \cdot \pi \cdot F_c)| = 0.9005$ - значение АЧХ на частоте среза

Видно, что значение АЧХ на требуемой частоте среза отличается от требуемого значения равного 0.7071.

Следовательно, необходимо изменить порядок фильтра N , который был равен изначально 20.

2.2.5. Подбор порядка фильтра N для обеспечения требуемой частоты среза

Можно убедиться, что при значении $N=35$ обеспечивается наименьшее отклонение коэффициента передачи на частоте среза от требуемого значения равного 0.7071.

$N := 35$ - порядок ЦФ

$F_c := 100$ - требуемая частота среза фильтра $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.7071$

$|H_2 z(2 \cdot \pi \cdot F_c)| = 0.7138$ - значение АЧХ на частоте среза

Значения коэффициентов цифрового фильтра при этом равны $\frac{1}{N} = \frac{1}{35} = 0.0286$.

2.3. Расчет КИХ-фильтров методом весовых функций

2.3.1. Особенности метода весовых функций

Синтез нерекурсивных цифровых фильтров (НРЦФ или КИХ-фильтров) может быть выполнен по заданной идеализированной частотной характеристике фильтра $H_d(j \cdot \omega)$ с нулевым запаздыванием и допустимыми погрешностям ее аппроксимации.

Учитывая, что частотная характеристика и импульсная характеристика связаны парой преобразований Фурье, с помощью обратного преобразования Фурье может быть найдена импульсная характеристика $h_d(n)$, которая соответствует заданной идеализированной частотной характеристике:

$$h_d(n) = \frac{T_d}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{-\omega_d/2}^{\omega_d/2} H_d(j \cdot \omega) \cdot e^{j \cdot \omega \cdot n \cdot T_d} \cdot d\omega. \quad (4)$$

Однако импульсная характеристика идеального фильтра имеет бесконечную длину и не отвечает **условию физической реализуемости**:

при $n < 0$ $h_d(n) \neq 0$ – отклик фильтра опережает входное воздействие.

Поэтому она не может быть непосредственно использована в качестве импульсной характеристики НРЦФ.

Например, для цифрового ФНЧ (рис. 2) в основной полосе частот $\pm \omega_c/2$

$$H_d(j \cdot \omega) = \begin{cases} 1, & -\omega_c \leq \omega \leq \omega_c; \\ 0, & \text{для других } \omega; \end{cases}$$

$$h_d(n) = \frac{T_d}{2 \cdot \pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} H_d(j \cdot \omega) e^{j \cdot \omega \cdot n \cdot T_d} d\omega = \frac{\omega_c T_d}{\pi} \frac{\sin(\omega_c n T_d)}{\omega_c \cdot n \cdot T_d} = \frac{\lambda_c}{\pi} \frac{\sin(\lambda_c n)}{\lambda_c n}$$

Аналитические описания импульсных характеристик других типов идеальных ЦФ приведены в п. 2.3.4.

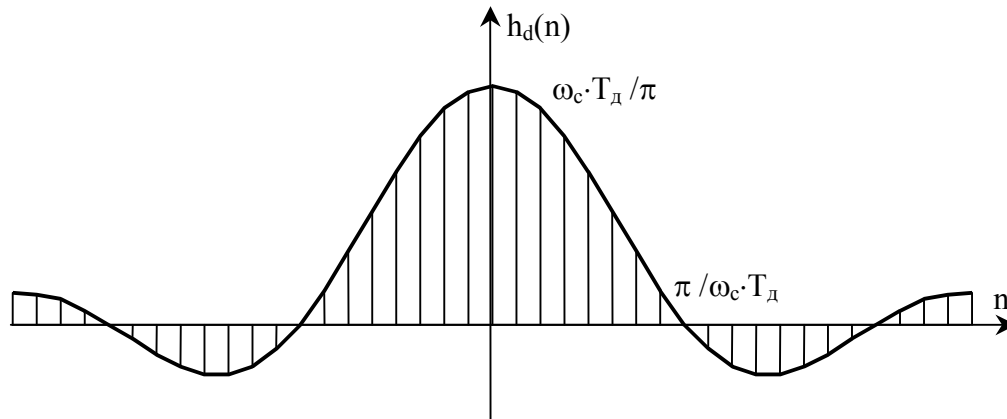


Рис. 2. Импульсная характеристика идеального ФНЧ

Получить на основе импульсной характеристики (4) физически реализуемый КИХ-фильтр с частотной характеристикой, близкой к заданной, можно путем сдвига $h_d(n)$ вправо на $(N - 1)/2$ отсчетов и усечения ее за пределами $n < 0$ и $n \geq N$. При этом частотная характеристика фильтра аппроксимируется усеченным рядом Фурье с коэффициентами $h_d[n - (N - 1)/2]$:

$$H(j \cdot \omega) = \sum_{n=0}^{N-1} h_d[n - (N - 1)/2] \cdot e^{-j \cdot \omega \cdot n \cdot T_d}. \quad (5)$$

Известно, что простое усечение ряда Фурье сопровождается **колебаниями Гиббса**, возникающими при аппроксимации разрывных функций.

Для улучшения качества аппроксимации в методе весовых функций импульсную характеристику НРЦФ конструируют ограничением длины импульсной характеристики $h_d[n - (N - 1)/2]$ с помощью специальных **весовых функций** или **окон** $w(n)$ конечной длины N :

$$h(n) = h_d[n - (N-1)/2] \cdot w(n). \quad (6)$$

Например, простое усечение эквивалентно умножению на **прямоугольную весовую функцию** $w_R(n)=1, n=0, \dots, N-1$.

Полученной таким образом импульсной характеристике соответствует частотная характеристика фильтра

$$H(j \cdot \omega) = \sum_{n=0}^{N-1} h[n] \cdot e^{-j \cdot \omega \cdot n \cdot T_d}, \quad (7)$$

определяемая сверткой в частотной области заданной частотной характеристики $H_d(j \cdot \omega)$ с частотной характеристикой (Фурье-образом) весовой функции $W(j \cdot \omega)$:

$$H(j \cdot \omega) = W(j \cdot \omega) * H_d(j \cdot \omega) = \frac{T_d}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{-\omega_d/2}^{\omega_d/2} W(j \cdot \theta) \cdot H_d[j \cdot (\omega - \theta)] \cdot d\theta,$$

где $*$ – символ свертки, θ – переменная интегрирования,

$$W(j \cdot \omega) = \sum_{n=0}^{N-1} w[n] \cdot e^{-j \cdot \omega \cdot n \cdot T_d} \text{ – частотная характеристика весовой функции.}$$

Данные преобразования во временной и частотной области иллюстрируются графиками [рис. 3](#), достаточно наглядно отражающими влияние весового усечения на качество аппроксимации заданной частотной характеристики усеченным рядом Фурье.

Частотная характеристика весовой функции на [рис. 3](#) имеет главный лепесток шириной $\Delta\omega_{гл}$ и боковые лепестки, уровень которых характеризуется максимальным по модулю значением $\delta_{бл, \max}$ и площадью под боковыми лепестками. Свертка в частотной области осуществляется графически путем смещения по частоте в пределах $\pm \omega_d/2$ зеркально отображенной частотной характеристики весовой функции и вычисления площади перекрытия ее с заданной частотной характеристикой $H_d(j \cdot \omega)$.

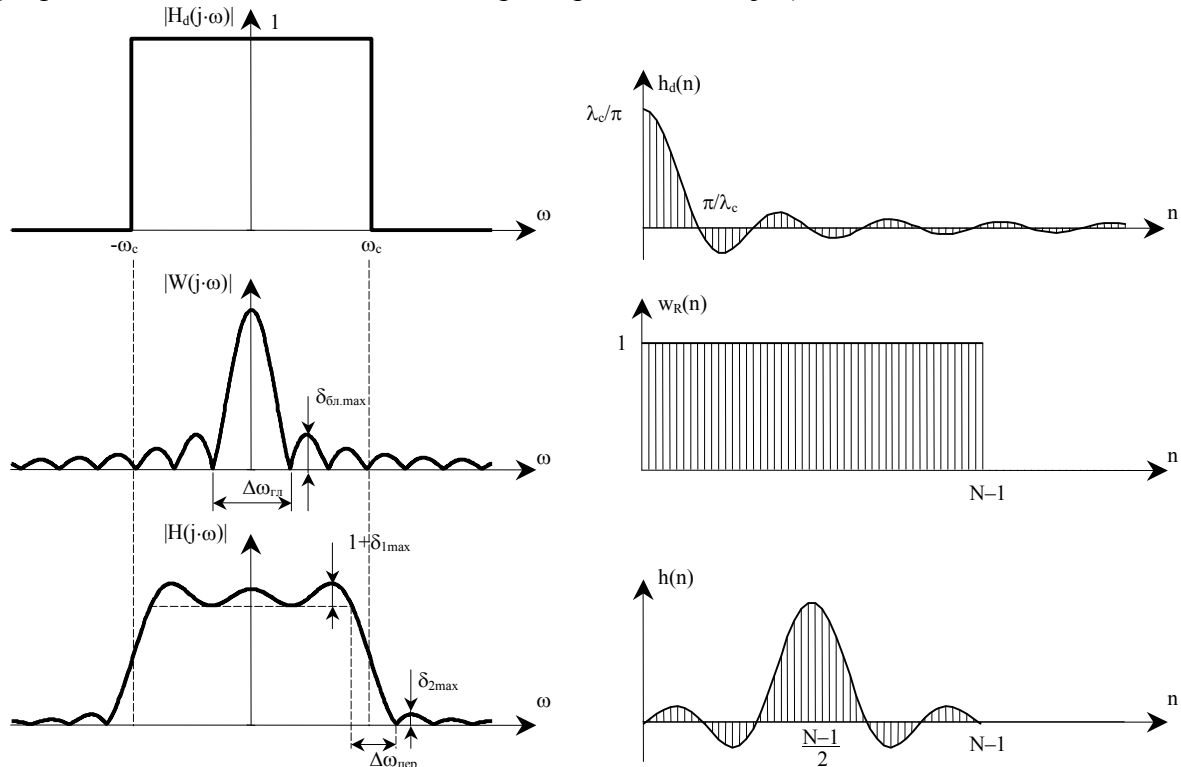


Рис. 3. Графическая иллюстрация синтеза НРЦФ методом весовых функций (идеальный ФНЧ и прямоугольная весовая функция)

Из рисунка следует, что переходная полоса частотной характеристики фильтра $H(j\omega)$ определяется шириной главного лепестка частотной характеристики весовой функции: $\Delta\omega_{\text{пер}} \approx \Delta\omega_{\text{гл}}$, а погрешности аппроксимации (пульсации) в полосе пропускания и задерживания δ_1 , δ_2 связаны с уровнем ее боковых лепестков. Это определяет требования к весовой функции, которая должна иметь:

- минимальную ширину главного лепестка $\Delta\omega_{\text{гл}}$;
- минимальный уровень боковых лепестков $\delta_{\text{бл.мах}}$ и минимальную площадь под боковыми лепестками;
- минимальную длину N .

