МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ» ЮРГИНСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

### Е.В. Полицинский, Э.Г. Соболева

## ЛЕКЦИИ ПО ФИЗИКЕ

### ЧАСТЬ 2

Рекомендовано в качестве учебного пособия Научно-методическим советом Юргинского технологического института (филиала) Томского политехнического университета

> Издательство Томского политехнического университета 2013

УДК 53(075) ББК 22.3:74.202я73 П50

### Полицинский Е.В.

П50 Лекции по физике. Часть 2: учебное пособие / Е.В. Полицинский, Э.Г. Соболева; Юргинский технологический институт. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2013. – 332 с.

В пособии изложены материалы лекций по колебаниям и волнам, оптике, элементам квантовой, атомной и ядерной физики.

Предназначено для студентов, обучающихся в высших учебных заведениях технических направлений подготовки, а также может использоваться при подготовке учащихся физико-математических классов углубленно изучающих физику.

> УДК 53(075) ББК 22.3:74.202я73

### Рецензенты

### Доктор педагогических наук, профессор ТГПУ И.Ю. Соколова

### Доктор химических наук, профессор ТГПУ Л.П. Еремин

### Кандидат физико-математических наук, доцент ЮТИ ТПУ *Е.П. Теслева*

# © ФГБОУ ВПО НИ ТПУ Юргинский технологический институт (филиал), 2013

- © Полицинский Е.В., Соболева Э.Г., 2013
- © Оформление. Издательство Томского политехнического университета, 2013

### Оглавление

Введение				
1. Механические и электромагнитные колебания				
1.1. Различные виды колебаний. Гармонические колебания	7			
1.2. Свободные колебания. Пружинный маятник	14			
1.3. Математический маятник	17			
1.4. Физический маятник	19			
1.5. Сложение колебаний одного направления и одинаковой				
частоты	21			
1.6. Биения	22			
1.7. Сложение взаимно-перпендикулярных колебаний	23			
1.8. Свободные затухающие колебания и их анализ	25			
1.9. Вынужденные колебания. Резонанс. Автоколебания	27			
1.10. Свободные колебания в идеализированном колебатель-				
ном контуре	32			
1.11. Аналогия между механическими и электромагнитными				
колебаниями	37			
1.12. Вынужденные механические колебания	38			
1.13. Вынужденные колебания. Переменный ток	40			
1.14. Резонанс напряжений	45			
1.15. Резонанс токов (параллельный резонанс)	47			
1.16. Мощность, выделяемая в цепи переменного тока	49			
2. Механические и электромагнитные волны				
2.1. Упругие волны	51			
2.2. Электромагнитные волны	68			
3. Геометрическая оптика и элементы электронной оптики				
3.1. Основные законы оптики. Полное отражение	78			
3.2. Зеркала	83			
3.3. Линзы и их основные характеристики	87			
3.4. Оптические приборы	94			
3.5. Глаз как оптический инструмент	95			
3.6. Оптические приборы для визуальных наблюдений	99			
3.7. Фотометрические величины и их единицы измерения	103			
3.8. Элементы электронной оптики	106			
4. Волновая оптика				
4.1. Развитие представлений о природе света	110			
4.2. Интерференция световых волн				
4.3. Методы наблюдения интерференции света				
4.4. Интерференция света в тонких плёнках	122			
4.5. Применение интерференции света	127			

4.6. Дифракция света. Метод зон Френеля	130			
4.7. Дифракция Фраунгофера	136			
4.8. Дифракционная решётка	139			
4.9. Пространственная решётка. Рассеяние света	143			
4.10. Дифракция рентгеновского излучения на кристалле.				
Формула Вульфа-Брегга	144			
4.11. Разрешающая способность оптических приборов	146			
4.12. Понятие о голографии	152			
4.13. Нормальная и аномальная дисперсия света	154			
4.14. Электронная теория дисперсии света	156			
4.15. Поглощение (абсорбция) света				
4.16. Эффект Доплера	161			
4.17. Излучение Вавилова-Черенкова	163			
4.18. Поляризация света	164			
4.19. Поляризация света при отражении и преломлении на				
границе двух диэлектриков	171			
4.20. Двойное лучепреломление	172			
4.21. Искусственная оптическая анизотропия	175			
4.22. Эффект Керра	176			
4.23. Вращение плоскости поляризации	177			
5. Элементы квантовой физики				
5.1. Квантовая природа излучения	179			
5.2. Фотоэффект. Фотоны	189			
5.3. Давление излучения	195			
5.4. Эффект Комптона	197			
5.5. Волновые свойства микрочастиц. Дифракция электронов	201			
5.6. Волновая функция. Соотношение неопределённостей Гей-				
зенберга	204			
5.7. Общее уравнение Шредингера. Уравнение Шредингера				
для стационарных состояний	211			
5.8. Принцип причинности в квантовой механике	213			
5.9. Примеры решений уравнения Шредингера	214			
6. Элементы атомной физики				
6.1. Опыт Резерфорда. Ядерная модель атома	219			
6.2. Квантовые постулаты Бора	222			
6.3. Атом водорода. Линейчатые спектры	224			
6.4. Атом водорода в квантовой механике	232			
6.5. Спин электрона. Спиновое квантовое число				
6.6. Принцип неразличимости тождественных частиц.				
Фермионы и бозоны	235			
6.7. Периодический закон Менделеева	237			

6.8. Рентгеновское излучение. Закон Мозли	238
6.9. Лазеры	242
7. Элементы квантовой статистики	
7.1. Фазовое пространство. Функция распределения	249
7.2. Понятие о квантовой статистике Бозе-Эйнштейна	
и Ферми-Дирака	250
7.3. Вырожденный электронный газ в металлах	252
7.4. Понятие о квантовой теории теплоемкости. Фононы	254
7.5. Выводы квантовой теории электропроводности металлов	256
8. Элементы физики твердого тела	
8.1. Понятие о зонной теории твердых тел	258
8.2. Металлы, диэлектрики и полупроводники по зонной тео-	
рии	260
8.3. Собственная проводимость полупроводников	262
8.4. Примесная проводимость полупроводников	266
8.5. Контакт двух металлов по зонной теории	270
8.6. Термоэлектрические явления и их применение	273
8.7. Выпрямление на контакте металл-полупроводник	276
8.8. Контакт электронного и дырочного полупроводников	
(p-n-переход)	278
8.9. Полупроводниковые диоды и триоды	282
9. Элементы ядерной физики и физики элементарных час-	
ТИЦ	
9.1. Состав атомных ядер. Изотопы, изобары и изотоны	286
9.2. Энергия связи ядер	293
9.3. Радиоактивность. Радиоактивные излучения и его виды	297
9.4. Закон радиоактивного распада	303
9.5. Ядерные реакции	307
9.6. Элементарные частицы	314
9.7. Фундаментальные взаимодействия	319
Приложение	323
Список литературы	331

### Введение

Курс общей физики является общеобразовательной основой подготовки современного инженера и занимает особое место в его подготовке. Разработка методов решения инженерных задач осуществляется на основе знаний естественно-научных дисциплин, среди которых физике отводится существенная роль, поскольку без знания её законов деятельность в разнообразных областях техники невозможна. Физика является основой технологии и техники.

Курс физики нельзя разделить на «нужную» и «ненужную» части. Полноценное современное представление об окружающем мире можно получить, лишь изучив полный логический замкнутый цельный курс физики. В данном пособии представлены материалы лекций по колебаниям и волнам, оптике, элементам квантовой, атомной и ядерной физики. При подготовке материалов лекций использовались литературные и электронные ресурсы приведённые в списке литературы.

Главное назначение пособия – ориентировочная основа для самостоятельного написания обучающимися конспектов при подготовке к лекциям. Предварительное изучение студентами материала лекции, самостоятельное написание конспекта являются обязательными составляющими авторской технологии подготовки студентов по физике на основе опережающей самостоятельной работы. Непосредственно на лекционном занятии идёт обсуждение материала лекции, с использованием заранее подготовленных студентами конспектов с одной стороны и презентацией лекции с другой.

Приведенные в пособии материалы будут полезны на практических занятиях по решению физических задач, при выполнении индивидуальных домашних заданий, при подготовке к коллоквиумам, зачетам, экзамену.

### 1. Механические и электромагнитные колебания

### 1.1. Различные виды колебаний. Гармонические колебания

*Колебания* – движения или процессы, характеризующиеся определенной повторяемостью во времени.

Колебательное движение – одно из самых распространенных движений в природе и технике. Колеблются деревья в лесу, струны музыкальных инструментов, вагоны на стыках рельсов, в природе наблюдаются приливы и отливы, возникают землетрясения, колеблются атомы в кристаллической решетке и так далее. Физическая природа колебаний может быть различной (механические, электромагнитные, электромеханические и др.). Например, качание маятника в часах – это механические колебания, колебания напряжения в сети переменного тока - это электромагнитные колебания. Однако различные колебательные процессы описываются одинаковыми уравнениями и имеют одинаковые характеристики (T – период, v – частота,  $\omega$  – круговая (циклическая) частота,  $A - амплитуда, \varphi - фаза)$ , поэтому к их изучению осуществляется единый подход. Вообще колебания можно классифицировать не только по характеру физических процессов, но и по способу возбуждения, а также по характеру зависимости от времени. По характеру зависимости от времени выделяют периодические колебания, характеризуемые такими функциями, что при любом t f(t+T) = f(t), непериодиче*ские*, если  $f(t+T) \neq f(t)$  и гармонические колебания (частный случай периодических колебаний). По способу возбуждения: свободные (или собственные), вынужденные, параметрические, автоколебания.

Свободные колебания – колебания, происходящие за счет первоначально сообщенной энергии при последующем отсутствии внешних воздействий на колебательную систему.

**Вынужденные колебания** – колебания, происходящие при периодическом внешнем воздействии.

Параметрические колебания – колебания, происходящие при периодическом изменении за счет внешнего воздействия какого-то параметра колебательной системы.

Автоколебания – незатухающие колебания, возникающие и поддерживаемые в диссипативной системе за счет постоянного внешнего источника энергии, причем свойства этих колебаний определяются самой системой.

Примерами простых колебательных систем могут служить груз на пружине или математический маятник. Колебания груза на пружине или

колебания маятника являются свободными колебаниями. Колебательную систему вне зависимости от её физической природы называют осциллятором.



Рис. 1. Механические колебательные системы

*Гармонические колебания* – колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется по закону синуса или косинуса (мы будем использовать функцию косинуса).

Важность рассмотрения гармонических колебаний:

- колебания, встречающиеся в природе и технике, близки к гармоническим;

- различные *периодические процессы* (процессы, повторяющиеся через равные промежутки времени) можно представить как наложение гармонических колебаний.

Гармонические колебания величины s описывается уравнениями типа

$$s = A\cos(\omega t + \varphi_o), \tag{1}$$

$$s = A\sin\left(\omega t + \varphi_{o}\right),\tag{1*}$$

где A – амплитуда колебаний;  $\omega$  – круговая (циклическая) частота;  $\varphi$  – начальная фаза колебаний;  $\omega t + \varphi$  – фаза колебаний в момент времени t. На рис. 2 изображены кривые соответствующие (1) и (1<sup>\*</sup>).

Полезно знать, что  $\cos \varphi = \sin(\varphi + \frac{\pi}{2})$ .

Для кривой соответствующей (1<sup>\*</sup>):  $S = A \sin \omega t$  (рис. 2), для кривой (1):  $S = A \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = A \cos \omega t$ . Сдвиг фаз  $\frac{\pi}{2}$ .

Рассмотрим физические величины, описывающие колебания (таблица 1).



Рис. 2. Кривые, соответствующие уравнениям (1) и  $(1^*)$ 

Таблица 1

Физическая	Обо-	Определение	График
величина	зна-		или формула
	чение		
Мгновенное	S	Мгновенное значение величины,	$s \wedge \land$
значение		колеблющейся по гармоническому	
величины		закону (например, смещение или	0
		заряд на обкладках конденсатора)	
Амплитуда	A	Максимальное значение колеб-	
		лющеися величины. Так как коси-	$A \land A \land A$
		нус изменяется в пределах от +1	
		40 - 1, $10 - 3$ Mower принимать зна-	
Кругорад (шикли-	ω	Чения от на до на Число колебаний за 2 <i>т</i> секунд	$\omega - 2\pi v$
ческая) частота	ω	тисло колсоании за 2/г секунд	$\omega = 2\pi v$
Фаза колебаний	$\omega t \perp \omega$	Велицииа определяющая значе-	$s = 4\cos(\omega t + \omega)$
	$\omega \iota + \varphi_o$	ние колеблюшейся величины от	$S = A \cos(\omega_0 l + \psi)$
		времени прошелшего от начала	Фаза – аргумент
		текущего периода колебаний	косинуса
Начальная	φ	Величина, определяющая значе-	При <i>t</i> = 0
фаза колебаний		ние колеблющейся величины в	$s = A \cos \varphi$
-		начальный момент времени	,
Период	Т	Промежуток времени, в течение	Т
		которого фаза колебания получает	
		приращение $2\pi$ , т.е.	
		$\omega(t+T) + \varphi_o = (\omega t + T) + 2\pi,$	$0$ $\sqrt{t}$
		$\pi 2\pi$	
		откуда $T =,$ или продолжи	
		тельность одного полного колеба-	
		ния	
Частота	V	Число полных колебаний, совер-	$v = \frac{n}{2} = \frac{1}{2}$
колебаний		шаемых в единицу времени	t T

### Физические величины, описывающие колебания

Единица частоты 1 Гц. 1 герц – частота периодического процесса, при котором за 1 с совершается один цикл процесса; 1 Гц = 1  $c^{-1}$ .

Графически гармонические колебания можно изображать, используя метод вращающегося вектора амплитуды.

Идея метода следующая. Из произвольной точки O на оси x под углом  $\varphi_o$  (начальная фаза колебания) откладывается вектор  $\vec{A}$ , модуль которого равен амплитуде рассматриваемого колебания (рис. 3). Приводя вектор  $\vec{A}$  во вращение с угловой скоростью  $\omega$ , равной циклической частоте колебания, получаем, что проекция конца вектора будет перемещаться по оси x и принимать значения от -A до +A, а колеблющаяся величина изменяться со временем по закону  $s = A \cos(\omega t + \varphi_o)$ .



Рис. 3. К методу вращающегося вектора амплиту-

Графическое представление гармонического колебания. Представляется проекцией на некоторую произвольно выбранную ось вектора A амплитуды, отложенного из произвольной точки оси под углом  $\varphi_0$ , равным начальной фазе, и вращающегося с угловой скоростью  $\omega$ , равной циклической частоте колебания, вокруг этой точки.

Гармонические колебания можно представить в комплексной форме. Запись гармонического колебания в комплексной форме

$$x = A e^{i(\omega_o t + \varphi)}.$$
 (2)

Обычная запись гармонического колебания

$$x = x_m \cos\left(\omega t + \varphi_o\right). \tag{3}$$

По формуле Эйлера,  $e^{i\alpha} = \cos \alpha + i \sin \alpha$ , поэтому действительная часть комплексной записи (первое уравнение) представляет собой гармоническое колебание (второе уравнение). Следовательно, колеблющаяся величина *x* определяется вещественной частью записанного гармонического колебания в комплексной форме.

Использования комплексной записи позволяет заменить (например, при сложении, умножении, дифференцировании и т. д.) громоздкие три-

гонометрические преобразования более простыми действиями над показательными функциями.

На рис. 4 изображены положения тела через одинаковые промежутки времени при гармонических колебаниях. Экспериментально такая картина может быть получена при стробоскопическом освещении (освещении колеблющегося тела короткими периодическими вспышками света). Стрелки изображают векторы скорости тела в различные моменты времени. На рис. 4 начальная фаза  $\varphi_o = 0$ . Интервал времени между последовательными положениями тела  $\tau = T/12$ .



Рис. 4. Стробоскопическое изображение гармонических колебаний

Рис. 5. Графики x(t) при изменении амплитуды, периода и начальной фазы

Рис. 5 иллюстрирует изменения, которые происходят на графике гармонического процесса, если изменяются либо амплитуда колебаний  $x_m$ , либо период T (или частота), либо начальная фаза  $\varphi_o$ . Во всех трех случаях для светлых кривых  $\varphi_o = 0$ : **a** – тёмная кривая отличается от светлой только большей амплитудой ( $x'_m > x_m$ ); **b** – тёмная кривая отличается от светлой только значением периода (T' = T/2); **c** – тёмная кривая кривая кривая отличается от светлой только значением начальной фазы ( $\varphi_o' = -\pi/2$  рад).

При колебательном движении тела вдоль прямой линии (ось ox) вектор скорости направлен всегда вдоль этой прямой. Скорость  $v = v_x$ 

движения тела определяется выражением  $\upsilon = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ; ( $\Delta t \rightarrow 0$ ). В математике процедура нахождения предела отношения  $\frac{\Delta x}{\Delta t}$  при  $\Delta t \rightarrow 0$  называется вычислением производной функции x (t) по времени t и обозначается как x' (t) или  $\frac{dx}{dt}$ .

Для гармонического закона движения  $x = x_m \cos(\omega t + \varphi_o)$  вычисление производной приводит к следующему результату:

$$\psi = \frac{dx}{dt} = -x_m \cdot \omega \sin\left(\omega + \varphi_o\right) = x_m \cdot \omega \cos\left(\omega t + \varphi_o + \frac{\pi}{2}\right). \tag{4}$$

Появление слагаемого  $+\pi/2$  в аргументе косинуса означает изменение начальной фазы. Максимальные по модулю значения скорости  $\upsilon = \omega \cdot x_m$  достигаются в те моменты времени, когда тело проходит через положения равновесия (x = 0). Аналогичным образом определяется ускорение тела при гармонических колебаниях:

$$a = \frac{d\upsilon}{dt} = -x_m \cdot \omega^2 \cos(\omega t + \varphi) = x_m \cdot \omega^2 \cos(\omega t + \varphi + \pi) = -\omega^2 x(t).$$
(5)

Знак минус в (5) означает, что ускорение a(t) всегда имеет знак, противоположный знаку смещения x(t), и, следовательно, по второму закону Ньютона сила, заставляющая тело совершать гармонические колебания, направлена всегда в сторону положения равновесия (x = 0). На рис. 6 приведены графики изменения координаты, скорости и ускорения тела, совершающего гармонические колебания.

Таким образом, амплитуды скорости и ускорения соответственно равны  $x_m \cdot \omega$  и  $x_m \cdot \omega^2$  Фаза скорости отличается от фазы смещения на  $\pi/2$ , а фаза ускорения на  $\pi$ . В моменты времени, когда x = 0, скорость  $\upsilon$  приобретает наибольшие значения; когда же x достигает максимального отрицательного значения, то ускорение приобретает наибольшее положительное значение (рис. 6).

Сила, действующая на колеблющуюся точку, пропорциональна смещению материальной точки и направлена в противоположную сторону (к положению равновесия)

$$F = m \cdot a = -m \cdot \omega^2 \cdot x. \tag{6}$$

При свободных механических колебаниях кинетическая и потенциальная энергии периодически изменяются. При максимальном отклонении тела от положения равновесия его скорость, а, следовательно, и кинетическая энергия обращаются в нуль. В этом положении потенциальная энергия колеблющегося тела достигает максимального значения.



Рис. 6. Графики координаты x(t), скорости v(t) и ускорения a(t) тела, совершающего гармонические колебания

Для груза на пружине потенциальная энергия – это энергия упругих деформаций пружины. Для математического маятника – это энергия в поле тяготения Земли.

Когда тело при своем движении проходит через положение равновесия, его скорость максимальна. Тело проскакивает положение равновесия по закону инерции. В этот момент оно обладает максимальной кинетической и минимальной потенциальной энергией. Увеличение кинетической энергии происходит за счет уменьшения потенциальной энергии. При дальнейшем движении начинает увеличиваться потенциальная энергия за счет убыли кинетической энергии и так далее (рис. 7).

Таким образом, при гармонических колебаниях происходит периодическое превращение кинетической энергии в потенциальную и наоборот. Если в колебательной системе отсутствует трение, то полная механическая энергия при свободных колебаниях остается неизменной.

Кинетическая энергия колеблющейся материальной точки

$$E_{k} = \frac{m \cdot \upsilon}{2} = \frac{m \cdot x_{m} \cdot \omega^{2}}{2} \sin^{2} \left(\omega t + \varphi_{o}\right) = \frac{m \cdot x_{m} \cdot \omega^{2}}{4} \left[1 - \cos 2\left(\omega t + \varphi_{o}\right)\right].$$
(7)



Рис. 7. Превращения энергии при свободных колебаниях

**Потенциальная энергия** точки, совершающей гармонические колебания под действием упругой силы *F* 

$$E_{p} = -\int_{0}^{x} F dx = \frac{m \cdot \omega^{2} \cdot x^{2}}{2} = \frac{m \cdot x_{m}^{2} \cdot \omega^{2}}{2} \cos(\omega t + \varphi_{o}) = \frac{m \cdot x_{m}^{2} \cdot \omega_{o}^{2}}{4} \times [1 + \cos 2(\omega t + \varphi_{o})].$$
(8)

Полная механическая энергия

$$E = E_k + E_p = \frac{m \cdot x_m^2 \cdot \omega^2}{2}.$$
(9)

 $E_k$  и  $E_p$  изменяются с частотой  $2\omega$ , то есть с удвоенной частотой гармонического колебания.  $\langle E_k \rangle = \langle E_p \rangle = \frac{E}{2}$  (поскольку  $\langle \sin^2 \alpha \rangle = \langle \cos^2 \alpha \rangle = \frac{1}{2}$ ).

#### 1.2. Свободные колебания. Пружинный маятник

Свободные колебания совершаются под действием внутренних сил системы после того, как система была выведена из положения равновесия. Для того чтобы свободные колебания совершались по гармоническому закону, необходимо, чтобы сила, стремящаяся возвратить тело в положение равновесия, была пропорциональна смещению тела из положения равновесия и направлена в сторону, противоположную смещению:

$$F(t) = m \cdot a(t) = -m \cdot \omega^2 \cdot x(t).$$
<sup>(10)</sup>

В этом соотношении  $\omega$  – круговая частота гармонических колебаний. Таким свойством обладает упругая сила в пределах применимости закона Гука:

$$F_{ynp} = -k \cdot x. \tag{11}$$

Силы любой другой физической природы, удовлетворяющие этому условию, называются квазиупругими.

Таким образом, груз некоторой массы m, прикрепленный к пружине жесткости k, второй конец которой закреплен неподвижно, составляют систему, способную совершать в отсутствие трения свободные гармонические колебания. Груз на пружине называют **линейным гармоническим осциллятором** (рис. 8).

Круговая частота  $\omega_o$  свободных колебаний груза на пружине находится из второго закона Ньютона:

$$m \cdot a = -k \cdot x = m \cdot \omega_o^2 \cdot x ,$$

откуда

$$\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$
 (12)

Частота  $\omega_0$  называется собственной частотой колебательной системы.



Рис. 8. Колебания груза на пружине без трения

Период Т гармонических колебаний груза на пружине равен

$$T = \frac{2\pi}{\omega_o} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}.$$
 (13)

При горизонтальном расположении системы пружина-груз сила тяжести, приложенная к грузу, компенсируется силой реакции опоры. Если же груз подвешен на пружине, то сила тяжести направлена по линии движения груза. В положении равновесия пружина растянута на величину *x*<sub>o</sub>, равную

$$x_o = \frac{m \cdot g}{k},\tag{14}$$

и колебания совершаются около этого нового положения равновесия. Приведенные выше выражения для собственной частоты ω<sub>0</sub> и периода колебаний T справедливы и в этом случае.

Строгое описание поведения колебательной системы может быть дано, если принять во внимание математическую связь между ускоре-

нием тела *а* и координатой *х*. Ускорение является второй производной координаты тела х по времени *t* 

$$a(t)=\frac{d^2x}{dt},$$

поэтому второй закон Ньютона для груза на пружине может быть записан в виде

$$m \cdot a = m \cdot \frac{d^2 x}{dt} = -k \cdot x$$
$$\frac{d^2 x}{dt} + \omega_o^2 \cdot x = 0, \qquad (15)$$

или

где  $\omega_o^2 = \frac{k}{m}$ .

Не только механические, но и любые другие физические системы, описываемые уравнением (15) способны совершать свободные гармонические колебания, так как решением этого уравнения являются гармонические функции вида  $x = x_m \cos(\omega t + \varphi_0)$ .

Уравнение (15) называется уравнением свободных колебаний. Следует обратить внимание на то, что физические свойства колебательной системы определяют только собственную частоту колебаний  $\omega_o$  или период *T*. Такие параметры процесса колебаний, как амплитуда  $x_m$  и начальная фаза  $\varphi_o$ , определяются способом, с помощью которого система была выведена из состояния равновесия в начальный момент времени.

Если, например, груз был смещен из положения равновесия на расстояние  $\Delta l$  и затем в момент времени t = 0 отпущен без начальной скорости, то  $x_m = \Delta l$ ,  $\varphi_o = 0$ .

Если же грузу, находившемуся в положении равновесия, с помощью резкого толчка была сообщена начальная скорость  $\pm v_o$ , то

$$x_m = \sqrt{\frac{m}{k} \cdot \nu_o}, \ \varphi_o = \pm \frac{\pi}{2}.$$
 (16)

Таким образом, амплитуда *x<sub>m</sub>* свободных колебаний и его начальная фаза *φ<sub>o</sub>* определяются начальными условиями.

Можно привести много разновидностей механических колебательных систем, в которых используются силы упругих деформаций. На рис. 9 показан угловой аналог линейного гармонического осциллятора.

Горизонтально расположенный диск висит на упругой нити, закрепленной в его центре масс. При повороте диска на угол  $\theta$  возникает момент сил  $M_{ynp}$  упругой деформации кручения

$$M_{ynp} = -\chi \cdot \theta. \tag{17}$$



Рис. 9. Крутильный маятник

Это соотношение выражает закон Гука для деформации кручения. Величина  $\chi$  аналогична жесткости пружины *k*. Второй закон Ньютона для вращательного движения диска записывается в виде

$$J \cdot \varepsilon = M_{ynp} = -\chi \cdot \theta \tag{18}$$

или  $J \cdot \ddot{\theta} = -\chi \cdot \theta$ , (19) где  $J = J_C$  – момент инерции диска относительно оси, проходящий через центр масс,  $\varepsilon$  – угловое ускорение.

По аналогии с грузом на пружине можно получить:

$$\omega_o = \sqrt{\frac{\chi}{J}}, \quad T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{J}{\chi}}.$$
 (20)

Крутильный маятник широко используется в механических часах. Его называют балансиром. В балансире момент упругих сил создается с помощью спиралевидной пружинки.

#### 1.3. Математический маятник

**Математический маятник** – тело небольших размеров, подвешенное на тонкой нерастяжимой нити, масса которой пренебрежимо мала по сравнению с массой тела. В положении равновесия, когда маятник висит по отвесу, сила тяжести  $m \cdot \vec{g}$  уравновешивается силой натяжения нити. При отклонении маятника из положения равновесия на некоторый угол  $\varphi$  появляется касательная составляющая силы тяжести  $F_{\tau} = -m \cdot g \sin \varphi$  (рис. 10). Знак «минус» в этой формуле означает, что касательная составляющая направлена в сторону, противоположную отклонению маятника.



Рис. 10. Математический маятник

Если обозначить через *x* линейное смещение маятника от положения равновесия по дуге окружности радиуса *l*, то его угловое смещение будет равно  $\varphi = x / l$ . Второй закон Ньютона, записанный для проекций векторов ускорения и силы на направление касательной, дает

$$m \cdot a_{\tau} = F_{\tau} = -m \cdot g \sin \frac{x}{l}.$$
 (21)

Это соотношение показывает, что математический маятник представляет собой сложную нелинейную систему, так как сила, стремящаяся вернуть маятник в положение равновесия, пропорциональна не смещению x, a  $\sin \frac{x}{l}$ .

Только в случае малых колебаний, когда приближенно  $\sin \frac{x}{l}$  можно заменить на  $\frac{x}{l}$ , математический маятник является гармоническим осциллятором, то есть системой, способной совершать гармонические колебания. Практически такое приближение справедливо для углов порядка 15–20°; при этом величина  $\sin \frac{x}{l}$  отличается от  $\frac{x}{l}$  не более, чем на 2 %. Колебания маятника при больших амплитудах не являются гармоническими.

Для малых колебаний математического маятника второй закон Ньютона записывается в виде

$$m \cdot a_{\tau} = -m \cdot \frac{g}{l} \cdot x. \tag{22}$$

Таким образом, тангенциальное ускорение  $a_{\tau}$  маятника пропорционально его смещению *x*, взятому с обратным знаком. Это как раз то условие, при котором система является гармоническим осциллятором. По общему правилу для всех систем, способных совершать свободные гар-

монические колебания, модуль коэффициента пропорциональности между ускорением и смещением из положения равновесия равен квадрату круговой частоты

$$\omega_o^2 = \frac{g}{l}; \quad \omega_o = \sqrt{\frac{g}{l}}.$$
 (23)

Эта формула выражает собственную частоту малых колебаний математического маятника.

Следовательно,

$$T = \frac{2\pi}{\omega_o} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$
 (24)

### 1.4. Физический маятник

Любое тело, насаженное на горизонтальную ось вращения, способно совершать в поле тяготения свободные колебания и, следовательно, также является маятником. Такой маятник принято называть **физическим** (рис. 11). Он отличается от математического только распределением масс. В положении устойчивого равновесия центр масс C физического маятника находится ниже оси вращения O на вертикали, проходящей через ось. При отклонении маятника на угол  $\varphi$  возникает момент силы тяжести, стремящийся возвратить маятник в положение равновесия

$$M = -(m \cdot g \sin \varphi) \cdot d, \tag{25}$$

здесь d – расстояние между осью вращения и центром масс C.



Рис. 11. Физический маятник

Знак «минус» в этой формуле означает, что момент сил стремится повернуть маятник в направлении, противоположном его отклонению из положения равновесия. Как и в случае математического маятника,

возвращающий момент M пропорционален sin  $\varphi$ . Это означает, что только при малых углах  $\varphi$ , когда sin  $\varphi \approx \varphi$ , физический маятник способен совершать свободные гармонические колебания. В случае малых колебаний

$$M = -m \cdot g \cdot d \cdot \varphi, \tag{26}$$

и второй закон Ньютона для физического маятника принимает вид

$$J \cdot \varepsilon = M = -m \cdot g \cdot d \cdot \varphi, \tag{27}$$

где  $\varepsilon$  – угловое ускорение маятника, J – момент инерции маятника относительно оси вращения O. Модуль коэффициента пропорциональности между ускорением и смещением равен квадрату круговой частоты

$$\omega_o^2 = \frac{m \cdot g \cdot d}{J} \Longrightarrow \omega_o = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot d}{J}}, \qquad (28)$$

здесь  $\omega_o$  – собственная частота малых колебаний физического маятника. Следовательно,

$$T = \frac{2\pi}{\omega_o} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{J}{m \cdot g \cdot d}}.$$
 (29)

Более строгий вывод формул для  $\omega_o$  и *T* можно сделать, если принять во внимание математическую связь между угловым ускорением и угловым смещением. Угловое ускорение  $\varepsilon$  есть вторая производная углового смещения  $\varphi$  по времени:  $\varepsilon(t) = \ddot{\varphi}(t)$ .

Поэтому уравнение, выражающее второй закон Ньютона для физического маятника, можно записать в виде

$$\ddot{\varphi} + \frac{m \cdot g \cdot d}{J} \cdot \varphi = 0. \tag{30}$$

Это уравнение свободных гармонических колебаний. Коэффициент  $\frac{m \cdot g \cdot d}{J}$  в этом уравнении имеет смысл квадрата круговой частоты сво-

бодных гармонических колебаний физического маятника.

По теореме о параллельном переносе оси вращения (теорема Штейнера) момент инерции J можно выразить через момент инерции  $J_C$  относительно оси, проходящей через центр масс C маятника и параллельной оси вращения  $J = J_C + m \cdot d^2$ .

Окончательно для круговой частоты  $\omega_o$  свободных колебаний физического маятника получается выражение

$$\omega_o = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot d}{J_C + m \cdot d^2}}.$$
(31)

Приведённая длина физического маятника:

$$L = \frac{J}{m \cdot d},\tag{32}$$

где *d* – расстояние между точкой подвеса и центром масс маятника.

Математический маятник можно представить как частный случай физического маятника, предположив, что его масса сосредоточена в центре масс. Для математического маятника  $J = m \cdot l^2$ . Тогда, согласно формуле (29) ( $T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{m \cdot g \cdot l}}$ ), получим  $T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$ . Приведенная длина физического маятника – это длина такого математического маятника

физического маятника – это длина такого математического маятника, который колеблется с физическим маятником синхронно.

### 1.5. Сложение колебаний одного направления и одинаковой частоты

Пусть нужно сложить два колебания, которые определяются уравнениями  $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1); \quad x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2).$  Представим каждое колебание в виде вектора и найдем по правилам сложения векторов результирующий вектор (рис. 12), используя метод вращающегося вектора амплитуды.



Рис. 12. Сложение колебаний одного направления и одинаковой часто-

Результирующее колебание равно сумме складываемых колебаний. Уравнение результирующего колебания

$$x = x_1 + x_2 = A \cos(\omega t + \varphi).$$
(33)

Результирующую амплитуду можно найти по теореме косинусов  $A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos\left[\pi - (\varphi_1 - \varphi_2)\right].$ 

По формулам приведения в тригонометрии

$$\cos\left[\pi - (\varphi_1 - \varphi_2)\right] = -\cos(\varphi_2 - \varphi_1),$$

следовательно

$$A^{2} = A_{1}^{2} + A_{2}^{2} + 2A_{1}A_{2}\cos(\varphi_{2} - \varphi_{1}).$$
(34)

Результирующая амплитуда равна

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}.$$
(35)

При  $\varphi_2 - \varphi_1 = \pm 2m\pi; (m = 0, 1, ...)$  амплитуда результирующего колебания равна сумме амплитуд складываемых колебаний

$$A = A_1 + A_2.$$

При  $\varphi_2 - \varphi_1 = \pm (2m-1)\pi; (m = 0, 1, 2, ...)$  амплитуда результирующего колебания равна разности амплитуд складываемых колебаний

$$A = \left| A_1 - A_2 \right|.$$

Следовательно, колебания в зависимости от разности фаз могут усиливать или ослаблять друг друга. Этот важный вывод используется при описании интерференции волн.

Начальная фаза

$$tg\varphi = \frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2}.$$
(36)

### 1.6. Биения

Биения – периодические изменения амплитуды колебания, возникающие при сложении двух гармонических колебаний с близкими частотами.

Складываемые колебания:

$$x_{1} = A \cos \omega t,$$
  

$$x_{2} = A \cos(\omega + \Delta \omega)t,$$
(37)

 $\Delta \omega << \omega$ , начальные фазы равны нулю (рис. 13).

Результирующее колебание

$$x = \left(2A\cos\frac{\Delta\omega}{2}t\right)\cos\omega t, \ \frac{\Delta\omega}{2} <<\omega.$$
(38)

Амплитуда биений

$$A_{\tilde{o}} = \left| 2A\cos\frac{\Delta\omega}{2}t \right|. \tag{39}$$



Рис. 13. Сложение двух колебаний с близкими частотами

Период биений

$$T_{\sigma} = \frac{2\pi}{\Delta\omega}.$$
 (40)

Частота биений равна разности частот складываемых колебаний.

#### 1.7. Сложение взаимно-перпендикулярных колебаний

#### Эллиптически-поляризованные колебания

Складываемые колебания

$$\begin{aligned} x &= A \, \cos \omega t, \\ y &= B \cos \left( \omega t + \alpha \right), \end{aligned}$$
 (41)

где A и B – амплитуды складываемых колебаний; начальная фаза первого колебания принята равной нулю;  $\alpha$  – разность фаз складываемых колебаний.

Складываются гармонические колебания одинаковой частоты  $\omega$ , происходящие во взаимно-перпендикулярных направлениях вдоль осей *х* и *у*.

Уравнение траектории результирующего колебания

$$\frac{x^2}{A^2} - \frac{2xy}{AB}\cos\alpha + \frac{y^2}{B^2} = \sin^2\alpha.$$
(42)

Это – уравнение эллипса, оси которого ориентированы относительно координатных осей произвольно (получается посредством исключения *t* из складываемых уравнений).

Эллиптически-поляризованные колебания – колебания, в которых траектория результирующего колебания имеет форму эллипса.

Уравнение траектории результирующего колебания в виде эллипса находится исключением параметра *t* из выражений (41).

Ориентация эллипса и его размеры зависят от амплитуд складываемых колебаний и разности фаз  $\alpha$ .

Рассмотрим некоторые частные случаи, представляющие физический интерес:

1)  $\alpha = m \cdot \pi$  (*m* = 0, ±1, ±2, …). В данном случае эллипс вырождается в отрезок прямой

$$y = \pm \left(\frac{B}{A}\right) \cdot x,\tag{43}$$

где знак плюс соответствует нулю и четным значениям *m* (рис. 14, *a*), а знак минус – нечетным значениям *m* (рис. 14, *б*). Результирующее колебание является гармоническим колебанием с частотой  $\omega$  и амплитудой  $\sqrt{A^2 + B^2}$ , совершающимся вдоль прямой, составляющей с осью *x* угол  $\varphi = arctg\left(\frac{B}{A}\cos m\pi\right)$ . В данном случае имеем дело с линейно поляри-

#### зованными колебаниями;

2)  $\alpha = (2 \cdot m + 1) \frac{\pi}{2} (m = 0, \pm 1, \pm 2,...)$ . В данном случае уравнение при-

мет вид

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1.$$
 (44)

Это уравнение эллипса, оси которого совпадают с осями координат, а его полуоси равны соответствующим амплитудам (рис. 15). Кроме того, если A=B, то эллипс вырождается в *окружность*. Такие колебания называются циркулярно поляризованными колебаниями или колебаниями, поляризованными по кругу.



Рис. 14. Линейно поляризованные колебания

Рис. 15. Эллипс

Если частоты складываемых взаимно перпендикулярных колебаний различны, то замкнутая траектория результирующего колебания довольно сложна. Замкнутые траектории, прочерчиваемые точкой, совершающей одновременно два взаимно перпендикулярных колебания, называются фигурами Лиссажу (рис. 16). Вид этих кривых зависит от соотношения амплитуд, частот и разности фаз складываемых колебаний.



Рис. 16. Фигуры Лиссажу

### 1.8. Свободные затухающие колебания и их анализ

В реальных условиях любая колебательная система находится под воздействием сил трения (сопротивления). При этом часть механической энергии превращается во внутреннюю энергию теплового движения атомов и молекул, и колебания становятся затухающими (рис. 17).

Скорость затухания колебаний зависит от величины сил трения. Интервал времени  $\tau$ , в течение которого амплитуда колебаний уменьшается в  $e \approx 2,7$  раз, называется временем затухания.

Частота свободных колебаний зависит от скорости затухания колебаний. При возрастании сил трения собственная частота уменьшается. Однако изменение собственной частоты становится заметным лишь при больших силах трения, когда собственные колебания быстро затухают.



Рис. 17. Затухающие колебания

Важной характеристикой колебательной системы, совершающей свободные затухающие колебания, является добротность Q. Этот параметр определяется как число N полных колебаний, совершаемых системой за время затухания  $\tau$ , умноженное на  $\pi$ :

$$Q = \pi \cdot N = \pi \cdot \frac{\tau}{T}.$$
(45)

Чем медленнее происходит затухание свободных колебаний, тем выше добротность *Q* колебательной системы. Добротность колебательной системы, определенная по затуханию колебаний на рис. 17, приблизительно равна 15. Добротности механических колебательных систем могут быть очень высокими – порядка нескольких сотен и даже тысяч.

Понятие добротности имеет глубокий энергетический смысл. Можно определить добротность *Q* колебательной системы следующим энергетическим соотношением:

 $Q = 2\pi \cdot 3$ апас энергии в колебательной системе / Потеря энергии за 1 период колебаний. (46)

Таким образом, добротность характеризует относительную убыль энергии колебательной системы из-за наличия трения на интервале времени, равном одному периоду колебаний.

Линейные системы – идеализированные реальные системы, в которых параметры, определяющие физические свойства системы, в ходе процесса не изменяются. Примером линейной системы является пружинный маятник при малых растяжениях (когда справедлив закон Гука). Ниже приведены уравнения и анализ свободных затухающих колебаний пружинного маятника (таблица 2).

Таблица 2

Сила трения	$F_{mp} = -r \cdot v = -r \cdot \dot{x}$	Сила трения для пружинного маят- ника, совершающего малые колеба- ния, пропорциональна скорости. Знак минус указывает на противопо- ложные направления силы трения и скорости.
Закон движения маятника	$m \cdot \ddot{x} = -k \cdot x - r \cdot \dot{x}$	<i>k</i> – жесткость пружины; <i>m</i> – масса маятника; <i>r</i> – коэффициент сопро- тивления.
Дифференциаль- ное уравнение затухающих колебаний	$\ddot{x} + \frac{r}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0,$ $\ddot{x} + 2\cdot\delta\cdot\dot{x} + \omega_o^2\cdot x = 0$	Учли, что собственная частота $\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}}$ и коэффициент затухания $\delta = \frac{r}{r}$ .
Решение дифференциально-	$x = A_o \cdot e^{-\delta t} \cos\left(\omega t + \varphi\right)$	$\frac{2 \cdot m}{s, A} = s = A_o e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi)$
го уравнения Амплитуда затухающих колебаний	$A = A_o \cdot e^{-\delta t}$	$A_o$ $A_1$ $A_2$ $A_2$ $A_2$ $A_2$ $A_2$ $A_3$ $A_4$ $A_2$ $A_3$ $A_4$
Циклическая частота	$\omega = \sqrt{\left(\omega_o^2 - \delta^2\right)}$	$\int_{T} \int_{A=-A_{o}e^{-\delta t}} t$
		$A_o$ – начальная амплитуда; $\omega_o$ – собственная частота колебательной системы (при $\delta = 0$ ).
Период затухающих колебаний	$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\left(\omega_o^2 - \delta^2\right)}}$	Колебание $x = A_o \cdot e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi)$ не является периодическим, а тем более гармоническим. Однако в случае ма- лого затухания ( $\delta << \omega_o$ ) условно
		используется понятие периода зату- хающих колебаний (промежутка времени между двумя последова- тельными максимумами (или мини- мумами)).

Свободные затухающие колебания пружинного маятника

### 1.9. Вынужденные колебания. Резонанс. Автоколебания

Колебания, совершающиеся под воздействием внешней периодической силы, называются вынужденными. Эти колебания являются незатухающими. Внешняя сила совершает положительную работу и обеспечивает приток энергии к колебательной системе. Она не даёт колебаниям затухать, несмотря на действие сил трения.

Периодическая внешняя сила может изменяться во времени по различным законам. Особый интерес представляет случай, когда внешняя сила, изменяющаяся по гармоническому закону с частотой  $\omega$ , воздействует на колебательную систему, способную совершать собственные колебания на некоторой частоте  $\omega_o$ .

Если свободные колебания происходят на частоте  $\omega_o$ , которая определяется параметрами системы, то установившиеся вынужденные колебания всегда происходят на частоте  $\omega$  внешней силы. После начала воздействия внешней силы на колебательную систему необходимо некоторое время  $\Delta t$  для установления вынужденных колебаний. Время установления по порядку величины равно времени затухания  $\tau$  свободных колебаний в колебательной системе.

В начальный момент в колебательной системе возбуждаются оба процесса – вынужденные колебания на частоте  $\omega$  и свободные колебания на собственной частоте  $\omega_o$ . Но свободные колебания затухают из-за неизбежного наличия сил трения. Поэтому через некоторое время в колебательной системе остаются только стационарные колебания на частоте  $\omega$  внешней вынуждающей силы.

Рассмотрим вынужденные колебания тела на пружине (рис. 18). Внешняя сила  $\vec{F}_{_{GH}}$  приложена к свободному концу пружины. Она заставляет свободный левый конец пружины (рис. 18) перемещаться по закону

$$y = y_m \cos \omega t, \tag{47}$$

где *у<sub>m</sub>* – амплитуда колебаний,  $\omega$  – круговая частота.



Рис. 18. Вынужденные колебания груза на пружине

Если левый конец пружины смещен на расстояние y, а правый – на расстояние x от их первоначального положения, когда пружина была недеформирована, то удлинение пружины  $\Delta l$  равно:

$$\Delta l = x - y = x - y_m \cos \omega t. \tag{48}$$

Второй закон Ньютона для тела массой *т* 

$$m \cdot a = -k \cdot (x - y) = -k \cdot x + k \cdot y_m \cos \omega t.$$
(49)

В этом уравнении сила, действующая на тело, представлена в виде двух слагаемых. Первое слагаемое в правой части – это упругая сила, стремящаяся возвратить тело в положение равновесия (x = 0). Второе слагаемое – внешнее периодическое воздействие на тело. Это слагаемое и называют вынуждающей силой.

Уравнению, выражающему второй закон Ньютона для тела на пружине при наличии внешнего периодического воздействия, можно придать строгую математическую форму, если учесть связь между ускорением тела и его координатой:  $a = \ddot{x}$ . Тогда уравнение вынужденных колебаний запишется в виде

$$\ddot{x} + \omega_o^2 \cdot x = A \cos \omega t, \tag{50}$$

где  $\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}}$  – собственная круговая частота свободных колебаний,

 $\omega$  — циклическая частота вынуждающей силы. В случае вынужденных колебаний груза на пружине (рис. 18) величина A определяется выражением

$$A = \frac{k}{m} \cdot y_m = \omega_o^2 \cdot y_m.$$
<sup>(51)</sup>

Уравнение (50) не учитывает действия сил трения. Это уравнение содержит две частоты – частоту  $\omega_o$  свободных колебаний и частоту  $\omega$  вынуждающей силы.

Установившиеся вынужденные колебания груза на пружине происходят на частоте внешнего воздействия по закону

$$x = x_m \cos(\omega t + \theta). \tag{52}$$

Амплитуда вынужденных колебаний  $x_m$  и начальная фаза  $\theta$  зависят от соотношения частот  $\omega_o$  и  $\omega$  и от амплитуды  $y_m$  внешней силы.

На очень низких частотах, когда  $\omega \ll \omega_o$ , движение тела массой *m*, прикрепленного к правому концу пружины, повторяет движение левого конца пружины. При этом x(t) = y(t), и пружина остаётся практически недеформированной. Внешняя сила  $\vec{F}_{sh}$ , приложенная к левому концу пружины, работы не совершает, так как модуль этой силы при  $\omega \ll \omega_o$  стремится к нулю.

Если частота  $\omega$  внешней силы приближается к собственной частоте  $\omega_o$ , возникает резкое возрастание амплитуды вынужденных колебаний. Это явление называется резонансом. Зависимость амплитуды  $x_m$  вынуж-

денных колебаний от частоты *ω* вынуждающей силы называется резонансной характеристикой или резонансной кривой (рис. 19).

При резонансе амплитуда  $x_m$  колебания груза может во много раз превосходить амплитуду  $y_m$  колебаний свободного (левого) конца пружины, вызванного внешним воздействием. В отсутствие трения амплитуда вынужденных колебаний при резонансе должна неограниченно возрастать. В реальных условиях амплитуда установившихся вынужденных колебаний определяется условием: работа внешней силы в течение периода колебаний должна равняться потерям механической энергии за то же время из-за трения. Чем меньше трение (то есть чем выше добротность Q колебательной системы), тем больше амплитуда вынужденных колебаний при резонансе.

У колебательных систем с не очень высокой добротностью (< 10) резонансная частота несколько смещается в сторону низких частот. Это хорошо заметно (рис. 19). На рис. 19 колебательной системе без трения соответствует кривая 1; при резонансе амплитуда  $x_m$  вынужденных колебаний неограниченно возрастает; 2, 3, 4 – реальные резонансные кривые для колебательных систем с различной добротностью:  $Q_2 > Q_3 > Q_4$ . На низких частотах ( $\omega \ll \omega_o$ )  $x_m \approx y_m$ . На высоких частотах ( $\omega \gg \omega_o$ )  $x_m \rightarrow 0$ . Явление резонанса может явиться причиной разрушения мостов, зданий и других сооружений, если собственные частоты их колебаний совпадут с частотой периодически действующей силы, возникшей, например, из-за вращения несбалансированного мотора.



Рис. 19. Резонансные кривые при различных уровнях затухания

Вынужденные колебания – это незатухающие колебания. Неизбежные потери энергии на трение компенсируются подводом энергии от внешнего источника периодически действующей силы. Существуют системы, в которых незатухающие колебания возникают не за счет периодического внешнего воздействия, а в результате имеющейся у таких систем способности самой регулировать поступление энергии от постоянного источника. Такие системы называются автоколебательными, а процесс незатухающих колебаний в таких системах – автоколебаниями.

В автоколебательной системе можно выделить три основных элемента – колебательная система, источник энергии и устройство обратной связи между колебательной системой и источником. В качестве колебательной системы может быть использована любая механическая система, способная совершать собственные затухающие колебания (например, маятник настенных часов). Источником энергии может служить энергия деформации пружины или потенциальная энергия груза в поле тяжести. Устройство обратной связи представляет собой некоторый механизм, с помощью которого автоколебательная система регулирует поступление энергии от источника. На рис. 20 изображена схема взаимодействия различных элементов автоколебательной системы.



Рис. 20. Функциональная схема автоколебательной системы

В качестве примера механической автоколебательной системы можно привести часовой механизм с анкерным ходом (рис. 21). Ходовое колесо с косыми зубьями жёстко скреплено с зубчатым барабаном, через который перекинута цепочка с гирей. На верхнем конце маятника закреплен анкер (якорек) с двумя пластинками из твёрдого материала, изогнутыми по дуге окружности с центром на оси маятника. В ручных часах гиря заменяется пружиной, а маятник – балансиром-маховичком, скреплённым со спиральной пружиной. Балансир совершает крутильные колебания вокруг своей оси. Колебательной системой в часах является маятник или балансир. Источником энергии – поднятая вверх гиря или заведенная пружина. Устройством, с помощью которого осуществляется обратная связь, является анкер, позволяющий ходовому колесу повернуться на один зубец за один полупериод. Обратная связь осуществляется взаимодействием анкера с ходовым колесом. При каждом колебании маятника зубец ходового колеса толкает анкерную вилку в направлении движения маятника, передавая ему некоторую порцию энергии, которая компенсирует потери энергии на трение. Таким образом, потенциальная энергия гири (или закрученной пружины) постепенно, отдельными порциями передается маятнику.



Рис. 21. Часовой механизм с маятником

Механические автоколебательные системы широко распространены в окружающей нас жизни и в технике. Автоколебания совершают паровые машины, двигатели внутреннего сгорания, электрические звонки, струны смычковых музыкальных инструментов, воздушные столбы в трубах духовых инструментов, голосовые связки при разговоре или пении и так далее.

### 1.10. Свободные колебания в идеализированном колебательном контуре

В электрических цепях, так же как и в механических системах (пружинный и математический маятники), могут возникать **свободные** колебания. Периодические или почти периодические изменения заряда, силы тока, напряжения называют электромагнитными колебаниями. Простейшей электрической системой, способной совершать свободные колебания, является колебательный контур. Колебательный контур – цепь, состоящая из включённых последовательно катушки индуктивностью *L*, конденсатора электроёмкостью *C* и резистора сопротивлением *R* (рис. 22).

Когда ключ K находится в положении I, конденсатор заряжается до напряжения U. После переключения ключа в положение 2 начинается процесс разрядки конденсатора через резистор R и катушку индуктивности L. При определенных условиях этот процесс может иметь колебательный характер.

Рассмотрим электромагнитные колебания в контуре с  $R \rightarrow 0$  (рис. 23).



Рис. 22. Последовательный RLC-контур

Полное колебание происходит за время t с момента зарядки конденсатора. Условно разделим период на четыре части.

1) Зарядка конденсатора ( $q_m$ ; I = 0).

2) За <sup>1</sup>/<sub>4</sub>T происходит разрядка конденсатора (q = 0; I<sub>max</sub>).
3) Через <sup>T</sup>/<sub>2</sub> происходит перезарядка конденсатора (рис. 23), заряд конденсатора q<sub>m</sub>, ток в катушке I = 0.
4) Через <sup>3</sup>/<sub>4</sub>T снова происходит разрядка конденсатора (q = 0; I<sub>max</sub>).

5) Через Т происходит перезарядка конденсатора.

Построим графики q(t)и I(t) (рис. 24).