Требования эти достаточно противоречивы. Так, более гладкие весовые функции имеют меньший уровень боковых лепестков, но большую ширину главного лепестка, уменьшающуюся с увеличением длины весовой функции N . Этим объясняется многообразие используемых на практике типов весовых функций.

Следует отметить, что метод весовых функций обеспечивает строгую линейность ФЧХ и постоянство группового времени запаздывания фильтра ввиду четной или нечетной симметрии получаемой этим методом импульсной характеристики:

$$h(n)=h(N-1-n).$$

2.3.2. Выбор весовой функции и порядок расчета

В табл. 1 приведены используемые при синтезе ЦФ параметры весовых функций: прямоугольной, треугольной, Ханна, Хэмминга и Блэкмана.

Кроме значений ширины главного лепестка $\Delta\omega_{\text{гл}}=D\cdot\omega_d/N$, где D – так называемый D -фактор, и максимального уровня боковых лепестков $\delta_{\text{бл.мах}}$ они включают в себя также оценочные значения погрешности аппроксимации частотной характеристики в полосе задерживания (максимальные пульсации частотной характеристики) $|\delta_{2\text{мах}}|$, дБ, рассчитанные для цифрового ФНЧ с частотой среза $\lambda_c = \omega_c \cdot T_d = \pi/4$. Такие же погрешности имеют место и при синтезе ФВЧ.

Для ЦФ с двумя и более частотами среза (ППФ, ПЗФ, МПФ) в зависимости от конкретных данных погрешность аппроксимации может быть больше ее оценочного значения, но не более чем на 6 дБ.

Таблица 1

Тип	$\Delta\omega_{\text{гл}}=D\cdot\omega_d/N$	$\delta_{\text{бл.мах}}$, дБ	$\delta_{2\text{мах}}$, дБ
Прямоугольная	$2\cdot\omega_d/N$	-13,6	-21
Треугольная	$4\cdot\omega_d/N$	-27	-26
Ханна	$4\cdot\omega_d/N$	-31	-44
Хэмминга	$4\cdot\omega_d/N$	-41	-53
Блэкмана	$6\cdot\omega_d/N$	-57	-74

Шаг 1. Руководствуясь данными табл. 1, по требуемому затуханию частотной характеристики в полосе задерживания A_3 можно сделать выбор типа весовой функции.

Шаг 2. Для выбранной весовой функции и заданной переходной полосы частотной характеристики фильтра $\Delta f_{\text{пер}} = |f_3 - f_c|_{\text{мин}}$ в соответствии с приближенным соотношением $\Delta f_{\text{гл}} = \Delta f_{\text{пер}} = D \cdot f_d / N$ находится необходимая длина весовой функции и определяемая ею длина импульсной характеристики фильтра:

$$N \geq D \cdot f_d / \Delta f_{\text{пер}},$$

где D – коэффициент, зависящий от типа весовой функции (D -фактор), см. табл. 1, 2.

Значение N приравняется ближайшему целому числу, обычно нечетному.

Шаг 3. В качестве частот среза заданной частотной характеристики используют их расчетные значения $f_{\text{ср}}$, смещенные в полосу задерживания примерно на половину

переходной полосы фильтра $\Delta f_{\text{пер}}$. Это связано со свойственным данному методу размытием границ перехода от полосы пропускания фильтра к полосе задерживания (рис. 3). Например, для ПФ: $f_{c1p} \approx f_{c1} - \Delta f_{\text{пер}} / 2$; $f_{c2p} \approx f_{c2} + \Delta f_{\text{пер}} / 2$.

Шаг 4. Находится импульсная характеристика фильтра путем весового усечения смещенной вправо на $(N-1)/2$ отсчетов импульсной характеристики $h_d(m)$:

$$h(m) = h_d[m - (N-1)/2] \cdot w(m), m = 0, 1, \dots, N-1.$$

Шаг 5. Рассчитывается АЧХ фильтра

$$H(j \cdot \omega) = \sum_{k=0}^{N-1} h[k] \cdot e^{-j \cdot \omega \cdot k \cdot T_d}$$

и проверяется ее соответствие исходным данным по неравномерности частотной характеристики в полосе пропускания A_p и затуханию в полосе задерживания A_z .

Шаг 6. Так как данный метод не обеспечивает точного соответствия исходных и расчетных данных (**является итерационным**), при необходимости корректируются значения расчетных частот среза f_{c1p} , f_{c2p} и длины фильтра N и расчеты повторяются.

2.3.3. Виды весовых функций

Простейшая весовая функция – прямоугольная – имеет минимальную ширину главного лепестка и максимальный уровень боковых лепестков.

$$w_R(n) = 1, n = 0, \dots, N-1. \quad (8)$$

Треугольная весовая функция является сверткой двух прямоугольных весовых функций длиной $N/2$:

$$w_T(n) = w_R(n) * w_R(n) = \begin{cases} \frac{2 \cdot n}{N-1}, & 0 \leq n \leq \frac{N-1}{2} \\ 2 - \frac{2 \cdot n}{N-1}, & \frac{N-1}{2} < n \leq N-1 \end{cases} \quad (9)$$

У нее вдвое большая ширина главного лепестка при достаточно большом уровне боковых лепестков.

Боковые лепестки ее имеют ширину $\Delta \omega_{\text{бл}} = 2 \cdot \omega_d / N$ или $\Delta \lambda_{\text{бл}} = 4 \cdot \pi / N$.

Обобщенная весовая функция Хэмминга описывается выражением

$$w_H(n) = \alpha - (1 - \alpha) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot n}{N-1}\right). \quad (10)$$

При $\alpha=0.5$ она соответствует **весовой функции Ханна**, при $\alpha=0.54$ – **весовой функции Хэмминга**.

Уровень боковых лепестков весовой функции Хэмминга оказывается приемлемым для многих приложений НРЦФ.

Боковые лепестки частотной характеристики имеют ширину $\Delta \omega_{\text{бл}} = \omega_d / N$ или $\Delta \lambda_{\text{бл}} = 2 \cdot \pi / N$. Площадь под боковыми лепестками составляет 0.04 % от площади квадрата частотной характеристики весовой функции.

Весовая функция Блэкмана имеет вид

$$w_B(n) = 0.42 - 0.5 \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot n}{N-1}\right) + 0.08 \cdot \cos\left(\frac{4 \cdot \pi \cdot n}{N-1}\right). \quad (11)$$

По сравнению с весовой функцией Хэмминга у нее более широкий главный лепесток (в 1.5 раза) при очень малом уровне боковых лепестков.

Ширина боковых лепестков этой весовой функции $\Delta \omega_{\text{бл}} = \omega_d / N$ или $\Delta \lambda_{\text{бл}} = 2 \cdot \pi / N$.

При синтезе НРЦФ используются также эффективные **весовые функции Ланцоша, Дольфа-Чебышева, Каппелини**, и др. [7, 8], среди которых особое значение имеет класс весовых функций или окон Кайзера.

Весовые функции Кайзера.

В отличие от других весовых функций, характеризующихся постоянными значениями уровня боковых лепестков $\delta_{\text{бл. max}}$ и отношения $D = \frac{\Delta f_{\text{гл}}}{f_d} \cdot N = \frac{\Delta f_{\text{пер}}}{f_d} \cdot N$ (D-фактор), у весовых

функций Кайзера эти параметры могут широко варьироваться с помощью **коэффициента β** , входящего в математическое выражение этой функции:

$$w_C(n) = I_0(\beta \cdot \sqrt{1 - \left[\frac{2 \cdot n}{N-1}\right]^2}) / I_0(\beta), \quad (12)$$

где $I_0(x)$ – функция Бесселя нулевого порядка.

Благодаря этому обеспечивается наилучшее для данного метода синтеза качество аппроксимации заданной частотной характеристики или наименьший порядок фильтра при заданном качестве аппроксимации.

Кайзером путем численного интегрирования свертки составлена таблица (табл. 2) и получены эмпирические формулы, которые позволяют непосредственно по заданному затуханию $A_3 = |\delta_{2\max}|$ (дБ) частотной характеристики $H(j\omega)$, аппроксимирующей идеальный ФНЧ, выбрать или рассчитать значения D-фактора и коэффициенты β [5]:

$$D \approx \frac{A_3 - 7.95}{14.36}, \text{ при } A_3 > 21 \text{ дБ}; \quad D = 0.9222, \text{ при } A_3 < 21 \text{ дБ};$$

$$\beta = \begin{cases} 0, & \text{при } A_3 \leq 21 \text{ дБ} \\ 0.5842 \cdot (A_3 - 21)^{0.4} + 0.07886 \cdot (A_3 - 21), & \text{при } 21 < A_3 < 50 \text{ дБ} \\ 0.1102 \cdot (A_3 - 8.7), & \text{при } A_3 \geq 50 \text{ дБ} \end{cases}$$

По вычисленному или взятому из таблицы значению D определяется необходимый порядок фильтра $N \approx D \cdot f_d / \Delta f_{\text{пер}}$, который округляется затем до ближайшего большего нечетного числа.

Как и для других весовых функций, в случае аппроксимации идеальных фильтров типа ППФ, ПЗФ, МПФ затухание частотной характеристики в полосе задерживания может быть меньше его табличного значения, но не более чем на 6 дБ.

Таблица 2

A_3 , дБ	β	D	A_3 , дБ	β	D
25	1.333	1.187	65	6.204	3.973
30	2.117	1.536	70	6.755	4.321
35	2.783	1.884	75	7.306	4.669
40	3.395	2.232	80	7.857	5.017
45	3.975	2.580	85	8.408	5.366
50	4.551	2.928	90	8.959	5.714
55	5.102	3.261	95	9.501	6.062
60	5.653	3.625	100	10.061	6.410

В табл. 3 приведены также расчетные значения уровня пульсаций частотной характеристики в полосе пропускания, соответствующие различным значениям затухания в полосе задерживания [5].

Таблица 3

A_3 , дБ	$1 \pm \delta_{1\max}$, дБ	A_3 , дБ	$1 \pm \delta_{1\max}$, дБ
30	± 0.27	70	± 0.0027
40	± 0.086	80	± 0.00086
50	± 0.027	90	± 0.00027
60	± 0.0086	100	± 0.000086

2.3.4. Импульсные характеристики идеальных ЦФ

Аналитические описания импульсных характеристик ЦФ различного типа получаются в общем случае путем выполнения обратного преобразования Фурье их идеализированных частотных характеристик ЧХ $H_d(j\omega)$.