Энергия магнитного поля катушки

$$W_{\mathcal{M}} = \frac{L \cdot I^2}{2}.$$
(53)

Энергия электрического поля конденсатора

$$W_{\mathfrak{I}} = \frac{C \cdot U^2}{2} = \frac{q^2}{2 \cdot C}.$$
(54)

Из закона сохранения энергии следует, что при отсутствии сопротивления максимальное значение энергии электрического поля заряженного конденсатора равно максимальному значению энергии магнитного поля катушки

$$W_{M} = W_{9} \tag{55}$$

ИЛИ

$$\frac{C \cdot U_m^2}{2} = \frac{L \cdot I_m^2}{2}.$$
(56)

В произвольный же момент времени сумма энергий электрического и магнитного полей является величиной постоянной

$$\frac{C \cdot U^2}{2} + \frac{L \cdot I^2}{2} = const = \frac{C \cdot U_m^2}{2} = \frac{L \cdot I_m^2}{2}.$$
 (57)

Закон Ома для замкнутой *RLC*-цепи, не содержащей внешнего источника тока, записывается в виде

$$I \cdot R + U = -L\frac{dI}{dt},\tag{58}$$

где  $U = \frac{q}{C}$  – напряжение на конденсаторе, q – заряд конденсатора,  $I = \frac{dq}{dt}$  – ток в цепи.



Рис. 23. Электромагнитные колебания в контуре

В правой части этого соотношения стоит ЭДС самоиндукции катушки. Уравнение, описывающее свободные колебания в *RLC*-контуре, может быть приведено к следующему виду, если в качестве переменной величины выбрать заряд конденсатора q(t)

$$\ddot{q} + \frac{R}{L} \cdot \dot{q} + \frac{1}{LC} \cdot q = 0.$$
(59)

При получении данного уравнения мы разделили (58) на *L* и подставили  $I = \dot{q}$  и  $\frac{dI}{dt} = \ddot{q}$ .



Рис. 24. Графики зависимости q(t) и I(t)

Если сопротивление R = 0, то свободные электромагнитные колебания в контуре являются гармоническими. Тогда из (59) получим дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний заряда в контуре

$$\ddot{q} + \frac{1}{L \cdot C} \cdot q = 0. \tag{60}$$

Из выражений  $\ddot{s} + \omega_0^2 \cdot s = 0$  и  $s = A \cdot \cos(\omega_0 t + \phi)$  вытекает, что заряд q совершает гармонические колебания по закону

$$q = q_m \cdot \cos(\omega_o t + \varphi), \tag{61}$$

где  $q_m$  – амплитуда колебаний заряда конденсатора с циклической частотой  $\omega_o$ , называемой собственной частотой контура, то есть

$$\omega_o = \sqrt{\frac{1}{LC}} \tag{62}$$

и периодом

$$T = \frac{2\pi}{\omega_o} = 2\pi\sqrt{LC}.$$
 (63)

Формула (63) впервые была получена У. Томсоном и называется формулой Томсона.

Частота свободных колебаний в контуре

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$
(64)

Период и частота свободных колебаний не зависят от амплитуды колебаний и полностью определяются параметрами колебательной системы (L и C).

Сила тока в колебательном контуре

$$I = \dot{q} = -\omega_o q_m \sin\left(\omega_o t + \varphi\right) = I_m \cos\left(\omega_o t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right), \quad (65)$$

где  $I_m = \omega_o \cdot q_m$  – амплитуда силы тока.

Напряжение на конденсаторе

$$U = \frac{q}{C} = \frac{q_m}{C} \cos\left(\omega_o t + \varphi\right) = U_m \cos\left(\omega_o t + \varphi\right), \tag{66}$$

где  $U_m = q_m / C$  – амплитуда напряжения.

Из выражений (65) и (66) вытекает, что колебания тока I опережают по фазе колебания заряда q на  $\pi/2$ , то есть, когда ток (а также и напряжение) достигает максимального значения, заряд обращается в нуль, и наоборот.

Все реальные колебательные контуры содержат электрическое сопротивление *R*. Процесс свободных колебаний в таком контуре уже не подчиняется гармоническому закону. За каждый период колебаний часть электромагнитной энергии, запасённой в контуре, превращается в джоулево тепло, и колебания становятся затухающими (рис. 25).



Рис. 25. Затухающие колебания в контуре

Затухающие колебания в электрическом контуре аналогичны затухающим колебаниям груза на пружине при наличии вязкого трения, когда сила трения изменяется прямо пропорционально скорости тела:  $F_{mp} = -\beta \cdot \upsilon$ . Коэффициент  $\beta$  в этой формуле аналогичен сопротивлению Rв электрическом контуре. Уравнение свободных колебаний в контуре при наличии затухания имеет вид

$$\ddot{q} + 2 \cdot \delta \cdot \dot{q} + \omega_o^2 \cdot q = 0.$$
(67)

Физическая величина  $\delta = R / 2 \cdot L$  называется коэффициентом затухания.

Решением этого дифференциального уравнения является функция
$$q(t) = q_o \cdot e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi_o), \tag{68}$$

которая содержит множитель *exp* (- $\delta$ ·*t*), описывающий затухание колебаний. Скорость затухания зависит от электрического сопротивления *R* контура. Интервал времени  $\tau = \frac{1}{\delta}$ , в течение которого амплитуда колебаний уменьшается в *e* ≈ 2,7 раза, называется **временем затухания**.

Как уже ранее отмечалось добротность

$$Q = \pi \cdot N = \pi \cdot \frac{\tau}{T},\tag{69}$$

где N – число полных колебаний, совершаемых системой за время затухания  $\tau$ .

Энергетическое определение добротности

 $Q = 2\pi \cdot 3$ апас энергии в колебательной системе / Потеря энергии за 1 период колебаний. (70)

Для *RLC*-контура добротность *Q* выражается формулой

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$
(71)

Добротность электрических контуров, применяемых в радиотехнике, обычно порядка нескольких десятков и даже сотен.

Следует отметить, что собственная частота  $\omega$  свободных колебаний в контуре с не очень высокой добротностью несколько меньше собственной частоты  $\omega_o$  идеального контура с теми же значениями *L* и *C*. Но при  $Q \ge (5-10)$  этим различием можно пренебречь.

## 1.11. Аналогия между механическими и электромагнитными колебаниями

Сравнение свободных колебаний груза на пружине и процессов в электрическом колебательном контуре позволяет сделать заключение об аналогии между электрическими и механическими величинами. Эти аналогии представлены в таблице 3.

Аналогии между механическими и электрическими колебательными системами успешно используются в современных исследованиях и расчётах. При расчёте сложных механических систем часто прибегают к электромеханической аналогии, моделирую механическую систему соответствующей электрической.

Знание аналогии между электрическими и механическими величинами, позволяет успешно решать ряд задач по механике и электродинамике.

# Таблица 3

Механические колебания		Электромагнитные колебания	
Дифференциаль- ное уравнение	$\ddot{x} + \frac{r}{m} \cdot \dot{x} + \frac{k}{m} \cdot x = 0,$	Дифференциаль- ное уравнение	$\ddot{q} + \frac{R}{L} \cdot \dot{q} + \frac{1}{L \cdot C} \cdot q = 0,$
	$\ddot{x} + 2\delta \cdot \dot{x} + \omega_0^2 \cdot x = 0$		$\ddot{q} + 2\delta \cdot \dot{q} + \omega_0^2 \cdot q = 0$
Масса	т	Индуктивность катушки	L
Коэффициент сопротивления	r	Сопротивление	R
Коэффициент жесткости	k	Величина, обратная емкости	$\frac{1}{C}$
Смещение	x	Заряд	q
Скорость	$\upsilon = \frac{dx}{dt}$	Сила тока	$I = \frac{dq}{dt}$
Потенциальная	$k \cdot x^2$	Энергия	$q^2$
энергия	2	электрического поля конденсатора	$\frac{1}{2C}$
Кинетическая энергия	$\frac{m \cdot \upsilon^2}{2}$	Энергия магнитного поля	$\frac{L \cdot I^2}{2}$
Собственная частота пружинного маятника	$\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}}$	катушки Собственная частота пружин- ного маятника	$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$
Циклическая частота затухающих колебаний	$\omega = \sqrt{\left(\frac{k}{m} - \frac{r^2}{4m^2}\right)}$	Циклическая частота затухающих колебаний	$\omega = \sqrt{\left(\frac{1}{L \cdot C} - \frac{R^2}{4L^2}\right)}$
Коэффициент затухания	$\delta = \frac{r}{2m}$	Коэффициент затухания	$\delta = \frac{R}{2L}$
Добротность пружинного маятника	$Q = \frac{\omega_o}{2\delta} = \frac{\sqrt{m \cdot k}}{r}$	Добротность колебательного контура	$Q = \frac{\omega_o}{2\delta} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$

Сопоставление механических и электромагнитных колебаний

# 1.12. Вынужденные механические колебания

Вынужденные механические колебания – незатухающие колебания, возникающие под действием внешней периодически изменяющейся силы

$$F = F_o \cos \omega t, \tag{72}$$

где  $F_o$  – амплитудное значение вынуждающей силы;  $\omega$  – частота вынуждающей силы.

Закон движения пружинного маятника

$$m \cdot \ddot{x} = -k \cdot x - r \cdot \dot{x} + F_o \cos \omega t, \tag{73}$$

где - $k \cdot x$  – сила упругости; - $r \cdot v$  – сила трения;  $F_o \cos \omega t$  – вынуждающая сила.

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний

$$\ddot{x} + \frac{r}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{F_o}{m}\cos\omega t,$$

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_o^2 x = \frac{F_o}{m}\cos\omega t.$$
(74)

Учли, что собственная частота  $\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}}$  и

коэффициент затухания  $\delta = \frac{r}{2m}$ .

Решение дифференциального уравнения

и 
$$x = A\cos(\omega t - \varphi),$$
 (75)  
где  $A = \frac{F_o / m}{\sqrt{(\omega_o^2 - \omega^2)} + 4\delta^2 \omega^2}, \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{2\delta\omega}{\omega_o^2 - \omega^2}.$ 

Это – частное решение неоднородного уравнения, описывающие уже установившиеся колебания.

Решение дифференциального уравнения вынужденных колебаний вообще равно сумме общего решения однородного уравнения  $(x_1 = A_o e^{-\delta t} \cos(\omega_1 t + \varphi))$ , но оно играет существенную роль только в начальной стадии процесса (при установлении колебаний) и рассмотренного выше частного решения неоднородного уравнения при установившихся колебаниях (рис. 26).



Рис. 26. Устанавливающиеся колебания

## 1.13. Вынужденные колебания. Переменный ток

Процессы, возникающие в электрических цепях под действием внешнего периодического источника тока, называются вынужденными колебаниями.

Вынужденные колебания, в отличие от собственных колебаний в электрических цепях, являются **незатухающими**. Периодический внешний источник обеспечивает приток энергии к системе и не даёт колебаниям затухать, несмотря на наличие неизбежных потерь.

Особый интерес представляет случай, когда внешний источник, напряжение которого изменяется по гармоническому закону с частотой  $\omega$ , включен в электрическую цепь, способную совершать собственные свободные колебания на некоторой частоте  $\omega_{o}$ .

Если частота  $\omega_o$  свободных колебаний определяется параметрами электрической цепи, то установившиеся вынужденные колебания всегда происходят на частоте  $\omega$  внешнего источника.

Для установления стационарных вынужденных колебаний необходимо некоторое время  $\Delta t$  после включения в цепь внешнего источника. Это время по порядку величины равно времени  $\tau$  затухания свободных колебаний в цепи.

Электрические цепи, в которых происходят установившиеся вынужденные колебания под действием периодического источника тока, называются цепями переменного тока.

Установившиеся вынужденные электромагнитные колебания можно рассматривать как протекание в цепи, содержащей резистор, катушку индуктивности и конденсатор, переменного тока. Переменный ток можно считать квазистационарным, то есть для него мгновенные значения силы тока во всех сечениях цепи практически одинаковы, так как их изменения происходят достаточно медленно, а электромагнитные возмущения распространяются по цепи со скоростью, равной скорости света. Для мгновенных значений квазистационарных токов выполняются закон Ома и вытекающие из него правила Кирхгофа, которые будут использованы применительно к переменным токам.

Рассмотрим последовательно процессы, происходящие на участке цепи, содержащем резистор, катушку индуктивности и конденсатор, к концам которого приложено переменное напряжение

$$U = U_m \cos \omega t, \tag{76}$$

где  $U_{\rm m}$  – амплитуда напряжения.

1. Переменный ток, текущий через резистор сопротивлением R  $(L \rightarrow 0, C \rightarrow 0)$  (рис. 27).





Рис. 27. Резистор в цепи переменного тока

Рис. 28. Векторная диаграмма

 $I_m$ 

Рис. 29. Графики  $U_{R}(t)$ и *I(t) для цепи содержащей* только резистор

Ток через резистор

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_m}{R} \cos \omega t = I_m \cos \omega t.$$
(77)

Амплитуда силы тока

$$I_m = \frac{U_m}{R}.$$
(78)

На рис. 28 дана векторная диаграмма амплитудных значений силы тока  $I_m$  и напряжения  $U_m$  на резисторе (сдвиг фаз между  $I_m$  и  $U_m$  равен нулю).

Ì

На рис. 29 приведён график напряжения и тока в цепи, содержащей только резистор.

2. Переменный ток, текущий через катушку индуктивностью L  $(R \to 0, C \to 0)$  (рис. 30).





Рис. 30. Резистор в цепи переменного тока

Рис. 31. Векторная диаграмма

*Рис.* 32. Графики  $U_{L}(t)$  и *I(t) для цепи содержащей* только катушку

Если в цепи приложено переменное напряжение  $U = U_m \cos \omega t$ ,

то в ней потечет переменный ток, в результате чего возникнет э.д.с. самоиндукции  $\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}$ .

Тогда закон Ома

$$I \cdot R = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}$$

для рассматриваемого участка цепи ( $U = -\varepsilon_s$ ) имеет вид

$$U_m \cos \omega t - L \frac{dI}{dt} = 0 \implies L \frac{dI}{dt} = U_m \cos \omega t.$$
 (79)

Так как внешнее напряжение приложено к катушке индуктивности, то

$$U_L = L \frac{dI}{dt},\tag{80}$$

это и есть падение напряжения на катушке.

Из уравнения (79) следует, что  $dI = (U_m / L) \cos \omega t dt$ ; после интегрирования, учитывая, что постоянная интегрирования равна нулю (так как отсутствует постоянная составляющая тока), получим

$$I = \frac{U_m}{\omega \cdot L} \sin \omega t = \frac{U_m}{\omega \cdot L} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = I_m \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right), \quad (81)$$

где  $I_m = U_m / (\omega L)$  – амплитудное значение силы тока.

Величина

$$R_{I} = \omega \cdot L \tag{82}$$

называется реактивным индуктивным сопротивлением (или индуктивным сопротивлением). Из выражения (82) вытекает, что для постоянного тока ( $\omega = 0$ ) катушка индуктивности не имеет сопротивления. Подстановка значения  $U_m = \omega L \cdot I_m$  в выражение (79) с учетом (80) приводит к следующему значению падения напряжения на катушке индуктивности:

$$U_L = \omega L I_m \cos \omega t. \tag{83}$$

Сравнение выражений (81) и (83) приводит к выводу, что падение напряжения  $U_L$  опережает по фазе ток *I*, текущий через катушку, на  $\pi/2$ , что и показано на векторной диаграмме (рис. 31).

На рис. 32 приведены графики напряжения и тока в цепи, содержащей только катушку.

**3.** Переменный ток, текущий через конденсатор емкостью C  $(R \rightarrow 0, L \rightarrow 0)$  (рис. 33). Если переменное напряжение (76) приложено к конденсатору, то он все время перезаряжается, и в цепи течет переменный ток. Так как все внешнее напряжение приложено к конденсатору, а сопротивлением подводящих проводов можно пренебречь, то

$$U_c = q/c = U_m \cos \omega t. \tag{84}$$

Сила тока

$$I = \frac{dq}{dt} = -\omega \cdot C \cdot U_m \sin \omega t = I_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), \tag{85}$$

где

$$I_m = \omega C U_m = \frac{U_m}{\frac{1}{\omega C}}.$$
(86)

Величина

$$R_c = \frac{1}{\omega \cdot C} \tag{87}$$

называется реактивным емкостным сопротивлением (или емкостным сопротивлением).



Рис. 33. Конденсатор в цепи переменного тока

Рис. 34. Векторная диаграмма Рис. 35. Графики U<sub>c</sub>(t) и I(t) для цепи содержащей только конденсатор

Для постоянного тока ( $\omega = 0$ )  $R_C = \infty$ , то есть постоянный ток через конденсатор течь не может. Падение напряжения на конденсаторе

$$U_c = \frac{1}{\omega \cdot C} \cdot I_m \cos \omega t.$$
(88)

Сравнение выражений (85) и (88) приводит к выводу, что падение напряжения  $U_C$  отстает по фазе от текущего через конденсатор тока *I* на  $\pi/2$ . Это показано на векторной диаграмме (рис. 34).

На рисунке 35 приведены графики напряжения и тока в цепи, содержащий только конденсатор.

Ниже (таблица 4) приведены зависимости сопротивлений в цепи переменного тока от частоты.

В таблице 4:  $\rho$  – удельное сопротивление проводника;  $\ell$  – его длина; *S* – площадь поперечного сечения; *L* – индуктивность катушки; *C* – электроемкость конденсатора.

#### Таблица 4

Активное сопротивление	Реактивное индуктивное	Реактивное ёмкостное
	сопротивление	сопротивление
$R = \rho \cdot \frac{\ell}{S}$ $R$ $0$	$R_{L} = \omega \cdot L$ $R_{L}$ $0$	$R_{C} = \frac{1}{\omega \cdot C}$ $R_{C} \qquad \qquad$

Зависимость сопротивлений в цепи переменного тока от частоты

# 4. Цепь переменного тока, содержащая последовательно включенные резистор, катушку индуктивности и конденсатор.

Участок цепи, содержащий резистор сопротивлением R, катушку индуктивностью L и конденсатор емкостью C, к концам которого приложено переменное напряжение (76) представлен на рис. 36, a.

В цепи возникнет переменный ток, который вызовет на всех элементах цепи соответствующие падения напряжения  $U_R$ ,  $U_L$  и  $U_C$ . Сумма мгновенных значений падений напряжений на элементах цепи

$$U_{R}+U_{L}+U_{C}=U,$$

где  $U_R, U_L, U_C$  – соответствующие падения напряжений на сопротивлении, катушке индуктивности и конденсаторе.

На рис. 36,  $\delta$  представлена векторная диаграмма амплитуд падений напряжений на резисторе ( $U_R$ ), катушке ( $U_L$ ) и конденсаторе ( $U_C$ ). Амплитуда  $U_m$  приложенного напряжения должна быть равна векторной сумме амплитуд всех этих падений напряжений. Как видно из рис. 36,  $\delta$ , угол  $\varphi$  определяет разность фаз между напряжением и силой тока. Из рисунка 36,  $\delta$  следует, что

$$tg\varphi = \frac{\omega \cdot L - 1/\omega \cdot C}{R}.$$
(89)

Из прямоугольного треугольника получаем

$$(R \cdot I_m)^2 + \left[ (\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}) \cdot I_m \right]^2 = U_m^2, \tag{90}$$

откуда амплитуда силы тока имеет значение силы тока

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}}.$$
(91)

(91) – закон Ома для цепи переменного тока.



Рис. 36. К цепи переменного тока, содержащего последовательно включённые резистор, катушку индуктивности и конденсатор

Сила тока в цепи

$$I = I_m \cos(\omega t - \varphi). \tag{92}$$

Сдвиг по фазе  $\phi$  между током *I* и приложенным напряжением *U* определяется формулой (89).

Полное сопротивление цепи

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + \left(R_L - R_C\right)^2}.$$
 (93)

Реактивное сопротивление

$$X = R_L - R_C = \omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}, \qquad (94)$$

где R – реактивное сопротивление;  $R_L$  – реактивное индуктивное сопротивление;  $R_C$  – реактивное ёмкостное сопротивление.

# 1.14. Резонанс напряжений

Если в цепи переменного тока, содержащей последовательно включенные конденсатор, катушку индуктивности и резистор (рис. 36),  $\omega \cdot L = 1/(\omega \cdot C)$ , (95)

то угол сдвига фаз между током и напряжением (89) обращается в нуль  $(\varphi = 0)$ , то есть изменения тока и напряжения происходят синфазно. Условию (95) удовлетворяет частота

$$\omega_{pes} = 1 / \sqrt{L \cdot C}. \tag{96}$$

В данном случае полное сопротивление цепи Z (93) становится минимальным, равным активному сопротивлению R цепи, и ток в цепи определяется этим сопротивлением, принимая максимальные (возможные при данном  $U_m$ ) значения. При этом падение напряжения на активном сопротивлении равно внешнему напряжению, приложенному к цепи ( $U_R = U$ ), а падения напряжений на конденсаторе ( $U_C$ ) и катушке индуктивности ( $U_L$ ) одинаковы по амплитуде и противоположны по фазе. Это явление называется резонансом напряжений (последовательным резонансом), а частота (96) – резонансной частотой. Векторная диаграмма для резонанса напряжений приведена на рис. 37, а зависимость амплитуды силы тока от  $\omega$  на рис. 38.





Рис. 37. Векторная диаграмма для резонанса напряжений

Рис. 38. Зависимость амплитуды силы тока от  $\omega$ 

Таким образом, условие наблюдения резонанса ( $R_L = R_C$ )

$$\omega \cdot L = \frac{1}{\omega \cdot C} : \begin{cases} tg\varphi = \frac{\omega \cdot L - \frac{1}{\omega} \cdot C}{R} = 0, \\ Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega} \cdot C\right)^2} = R \end{cases}$$
(97)

В случае резонанса напряжений

$$(U_L)_{pes} = (U_C)_{pes},$$
 (98)

подставив в эту формулу значения резонансной частоты и амплитуды напряжений на катушке индуктивности и конденсаторе, получим

$$\left(U_{L}\right)_{pes} = \left(U_{C}\right)_{pes} = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot I_{m} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} \cdot U_{m} = Q \cdot U_{m}, \qquad (99)$$

где Q – добротность контура, определяемая выражением (71). Так как добротность обычных колебательных контуров больше единицы, то напряжение, как на катушке индуктивности, так и на конденсаторе превышает напряжение, приложенное к цепи. Поэтому явление резонанса напряжений используется в технике для усиления колебания напряжения какой-либо определенной частоты. Например, в случае резонанса на конденсаторе можно получить напряжение с амплитудой  $Q \cdot U_m$  (Q в данном случае – добротность контура, которая может быть значительно больше  $U_m$ ). Это усиление напряжения возможно только для узкого интервала частот вблизи резонансной частоты контура, что позволяет выделить из многих сигналов одно колебание определенной частоты, то есть на радиоприёмнике настроиться на нужную длину волны. Явление резонанса напряжений необходимо учитывать при расчете изоляции электрических линий, содержащих конденсаторы и катушки индуктивности, так как иначе может наблюдаться их пробой.

## 1.15. Резонанс токов (параллельный резонанс)

Рассмотрим цепь переменного тока, содержащую параллельно включенные конденсатор емкостью *С* и катушку индуктивностью *L* (рис. 39).

Для простоты допустим, что активное сопротивление обеих ветвей настолько мало, что им можно пренебречь. Если приложенное напряжение изменяется по закону  $U = U_m cos \omega t$ , то, согласно формуле (92), в ветви *1C2* течет ток

$$I_1 = I_{m1} \cos(\omega t - \varphi_1), \qquad (100)$$

амплитуда которого определяется из выражения (91) при условии R = 0 и L=0:



Рис. 39. Цепь переменного тока

Начальная фаза  $\varphi_l$  этого тока по формуле (89) определяется равенством

$$tg\varphi_1 = -\infty, \quad \varphi_1 = \left(2n + \frac{3}{2}\right) \cdot \pi, n = 1, 2, 3...$$
 (102)

Аналогично, сила тока в ветви 1L2

$$I_2 = \mathbf{I}_{m_2} \cos(\omega t - \varphi_2), \tag{103}$$

амплитуда которого определяется при условии R = 0 и  $C = \infty$  (условие отсутствия емкости в цепи):

$$I_{m_2} = \frac{U_m}{\omega \cdot L}.$$
 (104)

Начальная фаза  $\varphi_2$  этого тока

$$tg\varphi_2 = +\infty, \quad tg\varphi_2 = \left(2n + \frac{1}{2}\right) \cdot \pi, \quad n = 1, 2, 3...$$
 (105)

Из сравнения выражений (102) и (105) вытекает, что разность фаз токов в ветвях 1C2 и 1L2 равна  $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi$ , то есть токи в ветвях противоположны по фазе. Амплитуда силы тока во внешней (неразветвленной) цепи

$$I_m = \left| I_{m_1} - I_{m_2} \right| = U_m \left| \omega \cdot C - \frac{1}{\omega \cdot L} \right|.$$
(106)

Если  $\omega = \omega_{pes} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ , то  $I_{m_1} = I_{m_2}$  и  $I_m = 0$ .

Явление резкого уменьшения амплитуды силы тока во внешней цепи, питающей параллельно включенные конденсатор и катушку индуктивности, при приближении частоты  $\omega$  приложенного напряжения к резонансной частоте  $\omega_{pes}$  называется резонансом токов (параллельным резонансом). В данном случае для резонансной частоты получили такое же значение, как и при резонансе напряжений.

Амплитуда силы тока  $I_m$  оказалась равна нулю потому, что активным сопротивлением контура пренебрегли. Если учесть сопротивление R, то разность фаз  $\varphi_1 - \varphi_2$  будет равна  $\pi$ , поэтому при резонансе токов амплитуда силы тока  $I_m$  будет отлична от нуля, но примет наименьшее возможное значение. Таким образом, при резонансе токов во внешней цепи токи  $I_1$  и  $I_2$  компенсируются, и сила тока I в подводящих проводах достигает минимального значения, обусловленного только током через резистор. При резонансе токов силы токов  $I_1$  и  $I_2$  могут значительно превышать силу тока I.

Рассмотренный контур оказывает большое сопротивление переменному току с частотой, близкой к резонансной. Поэтому это свойство резонанса токов используется в резонансных усилителях, позволяющих выделять одно определенное колебание из сигнала сложной формы. Кроме того, резонанс токов используется в индукционных печах, где нагревание металлов производится вихревыми токами. В них ёмкость конденсатора, включенного параллельно нагревательной катушке, подбирается так, чтобы при частоте генератора получился резонанс токов, в результате чего сила тока через нагревательную катушку будет гораздо больше, чем сила тока в подводящих проводах.