Для идеального цифрового ФНЧ, как показано выше, импульсная характеристика определяется выражением

$$h_d(0) = \frac{\omega_c \cdot T_d}{\pi} = \frac{\lambda_c}{\pi}; \quad h_d(n) = \frac{\lambda_c}{\pi} \cdot \frac{\sin(\lambda_c \cdot n)}{\lambda_c \cdot n}, \quad n = \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (13)$$

Для идеального всепропускающего фильтра (ВПФ) сигнал на выходе совпадает с сигналом на входе:

$$y(n) = x(n); \quad h_d(0) = 1; \quad h_d(n) = 0 \text{ при } n \neq 0; \quad H_d(j\omega) = 1 \text{ при } |\omega| \leq \omega_d / 2. \quad (14)$$

Импульсные характеристики ЦФ типов ФВЧ, ПФ (полосового), РФ (режекторного) и МПФ (многополосного) могут быть выражены через импульсные характеристики цифрового ФНЧ и ВПФ:

$$H_d(j\omega)_{\text{ФВЧ}} = H_d(j\omega)_{\text{ВПФ}} - H_d(j\omega)_{\text{ФНЧ}}, \quad (15)$$

$$H_d(j\omega)_{\text{ПФ}} = H_d(j\omega)_{\text{ФНЧ2}} - H_d(j\omega)_{\text{ФНЧ1}}, \quad (16)$$

$$H_d(j\omega)_{\text{РФ}} = H_d(j\omega)_{\text{ВПФ}} - H_d(j\omega)_{\text{ФНЧ2}} + H_d(j\omega)_{\text{ФНЧ1}}, \quad (17)$$

где $H_d(j\omega)_{\text{ФНЧ}}$, $H_d(j\omega)_{\text{ФНЧ1}}$ и $H_d(j\omega)_{\text{ФНЧ2}}$ – частотные характеристики идеальных ФНЧ с частотами среза λ_c , λ_{c1} , λ_{c2} , ($\lambda_{c2} > \lambda_{c1}$), соответствующими частотам среза ФВЧ, ПФ и РФ.

Такая же связь справедлива и для импульсных характеристик, что позволяет непосредственно записать соответствующие им аналитические выражения:

$$h_d(0)_{\text{ФВЧ}} = 1 - \frac{\lambda_c}{\pi}, \quad h_d(n)_{\text{ФВЧ}} = -\frac{\lambda_c}{\pi} \cdot \frac{\sin(\lambda_c \cdot n)}{\lambda_c \cdot n}, \quad n = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (18)$$

$$h_d(0)_{\text{ПФ}} = \frac{\lambda_{c2}}{\pi} - \frac{\lambda_{c1}}{\pi}, \quad h_d(n)_{\text{ПФ}} = \frac{\sin(\lambda_{c2} \cdot n)}{\pi \cdot n} - \frac{\sin(\lambda_{c1} \cdot n)}{\pi \cdot n}, \quad (19)$$

$$h_d(0)_{\text{РФ}} = 1 - \frac{\lambda_{c2}}{\pi} + \frac{\lambda_{c1}}{\pi}, \quad h_d(n)_{\text{РФ}} = \frac{\sin(\lambda_{c1} \cdot n)}{\pi \cdot n} - \frac{\sin(\lambda_{c2} \cdot n)}{\pi \cdot n}. \quad (20)$$

Аналогичным образом находятся соотношения и для конкретного МПФ.

2.4. Расчет КИХ-фильтров методом частотной выборки

2.4.1. Особенности расчета методом частотной выборки

В методе частотной выборки импульсная характеристика фильтра $h(n)_N$ находится путем дискретизации по частоте заданной частотной характеристики $H_d(j\omega)$ и вычисления ее обратного дискретного преобразования Фурье (ОДПФ).

Дискретизация частотной характеристики $H_d(j\omega)$ по частоте осуществляется в полосе $0 \dots \omega_d$ путем перехода от непрерывных значений частоты ω к дискретным: $\omega_k = \Delta\omega \cdot k$, где $k=0, 1, \dots, N-1$; $\Delta\omega = \omega_d/N$ – шаг дискретизации; k – номер частотной выборки; N – число точек дискретизации.

Шаг дискретизации по частоте $\Delta\omega$ выбирается из условия $\Delta\omega \leq \Delta\omega_{\text{пер}}/(L+1)$, где L – целые числа, $L = 0, 1, 2, \dots$; $\Delta\omega_{\text{пер}}$ – переходная полоса фильтра.

В результате получается дискретизированная частотная характеристика фильтра (ДЧХ) $H_d(j\omega_k) = H_d(j\omega)|_{\omega=\omega_k}$ (рис. 4). Так как заданная частотная характеристика соответствует физически нереализуемому фильтру с нулевым запаздыванием, то для ЦФ со ступенчатообразными АЧХ дискретизированная частотная характеристика отождествляется далее с их дискретизированной АЧХ.

Дискретизация частотной характеристики на рис. 4 выполнена с шагом $\Delta\omega = \Delta\omega_{\text{пер}}/2$ ($L=1$).

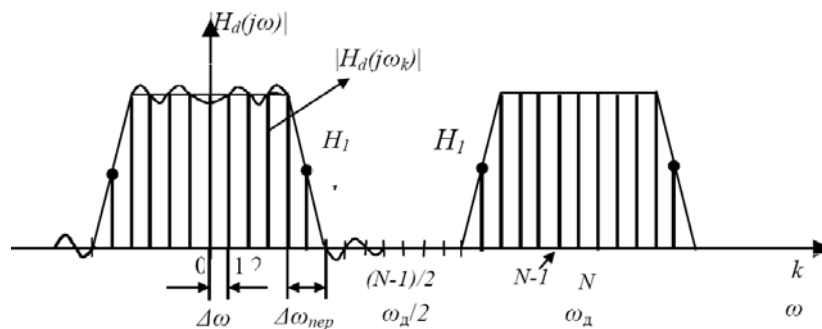


Рис. 4. Дискретизированная ЧХ цифрового фильтра нижних частот

ДЧХ имеет значения, равные в полосе пропускания 1 ($H_d(j\omega_k)=1$), в полосе задерживания – нулю ($H_d(j\omega_k)=0$) и в переходной полосе – некоторым промежуточным варьируемым (оптимизируемым) значениям $H_d(j\omega_k)=H_1=\text{var}$, от которых зависит качество аппроксимации заданной частотной характеристики.

ДЧХ $H_d(j\omega_k)$ можно поставить в соответствие некоторую импульсную характеристику $h_p(n)$, определяемую с помощью обратного дискретного преобразования Фурье (ОДПФ):

$$h_p(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} H_d(j\omega_k) \cdot e^{j\omega_k \cdot n \cdot T_d}.$$

Полученная импульсная характеристика (рис. 5.а) является периодической с периодом $N_p=N$, т.к. дискретизации в частотной области соответствует периодизация во временной области.

В качестве импульсной характеристики синтезируемого методом частотной выборки НРЦФ выбирается один период импульсной характеристики $h_p(n)$, сдвинутый вправо на $(N-1)/2$ отсчетов (для обеспечения физической реализуемости) и усеченный прямоугольной весовой функцией (для получения КИХ-фильтра) (рис. 5.б):

$$h(n) = h_p\left(n - \frac{N-1}{2}\right), n = 0, 1, \dots, N-1.$$

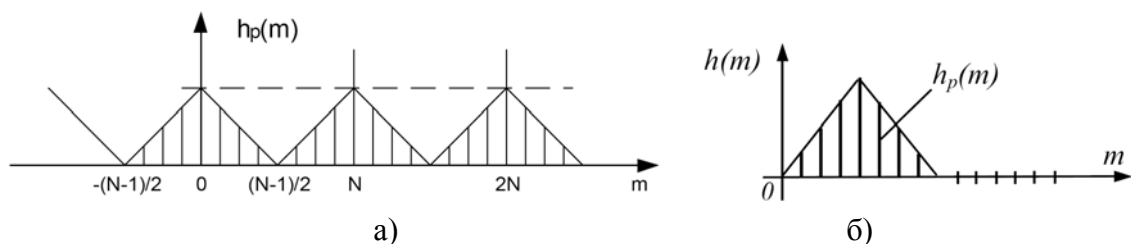


Рис. 5. Импульсная характеристика, соответствующая ДЧХ (а) и импульсная характеристика НРЦФ, синтезированного методом частотной выборки (б)

По импульсной характеристике $h(n)$ находится частотная характеристика фильтра $H(j \cdot \omega)$, аппроксимирующая заданную $H_d(j \cdot \omega)$:

$$H(j \cdot \omega) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) \cdot e^{-j \cdot \omega \cdot n \cdot T_d}$$

АЧХ фильтра на частотах $\omega = \omega_k$: $H(\omega_k) = H_d(\omega_k)$ точно совпадает с частотными выборками ДЧХ, а на частотах $\omega \neq \omega_k$ $H(\omega) \neq H_d(\omega)$ – отличается от заданной на величину погрешности аппроксимации. ФЧХ фильтра строго линейна вследствие симметрии импульсной характеристики.

Качество аппроксимации в данном методе зависит от числа выборок частотной характеристики в переходной полосе L и их значений $H_{i, \text{опт}}$ ($i=1, 2, \dots, L$), делающих аппроксимируемую функцию более гладкой.

Различным значениям L соответствуют следующие примерные значения максимального уровня боковых лепестков:

$$L = 0: \delta_{2\text{max}} \approx -20 \text{ дБ};$$

$$L = 1: \delta_{2\text{max}} \approx -40 \text{ дБ};$$

$$L = 2: \delta_{2\text{max}} \approx - (50 - 60) \text{ дБ};$$

$$L = 3: \delta_{2\text{max}} \approx - (80 - 100) \text{ дБ}.$$

Реально методом частотной выборки можно синтезировать НРЦФ с минимальным затуханием в полосе задерживания до (90–120) дБ.

Таким образом, оптимизация фильтра заключается в выборе L – числа выборок в переходной полосе и поиске их оптимальных значений $H_{i, \text{опт}}$, минимизирующих погрешности аппроксимации. Очевидно, что с увеличением числа варьируемых выборок существенно усложняется процедура оптимизации. Она достаточно эффективно реализуется на ЭВМ методом линейного программирования.

2.4.2. Порядок расчета методом частотной выборки

Шаг 1. По значению заданного затухания в полосе задерживания A_z выбирается число варьируемых отсчетов L частотной характеристики в переходной полосе. Например, при $A_z \leq 40$ дБ, $L = 1$.

Чем сложнее АЧХ фильтра, тем меньше затухание при данном значении L .

Шаг 2. Для принятого значения L и заданной переходной полосы $\Delta f_{\text{пер}} = |f_z - f_c|$

находим шаг дискретизации частотной характеристики по частоте: $\Delta f = \frac{\Delta f_{\text{пер}}}{L+1}$ и число точек

$$\text{дискретизации: } N = \frac{f_d}{\Delta f} = (L+1) \cdot \frac{f_d}{\Delta f_{\text{пер}}}.$$

Приравниваем N к ближайшему целому числу, обычно нечетному.