## 1.16. Мощность, выделяемая в цепи переменного тока

**Мгновенное значение мощности** P(t) = U(t)I(t) – определяется произведением мгновенных значений напряжения и тока.

 $P(t) = I_m U_m \cos(\omega t - \varphi) \cos \omega t = I_m U_m (\cos^2 \omega t \cdot \cos \varphi + \sin \omega t \cdot \cos \omega t \cdot \sin \varphi),$ (107) здесь  $U = U_m \cos \omega t$ ;  $I = I_m \cos(\omega t - \varphi).$ 

Практический интерес представляет не мгновенное значение мощности, а ее среднее значение за период колебания. Учитывая, что  $\langle \cos 2\omega t \rangle = 1/2$ ,  $\langle \sin \omega t \cos \omega t \rangle = 0$ , получим

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} \cdot I_m \cdot U_m \cos \varphi.$$
 (108)

Из векторной диаграммы (рис. 36) следует, что

$$U_{\rm m}\cos\,\varphi = R \cdot I_{\rm m}.\tag{109}$$

Поэтому

$$\left\langle P\right\rangle = \frac{1}{2} \cdot R \cdot I_m^2. \tag{110}$$

Такую же мощность развивает постоянный ток

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}.$$
(111)

Практический интерес представляет именно средняя мощность за период колебания. Записанную формулу для средней мощности можно получить и так

$$\left\langle P\right\rangle = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} P(t) dt = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} I_{m} \cdot U_{m} \cos \omega t \cdot \cos \left(\omega t - \varphi\right) dt = \frac{1}{2} I_{m} \cdot U_{m} \cos \varphi.$$

Величины

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}; \ U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$
 (112)

называются соответственно действующими (или эффективными) значениями тока и напряжения. Все амперметры и вольтметры градуируются по действующим значениям тока и напряжения.

Учитывая действующие значения тока и напряжения, выражение средней мощности (108) можно записать в виде

$$\langle P \rangle = IU \cos \varphi,$$
 (113)

где множитель соѕф называется коэффициентом мощности.

Коэффициент мощности (из векторной диаграммы, рис. 36)

$$\cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}}.$$
(114)

Мощность, выделяемая в цепи переменного тока, в общем случае зависит не только от силы тока и напряжения, но и от сдвига фаз между ними. Если в цепи реактивное сопротивление отсутствует, то  $\cos \varphi = 1$  и  $P = I \cdot U$ . Если цепь содержит только реактивное сопротивление (R = 0), то  $\cos \varphi = 0$  и средняя мощность равна нулю, какими бы большими ни были ток и напряжение. Если  $\cos \varphi$  имеет значения, существенно меньшие единицы, то для передачи заданной мощности при данном напряжении генератора нужно увеличивать силу тока *I*, что приведет либо к выделению джоулевой теплоты, либо потребует увеличения сечения проводов, что повышает стоимость линий электропередачи. Поэтому на практике всегда стремятся увеличить  $\cos \varphi$ , наименьшее допустимое значение которого для промышленных установок составляет примерно 0,85.

## 2. Механические и электромагнитные волны

#### 2.1. Упругие волны

#### 2.1.1. Волновые процессы. Продольные и поперечные волны

Колебания, возбужденные в какой-либо точке среды (твердой, жидкой или газообразной), распространяются в ней с конечной скоростью, зависящей от свойств среды, передаваясь от одной точки среды к другой. Чем дальше расположена частица среды от источника колебаний, тем позднее она начнёт колебаться. Иначе говоря, фазы колебаний частиц среды и источника тем больше отличаются друг от друга, чем больше это расстояние. При изучении распространения колебаний не учитывается дискретное (молекулярное) строение среды и среда рассматривается как сплошная, то есть непрерывно распределенная в пространстве и обладающая упругими свойствами.

Процесс распространения колебаний в сплошной среде называется волновым процессом (или волной). При распространении волны частицы среды не движутся вместе с волной, а колеблются около своих положений равновесия. Вместе с волной от частицы к частице среды передаются лишь состояние колебательного движения и его энергия. Поэтому основным свойством всех волн, независимо от их природы, является перенос энергии без переноса вещества.

Среди разнообразных волн, встречающихся в природе и технике, выделяются следующие их типы: волны на поверхности жидкости, упругие и электромагнитные волны. Упругими (или механическими) волнами называются механические возмущения, распространяющиеся в упругой среде. Упругие волны бывают продольные и поперечные. В продольных волнах частицы среды колеблются в направлении распространения волны, в поперечных – в плоскостях, перпендикулярных направлению распространения волны.

Продольные волны могут возбуждаться в средах, в которых возникают упругие силы при деформации сжатия и растяжения, то есть твёрдых, жидких и газообразных телах. Поперечные волны могут возбуждаться в среде, в которой возникают упругие силы при деформации сдвига, то есть в твердых телах; в жидкостях и газах возникают только продольные волны, а в твердых телах – как продольные, так и поперечные.

Упругая волна называется гармонической, если соответствующие ей колебания частиц среды являются гармоническими. На рис. 40 представлена гармоническая поперечная волна, распространяющаяся со скоростью  $\upsilon$  вдоль оси x, то есть приведена зависимость между смещением  $\xi$  частиц среды, участвующих в волновом процессе, и расстоянием x этих частиц (например, частицы B) от источника колебаний O для какого-то фиксированного момента времени t.



Рис. 40. График гармонической поперечной волны, распространяющейся со скоростью и вдоль оси х

Приведенный график функции  $\xi(x, t)$  похож на график гармонического колебания, однако они различны по существу. График волны даёт зависимость смещения всех частиц среды от расстояния до источника колебаний в данный момент времени, а график колебаний – зависимость смещения данной частицы от времени.

Расстояние между ближайшими частицами, колеблющимися в одинаковой фазе, называется длиной волны  $\lambda$  (рис. 40). Длина волны равна тому расстоянию, на которое распространяется определенная фаза колебания за период, то есть

$$\lambda = \upsilon \cdot T, \tag{115}$$

или, учитывая, что T = 1/v, где v – частота колебаний,

$$\upsilon = \lambda \cdot \nu. \tag{116}$$

Если рассмотреть волновой процесс подробнее, то становится ясно, что колеблются не только частицы, расположенные вдоль оси *x*, а колеблется совокупность частиц, расположенных в некотором объеме, то есть волна, распространяясь от источника колебаний, охватывает всё новые и новые области пространства. Геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени *t*, называется волновым фронтом. Геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе, называется волновой поверхностью. Волновых поверхностей можно провести бесчисленное множество, а волновой фронт в каждый момент времени – один. Волновой фронт также является волновой поверхностью. Волновые поверхности могут быть любой формы, а в простейшем случае они представляют собой совокупность плоскостей, параллельных друг другу, или совокупность концентрических сфер. Соответственно в этих случаях волна называется плоской или сферической.

# 2.1.2. Уравнение бегущей волны. Фазовая скорость. Волновое уравнение

Бегущими волнами называются волны, которые переносят в пространстве энергию. Перенос энергии волнами количественно характеризуется вектором плотности потока энергии. Этот вектор для упругих волн называется вектором Умова (по имени русского ученого Н.А. Умова (1846–1915), решившего задачу о распространении энергии в среде). Направление вектора Умова совпадает с направлением переноса энергии, а его модуль равен энергии, переносимой волной за единицу времени через единичную площадку, расположенную перпендикулярно направлению распространения волны.

Для вывода уравнения бегущей волны – зависимости смещения колеблющейся частицы от координат и времени рассмотрим плоскую волну, предполагая, что колебания носят гармонический характер, а ось *x* совпадает с направлением распространения волны (рис. 40). В данном случае волновые поверхности перпендикулярны оси *x*, а так как все точки волновой поверхности колеблются одинаково, то смещение  $\xi$  будет зависеть только от *x* и *t*, то есть  $\xi = \xi (x, t)$ .

На рис. 40 рассмотрим некоторую частицу *B* среды, находящуюся от источника колебаний *O* на расстоянии *x*. Если колебания точек, лежащих в плоскости x = 0, описываются функцией  $\xi(0, t) = A\cos \omega t$ , то частица *B* среды колеблется по тому же закону, но её колебания будут отставать по времени от колебаний источника на  $\tau$ , так как для прохождения волной расстояния *x* требуется время  $\tau = x/\upsilon$ , где  $\upsilon$  – скорость распространения волны.

Тогда уравнение колебаний частиц, лежащих в плоскости х, имеет вид

$$\xi(x,t) = A\cos\omega(t - x/\upsilon), \qquad (117)$$

откуда следует, что  $\xi(x, t)$  является не только периодической функцией времени, но и периодической функцией координаты х. Уравнение (117) есть уравнение бегущей волны. Если плоская волна распространяется в противоположном направлении, то

$$\xi(x,t) = A\cos\omega(t + x/\nu). \tag{118}$$

В общем случае уравнение плоской волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси *x* в среде, не поглощающей энергию, имеет вид

$$\xi(x,t) = A\cos\left[\omega(t - x/\upsilon) + \varphi_o\right], \tag{119}$$

где  $A = const - амплитуда волны, <math>\omega - циклическая частота, \varphi_o - началь$ ная фаза волны, определяемая в общем случае выбором начал отсчета <math>xи t,  $[\omega (t - x/\upsilon) + \varphi_o] - фаза плоской волны.$ 

Для характеристики волн используется волновое число

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\upsilon \cdot T} = \frac{\omega}{\upsilon}.$$
 (120)

С учётом этого, уравнению (119) можно придать вид

$$\xi(x,t) = A\cos(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_o).$$
(121)

Уравнение волны, распространяющейся вдоль отрицательного направления оси x, отличается от (121) только знаком члена  $k \cdot x$ .

Основываясь на формуле Эйлера  $e^{kx} = \cos \alpha + i \sin \alpha$ , уравнение плоской волны можно записать в виде

$$\xi(x,t) = A \cdot e^{i(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_o)}, \qquad (122)$$

где физический смысл имеет лишь действительная часть.

Предположим, что при волновом процессе фаза постоянна, то есть

$$\omega \cdot (t - x / \upsilon) + \varphi_o = const. \tag{123}$$

Продифференцировав выражение (123) и сократив на *ω*, получим

$$dt - \frac{1}{\upsilon}dx = 0,$$

откуда

$$\frac{dx}{dt} = \upsilon. \tag{124}$$

Следовательно, скорость  $\upsilon$  распространения волны в уравнении (124) есть не что иное, как скорость перемещения фазы волны, и её называют фазовой скоростью.

Повторяя ход рассуждений для плоской волны, можно доказать, что уравнение сферической волны – волны, волновые поверхности которой имеют вид концентрических сфер, записывается как

$$\xi(r,t) = \frac{A_o}{r} \cos(\omega \cdot t - k \cdot r + \varphi_o), \qquad (125)$$

где r – расстояние от центра волны до рассматриваемой точки среды. В случае сферической волны даже в среде, не поглощающей энергию, амплитуда колебаний не остается постоянной, а убывает с расстоянием по закону 1/r. Уравнение (125) справедливо лишь для r, значительно пре-

вышающих размеры источника (тогда источник колебаний можно считать точечным).

Из выражения (120) вытекает, что фазовая скорость

$$\upsilon = \omega / k. \tag{126}$$

Если фазовая скорость волн в среде зависит от их частоты, то это явление называют дисперсией волн, а среда, в которой наблюдается дисперсия волн, называется диспергирующей средой.

Распространение волн в однородной изотропной среде в общем случае описывается волновым уравнением – дифференциальным уравнением в частных производных

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{1}{\upsilon} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

или

$$\Delta \xi = \frac{1}{\upsilon} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}.$$
 (127)

где  $\upsilon$  – фазовая скорость,  $\Delta = \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2}$  – оператор Лапласа. Ре-

шением уравнения (127) является уравнение любой волны. Соответствующей подстановкой можно убедиться, что уравнению (127) удовлетворяют, в частности, плоская волна и сферическая волна. Для плоской волны, распространяющейся вдоль оси *x*, волновое уравнение имеет вид

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{\upsilon} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}.$$
 (128)

Решение этого уравнения – уравнение плоской волны  $\xi(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varphi_o).$ 

## 2.1.3. Принцип суперпозиции. Групповая скорость

Если среда, в которой распространяется одновременно несколько волн, линейна, то есть её свойства не изменяются под действием возмущений, создаваемых волной, то к ним применим принцип суперпозиции (наложения) волн: при распространении в линейной среде нескольких волн каждая из них распространяется так, как будто другие волны отсутствуют, а результирующее смещение частицы среды в любой момент времени равно геометрической сумме смещений, которые получают частицы, участвуя в каждом из слагающих волновых процессов.

Исходя из принципа суперпозиции и разложения Фурье любая волна может быть представлена в виде суммы гармонических волн, то есть в виде волнового пакета, или группы волн. Волновым пакетом называется суперпозиция волн, мало отличающихся друг от друга по частоте, занимающая в каждый момент времени ограниченную область пространства.

«Сконструируем» простейший волновой пакет из двух распространяющихся вдоль положительного направления оси x гармонических волн с одинаковыми амплитудами, близкими частотами и волновыми числами, причем  $d\omega \ll \omega$  и  $dk \ll k$ . Тогда

$$\xi = A_o \cos(\omega \cdot t - k \cdot x) + A_o \cos[(\omega + d\omega)t - (k + dk)x] =$$
  
=  $2A_o \cos\left(\frac{td\omega - xdk}{2}\right) \cos(\omega \cdot t - k \cdot x).$  (129)

Эта волна отличается от гармонической тем, что её амплитуда

$$A = \left| 2A_o \cos\left(\frac{td\omega - xdk}{2}\right) \right| \tag{130}$$

есть медленно изменяющаяся функция координаты *x* и времени *t*.

За скорость распространения этой негармонической волны (волнового пакета) принимают скорость перемещения максимума амплитуды волны, рассматривая тем самым максимум в качестве центра волнового пакета. При условии, что  $td\omega - xdk = const$ , получим

$$u = \frac{dx}{dt} = \frac{d\omega}{dk}.$$
 (131)

Это и есть групповая скорость. Её можно определить как скорость движения группы волн, образующих в каждый момент времени, локализованный в пространстве волновой пакет. Выражение (131) получено для волнового пакета из двух составляющих, однако можно доказать, что оно справедливо в самом общем случае.

Связь между групповой  $u = \frac{d\omega}{dk}$  и фазовой  $\upsilon = \omega/k$  скоростями, с

учётом, того что  $k = 2\pi/\lambda$ 

$$u = \upsilon - \lambda \cdot \frac{d\upsilon}{d\lambda}.$$
 (132)

Из формулы (132) вытекает, что *и* может быть как меньше, так и больше  $\upsilon$  в зависимости от знака  $d\upsilon/d\lambda$ . В недиспергирующей среде  $d\upsilon/d\lambda = 0$  и групповая скорость совпадает с фазовой.

Понятие групповой скорости очень важно, так как именно она фигурирует при измерении дальности в радиолокации, в системах управления космическими объектами и так далее. В теории относительности доказывается, что групповая скорость  $u \ll c$ , в то время как для фазовой скорости ограничений не существует.

#### 2.1.4. Интерференция волн

Согласованное протекание во времени и пространстве нескольких колебательных или волновых процессов связывают с понятием когерентности. Волны называются когерентными, если разность их фаз остается постоянной во времени. Очевидно, что когерентными могут быть лишь волны, имеющие одинаковую частоту. При наложении в пространстве двух (или нескольких) когерентных волн в разных его точках получается усиление или ослабление результирующей волны в зависимости от соотношения между фазами этих волн. Это явление называется интерференцией волн.

Рассмотрим наложение двух когерентных сферических волн, возбуждаемых точечными источниками  $S_1$  и  $S_2$  (рис. 41), колеблющимися с одинаковыми амплитудой  $A_o$  и частотой  $\omega$  и постоянной разностью фаз.

Согласно (125),

$$\xi_{1} = \frac{A_{o}}{r_{1}} \cos(\omega t - kr_{1} + \varphi_{1}); \quad \xi_{2} = \frac{A_{o}}{r_{2}} \cos(\omega t - kr_{2} + \varphi_{2}), \quad (133)$$

где  $r_1$  и  $r_2$  – расстояния от источников волн до рассматриваемой точки *B*, k – волновое число,  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  – начальные фазы обеих накладывающихся сферических волн. Амплитуда результирующей волны в точке *B* по (36) равна

$$A^{2} = A_{o}^{2} \left\{ \frac{1}{r_{1}^{2}} + \frac{1}{r_{2}^{2}} + \frac{2}{r_{1} \cdot r_{2}} \cos\left[k\left(r_{1} - r_{2}\right) - \left(\varphi_{1} - \varphi_{2}\right)\right] \right\}.$$
 (134)



Рис. 41. Наложение двух когерентных сферических волн

Так как для когерентных источников разность начальных фаз  $(\varphi_1 - \varphi_2) = \text{const}$ , то результат наложения двух волн в различных точках зависит от величины  $\Delta = r_1 - r_2$ , называемой разностью хода волн.

В точках, где

$$k(r_1 - r_2) - (\varphi_1 - \varphi_2) = \pm 2 \cdot m \cdot \pi, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$
(135)

наблюдается интерференционный максимум: амплитуда результирующего колебания

$$A = \frac{A_o}{r_1} + \frac{A_o}{r_2}.$$
 (136)

В точках, где

$$k(r_1 - r_2) - (\varphi_1 - \varphi_2) = \pm (2m + 1)\pi, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$
(137)

наблюдается интерференционный минимум: амплитуда результирующего колебания

$$A = \left| \frac{A_o}{r_1} - \frac{A_o}{r_2} \right|. \tag{138}$$

Условия (135) и (137) сводятся к тому, что

$$r_1 - r_2 = const. \tag{139}$$

Выражение (139) представляет собой уравнение гиперболы с фокусами в точках  $S_1$  и  $S_2$ . Следовательно, геометрическое место точек, в которых наблюдается усиление или ослабление результирующего колебания, представляет собой семейство гипербол (рис. 41), отвечающих условию ( $\varphi_1 - \varphi_2$ ) = 0. Между двумя интерференционными максимумами (на рис. 41 сплошные линии) находятся интерференционные минимумы (на рис. 41 штриховые линии).

#### 2.1.5. Стоячие волны

Особым случаем интерференции являются стоячее волны – это волны, образующиеся при наложении двух бегущих волн, распространяющихся навстречу друг другу с одинаковыми частотами и амплитудами, а в случае поперечных волн и одинаковой поляризацией.

Для вывода уравнения стоячей волны предположим, что две плоские волны распространяются навстречу друг другу вдоль оси *x* в среде без затухания, причем обе волны характеризуются одинаковыми амплитудами и частотами. Кроме того, начало координат выберем в точке, в которой обе волны имеют одинаковую начальную фазу, а отсчет времени начнем с момента, когда начальные фазы обеих волн равны нулю.

Тогда соответственно уравнения волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси *x*, и волны, распространяющейся ей навстречу, будут иметь вид

$$\xi_1 = A\cos(\omega t - kx), \quad \xi_2 = A\cos(\omega t + kx). \tag{140}$$

Сложив эти уравнения и учитывая, что  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ , получим уравнение стоячей волны:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2A\cos k \cdot x\cos \omega t = 2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)\cos \omega t.$$
(141)

Из уравнения стоячей волны (141) вытекает, что в каждой точке этой волны происходят колебания той же частоты  $\omega$  с амплитудой

$$A_{cm} = \left| 2A\cos\frac{2\pi}{\lambda} x \right|,\tag{142}$$

зависящей от координаты х рассматриваемой точки.

В точках среды, где

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm m \cdot \pi \quad (m = 0, 1, 2, \ldots) \tag{143}$$

амплитуда колебаний достигает максимального значения, равного 2А.

В точках среды, где

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right)\pi \left(m = 0, 1, 2, \ldots\right)$$
(144)

амплитуда колебаний обращается в нуль.

Точки, в которых амплитуда колебаний максимальна ( $A_{cm} = 2A$ ), называются **пучностями стоячей волны**, а точки, в которых амплитуда колебаний равна нулю ( $A_{cm} = 0$ ), называются **узлами стоячей волны**. Точки среды, находящиеся в узлах, колебаний не совершают.

Из выражений (143) и (144) получим соответственно координаты пучностей и узлов:

$$x_n = \pm m \frac{\lambda}{2} (m = 0, 1, 2, ...),$$
 (145)

$$x_{y_{3,n}} = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2} (m = 0, 1, 2, ...).$$
(146)

Из формул (145) и (146) следует, что расстояния между двумя соседними пучностями и двумя соседними узлами одинаковы и равны  $\lambda/2$ . Расстояние между соседними пучностью и узлом стоячей волны равно  $\lambda/4$ .

В отличие от бегущей волны, все точки которой совершают колебания с одинаковой амплитудой, но с запаздыванием по фазе (в уравнении (140) бегущей волны фаза колебаний зависит от координаты x рассматриваемой точки), все точки стоячей волны между двумя узлами колеблются с разными амплитудами, но с одинаковыми фазами (в уравнении (141) стоячей волны аргумент косинуса не зависит от x). При переходе через узел множитель  $2Acos(2\pi x/\lambda)$  меняет свой знак, поэтому фаза колебаний по разные стороны от узла отличается на  $\pi$ , то есть точки, лежащие по разные стороны от узла, колеблются в противофазе.

Образование стоячих волн наблюдают при интерференции бегущей и отраженной волн. Например, если конец веревки закрепить неподвижно, то отраженная в месте закрепления веревки волна будет интерферировать с бегущей волной и образует стоячую волну. На границе, где происходит отражение волны, в данном случае возникает узел. Будет ли на границе отражения узел или пучность, зависит от соотношения плотностей сред. Если среда, от которой происходит отражение, менее плотная, то в месте отражения возникает пучность (рис. 42, a), если более плотная – узел (рис. 42,  $\delta$ ).



Рис. 42. Образование стоячих волн

Образование узла связано с тем, что волна, отражаясь от более плотной среды, меняет фазу на противоположную и у границы происходит сложение колебаний с противоположными фазами, в результате чего получается узел. Если же волна отражается от менее плотной среды, то изменения фазы не происходит и у границы колебания складываются с одинаковыми фазами – образуется пучность.

Если рассматривать бегущую волну, то в направлении её распространения переносится энергия колебательного движения. В случае же стоячей волны переноса энергии нет, так как падающая и отраженная волны одинаковой амплитуды несут одинаковую энергию в противоположных направлениях. Поэтому полная энергия результирующей стоячей волны, заключенной между узловыми точками, остается постоянной. Лишь в пределах расстояний, равных половине длины волны, происходят взаимные превращения кинетической энергии в потенциальную и обратно.

#### 2.1.6. Звуковые волны

#### Диапазон звуковых волн

Акустика – область физики, в которой изучаются звуковые волны.

Звуковые (акустические) волны – упругие волны с частотами от 16 Гц до 20 кГц, распространяющиеся в среде и воспринимаемые органами слуха человека (границы условны, то есть для разных людей они различны).

**Инфразвуковые волны** – звуковые волны с частотами ниже границ диапазона восприятия уха человека, то есть *v* < 16 Гц.

**Ультразвуковые волны** – звуковые волны с частотами выше границ диапазона восприятия уха человека, то есть *v* > 20 кГц.

Звуковые волны – продольные или поперечные? В жидкостях и газах они могут быть только продольными, так как эти среды обладают упругостью лишь по отношению к деформациям сжатия (растяжения). В твердых телах они могут быть как продольными, так и поперечными, поскольку твердые тела обладают упругостью по отношению к деформациям сжатия (растяжения) и сдвига.

#### Характеристики звука

Интенсивность (сила) *I* звука – энергетическая характеристика – величина, определяемая средней по времени энергией, переносимой звуковой волной в единицу времени сквозь площадку, ориентированную перпендикулярно направлению распространению волны.

Чувствительность человеческого уха различна для разных частот. Для каждой частоты колебаний существует наименьшая (порог слышимости) и наибольшая (порог болевого ощущения) интенсивности звука, которые способны вызвать звуковое восприятие (рис. 43).

**Громкость звука** – субъективная характеристика – величина, характеризующая слуховое ощущение для данного звука и зависящая от интенсивности звука, частоты и формы звуковых колебаний.

Уровень интенсивности звука – объективная оценка громкости звука

$$L = \lg \frac{I}{I_0},\tag{147}$$

где  $I_o$  – интенсивность звука на пороге слышимости, принимая для всех звуков равной  $10^{-12} Bm/m^2$ .



Рис. 43. Зависимость порогов слышимости и болевого ощущения от частоты звука

Величина L выражается в белах (B), а чаще – в единицах, в десять раз меньших – децибелах ( $\partial B$ ).

Уровень громкости – физиологическая характеристика – выражается в фонах (*фон*). Громкость для звука 1000 Гц (частота стандартного чистого тона (синусоидального гармонического колебания)) равна 1 фон, если его уровень интенсивности равен 1 дБ.

Высота звука – субъективная характеристика – качество периодического или почти периодического звука, определяемое человеком на слух и зависящее от частоты звука. С повышением частоты высота звука увеличивается (звук становится «выше»), с уменьшением частоты – понижается.

#### Акустический спектр

**Реальный звук** – наложение гармонических колебаний с большим набором частот.

## Акустический спектр:

- сплошной – в некотором интервале присутствуют колебания всех частот;

- линейчатый – присутствуют отдельные друг от друга определенные частоты.

**Тембр звука** – своеобразное звуковое ощущение, определяемое характером акустического спектра и распределением энергии между определенными частотами.

Выделяют две группы звуков:

1. Музыкальные звуки – звуки, обладающие линейчатым спектром (например, звуки музыкальных инструментов). Ряд нот – ряд звуков с возрастающей высотой тона с регулярными интервалами (*музыкальный интервал* – это частотный интервал, рис. 44).

**2.** Шумы – звуки, обладающие сплошным или линейчатым спектром с негармоническими составляющими.



Рис. 44. Музыкальные звуки

#### Скорость звука в различных средах

Источники звука. Источником звука может быть всякое тело, колеблющееся в упругой среде со звуковой частотой (например, в струнных инструментах источником звука является струна, соединенная с корпусом инструмента).

Скорость звука в газах

$$\upsilon = \sqrt{\frac{\gamma \cdot R \cdot T}{M}},\tag{148}$$

где  $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$  – отношение молярных теплоемкостей газа при постоянных

давлении и объеме; R – молярная газовая постоянная; M – молярная масса; T – термодинамическая температура.

Скорость звука в изотропных твердых телах

$$\nu_{npod} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad \nu_{non} = \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \quad (149)$$

где *E* – модуль упругости; *G* – модуль сдвига; *р* – плотность среды.

Скорость звука в твердых телах значительно больше, чем в жидкостях и газах, так как упругость значительно больше.

Скорость звука в жидкостях

$$\upsilon = \sqrt{\frac{K}{\rho}},\tag{150}$$

где *К* – объемный модуль упругости; *р* – плотность жидкости.

Ниже в таблице 5 приведена скорость звука в разных средах.

Таблица 5

Воздух	330 м/с
Свинец	1230 м/с
Вода	1450 м/с
Бетон	3800 м/с
Сталь	5100 м/с
Гранит	6000 м/с

Скорость звука в разных средах, м/с

# 2.1.7. Эффект Доплера в акустике

Эффект Доплера – заключается в том, что испускаемая и регистрируемая частоты волны различаются, если источник и приёмник движутся друг относительно друга в среде, где распространяется волна.

Рассмотрим типичный пример проявления эффекта Доплера на практике. Оба наблюдателя (за и перед стоящей на месте пожарной машиной) слышат звук сирены на одной и той же частоте (рис. 45, *a*).



Рис. 45. К практическому проявлению эффекта Доплера

Наблюдатель, к которому приближается пожарная машина, слышит звук более высокой частоты, а наблюдатель, от которого машина удаляется, – более низкий звук (рис. 45, б).

Рассмотрим эффект Доплера.

1. Источник и приёмник звука движутся вдоль соединяющей их прямой.

Введём следующие обозначения.  $\upsilon_{ucm}$  и  $\upsilon_{np}$  – соответственно скорости движения источника и приёмника, причем они положительны, если источник (приёмник) приближается к приёмнику (источнику), и отрицательны, если удаляется. Частота колебаний источника равна  $v_0$ . Ниже приведены результаты и их обоснования в зависимости от ситуации (таблица 6).

Таблица 6

Скорости источника	Полученный результат и его обоснование
и приемника	
1. $v_{ucm} = v_{np} = 0$	Если $\upsilon$ – скорость распространения звуковой волны в рас-
	сматриваемой среде, то $\lambda = \upsilon T = \frac{\upsilon}{v_o}$ . Распространяясь в
	среде, волна достигнет приемника и вызовет колебания его
	звукочувствительного элемента с частотой
	$v = \frac{\upsilon}{\lambda} = \frac{\upsilon}{\upsilon \cdot T} = v_o$
2. $v_{np} > 0, v_{ucm} = 0$	Скорость распространения волны относительно приемника
1	$\upsilon + \upsilon_{np}$ . Длина волны не меняется, поэтому
	$v = \frac{\upsilon + \upsilon_{np}}{\lambda} = \frac{\upsilon + \upsilon_{np}}{\upsilon \cdot T} = \frac{\upsilon + \upsilon_{np}}{\upsilon} \cdot v_o$
3. $v_{ucm} > 0, v_{np} = 0$	$\upsilon$ зависит лишь от свойств среды, поэтому за время, равное периоду колебаний источника, полученная им волна пройдет в направлении к приемнику расстояние $\upsilon \cdot T = \lambda$ (независимо от того, движется или покоится источник). Источник же пройдет в направлении волны расстояние $\upsilon \cdot T$ , тогла (рис. 47) $\lambda' = \lambda - \upsilon - T = (\upsilon - \upsilon) \cdot T$ :
	$v = \frac{\upsilon}{\lambda'} = \frac{\upsilon}{\upsilon - \upsilon_{ucm}} \cdot v_0$

К эффекту Доплера

2. Источник и приемник движутся друг относительно друга.

Используя результаты пунктов 2 и 3 таблицы 6, получаем, что частота колебаний, воспринимаемых источником

$$v = \frac{\upsilon \pm \upsilon_{np}}{\upsilon \mp \upsilon_{ucm}} \cdot v_o.$$
(151)

Верхний знак берется, если при движении источника или приёмника происходит их сближение, нижний знак – в случае взаимного удаления. Если направления скоростей  $\vec{v}_{np}$  и  $\vec{v}_{ucm}$  не совпадают с проходящей через источник и приёмник прямой, то вместо скоростей надо рассматривать их проекции на направление этой прямой.



Рис. 46. К таблице 6

Ниже (таблица 7) приведена частота, воспринимаемая приёмником в зависимости от направления движения источника и приёмника. Возможные направления движения источника и приемника заданы стрелками.

Таблица 7

Доплер-эффект в зависимости от относи	тельного движения
источника и приемника	ļ

Источник	Приемник	Частота, воспринимаемая приемником	
•	•	$v = v_o$	
•	$\leftarrow \bullet$	$v = \frac{\upsilon + \upsilon_{np}}{\upsilon} v_o$	
•	$\bullet \rightarrow$	$v = \frac{\upsilon - \upsilon_{np}}{\upsilon} v_o$	
$\bullet \rightarrow$	•	$v = \frac{v}{v - v_{ucm}} v_o$	
<b>←</b> ●	•	$v = \frac{v}{v + v_{ucm}} v_o$	
$\bullet \rightarrow$	$\leftarrow \bullet$	$v = \frac{\upsilon + \upsilon_{np}}{\upsilon - \upsilon_{ucm}} v_o$	
$\leftarrow \bullet$	$\bullet \! \rightarrow$	$v = \frac{\upsilon - \upsilon_{np}}{\upsilon + \upsilon_{ucm}} v_o$	
$\leftarrow \bullet$	$\leftarrow \bullet$	$v = \frac{\upsilon + \upsilon_{np}}{\upsilon + \upsilon_{ucm}} v_o$	
$\bullet \rightarrow$	$\bullet \rightarrow$	$v = \frac{\upsilon - \upsilon_{np}}{\upsilon - \upsilon_{ucm}} v_o$	

В таблице 7:  $\upsilon$  – скорость распространения звуковой волны в рассматриваемой среде;  $v_o$  – частота колебаний источника;  $\nu$  – частота колебаний, воспринимаемая приёмником;  $\upsilon_{ucm}$  – скорость движения источника;  $\upsilon_{np}$  – скорость движения приёмника; • – источник (или приёмник) покоится.

## 2.1.8. Ультразвук и его применение

По своей природе ультразвук представляет собой упругие волны, и в этом он не отличается от звука. Однако ультразвук, обладая высокими частотами (v > 20 кГц) и, следовательно, малыми длинами волн, характеризуется особыми свойствами, что позволяет выделить его в отдельный класс явлений. Из-за малых длин волн ультразвуковые волны, как и свет, могут быть получены в виде строго направленных пучков. Для генерации ультразвука используются в основном два явления. Обратный пьезоэлектрический эффект – это возникновение деформации в вырезанной определенным образом кварцевой пластинке (применяется титанат бария) под действием электрического поля. Если такую пластинку поместить в высокочастотное переменное поле, то можно вызвать её вынужденные колебания. При резонансе на собственной частоте пластинки получают большие амплитуды колебаний и, следовательно, большие интенсивности излучаемой ультразвуковой волны. Идея кварцевого ультразвукового генератора принадлежит французскому физику П. Ланжевену (1872–1946). Магнитострикция – это возникновение деформации в ферромагнетиках под действием магнитного поля. Поместив ферромагнитный стержень (например, из никеля или железа) в быстропеременное магнитное поле, возбуждают его механические колебания, амплитуда которых максимальна в случае резонанса.

Ультразвуки широко используются в технике, например для направленной подводкой сигнализации, обнаружения подводных предметов и определения глубин (гидролокатор, эхолот). Например, в эхолоте от пьезокварцевого генератора, укрепленного на судне, посылаются направленные ультразвуковые сигналы, которые, достигнув дна, отражаются от него и возвращаются обратно. Зная скорость их распространения в воде и, определяя время прохождения (от подачи до возвращения) ультразвукового сигнала, можно вычислить глубину.

Если пропускать ультразвуковой сигнал через исследуемую деталь, то можно обнаружить в ней дефекты по характерному рассеянию пучка и по появлению ультразвуковой тени. На этом принципе создана целая отрасль техники – ультразвуковая дефектоскопия, начало которой положено С.Я. Соколовым (1897–1957).

Ультразвук применяют для воздействия на различные процессы (кристаллизацию, диффузию, тепло- и массообмен в металлургии и так далее) и биологические объекты (повышение интенсивности процессов обмена и т. д.), а также для механической обработки очень твердых и очень хрупких тел, в медицине (диагностика, ультразвуковая хирургия, микромассаж тканей) и так далее.

# 2.2. Электромагнитные волны

Существование электромагнитных волн было теоретически предсказано великим английским физиком Дж. Максвеллом в 1864 году. Максвелл проанализировал все известные к тому времени законы электродинамики и сделал попытку применить их к изменяющимся во времени электрическому и магнитному полям. Он обратил внимание на ассиметрию взаимосвязи между электрическими и магнитными явлениями. Максвелл ввел в физику понятие вихревого электрического поля и предложил новую трактовку закона электромагнитной индукции, открытой Фарадеем в 1831 г.: Всякое изменение магнитного поля порождает в окружающем пространстве вихревое электрическое поле, силовые линии которого замкнуты.

Максвелл высказал гипотезу о существовании и обратного процесса: Изменяющееся во времени электрическое поле порождает в окружающем пространстве магнитное поле. Рис. 47 и рис. 48 иллюстрируют взаимное превращение электрического и магнитного полей.

Гипотеза Максвелла была лишь теоретическим предположением, не имеющим экспериментального подтверждения, однако на её основе Максвеллу удалось записать непротиворечивую систему уравнений, описывающих взаимные превращения электрического и магнитного полей, то есть систему уравнений электромагнитного поля (уравнений Максвелла). Из теории Максвелла вытекает ряд важных выводов:

1. Существуют электромагнитные волны, то есть распространяющееся в пространстве и во времени электромагнитное поле. Электромагнитные волны поперечны – векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$  перпендикулярны друг другу и лежат в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны (рис. 49).

2. Электромагнитные волны распространяются в веществе с конечной скоростью

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \cdot \varepsilon_o \cdot \mu \cdot \mu_o}},\tag{152}$$

где  $\varepsilon$  и  $\mu$  – диэлектрическая и магнитная проницаемости вещества,  $\varepsilon_o$  и  $\mu_o$  – электрическая и магнитная постоянные:  $\varepsilon_o = 8,85419 \cdot 10^{-12} \text{ } \Phi/\text{M}, \mu_o = 1,25664 \cdot 10^{-6} \text{ } \Gamma \text{H/M}.$ 



индукции в трактовке Максвелла

Рис. 47. Закон электромагнитной Рис. 48. Изменяющееся электрическое поле порождает магнитное поле



Рис. 49. Синусоидальная (гармоническая) электромагнитная волна

Скорость электромагнитных волн в вакууме ( $\varepsilon = \mu = 1$ ):

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_o \cdot \mu_o}} = 2,99792458 \approx 3 \cdot 10^8 \,\mathrm{m/c.}$$
 (153)

Скорость *с* распространения электромагнитных волн в вакууме является одной из фундаментальных физических постоянных.

Вывод Максвелла о конечной скорости распространения электромагнитных волн находился в противоречии с принятой в то время теорией дальнодействия, в которой скорость распространения электрического и магнитного полей принималась бесконечно большой. Поэтому теорию Максвелла называют теорией близкодействия.

Поставив (153) в (152), получим

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_o \cdot \mu_o}} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}}.$$
(154)

В этом выражении для фазовой скорости электромагнитной волны *с* – размерный коэффициент. Совпадение размерного коэффициента в формуле для фазовой скорости со скоростью *с* указывает на глубокую связь между электромагнитными и оптическими явлениями. Это позволило Максвеллу создать единую электромагнитную теорию света, согласно которой свет представляет собой электромагнитные волны.

Скорость распространения электромагнитных волн:

- в вакууме:  $\upsilon = c$ , поскольку для вакуума  $\varepsilon = 1, \mu = 1$ ;

- в среде:  $\upsilon < c$ , поскольку для среды  $\varepsilon \cdot \mu < 1$ .

3. В электромагнитной волне происходят взаимные превращения электрического и магнитного полей. Эти процессы идут одновременно, и электрическое и магнитное поля выступают как равноправные «партнеры». Поэтому объемные плотности электрической и магнитной энергии равны друг другу:  $w_3 = w_{M}$ .

$$\frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_o \cdot E^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu \cdot \mu_o}.$$
(155)

Отсюда следует, что в электромагнитной волне модули индукции магнитного поля  $\vec{B}$  и напряженности электрического поля  $\vec{E}$  в каждой точке пространства связаны соотношением

$$B = \frac{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}}{c} \cdot E. \tag{156}$$

Используя понятие вектора напряжённости магнитного поля  $\vec{H}$ , можно для мгновенных значений E и H в любой точке записать соотношение

$$\sqrt{\varepsilon_o \cdot \varepsilon} \cdot E = \sqrt{\mu_o \cdot \mu} \cdot H. \tag{157}$$

Следовательно, Е и Н одновременно достигают максимума, одновременно обращаются в нуль и так далее.

Волновые уравнения для векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ :

$$\Delta \vec{E} = \frac{1}{\nu^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}; \Delta \vec{H} = \frac{1}{\nu^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}.$$
 (158)

Эти уравнения – следствия уравнений Максвелла. Они отвечают однородной и изотропной среде вдали от зарядов и токов, создающих электромагнитное поле.

Всякая функция, удовлетворяющая записанным уравнениям, описывает некоторую волну, то есть электромагнитные поля действительно существовать В виде электромагнитных волн. Здесь могут  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} -$ оператор Лапласа,  $\upsilon$  – фазовая скорость.

Волновые уравнения для  $E_y$  и  $H_z$ 

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{1}{\nu^2} \cdot \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}, \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \frac{1}{\nu^2} \cdot \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2}.$$
 (159)

Этим уравнениям удовлетворяют плоские монохроматические волны, которые описываются следующими уравнениями:

$$E_{y} = E_{oy} \cos(\omega t - kx + \varphi), \quad H_{z} = H_{oz} \cos(\omega t - kx + \varphi).$$
(160)

Индексы у и z при E и H подчеркивают только то, что векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ направлены вдоль взаимно-перпендикулярных осей у и z; E<sub>ov</sub> и H<sub>oz</sub> соответственно амплитуды напряженностей электрического и магнитного полей волны;  $\omega$  – круговая частоты волны;  $k = \frac{\omega}{D}$  – волновое число;  $\phi$  – начальные фазы колебаний (они одинаковы, так как колебания электрического и магнитного векторов в электромагнитной волне происходят в одинаковых фазах.

4. Электромагнитные волны переносят энергию. При распространении волн возникает поток электромагнитной энергии. Если выделить площадку S (рис. 49), ориентированную перпендикулярно направлению распространения волны, то за малое время  $\Delta t$  через площадку протечет энергия  $\varDelta W_{\scriptscriptstyle \mathfrak{M}}$ , равная

$$\Delta W_{_{\mathcal{M}}} = (\omega_{_{\mathcal{H}}} + \omega_{_{\mathcal{M}}}) \cdot \upsilon \cdot S \cdot \Delta t.$$
(161)

Плотностью потока или интенсивностью І называют электромагнитную энергию, переносимую волной за единицу времени через поверхность единичной площади

$$I = \frac{1}{S} \cdot \frac{\Delta W_{_{\mathfrak{I}\mathfrak{I}}}}{\Delta t} = (\omega_{_{\mathfrak{I}}} + \omega_{_{\mathcal{M}}}) \cdot \upsilon.$$
(162)

Подставляя сюда выражения для ω<sub>3</sub>, ω<sub>м</sub> и υ, можно получить

$$I = \sqrt{\frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_o}{\mu \cdot \mu_o}} \cdot E^2 = \frac{E \cdot B}{\mu \cdot \mu_o},$$
(163)

или учитывая, что  $B = \mu \cdot \mu_o \cdot H$  :

$$I = E \cdot H = \omega \cdot \upsilon. \tag{164}$$

Здесь

$$w = w_{_{\mathfrak{I}\mathfrak{I}}} + w_{_{\mathcal{M}}} = \frac{\varepsilon_{_{o}} \cdot \varepsilon \cdot E^{^{2}}}{2} + \frac{\mu_{_{o}} \cdot \mu \cdot H^{^{2}}}{2}, \quad w = 2w_{_{\mathfrak{I}\mathfrak{I}}} = \varepsilon_{_{o}} \cdot \varepsilon \cdot E^{^{2}} =$$

$$= \sqrt{\varepsilon_{_{o}} \cdot \mu_{_{o}}} \sqrt{\varepsilon \cdot \mu} \cdot E \cdot H. \quad (165)$$

В (165) учтено, что  $\sqrt{\varepsilon_o \cdot \varepsilon} \cdot E = \sqrt{\mu_o \cdot \mu} \cdot H$ .

Поток энергии в электромагнитной волне можно задавать с помощью вектора  $\vec{I}$ , направление которого совпадает с направлением распространения волны, а модуль равен

$$I = \frac{E \cdot B}{\mu \cdot \mu_o} = E \cdot H.$$
(166)

Этот вектор называют вектором Пойнтинга (1885 г.).

Вектор плотности потока электромагнитной энергии (вектор Умова)

$$\vec{I} = \left[\vec{E}, \vec{H}\right]. \tag{167}$$

В синусоидальной (гармонической) волне в вакууме среднее значение *I*<sub>cp</sub> плотности потока электромагнитной энергии равно

$$I_{cp} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon_o}{\mu_o} \cdot E_o^2},\tag{168}$$

где Е<sub>о</sub> – амплитуда колебаний напряженности электрического поля.

Плотность потока энергии в СИ измеряется в ваттах на квадратный метр (Вт/м<sup>2</sup>).

5. Из теории Максвелла следовало, что электромагнитные волны должны оказывать давление на поглощающее или отражающее тело. Давление электромагнитного излучения объясняется тем, что под действием электрического поля волны в веществе возникают слабые токи, то есть упорядоченное движение заряженных частиц. На эти токи действует сила Ампера со стороны магнитного поля волны, направленная в толщу вещества. Эта сила и создает результирующее давление. Обычно давление электромагнитного излучения ничтожно мало. Так, например, давление солнечного излучения, приходящего на Землю, на абсолютно поглощающую поверхность составляет примерно 5 мкПа. Первые эксперименты по определению давления излучения на отражающие и поглощающие тела, подтвердившие вывод теории Максвелла, были вы-
полнены П.Н. Лебедевым (1900 г.). Опыты Лебедева имели огромное значение для утверждения электромагнитной теории Максвелла.

Существование давления электромагнитных волн позволяет сделать вывод о том, что электромагнитному полю присущ механический импульс. Импульс электромагнитного поля в единичном объеме выражается соотношением

$$g = \frac{\omega_{_{\mathfrak{I}\mathfrak{I}}}}{c},\tag{169}$$

где  $\omega_{_{3M}}$  – объемная плотность электромагнитной энергии, *с* – скорость распространения волн в вакууме. Наличие электромагнитного импульса позволяет ввести понятие электромагнитной массы.

Для поля в единичном объеме

$$p_{\scriptscriptstyle 3n} = \frac{g}{c} = \frac{\omega_{\scriptscriptstyle 3n}}{c^2}.$$
 (170)

Отсюда следует

$$\omega_{_{\mathfrak{I}\mathfrak{I}}} = p_{_{\mathfrak{I}\mathfrak{I}}} \cdot c^2. \tag{171}$$

Это соотношение между массой и энергией электромагнитного поля является универсальным законом природы. Согласно специальной теории относительности, оно справедливо для любых тел независимо от их природы и внутреннего строения.

Таким образом, электромагнитное поле обладает всеми признаками материальных тел — энергией, конечной скоростью распространения, импульсом, массой. Это говорит о том, что электромагнитное поле является одной из форм существования материи.

6. Первое экспериментальное подтверждение электромагнитной теории Максвелла было дано примерно через 15 лет после создания теории в опытах Г. Герца (1888 г.). Герц не только экспериментально доказал существование электромагнитных волн, но впервые начал изучать их свойства – поглощение и преломление в разных средах, отражение от металлических поверхностей и т. п. Ему удалось измерить на опыте длину волны и скорость распространения электромагнитных волн, которая оказалась равной скорости света.

Излучающая способность источника определяется его формой, размерами и частотой колебаний. Чтобы излучение играло заметную роль, необходимо увеличить объем пространства, в котором переменное электромагнитное поле создается. Поэтому для получения электромагнитных волн непригодны закрытые колебательные контуры, так как в них электрическое поле сосредоточено между обкладками конденсатора, а магнитное – внутри катушки индуктивности.

#### Открытый колебательный контур (вибратор Герца)

Герц уменьшил число витков катушки до одного (рис. 50, a), уменьшил площадь пластин конденсатора и, раздвигая их друг от друга (рис. 50,  $\delta$ ), перешёл от закрытого колебательного контура (рис. 50, a; все электрическое поле сосредоточено внутри конденсатора) к открытому (рис. 50, s; электрическое поле заполняет окружающее конденсатор пространство), что позволило значительно повысить интенсивность электромагнитного излучения.



Рис. 50. Открытый колебательный контур

*Рис. 51. К регистрации* электромагнитных волн

Для регистрации электромагнитных волн, излучаемых вибратором, вибратор Герца *В* подключается к индуктору *И*, являясь источником электромагнитных волн определенной частоты (рис. 51). Для регистрации электромагнитных волн Герц пользовался резонатором *P* (второй вибратор), настроенным в резонанс с вибратором *B*. Когда электромагнитные волны достигали резонатора, то в его зазоре проскакивала электрическая искра. Были получены волны с  $\lambda = 3$  м.

Опыты Герца сыграли решающую роль для доказательства и признания электромагнитной теории Максвелла. Через семь лет после этих опытов электромагнитные волны нашли применение в беспроволочной связи (А.С. Попов, 1895 г.).

7. Электромагнитные волны могут возбуждаться только ускоренно движущимися зарядами. Цепи постоянного тока, в которых носители заряда движутся с неизменной скоростью, не являются источником электромагнитных волн. В современной радиотехнике излучение электромагнитных волн производится с помощью антенн различных конструкций, в которых возбуждаются быстропеременные токи. Простейшей системой, излучающей электромагнитные волны, является небольшой по размерам электрический диполь, дипольный момент p(t) которого быстро изменяется во времени.

Такой элементарный диполь называют диполем Герца. В радиотехнике диполь Герца эквивалентен небольшой антенне, размер которой много меньше длины волны λ (рис. 52).

Рис. 53 дает представление о структуре электромагнитной волны, излучаемой таким диполем.

Следует обратить внимание на то, что максимальный поток электромагнитной энергии излучается в плоскости, перпендикулярной оси диполя. Вдоль своей оси диполь не излучает энергии.



Рис. 52. Элементарный диполь, совершающий гармонические колебания



Рис. 53. Излучение элементарного диполя



Рис. 54. Шкала электромагнитных волн

Выше (рис. 54) приведена шкала электромагнитных волн. Электромагнитные волны, обладая широким диапазоном часто (длин волн), отличаются по способам их генерации и регистрации, а также по своим свойствам. Ниже (таблица 8) представлены различные виды электромагнитных волн, хотя границы между различными видами электромагнитных волн довольно условны. Так, области с различными названиями перекрываются (каждый диапазон связан с определенным типом излучателей).

Таблица 8

Вид излучения	Длина волны, м	Частота волны,	Некоторые воз-
		Гц	можные источники
			излучения
Радиоволны	$10^{-3} - 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-5} - 3 \cdot 10^{12}$	Колебательный
			контур
			Вибратор Герца
			Массовый излуча-
			тель
			Ламповый генера-
			тор
Световые волны:			
инфракрасное излу-	$5 \cdot 10^{-4} - 8 \cdot 10^{-7}$	$6 \cdot 10^{11} - 3,7510^{14}$	
чение	$(0, 1), 10^{-7}$	(2.75, 7.5) 10 <sup>14</sup>	Лампы пазеры
видимый свет	$(8-4) \cdot 10^{-7}$	$(3, 7, -7, 5) \cdot 10^{-1}$	rumini, moopbi
ультрафиолетовое	$4 \cdot 10^{-7} - 10^{-9}$	$7,5\cdot 10^{14} - 3\cdot 10^{17}$	
излучение			
Рентгеновское излу-	$2 \cdot 10^{-9} - 6 \cdot 10^{-12}$	$1,5\cdot 10^{17} - 5\cdot 10^{19}$	Трубки Рентгена
чение			
Гамма-излучение	$< 6 \cdot 10^{-12}$	$> 5 \cdot 10^{19}$	Радиоактивный
			распад
			Ядерные процессы
			Космические про-
			цессы

Д	иапазоны	электромагнитных	волн
---	----------	------------------	------

Так, например, в связи с особенностями распространения и генерации диапазон радиоволн делят на поддиапазоны (таблица 9).

Таблица 9

Диапазон	Длина волны	Частота
Длинные волны (ДВ)	2 км – 860 м	150 кГц – 350 кГц
Средние волны (СВ)	580 м – 184 м	515 кГц – 1630 кГц
Короткие волны (КВ)	160 м – 10 м	1,9 МГц – 30 МГц
Телевидение, сверхкороткие частоты	6,4 м – 4,4 м	47 МГц – 68 МГц
(СВЧ)		
Ультракороткие волны (УКВ)	3,42 м – 2,88 м	88 МГц – 104МГц
Телевидение, ультракороткая частота	1,72 м – 1,3 м	172 МГц – 230 МГц
(УВЧ)		
Телевидение, сверхкороткие частоты	0,64 м – 0,35 м	470 МГц – 860 МГц
(СВЧ)		
Спутниковое телевидение	2,7 см – 2,3 см	11 ГГц – 13 ГГц

# Диапазон длин волн и частот для радио и телевидения

# 3. Геометрическая оптика и элементы электронной оптики

# 3.1. Основные законы оптики. Полное отражение

Оптика – раздел физики, в котором изучаются излучение, распространение и взаимодействие с веществом световых электромагнитных волн – волн оптического диапазона (380–780 нм).

**Геометрическая оптика** – раздел оптики, изучающий законы распространения света в прозрачных средах на основе представлений о световых лучах и принципы построения изображений при прохождении света в оптических системах без учёта его волновых свойств. Световые лучи – нормальные к волновым поверхностям линии, вдоль которых распространяется поток световой энергии).

В основе геометрической оптики лежат четыре закона (прямолинейного распространения света, независимости световых пучков, отражения и преломления света).

Закон прямолинейного распространения света (Платон, 430 г. до н. э.) – свет в оптически однородной среде распространяется прямолинейно.