Шаг 3. Дискретизируем заданную частотную характеристику $H_d(j \cdot \omega)$ с шагом Δf , в результате чего получаем ДЧХ $H_d(j \cdot \omega_k)$, $k = 0, 1, \dots, N-1$.

Определяем номера k единичных, нулевых и варьируемых частотных выборок.

Задаемся начальными значениями $H_{i,нач}$ оптимизируемых частотных выборок в каждой переходной полосе, например, путем линейной интерполяции АЧХ между ее граничными частотами среза и задерживания.

Шаг 4. Рассчитываем частотную характеристику $H(j\omega)$ и находим значения $H_{i,опт}$, при которых частотная характеристика удовлетворяет заданным требованиям.

Например, для ФНЧ

при $L = 1, N = 33$ значение $H_{1,опт} = 0.3904, \delta_{2max} = -40$ дБ;

при $L = 2, N = 65$ $H_{1,опт} = 0.588, H_{2,опт} = 0.1065, \delta_{2max} < -60$ дБ.

Шаг 5. Рассчитываем импульсную характеристику НРЦФ с учетом симметрии частотной характеристики:

$$h(n) = \frac{H_d(0)}{N} + \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{(N-1)/2} 2 \cdot |H_d(j\omega_k)| \cdot \cos\left[\left(n - \frac{N-1}{2}\right) \cdot \omega_k \cdot T_d\right]$$

$n = 0, 1, 2, \dots, N-1$.

2.5. Численные методы синтеза цифровых фильтров

Численные или оптимальные методы синтеза ЦФ реализуются на ЭВМ с помощью процедур непосредственной аппроксимации заданных частотных характеристик фильтра в соответствии с определенными критериями минимизации ошибок аппроксимации. При этом частотные характеристики фильтра могут иметь произвольную форму. Основными при аппроксимации БИХ и КИХ-фильтров являются критерии **минимума среднего квадрата ошибки (СКО)** и **наилучшего чебышевского равноволнового приближения (минимаксный критерий)**.

Критерий минимизации СКО имеет следующую целевую функцию

$$E = \sum_{k=1}^M [|H(j \cdot \omega_k)| - |H_d(j \cdot \omega_k)|]^2, \quad (21)$$

где $H_d(j \cdot \omega_k)$, $H(j \cdot \omega_k)$ – заданная и аппроксимирующая частотные характеристики фильтра, вычисляемые на дискретном множестве частот ω_k . Эта функция нелинейна относительно коэффициентов фильтра.



Минимаксный критерий заключается в минимизации на множестве частот максимальных значений взвешенного функционала ошибки:

$$E(\omega) = W(\omega) \cdot |H(j \cdot \omega) - H_d(j \cdot \omega)|, \quad (22)$$

где $W(\omega)$ – положительная весовая функция.

Поиск оптимальных значений коэффициентов фильтра при численной аппроксимации осуществляется методами наименьших квадратов, линейного программирования, нелинейной оптимизации (алгоритм Флетчера-Пауэлла для БИХ-фильтров) и многократной замены Ремеза (для фильтров с чебышевской аппроксимацией КИХ и БИХ-типа). Для них имеются эффективные компьютерные программы, например, программа Макклемана синтеза оптимальных по критерию Чебышева КИХ-фильтров, универсальные программы синтеза ЦФ **FDAS2K, DFDP**, пакет **Signal** системы **MATLAB** и др.

2.6. Функции Simulink для проектирования цифровых КИХ-фильтров

Работа в программе **MATLAB** осуществляется с помощью симулятора работы виртуального прибора **Simulink**. Запуск пакета **Simulink** можно произвести из командного окна **MATLAB**, нажав пентаграмму  в панели инструментов и открыв новую модель (пиктограмма ).

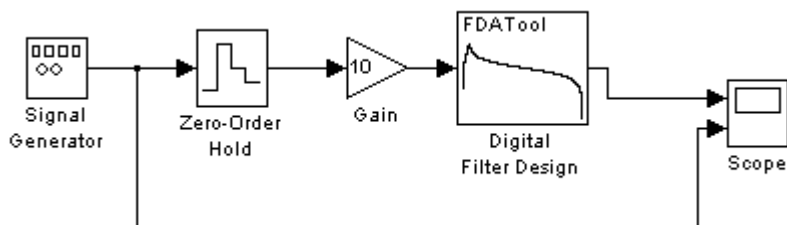
При запуске **Simulink** открываются два окна: пустое окно **untitled** (окно для создания блок-диаграммы модели) и окно **Library Simulink** (библиотека) с перечнем основных разделов библиотеки.

В открывшееся окно **untitled** необходимо добавить блоки, моделирующие работу источников сигналов, измерительных приборов и аналоговых систем.

Для изменения **параметров блоков** необходимо выполнить двойной щелчок на пиктограмму блока. При этом должно открыться окно настройки параметров **Block Parameters**.

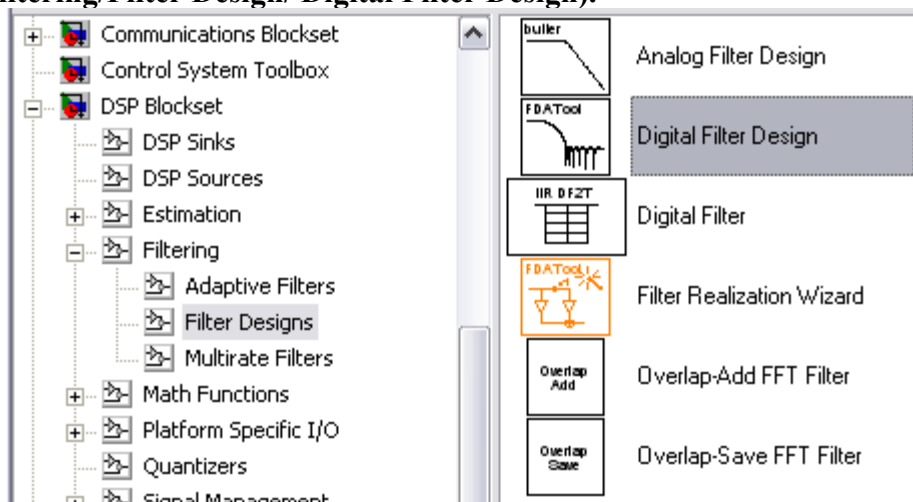
2.6.1. Создание модели фильтра

Для моделирования работы цифрового фильтра (ЦФ) составим следующую структурную схему (модель), [рис. 6](#).



[Рис. 6](#). Структурная схема для моделирования работы цифрового фильтра

Модель цифрового фильтра создается с помощью блока **Digital Filter Design**, [рис. 7](#) (**DSP Blockset/Filtering/Filter Design/ Digital Filter Design**).



[Рис. 7](#). Расположение блока **Digital Filter Design**

Исходные данные ЦФ задаются в блоке параметров фильтра **Block Parameters: Digital Filter Design** ([рис. 8](#)).

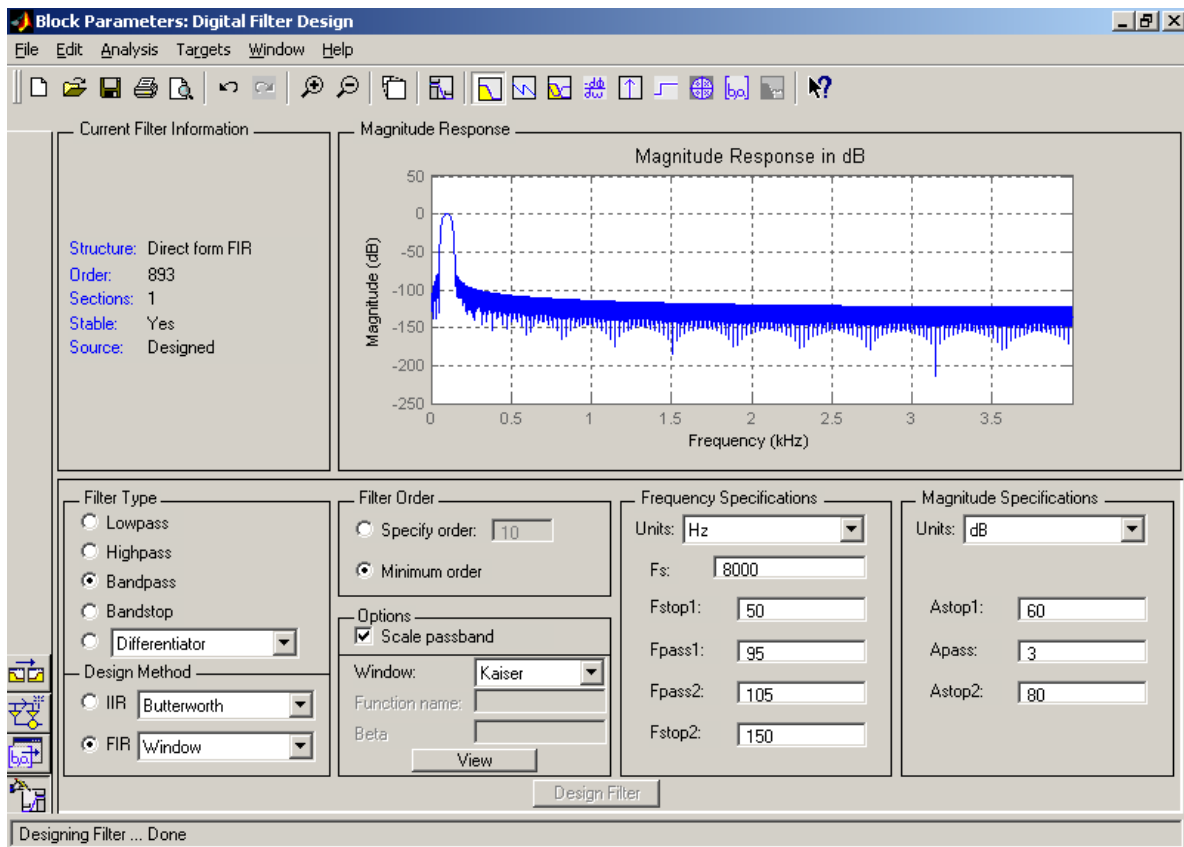


Рис. 8. Блок параметров Digital Filter Design

В блоке параметров цифрового фильтра элементы настройки собраны в 6 групп:

- **Current Filter Information** – отображается краткая информация о синтезируемом цифровом фильтре (порядок – **Order**, устойчивость – **Stable/Unstable**, количество блоков – **Sections**, тип структуры фильтра – **Filter structure**);
- **Filter Type** – задается тип фильтра:
 - **Lowpass** – ФНЧ;
 - **Highpass** – ФВЧ;
 - **Bandpass** – полосовой фильтр ПФ;
 - **Bandstop** – режекторный фильтр РФ;
 - **Differentiator** – дифференциаторы;
 - а также другие типы фильтров;
- **Design Method** – задается вид аппроксимации:
 - **IIR** – БИХ-фильтры:
 - **Butterworth** – фильтр Баттерворта;
 - **Chebyshev Type I** – фильтр Чебышева 1 рода;
 - **Chebyshev Type II** – фильтр Чебышева 2 рода;
 - **Elliptic** – фильтр эллиптический (Золотарева-Кауэра);
 - **FIR** – КИХ-фильтры, см. п. 2.3-2.5:
 - **Equiripple** – равноволновый критерий расчета (минимаксный), п. 2.5;
 - **Least-squares** – критерий минимального СКО, п. 2.5;
 - **Window** – метод весовых (оконных) функций, п. 2.3;
- **Filter Order** – задается порядок фильтра-прототипа (**Specify order**) или выставляется флажок расчета минимального порядка фильтра-прототипа (**Minimum order**);

- **Frequency Specifications** – задаются частотные параметры фильтра (количество параметров может изменяться в зависимости от выбранного типа фильтра):
 - **Units** – единицы измерения частоты (**Hz** – Гц, **Normalized (0 to 1)** – нормализованный фильтр (в относительных единицах));
 - **Fs** – частота дискретизации;
 - **Fstop1** – нижняя частота полосы заграждения (на которой обеспечивается затухание **Astop1**, дБ);
 - **Fpass1** – нижняя частота полосы пропускания (на которой обеспечивается затухание **Apass**, дБ);
 - **Fpass2** – верхняя частота полосы пропускания (на которой обеспечивается затухание **Apass**, дБ);
 - **Fstop2** – верхняя частота полосы заграждения (на которой обеспечивается затухание **Astop2**, дБ);
- **Magnitude Specifications** – задаются коэффициенты затухания фильтра:
 - **Units** – единицы измерения коэффициента затухания (**dB** – дБ, **Squared** – относительные единицы);
 - **Apass, Fpass** – коэффициенты затухания в полосе пропускания;
 - **Astop, Fstop** – коэффициенты затухания в полосе заграждения.

При выборе **Equiripple** равноволнового метода расчета (минимаксный критерий) необходимо дополнительно задать в группе **Options** (рис. 9) параметр **Density factor**, по умолчанию равный 16.

The screenshot shows the 'Options' group in the filter design software. The 'Density factor' is set to 16. Other parameters shown include Filter Type (Bandpass), Filter Order (Specify order: 10), Frequency Specifications (Units: Hz, Fs: 8000, Fstop1: 50, Fpass1: 95, Fpass2: 105, Fstop2: 150), and Magnitude Specifications (Units: dB, Astop1: 60, Apass: 3, Astop2: 80).

Рис. 9. Задание параметра **Options**

При выборе **Least-Squares** критерия минимального СКО необходимо дополнительно задать в группе **Magnitude Specifications** (рис. 10) весовые коэффициенты в полосах пропускания и задерживания **Wstop1**, **Wstop2**, **Wpass**, по умолчанию равные 1.

The screenshot shows the 'Magnitude Specifications' group in the filter design software. The weight coefficients **Wstop1**, **Wstop2**, and **Wpass** are all set to 1. Other parameters shown include Filter Type (Bandpass), Filter Order (Specify order: 500), Frequency Specifications (Units: Hz, Fs: 8000, Fstop1: 50, Fpass1: 95, Fpass2: 105, Fstop2: 150), and Design Method (FIR Least-squares).

Рис. 10. Задание весовых коэффициентов в группе **Magnitude Specifications**

При выборе **Window** метода весовых функций необходимо задать в группе **Options** (рис. 11) тип весовой функции **Window**, а также для некоторых функций дополнительные параметры, например параметр **Beta** для весовой функции Кайзера **Kaiser**.

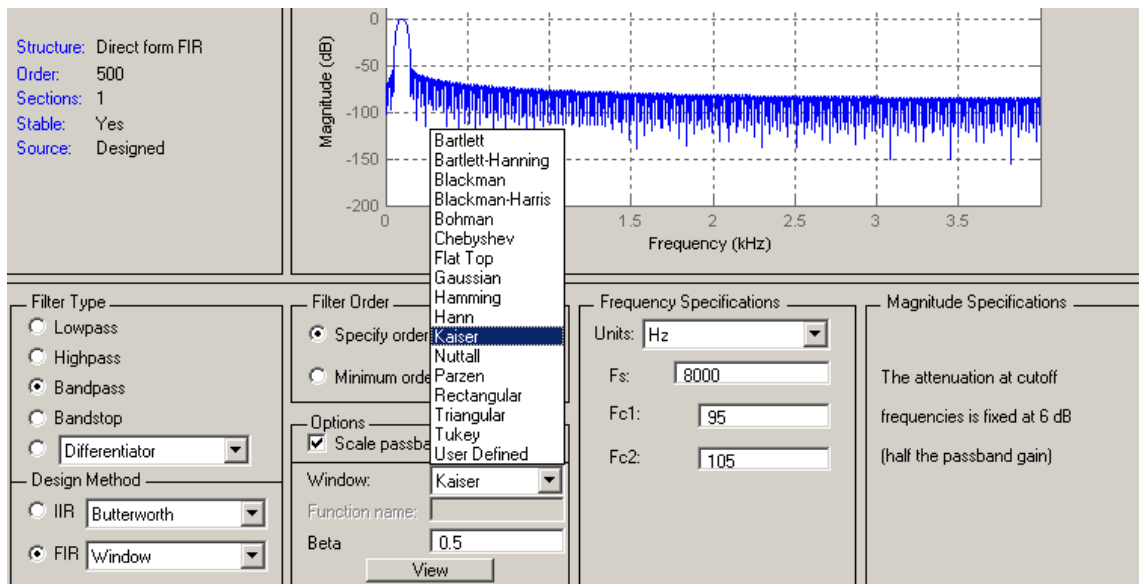


Рис. 11. Выбор типа весовой функции **Window**

Основные весовые функции:

- **Bartlett** – функция Бартлетта;
- **Blackman** – функция Блэкмана;
- **Hamming** – функция Хэмминга;
- **Hann** – функция Ханна;
- **Kaiser** – функция Кайзера;
- **Rectangular** – прямоугольная функция;
- **Triangular** – треугольная функция;

Для управления параметрами отображения результатов расчета, графиков и выполнения над ними различных действий блок параметров **Digital Filter Design** имеет панель инструментов, содержащую пиктограммы со следующими назначениями:



создать новый блок настройки параметров ЦФ;

открыть блок настройки параметров ЦФ;

сохранить настройки блока параметров ЦФ;

печать содержимого окна;

окно для предварительного просмотра перед печатью содержимого окна ;

отменить последнее действие;








вернуться на шаг назад;

увеличение содержимого окна;

уменьшение содержимого окна;

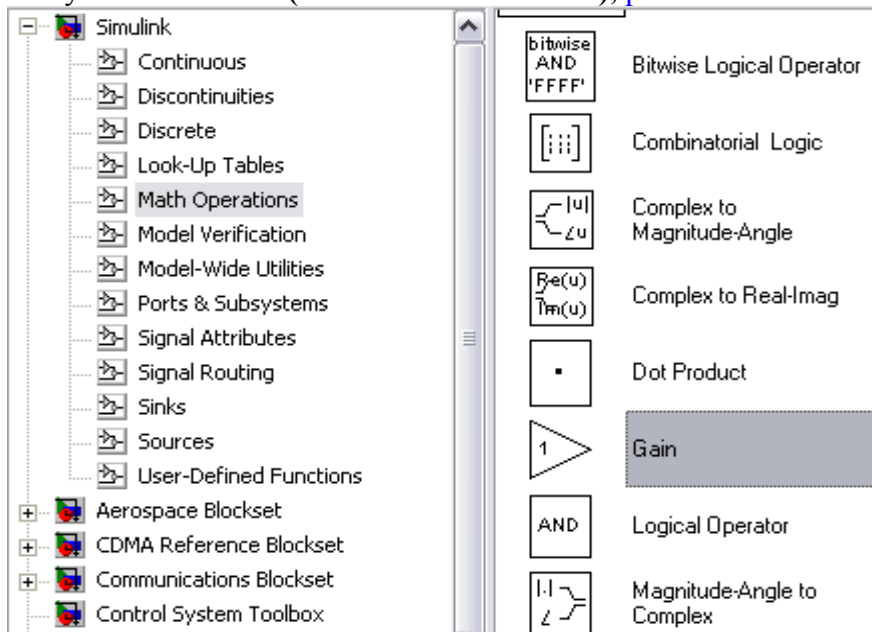
вывод в отдельном окне **Filter Visualization Tool** параметров синтезированного фильтра.

Окно **Filter Visualization Tool** позволяет визуально просмотреть такие параметры фильтра, как:

-  АЧХ фильтра;
-  ФЧХ фильтра;
-  одновременно в одном окне и АЧХ и ФЧХ фильтра;
-  импульсная характеристика;
-  реакция фильтра на ступенчатое воздействие (переходная характеристика);
-  картина нулей и полюсов фильтра на комплексной Z-плоскости;
-  значение коэффициентов передаточной функции фильтра (**Numerator** – коэффициенты числителя, **Denominator** – коэффициенты знаменателя).

2.6.2 Блок Gain (усилитель)

Поскольку блок **Digital Filter Design** позволяет рассчитывать только нормированные фильтры, т.е. с единичным усилением в полосе пропускания, то для получения коэффициентов передачи, отличающихся от единицы, необходимо использовать дополнительный блок усилителя **Gain (Simulink/ Math/ Gain)**, [рис. 12](#).



[Рис. 12](#). Расположение блока **Gain**

Коэффициент усиления задается в окне настройки параметров **Block Parameters: Gain** ([рис. 13](#)).

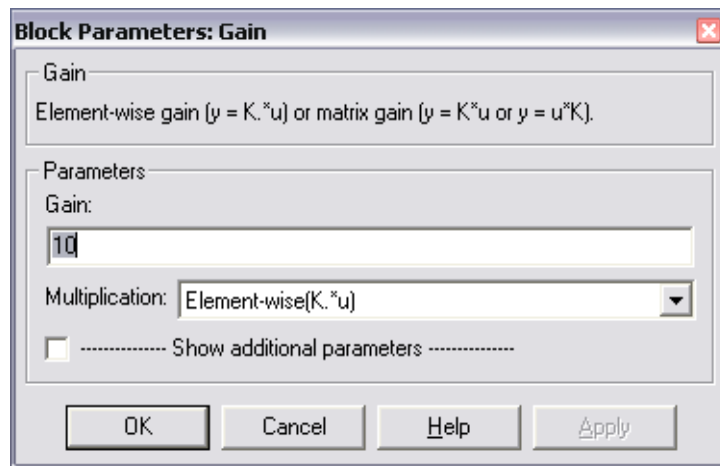


Рис. 13. Окно настройки параметров блока **Gain**

2.6.3 Блок **Signal Generator** (универсальный генератор сигналов)

Для того, чтобы подать на вход фильтра сигнал, используются универсальный генератор сигналов **Signal Generator (Simulink/ Sources/Signal Generator)**, рис. 14.