Прямолинейным распространением света объясняется образование теней, то есть областей, в которые не поступает световая энергия. Тень наблюдается в том случае, когда линейными размерами источника можно пренебречь по сравнению с расстояниями, рассматриваемыми в данной задаче. Подтверждением прямолинейности распространения света служит получение изображения на стенке темной камеры при помощи малого отверстия в её передней стенке.

Однако закон прямолинейного распространения света нарушается и понятие светового луча утрачивает смысл, если свет проходит через малые отверстия, размеры которых сравнимы с длиной волны. Таким образом, геометрическая оптика, опирающаяся на представление о световых лучах, есть предельный случай волновой оптики при  $\lambda \to 0$ .

Опыт показывает, что световые пучки при пересечении, как правило, не возмущают друг друга, то есть лучи света распространяются независимо друг от друга. Это означает, что действие одного пучка не зависит от наличия других пучков.

Закон независимости световых пучков – эффект, производимый отдельным пучком, не зависит от того, действуют ли одновременно остальные пучки или они устранены.

Закон независимости световых лучей строго справедлив для вакуума. Для световых лучей в веществе закон независимости лучей выполняется точно при небольшой интенсивности света и нарушается при

распространении в веществе света большой интенсивности, например, лазерного излучения.

Закон отражения света (рис. 55): падающий и отраженный лучи, а также перпендикуляр к границе раздела двух сред, восстановленный в точке падения луча, лежат в одной плоскости (плоскость падения). Угол отражения  $\gamma$  равен углу падения  $\alpha$ .

Закон преломления света (рис. 55): падающий и преломленный лучи, а также перпендикуляр к границе раздела двух сред, восстановленный в точке падения луча, лежат в одной плоскости. Отношение синуса угла падения  $\alpha$  к синусу угла преломления  $\beta$  есть величина, постоянная для двух данных сред

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n. \tag{172}$$

Закон преломления света был установлен экспериментально голландским ученым В. Снеллиусом в 1621 году.



Рис. 55. К законам отражения и преломления

Постоянную величину *n* называют относительным показателем преломления второй среды относительно первой. Показатель преломления среды относительно вакуума называют абсолютным показателем преломления.

Относительный показатель преломления двух сред равен отношению их абсолютных показателей преломления:

$$n = n_2 / n_1.$$
 (173)

Законы отражения и преломления находят объяснение в волновой физике. Преломление является следствием изменения скорости распространения волн при переходе из одной среды в другую. Физический смысл показателя преломления – это отношение скорости распространения волн в первой среде  $v_1$  к скорости их распространения во второй среде  $v_2$ 

$$n = \frac{\nu_1}{\nu_2}.$$
 (174)

Абсолютный показатель преломления равен отношению скорости света *с* в вакууме к скорости света *v* в среде

$$n = \frac{c}{\upsilon}.$$
 (175)

Среду с большим абсолютным показателем преломления называют оптически более плотной.

При переходе света из оптически более плотной среды в оптически менее плотную  $n_2 < n_1$  (например, из стекла в воздух) можно наблюдать явление полного отражения, то есть исчезновение преломленного луча. Это явление наблюдается при углах падения, превышающих некоторый критический угол  $\alpha_{np}$ , который называется предельным углом полного внутреннего отражения (рис. 56). На рис. 56 *S* – точечный источник света. Для угла падения  $\alpha = \alpha_{np} \sin \beta = 1$  значение  $\sin \alpha_{np} = n_2 / n_1 < 1$ .

Если второй средой является воздух ( $n_2 \approx 1$ ), то формулу удобно переписать в виде

$$\sin \alpha_{np} = \frac{1}{n},\tag{176}$$

где  $n = n_1 > 1$  – абсолютный показатель преломления первой среды.

На рис. 56 предельный угол –  $\alpha_3$ .

Для границы раздела стекло-воздух (n = 1,5) критический угол равен  $\alpha_{np} = 42^{\circ}$ , для границы вода-воздух (n = 1,33) –  $\alpha_{np} = 48,7^{\circ}$ .



Рис. 56. Полное внутреннее отражение света на границе вода-воздух

С увеличением угла падения увеличивается угол преломления до тех пор, пока при некотором угле падения  $\alpha = \alpha_{np}$  угол преломления не окажется равным  $\frac{\pi}{2}$ ,  $\alpha_{np}$  – предельный угол. При  $\alpha > \alpha_{np}$  весь падающий свет полностью отражается. По мере приближения угла падения к предельному интенсивность предельного угла уменьшается, а отраженного – растет. Если  $\alpha = \alpha_{np}$ , то интенсивность преломленного луча обращается в нуль, а интенсивность отраженного равна интенсивности падающего луча.

Явление полного внутреннего отражения находит применение во многих оптических устройствах, например в призмах полного отражения (рис. 57). Показатель преломления стекла равен  $n \approx 1,5$ , поэтому предельный угол для границы стекло-воздух равен  $i_{np}$ =arcsin(1/1,5)=42°. Поэтому при падении света на границу стекло – воздух при  $i > 42^\circ$  всегда будет иметь место полное отражение.



Рис. 57. Призмы полного отражения

На рис. 57, *а-в* показаны призмы полного отражения, позволяющие: а) повернуть луч на 90°;

б) повернуть изображение;

в) обернуть лучи.

Такие призмы применяются в оптических приборах (например, в биноклях, перископах), а также в рефрактометрах, позволяющих определять показатели преломления тел (по закону преломления, измеряя  $\alpha_{np}$ , находим относительный показатель преломления двух сред, а также абсолютный показатель преломления одной из сред, если показатель преломления другой среды известен).

Явление полного отражения используется также в световодах, представляющих собой тонкие (от нескольких микрометров до миллиметров), произвольным образом изогнутые нити (волокна) из оптически прозрачного материала. В волоконных деталях применяют стеклянное волокно, световедущая жила (сердцевина) которого окружается стеклом – оболочкой из другого стекла с меньшим показателем преломления. Свет, падающий на торец световода под углами больше предельного, претерпевает на поверхности раздела сердцевины и оболочки полное отражение и распространяется только по световедущей жиле (рис. 58).

Световоды используются при создании телеграфно-телефонных кабелей большой емкости. Кабель состоит из сотен и тысяч оптических волокон тонких, как человеческий волос. По такому кабелю, толщиной в обычный карандаш, можно одновременно передавать до восьмидесяти тысяч телефонных разговоров.

Кроме того, световоды используются в оптоволоконных электронно-лучевых трубках, в электронно-счетных машинах, для кодирования информации, в медицине – например при диагностике органов желудочно-кишечного тракта.



Рис. 58. Распространение света в волоконном световоде

#### 3.2. Зеркала

Плоское зеркало – простейшее оптическое устройство позволяющее создавать изображение предмета. Изображение предмета, даваемое плоским зеркалом, формируется за счет лучей, отраженных от зеркальной поверхности. Это изображение является мнимым, поскольку оно образуется пересечением не самих отраженных лучей, а их продолжений в «зазеркалье» (рис. 59, точка  $S_1$  является мнимым изображением точки S).



Рис. 59. Ход лучей при отражении от плоского зеркала

Вследствие закона отражения света мнимое изображение предмета располагается симметрично относительно зеркальной поверхности. Размер изображения равен размеру самого предмета.

Сферическим зеркалом называют зеркально отражающую поверхность, имеющую форму сферического сегмента. Центр сферы, из которой вырезан сегмент, называют оптическим центром зеркала. Вершину сферического сегмента называют полюсом. Прямая, проходящая через оптический центр и полюс зеркала, называется главной оптической осью сферического зеркала. Главная оптическая ось выделена из всех других прямых, проходящих через оптический центр, только тем, что она является осью симметрии зеркала.

Сферические зеркала бывают вогнутыми и выпуклыми. Если на вогнутое сферическое зеркало падает пучок лучей, параллельный главной оптической оси, то после отражения от зеркала лучи пересекутся в точке, которая называется главным фокусом зеркала *F*. Расстояние от фокуса до полюса зеркала называют фокусным расстоянием и обозначают той же буквой *F*. У вогнутого сферического зеркала главный фокус действительный. Он расположен посередине между центром и полюсом зеркала (рис. 60).

Отраженные лучи пересекаются приблизительно в одной точке только в том случае, если падающий параллельный пучок был достаточно узким.

Главный фокус выпуклого зеркала является мнимым. Если на выпуклое зеркало падает пучок лучей, параллельных главной оптической оси, то после отражения в фокусе пересекутся не сами лучи, а их продолжения (рис. 61, где F – мнимый фокус зеркала, O – оптический центр; OP – главная оптическая ось).



Рис. 60. Отражение параллельного пучка лучей от вогнутого сферического зеркала: О – оптический центр, Р – полюс, F – главный фокус зеркала; ОР – главная оптическая ось, R – радиус кривизны зеркала



Рис. 61. Отражение параллельного пучка лучей от выпуклого зеркала

Фокусным расстояниям сферических зеркал приписывается в зависимости от конкретной ситуации разные знаки: для вогнутого зеркала

 $F = \frac{R}{2}$ , для выпуклого  $F = -\frac{R}{2}$ , где R – радиус кривизны зеркала.

Изображение какой-либо точки *А* предмета в сферическом зеркале можно построить с помощью любой пары стандартных лучей:

• луч *АОС*, проходящий через оптический центр зеркала; отраженный луч *СОА* идет по той же прямой;

• луч *AFD*, идущий через фокус зеркала; отраженный луч идет параллельно главной оптической оси;

• луч *АР*, падающий на зеркало в его полюсе; отраженный луч симметричен с падающим относительно главной оптической оси;

• луч *AE*, параллельный главной оптической оси; отраженный луч *EFA* проходит через фокус зеркала.

На рис. 62 перечисленные выше стандартные лучи изображены для случая вогнутого зеркала. Все эти лучи проходят через точку A', которая является изображением точки A. Все остальные отраженные лучи также проходят через точку A'. Ход лучей, при котором все лучи, вышедшие из одной точки, собираются в другой точке, называется стигматическим. Отрезок A'B' является изображением предмета AB. Аналогичны построения для случая выпуклого зеркала.



Рис. 62. Построение изображения в вогнутом сферическом зеркале

Положение изображения и его размер можно определить с помощью формулы сферического зеркала

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}.$$
 (177)

Здесь d – расстояние от предмета до зеркала, f – расстояние от зеркала до изображения. Величины d и f подчиняются определенному правилу знаков:

d > 0 и f > 0 - для действительных предметов и изображений;

d < 0 и f < 0 – для мнимых предметов и изображений.

Для случая, изображенного на рис. 62: F > 0 (зеркало вогнутое); d = 3F > 0 (действительный предмет).

По формуле сферического зеркала получаем  $f = \frac{3}{2}F > 0$ , следова-

тельно, изображение действительное.

Если бы на месте вогнутого зеркала стояло выпуклое зеркало с тем же по модулю фокусным расстоянием, то: F < 0, d = -3F > 0,  $f = \frac{3}{4}F < 0$ 

– изображение мнимое.

Линейное увеличение сферического зеркала  $\Gamma$  определяется как отношение линейных размеров изображения h' и предмета h.

Величине h' удобно приписывать определенный знак в зависимости от того, является изображение прямым (h' > 0) или перевернутым (h' < 0). Величина h всегда считается положительной. При таком определении линейное увеличение сферического зеркала выражается формулой, которую можно легко получить из рис. 62:

$$\Gamma = \frac{h'}{h} = -\frac{f}{d}.$$
(178)

В первом из рассмотренных выше примеров  $\Gamma = -\frac{1}{2} < 0$  – следовательно, изображение перевернутое, уменьшенное в 2 раза. Во втором примере  $\Gamma = \frac{1}{4} > 0$  – изображение прямое, уменьшенное в 4 раза.

В таблице 10 приведены особенности изображения в зеркалах.

Таблица 10

Зеркало	Расположение	Расположение	Особенности	
	предмета	изображения	изображения	
Плоское	Любое	За зеркалом, на том	Мнимое, прямое, об-	
		же расстоянии, что	ращенное, по величине	
		и предмет	равно самому предмету	
Выпуклое	Любое	Между главным	Мнимое, прямое,	
сферическое		фокусом и зерка-	уменьшенное	
		ЛОМ		

Особенности изображений в зеркалах

Продолжение табл. № 10

Зеркало	Расположение	Расположение	Особенности	
	предмета	изображения	изображения	
	В бесконечности	В главном фокусе	Действительное, пере-	
			вернутое, уменьшенное	
	За оптическим цен-	Между главным	Действительное, пере-	
	тром (на конечном	фокусом и оптиче-	вернутое, уменьшенное	
	расстоянии)	ским центром		
Вогнутое	В оптическом цен-	В оптическом цен-	Действительное, пере-	
сферическое	тре	тре	вернутое, по величине	
			равно самому предмету	
	Между оптическим	За оптическим цен-	Действительное, пере-	
	центром и главным	тром	вернутое, увеличенное	
	фокусом			
	Между главным	За зеркалом	Мнимое, прямое, уве-	
	фокусом и центром		личенное	

### 3.3. Линзы и их основные характеристики

Линзой называется прозрачное тело, ограниченное двумя сферическими поверхностями. Если толщина самой линзы мала по сравнению с радиусами кривизны сферических поверхностей, то линзу называют тонкой.

Линзы являются составляющими практически всех оптических приборов. Традиционное применение линз – бинокли, телескопы, оптические прицелы, теодолиты, микроскопы и фотовидеотехника. Одиночные собирающие линзы используются как увеличительные стёкла.

Другая важная сфера применения линз офтальмология, где без них невозможно исправление недостатков зрения – близорукости, дальнозоркости, неправильной аккомодации, астигматизма и других заболеваний. Линзы используют в таких приспособлениях, как очки и контактные линзы.

Линзы бывают собирающими и рассеивающими. Собирающая линза в середине толще, чем у краев, рассеивающая линза, наоборот, в средней части тоньше (рис. 63). Виды линз (рис. 63): собирающие: 1 – двояковыпуклая; 2 – плоско-выпуклая; 3 – вогнуто-выпуклая (положительный (выпуклый) мениск); рассеивающие: 4 – двояковогнутая; 5 – плоско-вогнутая; 6 – выпукло-вогнутая (отрицательный (вогнутый) мениск).

Прямая, проходящая через центры кривизны  $O_1$  и  $O_2$  сферических поверхностей, называется главной оптической осью линзы. В случае тонких линз можно приближенно считать, что главная оптическая ось пересекается с линзой в одной точке, которую принято называть опти-

ческим центром линзы О. Луч света проходит через оптический центр линзы, не отклоняясь от первоначального направления. Все прямые, проходящие через оптический центр, называются побочными оптическими осями.



Рис. 63. Собирающие и рассеивающие линзы и их условные обозначения

Если на линзу направить пучок лучей, параллельных главной оптической оси, то после прохождения через неё лучи (или их продолжения) соберутся в одной точке F, которая называется главным фокусом линзы. У тонкой линзы имеются два главных фокуса, симметрично расположенных относительно линзы на главной оптической оси. У собирающих линз фокусы действительные, у рассеивающих – мнимые. Пучки лучей, параллельных одной из побочных оптических осей, также фокусируются после прохождения через линзу в точку F', которая расположена при пересечении побочной оси с фокальной плоскостью  $\Phi$ , то есть плоскостью перпендикулярной главной оптической оси и проходящей через главный фокус (рис. 64). Расстояние между оптическим центром линзы O и главным фокусом F называется фокусным расстоянием. Это расстояние обозначается той же буквой F.



Рис. 64. Преломление параллельного пучка лучей в собирающей (а) и рассеивающей (b) линзах

На рис. 64 – точки  $O_1$  и  $O_2$  – центры сферических поверхностей,  $O_1O_2$  – главная оптическая ось, O – оптический центр, F – главный фокус, F' – побочный фокус, OF' – побочная оптическая ось,  $\Phi$  – фокальная плоскость.

Ниже (таблица 11) приведены изображённые на рис. 64 линзы и их характеристики.

Основное свойство линз – способность давать изображения предметов. Изображения бывают прямыми и перевернутыми, действительными и мнимыми, увеличенными и уменьшенными.

Положение изображения и его характер можно определить с помощью геометрических построений. Для этого используют свойства некоторых стандартных лучей, ход которых известен. Это лучи, проходящие через оптический центр или один из фокусов линзы. Примеры таких построений представлены на рис. 65 и рис. 66.

Таблица 11

			1	1		
Форма линзы	0					[]
Название	Двояко-	Плоско-	Двояко-	Плоско-	Выпукло-	Вогнуто-
	выпуклая	выпуклая	вогнутая	вогнутая	вогнутая	выпуклая
Радиусы	$R_1 > 0$	$R_1 > 0$	$R_{1} < 0$	$R_1 < 0$	$R_1 > R_2 > 0$	$R_1 > R_2 < 0$
	$R_{2} < 0$	$R_2 = \infty$	$R_{2} > 0$	$R_2 = \infty$		
Фокусное	<i>F</i> > 0	<i>F</i> > 0	<i>F</i> > 0	<i>F</i> < 0	<i>F</i> < 0	<i>F</i> < 0
расстоя-						
ние						

Линзы и их характеристики

Для построения изображения в линзе необходимо знать следующее:

- Луч, падающий на линзу параллельно главной оптической оси, преломляясь, проходит через фокус;
- Луч, проходящий через оптический центр, не меняет своего направления;
- Если падающий луч проходит через фокус, то, преломившись, он пойдёт параллельно главной оптической оси.

Для построения изображения точки необходимо выполнить два из трёх условий.



Рис. 65. Построение изображения в собирающей линзе



Рис. 66. Построение изображения в рассеивающей линзе

Изображения можно также рассчитать с помощью формулы тонкой линзы. Если расстояние от предмета до линзы обозначить через d, а расстояние от линзы до изображения через f, то формулу тонкой линзы можно записать в виде

$$\pm \frac{1}{d} \pm \frac{1}{f} = \pm \frac{1}{F} = \pm D.$$
(179)

Величину *D*, обратную фокусному расстоянию называют оптической силой линзы. Единица измерения оптической силы является 1 диоптрия (дптр). Диоптрия – оптическая сила линзы с фокусным расстоянием 1 м: 1 дптр = 1 м<sup>-1</sup>.

Фокусным расстояниям линз приписывают определенные знаки: для собирающей линзы F > 0, для рассеивающей F < 0 (таблица 11).

Величины *d* и *f* также подчиняются определенному правилу знаков:

d > 0 и f > 0 – для действительных предметов (то есть реальных источников света, а не продолжений лучей, сходящихся за линзой) и изображений;

d < 0 и f < 0 – для мнимых источников и изображений.

В зависимости от положения предмета по отношению к линзе изменяются линейные размеры изображения. Линейным увеличением линзы  $\Gamma$  называют отношение линейных размеров изображения h' и предмета h. Величине h', как и в случае сферического зеркала, удобно приписывать знаки плюс или минус в зависимости от того, является изображение прямым или перевернутым. Величина h всегда считается положительной. Поэтому для прямых изображений  $\Gamma > 0$ , для перевернутых  $\Gamma < 0$ . Из подобия треугольников (рис. 65, 66) легко получить формулу для линейного увеличения тонкой линзы

$$\Gamma = \frac{h'}{h} = -\frac{f}{d}.$$
(180)

Оптическая сила D линзы зависит как от радиусов кривизны  $R_1$  и  $R_2$ её сферических поверхностей, так и от показателя преломления n материала, из которого изготовлена линза

$$D = \frac{1}{F} = \left(n - 1\right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$
 (181)

Радиус кривизны выпуклой поверхности считается положительным, вогнутой – отрицательным.

Во многих оптических приборах свет последовательно проходит через две или несколько линз. Изображение предмета, даваемое первой линзой, служит предметом (действительным или мнимым) для второй линзы, которая строит второе изображение предмета. Это второе изображение также может быть действительным или мнимым. Расчёт оптической системы из двух тонких линз сводится к двукратному применению формулы линзы, при этом расстояние  $d_2$  от первого изображения до второй линзы следует положить равным величине  $l-f_1$ , где l – расстояние между линзами. Рассчитанная по формуле линзы величина  $f_2$ определяет положение второго изображения и его характер ( $f_2 > 0$  – действительное изображение,  $f_2 < 0$  – мнимое изображение). Общее линейное увеличение  $\Gamma$  системы из двух линз равно произведению линейных увеличений обеих линз

$$\Gamma = \Gamma_1 \cdot \Gamma_2. \tag{182}$$

Если предмет или его изображение находятся в бесконечности, то линейное увеличение утрачивает смысл. Тонкие линзы обладают рядом недостатков, не позволяющих получать высококачественные изображения. Искажения, возникающие при формировании изображения, называются **аберрациями**. Главные из них – сферическая и хроматическая аберрации. Поэтому в современных оптических приборах применяются не тонкие линзы, а сложные многолинзовые системы, в которых удается приближенно устранить различные аберрации. Ниже (таблица 12) приведены виды аберрации линз, их описание и исправление аберрации.

Таблица 12

Вид аберрации	Описание аберрации	Исправление аберрации	
Сферическая	При падении света на линзу	1. Ограничиваться паракси-	
аберрация	параксиальные лучи после	альными лучами (применять	
	преломления и лучи, более	диафрагмы).	
	удаленные от оптической оси,	2. Склеивать собирающую и	
	пересекаются в разных точках	рассеивающую линзы с раз-	
	(см. рисунок), а потому изо-	ными показателями прелом-	
	бражение размыто (рис. 67)	ления (рис. 68)	
Кома	Если через оптическую сис-	Приёмы такие же, как при	
	тему проходит широкий пу-	сферической аберрации	
	чок от светящейся точки, рас-		
	положенной не на оптической		
	оси, то изображение точки – в		
	виде светлого пятнышка, на-		
	поминающего хвост кометы		
Хроматическая	При падении на оптическую	Так же, как и в случае сфери-	
аберрация	систему белого света разные	ческой аберрации (рис. 70)	
	монохроматические лучи фо-		
	кусируются в разных точках		
	(см. рисунок), поэтому изо-		
	бражение размыто и по краям		
	окрашено (рис. 69)		
Дисторсия	При больших углах падения	Соответствующий подбор	
	лучей на линзу нарушается	составляющих частей опти-	
	геометрическое подобие ме-	ческой системы	
	жду предметом (прямоуголь-		
	ная сетка) и изображением –		
	подушкообразная и бочкооб-		
	разная дисторсия (рис. 71)		

## Аберрации (погрешности) линз

Продолжение табл. № 12

Вид аберрации	Описание аберрации	Исправление аберрации
Астигматизм	Погрешность, обусловленная неодинаковостью кривизны оптической поверхности в разных плоскостях сечения падающего на линзу светово- го пучка. Так, изображение точки, удаленной от главной оптической оси, наблюдается в виде расплывчатого пятна эллиптической формы, кото- рое может вырождаться либо в вертикальную, либо в гори- зонтальную прямую	Подбор радиусов кривизны преломляющих поверхностей и их фокусных расстояний





Рис. 67. К описанию сферической аберрации



Рис. 69. К описанию хроматической аберрации

Рис. 68. К исправлению сферической аберрации



Рис. 70. К исправлению хроматической аберрации



Рис. 71. К описанию дисторсии

На рис. 71, *a* – изображён предмет (прямоугольная сетка), на рис. 71, *б* – подушкообразная дисторсия, на рис. 71, *в* – бочкообразная дисторсия.

Устранение аберраций возможно лишь подбором специально рассчитанных сложных оптических систем. Одновременное исправление всех погрешностей – задача крайне сложная, а иногда даже неразрешимая. Поэтому обычно устраняются полностью лишь те погрешности, которые в том или ином случае особенно вредны.

### 3.4. Оптические приборы

Формирование собирающей линзой действительного изображения предмета используется во многих оптических приборах, например в фотоаппарате и проекторе.

Фотоаппарат представляет собой замкнутую светонепроницаемую камеру. Изображение фотографируемых предметов создаётся на фотопленке системой линз, которая называется объективом. Специальный затвор позволяет открывать объектив на время экспозиции.

Особенностью работы фотоаппарата является то, что на плоской фотопленке должны получаться достаточно резкими изображения предметов, находящихся на разных расстояниях.

В плоскости фотоплёнки получаются резкими только изображения предметов, находящихся на определенном расстоянии. Наводка на резкость достигается перемещением объектива относительно пленки. Изображения точек, не лежащих в плоскости резкой наводки, получаются нерезкими в виде кружков рассеяния. Размер d этих кружков может быть уменьшен путем диафрагмирования объектива, то есть уменьшения относительного отверстия a / F (рис. 72). Это приводит к увеличению глубины резкости.



Рис. 72. К принципу работы фотоаппарата

**Проекционный аппарат** предназначен для получения крупномасштабных изображений. Объектив *pq* проектора фокусирует изображение плоского предмета (диапозитив *AB*) на удаленном экране Э (рис. 73). Система линз *aa* и *bb*, называемая конденсором. Эта система линз предназначена для того, чтобы сконцентрировать свет источника S на диапозитиве. На экране создается действительное увеличенное перевернутое изображение MN. Увеличение проекционного аппарата можно менять, приближая или удаляя экран  $\mathcal{I}$  с одновременным изменением расстояния между диапозитивом AB и объективом pq.



Рис. 73. К принципу работы проекционного аппарата

## 3.5. Глаз как оптический инструмент

Благодаря зрению мы получаем до 90 % информации. Глаз человека это сложная оптическая система, аналогичная по своему действию оптической системе фотоаппарата. Схематическое устройство глаза представлено на рис. 74. Глаз имеет почти шарообразную форму и диаметр около 2,5 см. Снаружи он покрыт защитной оболочкой белого цвета – склерой. Передняя прозрачная часть склеры называется роговицей. На некотором расстоянии от неё расположена радужная оболочка (радужка), окрашенная пигментом. Отверстие в радужной оболочке представляет собой зрачок. В зависимости от интенсивности падающего света зрачок изменяет свой диаметр приблизительно от 2 до 8 мм, то есть действует подобно диафрагме фотоаппарата. Между роговицей и радужной оболочкой находится прозрачная жидкость. За зрачком находится хрусталик – эластичное линзоподобное тело. Особая мышца может изменять в некоторых пределах форму хрусталика, изменяя тем самым его оптическую силу. Остальная часть глаза заполнена стекловидным телом. Задняя часть глаза – глазное дно, оно покрыто сетчатой оболочкой, представляющей собой сложное разветвление зрительного нерва с нервными окончаниями – палочками и колбочками, которые являются светочувствительными элементами.