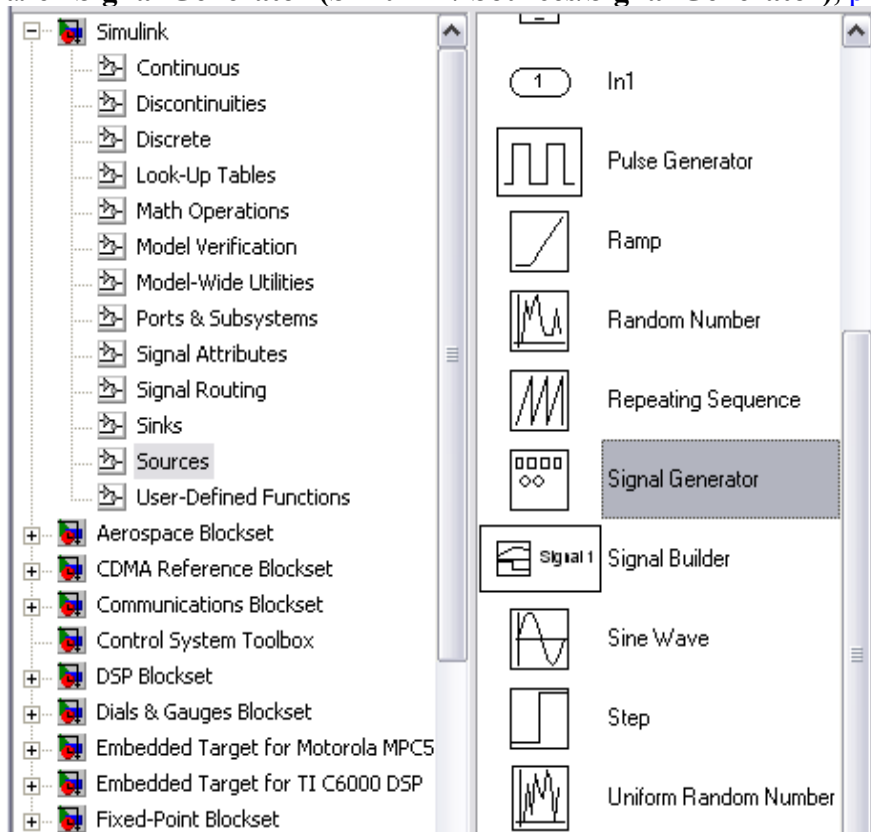


Рис. 14. Расположение блока **Signal Generator**

В окне настройки (рис. 15) блока **Signal Generator** задаются следующие параметры:

- **Wave form** – форма сигнала:
 - **sine**– синусоидальный сигнал;
 - **square** – прямоугольный сигнал;
 - **saw tooth** – пилообразный сигнал;
 - **random** – случайный сигнал (шум);
- **Amplitude** и **Frequency** – амплитуда и частота сигнала;
- **Units** – единица измерения частоты (**Hertz** – Герцы или **rad/sec** – рад/сек).

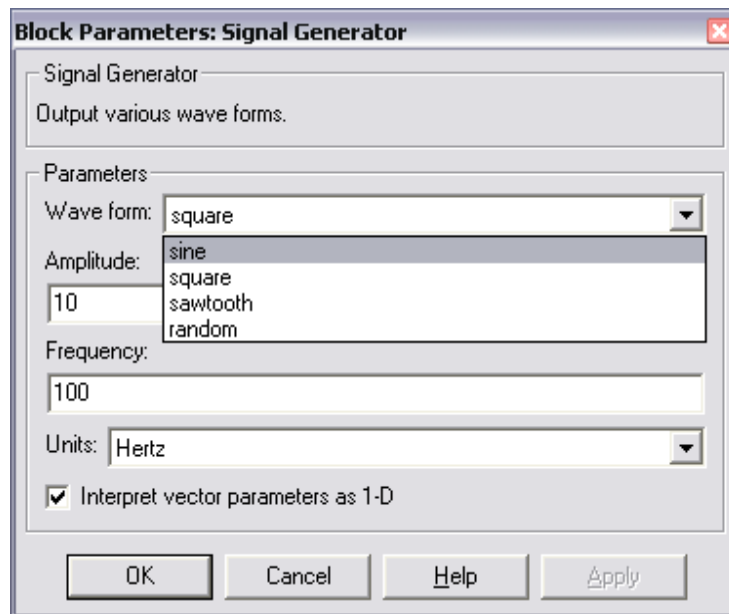


Рис. 15. Окно настройки параметров блока **Signal Generator**

2.6.4 Блок Zero-Order Hold (устройство выборки-хранения, УВХ)

Чтобы на вход ЦФ подать цифровой сигнал, используется УВХ, которое преобразует аналоговый сигнал с выхода генератора (**Signal Generator**) в дискретные отсчеты сигнала. В качестве УВХ используется блок **Zero-Order Hold (Simulink/ Discrete/ Zero-Order Hold)**, рис. 16.

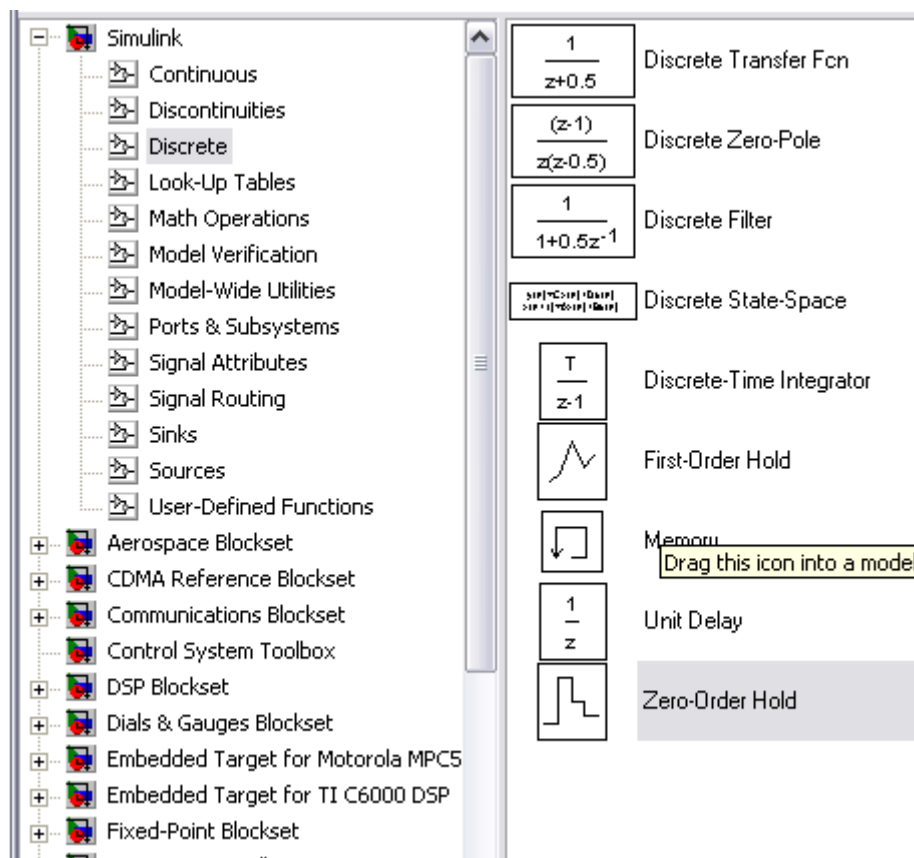


Рис 16. Расположение блока **Zero-Order Hold**

В окне настройки блока **Zero-Order Hold** задается период дискретизации **Sample time** (рис. 17).

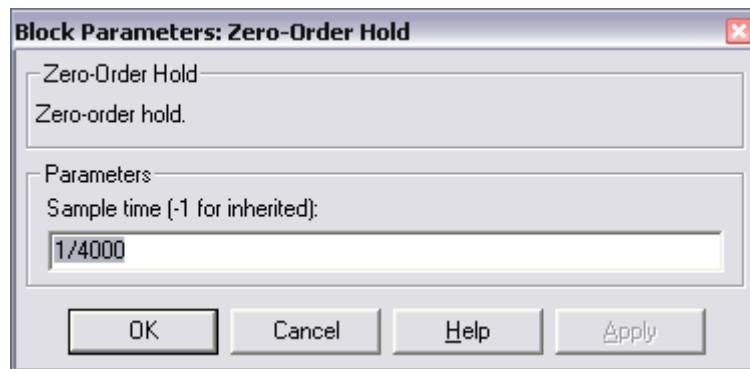
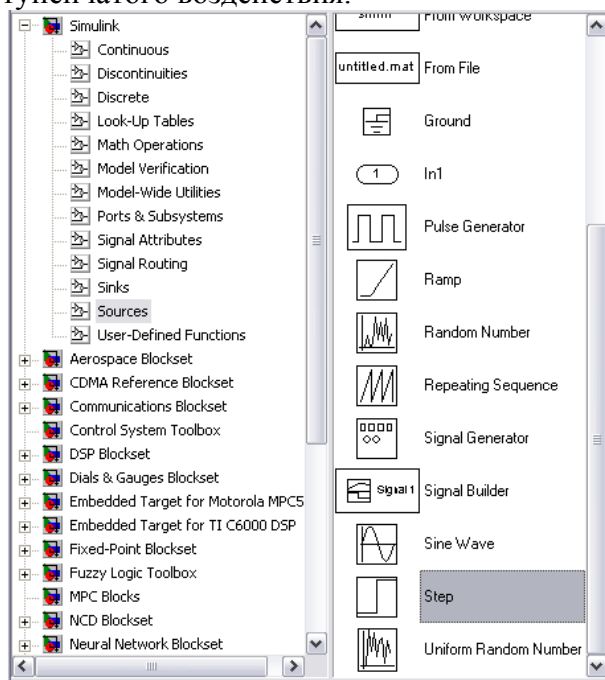


Рис 17. Окно настройки параметров блока **Zero-Order Hold**

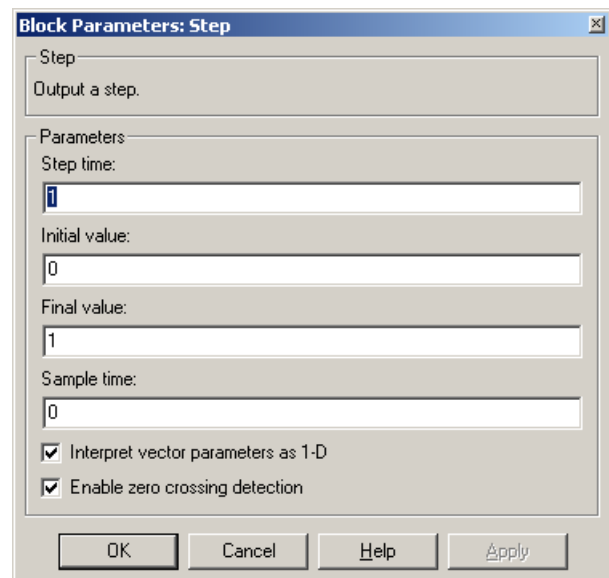
В примере, показанном на рис. 17, период дискретизации определяется по требуемой частоте дискретизации, т.е. 4000 Гц. Следует помнить, что частота дискретизации, выставленная в блоке **Zero-Order Hold**, должна быть равна частоте дискретизации F_s , указанной при расчете цифрового фильтра (п. 2.6.1).