Лучи света от предмета, преломляясь на границе воздух-роговица, проходят далее через хрусталик (линзу с изменяющейся оптической силой) и создают изображение на сетчатке.

Роговица, прозрачная жидкость, хрусталик и стекловидное тело образуют оптическую систему, оптический центр которой расположен на расстоянии около 5 мм от роговицы. При расслабленной глазной мышце оптическая сила глаза приблизительно равна 59 дптр, при максимальном напряжении мышцы – 70 дптр.



Рис. 74. Глаз человека

Особенность глаза состоит в способности рефлекторно изменять оптическую силу глазной оптики в зависимости от положения предмета. Это приспособление глаза к изменению положения наблюдаемого предмета называется аккомодацией.

Область аккомодации глаза можно определить положением двух точек:

• дальняя точка аккомодации определяется положением предмета, изображение которого получается на сетчатке при расслабленной глазной мышце. У нормального глаза дальняя точка аккомодации находится в бесконечности;

• ближняя точка аккомодации – расстояние от рассматриваемого предмета до глаза при максимальном напряжении глазной мышцы. Ближняя точка нормального глаза располагается на расстоянии 10–20 см от глаза. С возрастом это расстояние увеличивается.

Кроме этих двух точек, определяющих границы области аккомодации, у глаза существует **расстояние наилучшего зрения**, то есть расстояние от предмета до глаза, при котором удобнее всего (без чрезмерного напряжения) рассматривать детали предмета (например, читать мелкий текст). Это расстояние у нормального глаза принимают равным 25 см.

При нарушении зрения изображения удаленных предметов в случае ненапряженного глаза могут оказаться либо перед сетчаткой (близору-кость), либо за сетчаткой (дальнозоркость) (рис. 75).



Рис. 75. Изображение предмета в глазе

На рис. 75, схематически представлено изображение удаленного предмета в глазе: *а* – нормальный глаз; *б* – близорукий глаз; *в* – дальнозоркий глаз.

Расстояние наилучшего зрения у близорукого глаза меньше, а у дальнозоркого больше, чем у нормального глаза. Для исправления дефекта зрения служат очки.

Для дальнозоркого глаза необходимы очки с положительной оптической силой (собирающие линзы; рис. 75, *д*), для близорукого – с отрицательной оптической силой (рассеивающие линзы; рис. 75, *г*).

Близорукость и дальнозоркость устраняются применением линз. Изобретение очков явилось великим благом для людей, имеющих недостатки зрения. У близорукого глаза изображение получается внутри глаза впереди сетчатки. Чтобы оно передвинулось на сетчатку, нужно уменьшить оптическую силу преломляющей системы глаза. Для этого применяют рассеивающую линзу (рис. 75, *г*). Оптическую силу системы дальнозоркого глаза нужно, наоборот, усилить, чтобы изображение попало на сетчатку. Для этого используют собирающую линзу (рис. 75, *д*). Таким образом, для исправления близорукости применяют очки с вогнутыми, рассеивающими линзами. Если, например, человек носит очки, оптическая сила которых равна -0,5 дптр (или -2,5 дптр, -4,5 дптр), то значит он близорукий. В очках для дальнозорких глаз используют выпуклые, собирающие линзы. Такие очки могут иметь, например, оптическую силу +0,5 дптр, +2 дптр, +3,25 дптр.

Для наблюдения удаленных предметов оптическая сила линз должна быть такой, чтобы параллельные пучки фокусировались на сетчатке глаза. Глаз должен видеть через очки мнимое прямое изображение удаленного предмета, находящееся в дальней точке аккомодации данного глаза. Если, например, дальняя точка аккомодации близорукого глаза находится на расстоянии 80 см, то, применяя формулу тонкой линзы,

получим 
$$d = \infty, f = -0,8$$
 м, следовательно,  $D = \frac{1}{F} = -\frac{1}{0,8} = -1,25$  дптр.

Следует отметить, что у дальнозоркого глаза дальняя точка аккомодации мнимая, то есть ненапряженный глаз фокусирует на сетчатке сходящийся пучок лучей. Потому при рассмотрении удаленных предметов очки для дальнозоркого глаза должны превращать параллельный пучок лучей в сходящийся, то есть обладать положительной оптической силой.

Очки для «ближнего зрения» (например, для чтения) должны создавать мнимое изображение предмета, находящегося на расстоянии  $d_o = 25$  см (то есть на расстоянии наилучшего зрения нормального глаза), на расстоянии наилучшего зрения данного глаза. Пусть, например, близорукий глаз имеет расстояние наилучшего зрения 16 см. По формуле тонкой линзы получим:  $d = d_o = 0.25$  м, f = -0.16 м, следовательно,

 $D = \frac{1}{F} = -2,25$  дптр. Вследствие сужения области аккомодации у мно-

гих людей очки для ближнего зрения должны обладать большей (по модулю) оптической силой по сравнению с очками для рассматривания удаленных предметов.

### 3.6. Оптические приборы для визуальных наблюдений

Для невооруженного глаза наименьший угол зрения приблизительно равен 1'. Этот угол определяется мозаичным строением сетчатки, а также волновыми свойствами света.

Для увеличения угла зрения используются лупы, микроскопы, зрительные трубы (рис. 76). При визуальных наблюдениях глаз является неотъемлемой частью оптической системы, поэтому ход лучей в приборах, вооружающих глаз, зависит от аккомодации глаза.



Рис. 76. Приборы для визуальных наблюдений

При анализе работы оптических приборов для визуальных наблюдений удобнее всего полагать, что глаз наблюдателя аккомодирован на бесконечность. Это означает, что лучи от каждой точки предмета, пройдя через прибор, попадают в глаз в виде параллельного пучка. В этих условиях понятие линейного увеличения теряет смысл. Отношение угла зрения  $\varphi$  при наблюдении предмета через оптический прибор к углу зрения  $\psi$  при наблюдении невооруженным глазом называется угловым увеличением

$$\gamma = \frac{\varphi}{\psi}.$$
 (183)

Угловое увеличение является важной характеристикой оптических приборов для визуальных наблюдений.

Простейшим прибором для визуальных наблюдений является лупа. Лупа – оптический прибор для рассмотрения мелких предметов, плохо различимых глазом. В лупах используются собирающие линзы с малым фокусным расстоянием ( $F \approx 1-10$  (см)). Лупа помещается перед глазом, по возможности ближе к нему, а рассматриваемый предмет – на расстоянии, немного меньшем фокусного расстояния лупы. Предмет виден через лупу под углом

$$\varphi = \frac{h}{F},\tag{184}$$

где h – размер предмета. При рассматривании этого же предмета невооруженным глазом его следует расположить на расстоянии  $d_o = 25$  см наилучшего зрения нормального глаза. Предмет будет виден под углом

$$\psi = \frac{h}{d_o}.$$
 (185)

Отсюда следует, что угловое увеличение лупы равно

$$\gamma = \frac{\varphi}{\psi} = \frac{d_o}{F}.$$
(186)

Линза с фокусным расстоянием 10 см дает увеличение в 2,5 раза. Принцип работы лупы представлен на рис. 77. Действие лупы (рис. 77): a – предмет рассматривается невооруженным глазом с расстояния наилучшего зрения  $d_o = 25$  см; b – предмет рассматривается через лупу с фокусным расстоянием F.

Для получения больших увеличений применяется микроскоп. Оптическая система микроскопа состоит из двух частей более или менее сложной конструкции: объектива (обращенного к объекту) и окуляра (обращенного к глазу). Как и лупа, микроскоп дает возможность рассматривать изображение предмета под большим углом, чем это возможно для невооруженного глаза. Увеличенное изображение предмета в микроскопе получается с помощью оптической системы, состоящей из двух короткофокусных линз – объектива  $O_1$  и окуляра  $O_2$  (рис. 78). Объектив даст действительное перевёрнутое увеличенное изображение предмета. Это промежуточное изображение рассматривается глазом через окуляр, действие которого аналогично действию лупы. Окуляр располагают так, чтобы промежуточное изображение находилось в его фокальной плоскости; в этом случае лучи от каждой точки предмета распространяются после окуляра параллельным пучком.

Мнимое изображение предмета, рассматриваемое через окуляр, всегда перевернуто. Если же это оказывается неудобным (например, при прочтении мелкого шрифта), можно перевернуть сам предмет перед объективом. Поэтому угловое увеличение микроскопа принято считать положительной величиной.

Как следует из рис. 78, угол зрения  $\varphi$  предмета, рассматриваемого через окуляр в приближении малых углов,

$$\varphi = \frac{h}{F_2} = \frac{f \cdot h}{d \cdot F_2}.$$
(187)

Приближенно можно считать, что  $d \approx F_l$  и  $f \approx l$ , где l – расстояние между объективом и окуляром микроскопа («длина тубуса»). При рассматривании того же предмета невооруженным глазом

$$\psi = \frac{h}{d_o}.$$
 (188)

В результате формула для углового увеличения γ микроскопа приобретает вид



$$\gamma = \frac{\varphi}{\psi} = \frac{l \cdot d_o}{F_1 \cdot F_2}.$$
(189)

Рис. 77. Принцип работы лупы



Рис. 78. Ход лучей в микроскопе

Увеличением микроскопа, как и в случае лупы, называется отношение длины изображения какого-либо отрезка, получаемого на сетчатой оболочке глаза при помощи микроскопа, к длине изображения того же отрезка на сетчатке при рассматривании его невооруженным глазом. Хорошие микроскопы могут давать увеличение в несколько сотен раз. При больших увеличениях начинают проявляться дифракционные явления. У реальных микроскопов объектив и окуляр представляют собой сложные оптические системы, в которых устранены различные аберрации.

**Телескопы** (зрительные трубы) предназначены для наблюдения удаленных объектов. Они состоят из двух линз – обращенной к предмету собирающей линзы с большим фокусным расстоянием (объектив) и линзы с малым фокусным расстоянием (окуляр), обращенной к наблюдателю. Зрительные трубы бывают двух типов:

• Зрительная труба Кеплера, предназначенная для астрономических наблюдений. Одна дает увеличенные перевернутые изображения удаленных предметов и поэтому неудобна для земных наблюдений.

• Зрительная труба Галилея, предназначенная для земных наблюдений, дающая увеличенные прямые изображения. Окуляром в трубе Галилея служит рассеивающая линза.

На рис. 79 изображен ход лучей в астрономическом телескопе. Предполагается, что глаз наблюдателя аккомодирован на бесконечность, поэтому лучи от каждой точки удаленного предмета выходят из окуляра параллельным пучком. Такой ход лучей называется телескопическим. В астрономической трубе телескопический ход лучей достигается при условии, что расстояние между объективом и окуляром равно сумме их фокусных расстояний  $l = F_1 + F_2$ .

Зрительную трубу (телескоп) принято характеризовать угловым увеличением  $\gamma$ . В отличие от микроскопа, предметы, наблюдаемые в телескоп, всегда удалены от наблюдателя. Если удаленный предмет виден невооруженным глазом под углом  $\psi$ , а при наблюдении через телескоп под углом  $\phi$ , то угловым увеличением называют отношение

$$\gamma = \frac{\varphi}{\psi}.$$
 (190)

Угловому увеличению  $\gamma$ , как и линейному увеличению  $\Gamma$ , можно приписать знаки плюс или минус в зависимости от того, является изображение прямым или перевернутым. Угловое увеличение астрономической трубы Кеплера отрицательно, а трубы Галилея положительно.

Угловое увеличение зрительных труб выражается через фокусные расстояния

$$\gamma = -\frac{F_1}{F_2}.$$
(191)

Наряду с телескопами, построенными по типу зрительной трубы – рефракторами, весьма важное значение в астрономии имеют зеркальные (отражательные) телескопы, или **рефлекторы**. В качестве объектива в больших астрономических телескопах применяются не линзы, а сферические зеркала.



Рис. 79. Телескопический ход лучей

Зеркальный телескоп, рефлектор, обладает по сравнению с рефрактором тем преимуществом, что он не имеет хроматической аберрации. Изготовить зеркало также легче, чем объектив: требования к однородности стекла, идущего для изготовления зеркала, предъявляются менее строгие, так как свет через него не проходит – оно является всего лишь основанием, на которое наносится отражающий слой. По этим причинам самый большой из существующих сейчас телескопов является зеркальным, его диаметр равен 6 м. Этот самый большой в мире телескоп построен в нашей стране. Диаметр самого большого в настоящее время рефрактора равен 1 м (при длине трубы в 21 м). Зеркальный телескоп при том же диаметре 1 м должен иметь длину всего 6 м. Благодаря этому конструкция зеркального телескопа более проста.

### 3.7. Фотометрические величины и их единицы измерения

Фотометрия – раздел оптики, занимающийся вопросами измерения интенсивности света и его источников. С точки зрения фотометрии, свет – это излучение, способное вызывать ощущение яркости при воздействии на человеческий глаз. Такое ощущение вызывает излучение с длинами волн от ~ 0,38 до ~ 0,78 мкм, причем самым ярким представляется излучение с длиной волны около 0,555 мкм (желто-зеленого цвета). Поскольку чувствительность глаза к разным длинам волн у людей неодинакова, в фотометрии принят ряд условностей, а именно – эталон МКО. В 1931 году Международная комиссия по освещению (МКО) ввела понятие «стандартного наблюдателя» как некоего среднего для людей с нормальным восприятием. Этот эталон МКО – таблица значений относительной световой эффективности излучения с длинами волн от 0,38 до 0,78 мкм. На рис. 80 представлен график, построенный по данным этой таблицы, причем на нём указаны интервалы длин волн, соответствующие цветам солнечного спектра.



Рис. 80. Чувствительность глаза к свету разного цвета

В фотометрии используются: энергетические величины (характеризуют энергетические параметры оптического излучения безотносительно к его действию на приемники излучения) и световые величины (характеризуют физиологические действия света и оцениваются по воздействию на глаз (по средней чувствительности глаза) или другие приемники излучения).

Эти величины характеризуют свет в процессах его испускания, распространения и преобразования (отражение и так далее).

Измерение световых величин может производиться непосредственно с помощью глаза (визуальные методы) или с помощью фотоэлемента, или термостолбика (объективные методы). Приборы, служащие для измерения световых величин, называются фотометрами.

Визуальные методы основаны на свойстве глаза очень хорошо устанавливать равенство яркостей двух смежных поверхностей. В то же время с помощью глаза очень трудно оценить, во сколько раз яркость одной поверхности больше яркости второй. Поэтому во всех визуальных фотометрах роль глаза сводится к установлению равенства яркостей двух смежных площадок, освещаемых сравниваемыми источниками.

Таблица 13

Величина и е	eë	Определение	Формула	Единица
обозначение		-		измерения
Поток излучения	$\Phi_{e}$	Величина, равная отношению	$\sigma - W$	Ватт (Вт)
		энергии W излучения ко вре-	$\Psi_e - \frac{t}{t}$	
		мени t, за которое излучение		
		произошло		
Энергетическая	$R_{e}$	Величина, равная отношению	$_{P} - \Phi_{e}$	Ватт на
светимость		потока излучения $\Phi_{e,}$ испус-	$\Lambda_e = \frac{1}{S}$	метр в
(излучатель-		каемого поверхностью, к		квадрате
ность)		площади S сечения, сквозь		(BT/M <sup>2</sup> )
		которое этот поток проходит		
Энергетическая	$I_e$	Величина, равная отношению	$I - \frac{\Phi_e}{\Phi_e}$	Ватт на
сила света		потока излучения $\Phi_e$ источни-	$I_e = \frac{1}{\omega}$	стерадиан
(сила излучения)		ка к телесному углу $\omega$ , в пре-		(Вт/ср)
		делах которого это излучение		
		распространяется		
Энергетическая	$B_{e}$	Величина, равная отношению	$R - \frac{\Delta I_e}{\Delta I_e}$	Ватт на
яркость (лучи-		энергетической силы света	$D_e = \Delta S$	стерадиан-
стость)		$\Delta I_e$ элемента излучающей по-		метр в
		верхности к площади $\Delta S$		квадрате
		проекции этого элемента на		Вт/(ср м <sup>2</sup> )
		плоскость, перпендикулярную		
		направлению наблюдения		

# Энергетические величины

# Таблица 14

# Световые величины

Величина и её		Определение	Формула	Единица
обозначен	обозначение		измерения	
Световой поток	Φ	Мощность оптического из вызываемому им световому (по его действию на селект емник света с заданной си чувствительностью)	Люмен (лм)	
Светимость	R	Величина, равная отноше- нию светового потока Ф к площади <i>S</i> , сквозь которую этот поток проходит	$R = \frac{\Phi}{S}$	Люмен на метр в квадра- те (лм/м <sup>2</sup> )
Освещен- ность	Ε	Величина, равная отноше- нию светового потока Ф, падающего на поверх- ность, к площади <i>S</i> этой поверхности	$E = \frac{\Phi_e}{S}$	Люкс (лк)

### 3.8. Элементы электронной оптики

Область физики и техники, в которой изучаются вопросы формирования, фокусировки и отклонения пучков заряженных частиц и получения с их помощью изображений под действием электрических и магнитных полей в вакууме, называется электронной оптикой. Комбинируя различные электронно-оптические элементы – электронные линзы, зеркала, призмы, – создают электронно-оптические приборы, например электронно-лучевую трубку, электронный микроскоп, электроннооптический преобразователь.

1. Электронные линзы представляют собой устройства, с помощью электрических и магнитных полей которых формируются и фокусируются пучки заряженных частиц. Существуют электростатические и магнитные линзы. В качестве электростатической линзы может быть использовано электрическое поле с вогнутыми и выпуклыми эквипотенциальными поверхностями, например в системах металлических электродов и диафрагм, обладающих осевой симметрией. На рис. 81 изображена простейшая собирающая электростатическая линза, где A – точка предмета, B – её изображение, пунктиром изображены линии напряженности поля.

Магнитная линза обычно представляет собой соленоид с сильным магнитным полем, коаксиальным пучку электронов. Чтобы магнитное поле сконцентрировать на оси симметрии, соленоид помещают в железный кожух с узким внутренним кольцевым разрезом.



Рис. 81. Собирающая электростатическая линза

Если расходящийся пучок заряженных частиц попадает в однородное магнитное поле, направленное вдоль оси пучка, то скорость каждой частицы можно разложить на два компонента: поперечный и продольный. Первый из них определит равномерное движение по окружности в плоскости, перпендикулярной направлению поля, второй – равномерное прямолинейное движение вдоль поля. Результирующее движение частицы будет происходить по спирали, ось которой совпадает с направлением поля. Для электронов, испускаемых под различными углами, нормальные составляющие скоростей будут различны, то есть будут различны и радиусы описываемых ими спиралей. Однако отношение нормальных составляющих скорости к радиусам спиралей за период вращения будет для всех электронов одинаково; следовательно, через один оборот все электроны сфокусируются в одной и той же точке на оси магнитной линзы.

«Преломление» электростатических и магнитных линз зависит от их фокусных расстояний, которые определяются устройством линзы, скоростью электронов, разностью потенциалов, приложенной к электродам (электростатическая линза), и индукцией магнитного поля (магнитная линза). Изменяя разность потенциалов, или регулируя ток в катушке, можно изменить фокусное расстояние линз. Как и в оптических системах, в электронно-оптических элементах также имеют место погрешности: сферическая аберрация, кома, дисторсия, астигматизм. При разбросе скоростей электронов в пучке наблюдается также и хроматическая аберрация. Аберрации ухудшают разрешающую способность и качество изображения, а поэтому в каждом конкретном случае необходимо их устранять.

2. Электронный микроскоп – устройство, предназначенное для получения изображения микрообъектов; в нем в отличие от оптического микроскопа вместо световых лучей используют ускоренные до больших энергий (30–100 кэВ и более) в условиях глубокого вакуума (примерно 0,1 мПа) электронные пучки, а вместо обычных линз – электронные линзы. В электронных микроскопах предметы рассматриваются либо в проходящем, либо в отраженном потоке электронов. Поэтому различают просвечивающие и отражательные электронные микроскопы.

На рис. 82 приведена принципиальная схема просвечивающего электронного микроскопа. Электронный пучок, формируемый электронной пушкой 1, попадает в область действия конденсорной линзы 2, которая фокусирует на объекте 3 электронный пучок необходимого сечения и интенсивности. Пройдя объект и испытав в нем отклонения, электроны проходят вторую магнитную линзу – объектив 4 – и собираются ею в промежуточное изображение 5. Затем с помощью проекционной линзы 6 на флуоресцирующем экране достигается окончательное изображение 7.

Разрешающая способность электронного микроскопа ограничивается, с одной стороны, волновыми свойствами (дифракцией) электронов, с другой – аберрациями электронных линз. Согласно теории, разрешающая способность микроскопа пропорциональна длине волны, а так как длина волны применяемых электронных пучков (примерно 1 пм) в тысячи раз меньше длины волны световых лучей, то разрешение электронных микроскопов соответственно больше и составляет 0,01–0,0001 мкм (для оптических микроскопов приблизительно равно 0,2–0,3 мкм). С помощью электронных микроскопов можно добиться значительно больших увеличений (до 106 раз), что позволяет наблюдать детали структур размерами 0,1 нм.



Рис. 82. Схема просвечивающего электронного микроскопа

**3.** Электронно-оптический преобразователь – это устройство, предназначенное для усиления яркости светового изображения и преобразования невидимого глазом изображения объекта (например, в инфракрасных или ультрафиолетовых лучах) в видимое. Схема простейшего электронно-оптического преобразователя приведена на рис. 83.



Рис. 83. Схема электронно-оптического преобразования
Изображение предмета A с помощью оптической линзы 1 проецируется на фотокатод 2. Излучение от объекта вызывает с поверхности фотокатода фотоэлектронную эмиссию, пропорциональную распределению яркости проецированного на него изображения. Фотоэлектроны, ускоренные электрическим полем (3 – ускоряющий электрод), фокусируются с помощью электронной линзы 4 на флуоресцирующий экран 5, где электронное изображение преобразуется в световое (получается окончательное изображение A''). Электронная часть преобразователя находится в высоковакуумном сосуде 6.

Из оптики известно, что всякое увеличение изображения связано с уменьшением его освещенности. Достоинство электронно-оптических преобразователей заключается в том, что в них можно получить увеличенное изображение A'' даже большей освещенности, чем сам предмет A, так как освещенность определяется энергией электронов, создающих изображение на флуоресцирующем экране. Недостаток этих приборов – малая разрешающая способность и довольно высокий темновой фон, что влияет на качество изображения.

# 4. Волновая оптика

#### 4.1. Развитие представлений о природе света

Первые представления о природе света возникли у древних греков и египтян. Так, Платон (430 г. до н. э.) установил закон прямолинейного распространения и закон отражения света. Аристотель (350 г. до н. э.) и Птоломей изучали преломление света. По мере изобретения и совершенствования различных оптических приборов (параболических зеркал, микроскопа, зрительной трубы) эти представления развивались и трансформировались. В конце XVII века возникли две теории света: корпускулярная (И. Ньютон) и волновая (Р. Гук и Х. Гюйгенс).

Согласно корпускулярной теории, свет представляет собой поток частиц (корпускул), испускаемых светящимися телами. Ньютон считал, что движение световых корпускул подчиняется законам механики. Так, отражение света понималось аналогично отражению упругого шарика от плоскости. Преломление света объяснялось изменением скорости корпускул при переходе из одной среды в другую. Для случая преломления света на границе вакуум-среда корпускулярная теория приводила к следующему виду закона преломления

$$\frac{\sin\varphi}{\sin\psi} = \frac{\upsilon}{c} = n,$$
(192)

где c – скорость света в вакууме, v – скорость распространения света в среде. Так как n > 1, из корпускулярной теории следовало, что скорость света в средах должна быть больше скорости света в вакууме. Ньютон пытался также объяснить появление интерференционных полос, допуская определенную периодичность световых процессов. Таким образом, корпускулярная теория Ньютона содержала в себе элементы волновых представлений.

Волновая теория, в отличие от корпускулярной, рассматривала свет как волновой процесс, подобный механическим волнам. В основу волновой теории был положен **принцип** Гюйгенса, согласно которому каждая точка, до которой доходит волна, становится центром вторичных волн, а огибающая этих волн дает положение волнового фронта в следующий момент времени. С помощью принципа Гюйгенса были объяснены законы отражения и преломления. Рис. 84 дает представление о построениях Гюйгенса для определения направления распространения волны, преломленной на границе двух прозрачных сред.

Для случая преломления света на границе вакуум-среда волновая теория приводит к следующему выводу



Рис. 84. Построения Гюйгенса для определения направления преломленной волны

Закон преломления, полученный из волновой теории, оказался в противоречии с формулой Ньютона. Волновая теория приводит к выводу, что  $\upsilon < c$ , тогда как согласно корпускулярной теории  $\upsilon > c$ .

Таким образом, к началу XVIII века существовало два противоположных подхода к объяснению природы света: корпускулярная теория Ньютона и волновая теория Гюйгенса. Обе теории объясняли прямолинейное распространение света, законы отражения и преломления. Весь XVIII век стал борьбы этих теорий. Однако веком В начале XIX столетия ситуация коренным образом изменилась. Корпускулярная теория была отвергнута и восторжествовала волновая теория. Большая заслуга в этом принадлежит английскому физику Т. Юнгу и французскому физику О. Френелю, исследовавшим явления интерференции и дифракции. Исчерпывающее объяснение этих явлений могло быть дано только на основе волновой теории. Важное экспериментальное подтверждение справедливости волновой теории было получено в 1851 году, когда Ж. Фуко (и независимо от него А. Физо) измерил скорость распространения света в воде и получил значение v < c.

Хотя к середине XIX века волновая теория была общепризнана, вопрос о природе световых волн оставался нерешенным.

В 60-е годы XIX века Максвеллом были установлены общие законы электромагнитного поля, которые привели его к заключению, что свет – это электромагнитные волны. Важным подтверждением такой точки зрения послужило совпадение скорости света в вакууме с электродинамической постоянной

$$c=1/\sqrt{\varepsilon_{o}\cdot\mu_{o}}.$$

Электромагнитная природа света получила признание после опытов Г. Герца (1887–1888 гг.) по исследованию электромагнитных волн. В начале XX века после опытов П.Н. Лебедева по измерению светового давления (1901 г.) электромагнитная теория света превратилась в твердо установленный факт.

Важнейшую роль в выяснении природы света сыграло опытное определение его скорости. Начиная с конца XVII века, предпринимались неоднократные попытки измерения скорости света различными методами (астрономический метод А. Физо, метод А. Майкельсона). Современная лазерная техника позволяет измерять скорость света с очень высокой точностью на основе независимых измерений длины волны  $\lambda$  и частоты света v ( $c = \lambda \cdot v$ ). Таким путем было найдено значение

$$c = 299792458 \pm 1,2 \ \text{m/c},$$

превосходящее по точности все ранее полученные значения более чем на два порядка.