2.5.5 Блок Step

Блок **Step** (Simulink/ Sources/ Step), рис. 18.а, используется для воспроизведения ступенчатого воздействия.



а)



б)

Рис. 18. Расположение блока **Step** (а) и окно настройки его параметров (б)

При открытии окна настройки параметров сигнала, рис 18.б, в графе **Step time** задается время начала ступенчатого воздействия, в графах **Initial value** и **Final value** – начальное и конечное значения амплитуды ступенчатого воздействия, в графе **Sample time** – период дискретизации выходного сигнала (если период равен нулю, то сигнал считается непрерывным).

Чтобы найти отклик фильтра на единичное ступенчатое воздействие (**переходную характеристику**), нужно составить следующую структурную схему (рис. 19).

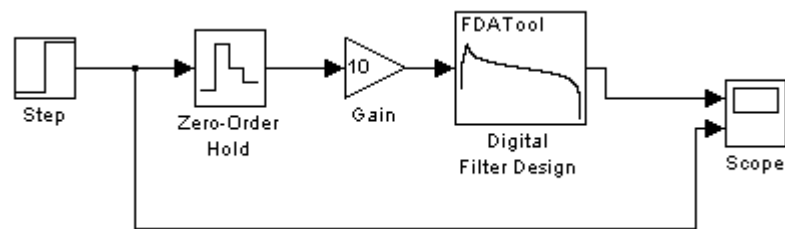


Рис. 19. Структурная схема для определения переходной характеристики фильтра

2.6.6 Блок Scope (осциллограф)

Для визуального просмотра сигналов используют блоки, которые при моделировании играют роль смотровых окон; к ним также относится блок **Scope**(осциллограф) (**Simulink** /**Sinks**/ **Scope**), рис. 20.

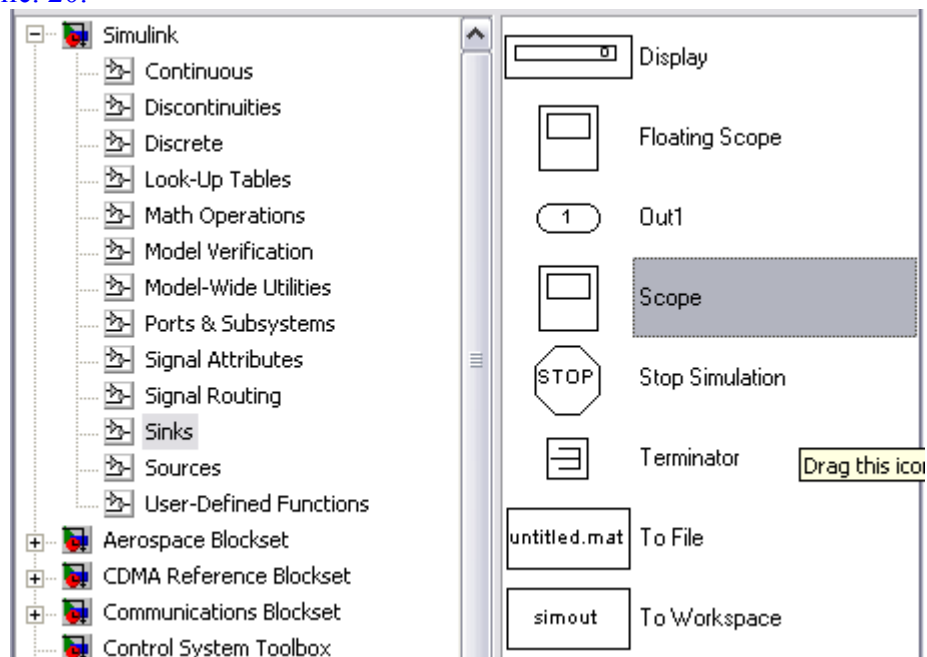
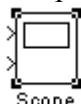


Рис. 20. Расположение блока Scope

Блок **Scope** имеет один вход и позволяет в процессе моделирования наблюдать интересные пользователя процессы. Основным параметром осциллографа является количество входов (т.е. количество отображаемых сигналов, одновременно в окне может отображаться до 30 сигналов). В зависимости от количества сигналов осциллограф может иметь несколько экранов. Экран осциллографа с двумя входами выглядит так, как показано



на рис. 21 (пиктограмма выглядит так).

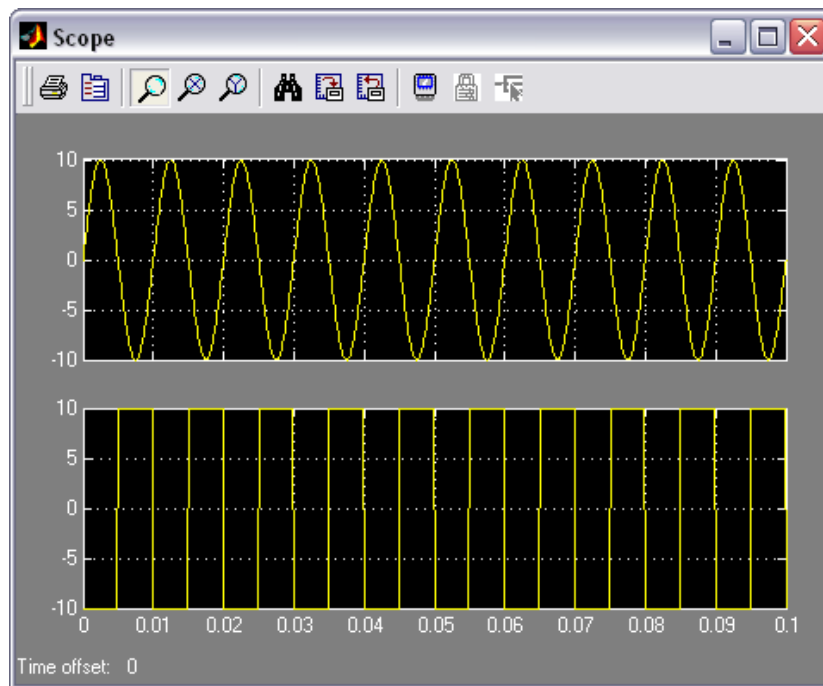



Рис. 21. Экран осциллографа Scope с двумя входами

Нажатие пиктограммы  приводит к появлению окна настройки параметров Scope (Scope parameters), рис. 22.

В графе **Number of axes** задается количество входов осциллографа, **Time range** – верхний предел времени, отображаемого на оси абсцисс, **Tick labels** – отображение осей координат (**all** – все оси, **none** – нет осей, **bottom axis only** – только горизонтальная ось). Рекомендуется использовать настройки, выставленные по умолчанию.

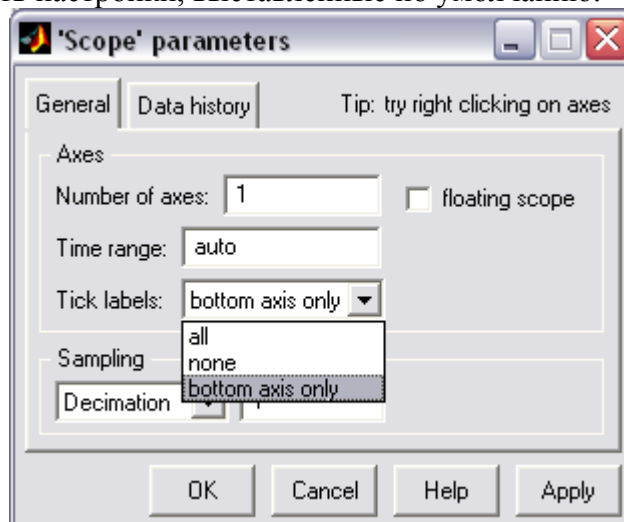


Рис. 22. Окно настройки параметров блока Scope

2.7. Режимы моделирования систем в программе Simulink (меню Simulation)

Не смотря на то, что меню **Simulation** (моделирование) содержит всего несколько команд (рис. 23), именно они играют основную роль при проведении исследований модели. Посредством этих команд разработчик получает возможность не только динамически управлять сеансом моделирования, но и изменять многие важнейшие параметры модели, такие, например, как способ изменения модельного времени, алгоритм расчета и формат представления результатов моделирования.

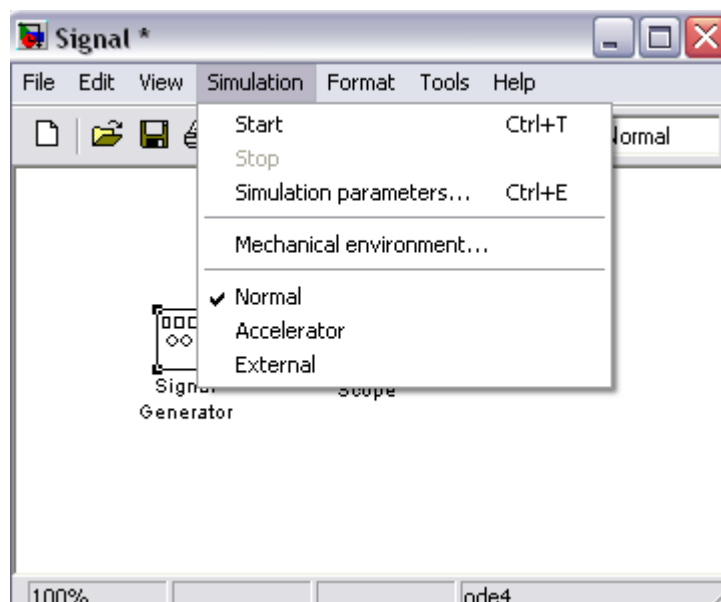


Рис. 23. Меню **Simulation**

Рассмотрим подробнее средства управления моделью и параметрами сеанса моделирования, которые предоставляет исследователю окно **Simulation Parameters** (параметры моделирования), рис. 24. Элементы управления на вкладке **Solver** собраны в три группы.

Simulation time (интервал моделирования) – выбор интервала моделирования посредством указания начального (**Start time**) и конечного (**Stop time**) значений модельного времени.

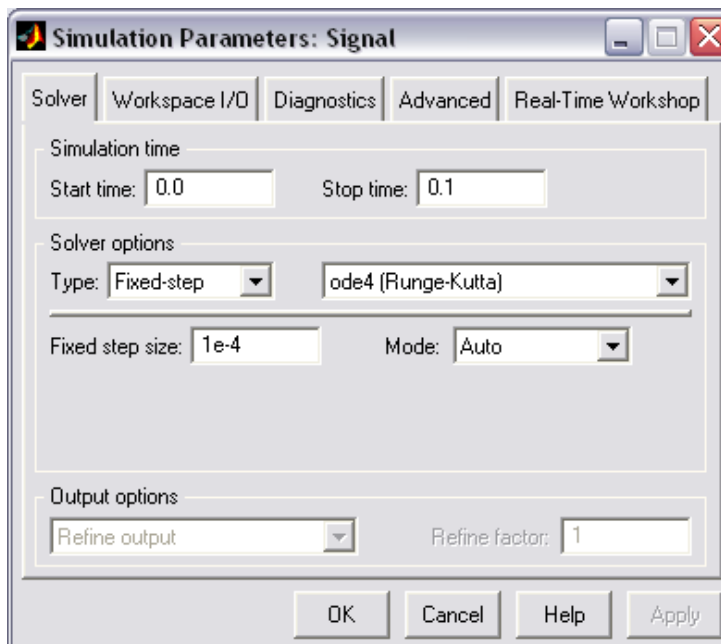


Рис. 24. Окно установки параметров моделирования

Solver options (параметры расчета) – выбор метода реализации (расчета) модели.

Output options (параметры вывода) – параметры вывода выходных параметров моделируемой системы (при моделировании с переменным шагом).

Под выбором метода реализации модели имеется в виду следующее. Имея структуру исследуемой системы в виде блок–диаграммы, разработчик может выбрать метод отображения хода моделирования. С помощью двух раскладывающихся списков **Type** (Тип) система может быть реализована в следующих формах:

- с дискретными состояниями и дискретным временем перехода из одного состояния в другое;
- с дискретными состояниями и непрерывным временем перехода;
- с непрерывными состояниями и дискретным временем переходов;
- с непрерывными состояниями и непрерывным временем переходов.

Первый список (слева) позволяет выбрать способ изменения модельного времени:

- **Variable – step** (переменный шаг) – моделирование с переменным шагом;
- **Fixed – step** (фиксированный шаг) – моделирование с фиксированным шагом.

Второй список (справа) позволяет выбрать метод расчета нового состояния системы.

Первый вариант (**discrete**) обеспечивает расчет дискретных состояний системы. Остальные пункты списка обеспечивают выбор метода расчета нового состояния для непрерывных систем. Эти методы различаются для переменного (**Variable – step**) и для фиксированного (**Fixed – step**) шага времени, но основаны на единой методике – решение обыкновенных дифференциальных уравнений(**ode**).

Ниже двух раскрывающихся списков **Type** находится поле, название которого изменяется в зависимости от выбранного способа изменения модельного времени (рекомендуется оставить параметры по умолчанию).

Параметры других вкладок также можно использовать по умолчанию.

3. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

При выполнении лабораторной работы используются программы **MATLAB** версии 6.0 и выше, а также **Mathcad** версии 2000 и выше.

4. ПРОГРАММА ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

- 4.1 Изучить особенности синтеза КИХ-фильтров методами весовых функций, частотной выборки, а также численными методами.
- 4.2 Выполнить в пакете программ **Mathcad** синтез КИХ-фильтра по алгоритму усреднения, рассчитать коэффициенты передаточной функции ЦФ, проверить соответствие частоты среза заданным требованиям. Найти переходную характеристику фильтра.
- 4.3 Выполнить в пакете программ **MATLAB** синтез КИХ-фильтров методами весовых функций Кайзера, по критерию минимального СКО и равноволновому критерию. Рассчитать коэффициенты передаточной функции ЦФ, проверить соответствие АЧХ заданным требованиям. Найти переходную характеристику фильтра. Найти отклики фильтра на гармонические сигналы в полосе пропускания и полосе задерживания, оценить избирательные свойства фильтра.

5. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

- 5.1. Что такое импульсная характеристика и передаточная функция ЦФ?
- 5.2. Что такое порядок ЦФ и как сказывается его значение при реализации фильтра?
- 5.3. От каких параметров зависит частотная характеристика ЦФ по алгоритму усреднения? Какова запись алгоритма работы такого фильтра?
- 5.4. Каков порядок расчета КИХ-фильтра методом весовых функций?
- 5.5. Какие выражения описывают импульсные характеристики идеальных ЦФ: ФНЧ, ПФ?
- 5.6. Каким образом записывается критерий минимума среднего квадрата ошибки (СКО) при расчете ЦФ численными методами?

- 5.7. Какие основные методы и разновидности методов используются в пакете программ **MATLAB** для расчета КИХ-фильтров?
- 5.8. Какие параметры фильтра позволяет визуально просмотреть окно **Filter Visualization Tool** блока параметров **Digital Filter Design**?
- 5.9. Для чего используется блок **Gain** при моделировании работы ЦФ?
- 5.10. Каково назначение блока **Zero-Order Hold** при моделировании работы ЦФ?
- 5.11. Каким образом задается период дискретизации блока **Zero-Order Hold** и чему он должен быть равен?
- 5.12. Какие параметры необходимо установить, чтобы на выходе блока **Step** получить непрерывное/дискретное ступенчатое воздействие?

6. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОГО ЗАДАНИЯ

- 6.1 Подготовить и ввести в программу исходные данные (п. 2.2.1) в соответствии с заданным вариантом (по номеру компьютера), необходимые для синтеза **цифрового ФНЧ**: алгоритм – **усреднение по N-отсчетам** (п. 2.2); частота среза F_c ; коэффициент усиления K_0 ; частота дискретизации $F_d=16$ кГц.

Вариант	1	2	3	4	5	6
F_c	100 Гц	200 Гц	300 Гц	400 Гц	500 Гц	600 Гц
K_0	10	20	30	40	50	60

Подобрать порядок фильтра N для обеспечения требуемой частоты среза и коэффициента усиления на постоянном токе (п. 2.2.2–2.2.5).

Оценить отклонение частоты среза фильтра от заданной.

Показать коэффициенты передаточной функции и АЧХ.

- 6.2 Создать модель фильтра (п. 2.6.1) в программе **Simulink**.

Подготовить и ввести в программу исходные данные (п. 2.6.1) в соответствии с заданным вариантом (по номеру компьютера), необходимые для синтеза **цифрового полосового фильтра (ПФ)**: метод расчета – **весовые функции Кайзера** (п. 2.3.3, 2.6.1); центральная частота полосы пропускания F_c ; коэффициент усиления K_0 , полоса пропускания $\Delta F=0.1 \cdot F_c$; пульсации в полосе пропускания – 3 дБ; ослабление на частоте $F_{stop1}=0.5 \cdot F_c$ 60 дБ; на частоте $F_{stop2}=2 \cdot F_c$ – 80 дБ.

Вариант	1	2	3	4	5	6
F_c	100 Гц	200 Гц	300 Гц	400 Гц	500 Гц	600 Гц
K_0	10	20	30	40	50	60

Частоту дискретизации F_s установить равной 16 кГц.

Фильтр должен иметь минимальный порядок.

- 6.3 Произвести синтез фильтра. Просмотреть и проанализировать следующие параметры фильтра: коэффициенты передаточной функции, АЧХ.
- 6.4 Подать на вход ЦФ единичное ступенчатое воздействие (п. 2.6.5) и вычислить переходную характеристику системы.
- 6.5 Подать на вход ЦФ гармонический сигнал (п. 2.6.3) с частотой F_x равной частоте F_c и единичной амплитудой. Построить графики входного и выходного сигнала. Оценить избирательные свойства фильтра.
- 6.6 Повторить п.6.5 для гармонического сигнала с частотой $F_x=2 \cdot F_c$.
- 6.7 Повторить пункты 6.2 – 6.6 для цифрового полосового фильтра (ПФ), рассчитанного по равноволновому критерию **Equiripple** (п. 2.6.1, 2.5): центральная частота полосы пропускания F_c ; коэффициент усиления K_0 , полоса пропускания

$\Delta F=0.1 \cdot F_c$; пульсации в полосе пропускания – 3 дБ; ослабление на частоте $F_{stop1}=0.5 \cdot F_c$ 60 дБ; на частоте $F_{stop2}=2 \cdot F_c$ – 80 дБ.

Вариант	1	2	3	4	5	6
F_c	100 Гц	200 Гц	300 Гц	400 Гц	500 Гц	600 Гц
K0	10	20	30	40	50	60

Частоту дискретизации F_s установить равной 16 кГц.

Порядок фильтра должен быть равен порядку фильтра, рассчитанного методом весовых функций Кайзера, п. 6.2-6.6.

6.8 Повторить пункты 6.2 – 6.6 для цифрового полосового фильтра (ПФ), рассчитанного по критерию минимального СКО **Least-squares** (п. 2.6.1, 2.5): центральная частота полосы пропускания F_c ; коэффициент усиления K0, полоса пропускания $\Delta F=0.1 \cdot F_c$; пульсации в полосе пропускания – 3 дБ; ослабление на частоте $F_{stop1}=0.5 \cdot F_c$ 60 дБ; на частоте $F_{stop2}=2 \cdot F_c$ – 80 дБ.

Вариант	1	2	3	4	5	6
F_c	100 Гц	200 Гц	300 Гц	400 Гц	500 Гц	600 Гц
K0	10	20	30	40	50	60

Частоту дискретизации F_s установить равной 16 кГц.

Порядок фильтра должен быть равен порядку фильтра, рассчитанного методом весовых функций Кайзера, п. 6.2-6.6.

7. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глинченко А.С. Цифровая обработка сигналов: учебное пособие. В 2 ч. Ч.1. – Красноярск: Изд-во КГТУ, 2001. – 199 с.
2. Гульятеев А. К. Визуальное моделирование в среде MatLab. Учеб. курс. – СПб.: Питер, 2000. – 480 с.
3. Гульятеев А. К. MatLab. Имитационное моделирование в среде Windows: учебное пособие. – СПб.: КОРОНА Принт, 1999. – 288 с.
4. Гольденберг Л.М. и др. Цифровая обработка сигналов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1990. – 256 с.
5. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. / Пер. с англ. под ред. Ю.Н. Александрова. – М.: Мир, 1978. – 848 с.
6. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. – СПб.: Питер, 2003. – 604 с.
7. Каппелини В., Константи́нидис А., Эмилиани П. Цифровые фильтры и их применение. – М.: Энергоатомиздат, 1983.
8. Хэмминг Р.В. Цифровые фильтры. – М.: Недра, 1987.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЦИФРОВОГО КИХ-ФИЛЬТРА В ПАКЕТАХ ПРОГРАММ MATHCAD и MATLAB

Методические указания к лабораторной работе №6
по курсу «Методы и средства обработки измерительных сигналов»

Составитель: Якимов Евгений Валерьевич