Свет играет чрезвычайно важную роль в нашей жизни. Подавляющее количество информации об окружающем мире человек получает с помощью света. Однако в оптике как разделе физике под светом понимают не только видимый свет, но и примыкающие к нему широкие диапазоны спектра электромагнитного излучения – инфракрасный ИК и ультрафиолетовый УФ. По своим физическим свойством свет принципиально неотличим от электромагнитного излучения других диапазонов – различные участки спектра отличаются друг от друга только длиной волны  $\lambda$  и частотой v. На рис. 54 приведена шкала электромагнитных волн. Границы между различными диапазонами условны.

Электромагнитная теория света позволила объяснить многие оптические явления, такие как интерференция, дифракция, поляризация и так далее. Однако, эта теория не завершила понимание природы света. Уже в начале XX века выяснилось, что эта теория недостаточна для истолкования явлений атомного масштаба, возникающих при взаимодействии света с веществом. Для объяснения таких явлений, как излучение черного тела, фотоэффект, эффект Комптона и других потребовалось введение квантовых представлений. Наука вновь вернулась к идее корпускул – световых квантов. Тот факт, что свет в одних опытах обнаруживает волновые свойства, а в других – корпускулярные, означает, что свет имеет сложную двойственную природу, которую принято характеризовать термином корпускулярно-волновой дуализм.

### 4.2. Интерференция световых волн

**Интерференция** – одно из ярких проявлений волновой природы света. Это интересное и красивое явление наблюдается при определенных условиях при наложении двух или нескольких световых пучков. Интенсивность света в области перекрытия пучков имеет характер чередующихся светлых и темных полос, причем в максимумах интенсивность больше, а в минимумах меньше суммы интенсивностей пучков.

При использовании белого света интерференционные полосы оказываются окрашенными в различные цвета спектра. С интерференционными явлениями мы сталкиваемся довольно часто: цвета масляных пятен на асфальте, окраска замерзающих оконных стекол, причудливые цветные рисунки на крыльях некоторых бабочек и жуков – все это проявление интерференции света.

Первый эксперимент по наблюдение интерференции света в лабораторных условиях принадлежит И. Ньютону. Он наблюдал интерференционную картину, возникающую при отражении света в тонкой воздушной прослойке между плоской стеклянной пластиной и плосковыпуклой линзой большого радиуса кривизны (рис. 85). Интерференция возникает при сложении волн, отразившихся от двух сторон воздушной прослойки. «Лучи» 1 и 2 – направления распространения волн; h – толщина воздушного зазора. Интерференционная картина имела вид концентрических колец, получивших название колец Ньютона (рис. 86). Ньютон не смог объяснить с точки зрения корпускулярной теории, почему возникают кольца, однако он понимал, что это связано с какой-то периодичностью световых процессов.

Исторически первым интерференционным опытом, получившим объяснение на основе волновой теории света, явился опыт Юнга (1802 г.). В опыте Юнга свет от источника, в качестве которого служила узкая щель S, падал на экран с двумя близко расположенными щелями  $S_1$  и  $S_2$  (рис. 87). Проходя через каждую из щелей, световой пучок уширялся вследствие дифракции, поэтому на белом экране  $\mathcal{P}$  световые пучки, прошедшие через щели  $S_1$  и  $S_2$ , перекрывались. В области перекрытия световых пучков наблюдалась интерференционная картина в виде чередующихся светлых и темных полос.

Юнг был первым, кто понял, что нельзя наблюдать интерференцию при сложении волн от двух независимых источников. Поэтому в его опыте щели  $S_1$  и  $S_2$ , которые можно рассматривать в соответствии с принципом Гюйгенса как источники вторичных волн, освещались светом одного источника *S*. При симметричном расположении щелей вторичные волны, испускаемые источниками  $S_1$  и  $S_2$ , находятся в фазе, но

эти волны проходят до точки наблюдения P разные расстояния  $r_1$  и  $r_2$ . Следовательно, фазы колебаний, создаваемых волнами от источников  $S_1$ и  $S_2$  в точке P, вообще говоря, различны. Таким образом, задача об интерференции волн сводится к задаче о сложении колебаний одной и той же частоты, но с разными фазами. Утверждение о том, что волны от источников  $S_1$  и  $S_2$  распространяются независимо друг от друга, а в точке наблюдения они просто складываются, является опытным фактом и носит название **принципа суперпозиции**.



Рис. 85. Наблюдение колец Ньютона



Рис. 86. Кольца Ньютона в зеленом (слева) и красном (справа) свете



Рис. 87. Схема интерференционного опыта Юнга

Интерференцию света можно объяснить, рассматривая интерференцию волн. Необходимым условием интерференции волн является их когерентность, то есть согласованное протекание во времени и пространстве нескольких колебательных или волновых процессов. Этому условию удовлетворяют монохроматические волны – неограниченные в пространстве волны одной определенной и строго постоянной частоты. Так как ни один реальный источник не даёт строго монохроматического света, то волны, излучаемые любыми независимыми источниками света, всегда некогерентны. Поэтому на опыте не наблюдается интерференция света от независимых источников, например от двух электрических лампочек.

Понять физическую причину немонохроматичности, а, следовательно, и некогерентности волн, испускаемых двумя независимыми источниками света, можно исходя из самого механизма испускания света атомами. В двух самостоятельных источниках света атомы излучают независимо друг от друга. В каждом из таких атомов процесс излучения конечен и длится очень короткое время ( $\tau \approx 10^{-8}$ с). За это время возбужденный атом возвращается в нормальное состояние и излучение им света прекращается. Возбудившись вновь, атом снова начинает испускать световые волны, но уже с новой начальной фазой. Так как разность фаз между излучением двух таких независимых атомов изменяется при каждом новом акте испускания, то волны, спонтанно излучаемые атомами любого источника света, некогерентны. Таким образом, волны, испускаемые атомами, лишь в течение интервала времени  $10^{-8}$ с имеют приблизительно постоянные амплитуду и фазу колебаний, тогда как за больший промежуток времени и амплитуда, и фаза изменяются. Прерывистое излучение света атомами в виде отдельных коротких импульсов называется **волновым цугом**.

Описанная модель испускания света справедлива и для любого макроскопического источника, так как атомы светящегося тела излучают свет также независимо друг от друга. Это означает, что начальные фазы соответствующих им волновых цугов не связаны между собой. Помимо этого, даже для одного и того же атома начальные фазы разных цугов отличаются для двух последующих актов излучения. Следовательно, свет, испускаемый макроскопическим источником, некогерентен.

Любой немонохроматический свет можно представить в виде совокупности сменяющих друг друга независимых гармонических цугов. Средняя продолжительность одного цуга  $\tau_{\kappa o z}$  называется временем когерентности. Когерентность существует только в пределах одного цуга, и время когерентности не может превышать время излучения, то есть  $\tau_{\kappa o z} < \tau$ . Прибор обнаружит четкую интерференционную картину лишь тогда, когда время разрешения прибора значительно меньше времени когерентности накладываемых световых волн.

Если волна распространяется в однородной среде, то фаза колебаний в определенной точке пространства сохраняется только в течение времени когерентности  $\tau_{\kappa o z}$ . За это время волна распространяется в вакууме на расстояние

$$l_{\kappa o z} = c \cdot \tau_{\kappa o z},\tag{194}$$

называемое длиной когерентности (или длиной цуга). Таким образом, длина когерентности есть расстояние, при прохождении которого две или несколько волн утрачивают когерентность. Отсюда следует, что наблюдение интерференции света возможно лишь при оптических разностях хода, меньших длины когерентности для используемого источника света.

Чем ближе волна к монохроматической, тем меньше ширина  $\Delta \omega$  спектра её частот и, как можно показать, больше её время когерентности  $\tau_{\kappa o z}$ , а, следовательно, и длина когерентности  $l_{\kappa o z}$ . Когерентность колебаний, которые совершаются в одной и той же точке пространства, определяемая степенью монохроматичности волн, называется временной когерентностью.

Наряду с временной когерентностью для описания когерентных свойств волн в плоскости, перпендикулярной направлению их распространения, вводится понятие **пространственной когерентности**. Два источника, размеры и взаимное расположение которых позволяют (при необходимой степени монохроматичности света) наблюдать интерференцию, называются пространственно-когерентными. Радиусом когерентности (или длиной пространственной когерентности) называется максимальное поперечное направлению распространения волны расстояние, на котором возможно проявление интерференции. Таким образом, пространственная когерентность определяется радиусом когерентности. Радиус когерентности

$$r_{\kappa o z} \sim \lambda / \varphi,$$
 (195)

где  $\lambda$  – длина волны света,  $\varphi$  – угловой размер источника. Так, минимально возможный радиус когерентности для солнечных лучей (при угловом размере Солнца на Земле  $\varphi \approx 10^{-2}$  рад и  $\lambda \approx 0.5$  мкм) составляет примерно 0,05 мм. При таком малом радиусе когерентности невозможно непосредственно наблюдать интерференцию солнечных лучей, поскольку разрешающая способность человеческого глаза на расстоянии наилучшего зрения составляет лишь 0,1 мм.

Ниже (таблица 15) приведены когерентные свойства различных источников света.

Итак, **интерференция света** – это частный случай общего явления интерференции волн, заключающийся в пространственном перераспределении энергии светового излучения при суперпозиции когерентных электромагнитных волн.

Таблица 15

Источник света	Ширина спектра	Длина когерентности
	частот ( $\Delta v$ )	$(\ell_{_{\kappa o r}})$
Белый свет	~ 200 ТГц	~ 1,5 мкм
Спектральная лампа (300 К)	1,5 ГГц	20 см
Кг-спектральная лампа (77 К)	375 МГц	80 см
Полупроводниковый лазер (GaA-	2 МГц	150 см
lAs)		
Не-Nе-лазер	150 кГц	2 км

Когерентные свойства различных источников света

Предположим, что две монохроматические световые волны, накладываясь друг на друга, возбуждают в определенной точке пространства колебания одинакового направления.

Складываемые монохроматические световые волны (векторы напряженностей электрического поля волн  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_2$ ) в точке наблюдения совершают колебания вдоль одной прямой

$$E_{1} = E_{01} \cos(\omega t + \varphi_{1}); \ E_{2} = E_{02} \cos(\omega t + \varphi_{2}).$$
(196)

Амплитуда результирующего колебания в рассматриваемой точке

$$E^{2} = E_{01}^{2} + E_{02}^{2} + 2 \cdot E_{01} \cdot E_{02} \cos(\varphi_{2} - \varphi_{1}).$$
(197)

Физическую величину, равную квадрату амплитуды электрического поля волны, принято называть **интенсивностью**.

Интенсивность результирующей волны

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1).$$
(198)

Интенсивность в случае синфазных колебаний (фазы  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  одинаковы или отличаются на чётное число  $\pi$ )

$$I_{\max} = \left(\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2}\right)^2.$$
 (199)

Интенсивность в случае противофазных колебаний (фазы  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  отличаются на нечетное число  $\pi$ )

$$I_{\min} = \left(\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2}\right)^2.$$
 (200)

Здесь  $E_{01}$ ,  $E_{02}$  – амплитуды колебаний;  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  – начальные фазы колебаний;  $I \sim E^2$  – поскольку волны когерентны;  $\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$  – имеет постоянное во времени (но свое для каждой точки пространства) значение.

Для получения когерентных световых волн применяют **метод разделения волны**, излучаемой одним источником, на две части, которые после прохождения разных оптических путей накладываются друг на друга, и наблюдается интерференционная картина.

Пусть разделение на две когерентные волны происходит в определенной точке O. До точки M, в которой наблюдается интерференционная картина, одна волна в среде с показателем преломления  $n_1$  прошла путь  $s_1$ , вторая – в среде с показателем преломления  $n_2$  – путь  $s_2$ . Если в точке O фаза колебаний равна  $\omega t$ , то в точке M первая волна возбудит колебание

 $A_1 \cos(t - s_l / \upsilon_l),$ 

вторая волна – колебание

$$A_2\cos(t-s_2/\upsilon_2),$$

где  $\upsilon_1 = c/n_1$ ,  $\upsilon_2 = c/n_2 - cootветственно фазовая скорость первой и второй волны. Разность фаз колебаний, возбуждаемых волнами в точке <math>M$ , равна

$$\delta = \omega \cdot \left(\frac{s_2}{\nu_2} - \frac{s_1}{\nu_1}\right) = \frac{2\pi}{\lambda_o} \cdot \left(s_2 \cdot n_2 - s_1 \cdot n_1\right) = \frac{2\pi}{\lambda_o} \cdot \left(L_2 - L_1\right) = \frac{2\pi}{\lambda_o} \cdot \Delta.$$
(201)

(учли, что  $\omega/c = 2\pi v/c = 2\pi/\lambda_o$ , где  $\lambda_o$  – длина волны в вакууме).

Произведение геометрической длины *s* пути световой волны в данной среде на показатель *n* преломления этой среды называется оптической длиной пути

$$L = n \cdot s. \tag{202}$$

Разность оптических длин проходимых волнами путей – называется оптической разностью хода

$$\Delta = L_2 - L_1. \tag{203}$$

Условия интерференционных максимумов и минимумов приведены ниже (таблица 16).

Таблица 16

Условия интерференционных максимумов и минимумов

Δ	δ	Результат
$\Delta = \pm m \cdot \lambda_o$	$\delta = \pm 2m \cdot \pi$	<i>Максимум</i> (колебания, возбуждаемые в точке, совершаются в одинаковой фа-
(m = 0, 1, 2,)		зе)
$\Delta = \pm (2m+1) \cdot \frac{\lambda_o}{2}$	$\delta = \pm (2m+1) \cdot \pi$	<i>Минимум</i> (колебания, возбуждаемые в точке, совершаются в противофазе)
$(m = 0, 1, 2, \ldots)$		

Здесь  $\Delta$  – оптическая разность хода;  $\delta$  – разность фаз; а  $\lambda_o$  – длина волны в вакууме.

### 4.3. Методы наблюдения интерференции света

Для осуществления интерференции света необходимо получить когерентные световые пучки, для чего применяются различные приемы. До появления лазеров во всех приборах для наблюдения интерференции света когерентные пучки получали разделением и последующим сведением световых лучей, исходящих из одного и того же источника. Практически это можно осуществить с помощью экранов и щелей, зеркал и преломляющих тел. Рассмотрим некоторые из этих методов.

**1. Метод Юнга.** Источником света служит ярко освещенная щель S (рис. 87), от которой световая волна падает на две узкие равноудаленные щели  $S_1$  и  $S_2$ , параллельные щели S. Таким образом, щели  $S_1$  и  $S_2$  играют роль когерентных источников.

Интерференционная картина наблюдается на экране Э, расположенном на некотором расстоянии параллельно  $S_1$  и  $S_2$ . Юнгу принадлежит первое наблюдение явления интерференции.

**2.** Зеркала Френеля. Свет от источника S (рис. 88) падает расходящимся пучком на два плоских зеркала  $A_1O$  и  $A_2O$ , расположенных относительно друг друга под углом, лишь немного отличающимся от 180° (угол  $\varphi$  мал). Используя правила построения изображения в плоских зеркалах, можно показать, что и источник, и его изображения  $S_1$  и  $S_2$  (угловое расстояние между которыми равно  $2\varphi$ ) лежат на одной и той же окружности радиуса *r* с центром в *O* (точка соприкосновения зер-кал).

Световые пучки, отразившиеся от обоих зеркал, можно считать выходящими из мнимых источников  $S_1$  и  $S_2$ , являющихся мнимыми изображениями S в зеркалах. Мнимые источники  $S_1$  и  $S_2$  взаимно когерентны, и исходящие из них световые пучки, встречаясь друг с другом, интерферируют в области взаимного перекрывания (на рис. 88 она заштрихована). Можно показать, что максимальный угол расхождения перекрывающихся пучков не может быть больше  $2\varphi$ . Интерференционная картина наблюдается на экране Э, защищенном от прямого попадания света заслонкой 3.

**3.** Бипризма Френеля. Она состоит из двух одинаковых, сложенных основаниями призм с малыми преломляющими углами. Свет от источника S (рис. 89) преломляется в обеих призмах, в результате чего за бипризмой распространяются световые лучи, как бы исходящие из мнимых источников  $S_1$  и  $S_2$ , являющихся когерентными. Таким образом, на поверхности экрана (в заштрихованной области) происходит наложение когерентных пучков и наблюдается интерференция.





Рис. 89. Бипризма Френеля

**4.** Зеркало Ллойда. Точечный источник *S* находится на очень близком расстоянии от поверхности плоского зеркала *M*, поэтому свет отражается зеркалом под углом, близком к скользящему (рис. 90). Когерентными источниками служат первичный источник *S* и его мнимое изображение *S*<sub>1</sub> в зеркале.



5. Расчет интерференционной картины от двух источников. Расчет интерференционной картины для рассмотренных выше методов наблюдения интерференции света можно провести, используя две узкие параллельные щели, расположенные достаточно близко друг к другу (рис. 91).



Рис. 91. Интерференционная картина от двух когерентных источников

Щели  $S_1$  и  $S_2$  находятся на расстоянии d друг от друга и являются когерентными (реальными или мнимыми изображениями источника S в какой-то оптической системе) источниками света. Интерференция наблюдается в произвольной точке A экрана, параллельного обеим щелям и расположенного от них на расстоянии l, причем l >> d. Начало отсчета выбрано в точке O, симметричной относительно щелей.

Интенсивность в любой точке A экрана, лежащей на расстоянии х от O, определяется оптической разностью хода  $\Delta = S_2 - S_1$ . Из рис. 91 имеем

$$S_2^2 = l^2 + (x + d/2)^2; \ S_1^2 = l^2 + (x - d/2)^2,$$
 (204)

откуда  $S_2^2 - S_1^2 = 2xd$ , или

$$\Delta = S_2 - S_1 = 2x \cdot d / (S_1 + S_2).$$
(205)

Из условия l >> d следует, что  $S_1 + S_2 \approx 2 \cdot l$ , поэтому  $\Delta = x \cdot d / l.$  (206) Подставив найденное значение  $\Delta$  (206) в условия интерференционных максимумов и минимумов (таблица 16), получим, что максимумы интенсивности будут наблюдаться в случае, если

$$x_{\max} = \pm m \frac{\ell}{d} \lambda_o (m = 0, 1, 2, ...),$$
 (207)

а минимумы – в случае, если

$$x_{\min} = \pm (m+1) \frac{\ell}{d} \lambda_o (m = 0, 1, 2, ...).$$
(208)

Расстояние между двумя соседними максимумами (или минимумами), называемое **шириной интерференционной полосы**, равно

$$\Delta x = \frac{\ell}{d} \cdot \lambda_o, \qquad (209)$$

где  $\lambda_o$  – длина волны в вакууме.

Интерференционная картина, создаваемая на экране двумя когерентными источниками света, представляет собой чередование светлых и темных полос, параллельных друг другу.

Главный максимум, соответствующий m = 0, проходит через точку *О* вверх и вниз от него на равных расстояниях друг от друга располагаются максимумы (минимумы) первого (m = 1), второго (m = 2) порядков и так далее описанная картина справедлива лишь для монохроматического света.

Если использовать белый свет, представляющий собой непрерывный набор длин воли от 0,39 мкм (фиолетовая граница спектра) до 0,75 мкм (красная граница спектра), то интерференционные максимумы для каждой длины волны будут, согласно формуле (207), смещены друг относительно друга и иметь вид радужных полос. Только для m = 0 максимумы всех длин воли совпадают, и в середине экрана будет наблюдаться белая полоса, по обе стороны которой симметрично расположатся спектрально окрашенные полосы максимумов первого, второго порядков и так далее (ближе к белой полосе будут находиться зоны фиолетового цвета, дальше – зоны красного цвета).

#### 4.4. Интерференция света в тонких пленках

В природе часто можно наблюдать радужное окрашивание тонких пленок (масляные пленки на воде, мыльные пузыри, оксидные пленка на металлах), возникающее в результате интерференции света, отраженного двумя поверхностями пленки.

Пусть на плоскопараллельную прозрачную пленку с показателем преломления *n* и толщиной *d* под углом *i* (рис. 92) падает плоская моно-

хроматическая волна (для простоты рассмотрим один луч). На поверхности пленки в точке O луч разделится на два: частично отразится от верхней поверхности плёнки, а частично преломится. Преломленный луч, дойдя до точки C, частично преломится в воздух ( $n_o = 1$ ), а частично отразится и пойдет к точке B. Здесь он опять частично отразится (этот ход луча в дальнейшем из-за малой интенсивности не рассматриваем) и преломится, выходя в воздух под углом *i*. Вышедшие из пленки лучи 1 и 2 когерентны, если оптическая разность их хода мала по сравнению с длиной когерентности падающей волны. Если на их пути поставить собирающую линзу, то они сойдутся в одной из точек P фокальной плоскости линзы. В результате возникает интерференционная картина, которая определяется оптической разностью хода между интерферирующими лучами.



Рис. 92. Интерференция от плоскопараллельной пластинки

Оптическая разность хода, возникающая между двумя интерферирующими лучами от точки *O* до плоскости *AB*,

$$\Delta = n(|OC| + |CB|) - |OA| \pm \frac{\lambda_o}{2}, \qquad (210)$$

где показатель преломления окружающей пленку среды принят равным 1, а член  $\pm \lambda_o/2$  обусловлен потерей полуволны при отражении света от границы раздела. Если  $n > n_o$ , то потеря полуволны произойдет в точке O и вышеупомянутый член будет иметь знак минус; если же  $n < n_o$ , то потеря полуволны произойдет в точке C и  $\lambda_o/2$  будет иметь знак плюс.

Согласно рис. 92

$$|OC| = |CB| = \frac{d}{\cos r}; \ \Delta = n(|OC| + |CB|) = \frac{2nd}{\cos r}; \ |OA| = |OB|\sin i = 2d \cdot tgr \cdot \sin i.$$

Учитывая для данного случая закон преломления

$$\sin i = n \sin r$$
,

получим с учётом потери полуволны для оптической разности хода

$$\Delta = 2nd\cos r \pm \frac{\lambda_o}{2} = 2nd\sqrt{1-\sin^2 r} \pm \frac{\lambda_o}{2} = 2d\sqrt{n^2-\sin^2 i} \pm \frac{\lambda_o}{2}.$$
 (211)

Для случая, изображенного на рис. 92 ( $n > n_o$ ),

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda_o}{2}.$$
(212)

В точке Р будет интерференционный максимум, если

$$2d \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_o}{2} = m \cdot \lambda_o (m = 0, 1, 2, ...)$$
(213)

и минимум, если

$$2d \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_o}{2} = (2m+1) \cdot \lambda_o (m = 0, 1, 2, ...), \qquad (214)$$

где *т* – порядок интерференции.

Интерференция наблюдается, только если удвоенная толщина пластинки меньше длины когерентности падающей волны.

1. Полосы равного наклона (интерференция от плоскопараллельной пластинки). Из выражений (213) и (214) следует, что интерференционная картина в плоскопараллельных пластинках (пленках) определяется величинами  $\lambda_o$ , d, n и i. Для данных  $\lambda_o$ , d, и n каждому наклону i лучей соответствует своя интерференционная полоса. Интерференционные полосы, возникающие в результате наложения лучей, падающих на плоскопараллельную пластинку под одинаковыми углами, называются полосами равного наклона.

Лучи 1' и 1", отразившиеся от верхней и нижней граней пластинки (рис. 93), параллельны друг другу, так как пластинка плоскопараллельна. Следовательно, интерферирующие лучи 1' и 1" «пересекаются» только в бесконечности, поэтому говорят, что полосы равного наклона локализованы в бесконечности. Для их наблюдения используют собирающую линзу и экран Э, расположенный в фокальной плоскости линзы. Параллельные лучи 1' и 1" соберутся в фокусе F линзы. На рис. 93 её оптическая ось параллельна лучам 1' и 1", в эту же точку придут и другие лучи (рис. 93, луч 2), параллельные лучу 1, в результате чего увеличивается общая интенсивность. Лучи 3, наклоненные под другим углом, соберутся в другой точке P фокальной плоскости линзы. Легко показать, что если оптическая ось линзы перпендикулярна поверхности пластинки, то полосы равного наклона будут иметь вид концентрических колец с центром в фокусе линзы.



Рис. 93. К получению полос равного наклона

2. Полосы равной толщины (интерференция от пластинки переменной толщины). Пусть на клин (угол *α* между боковыми гранями мал) падает плоская волна, направление распространения которой совпадает с параллельными лучами 1 и 2 (рис. 94).

Из всех лучей, на которые разделяется падающий луч 1, рассмотрим лучи 1' и 1", отразившиеся от верхней и нижней поверхностей клина. При определенном взаимном положении клина и линзы лучи 1' и 1" пересекутся в некоторой точке *A*, являющейся изображением точки *B*. Так как лучи 1' и 1" когерентны, они будут интерферировать.



Рис. 94. Интерференция от пластинки переменной толщины

Если источник расположен довольно далеко от поверхности клина и угол  $\alpha$  ничтожно мал, то оптическая разность хода между интерферирующими лучами 1' и 1" может быть с достаточной степенью точности вычислена по формуле (212), где d – толщина клина в месте падения на него луча. Лучи 2' и 2", образовавшиеся при делении луча 2, падающего в другую точку клина, собираются линзой в точке A'. Оптическая разность хода уже определяется толщиной d'. Таким образом, на экране возникает система интерференционных полос. Каждая из полос возникает при отражении от мест пластинки, имеющих одинаковую толщину (в общем случае толщина пластинки может изменяться произвольно). Интерференционные полосы, возникающие в результате интерференции от мест одинаковой толщины, называются полосами равной толщины.

Так как верхняя и нижняя грани клина не параллельны между собой, то лучи 1' и 1" (2' и 2") пересекаются вблизи пластинки, в изображенном на рис. 94 случае – над ней (при другой конфигурации клина они могут пересекаться и под пластинкой). Таким образом, полосы равной толщины локализованы вблизи поверхности клина. Если свет падает на пластинку нормально, то полосы равной толщины локализуются на верхней поверхности клина.

**3. Кольца Ньютона.** Кольца Ньютона, являющиеся классическим примером полос равной толщины, наблюдаются при отражении света от воздушного зазора, образованного плоскопараллельной пластинкой и соприкасающейся с ней плосковыпуклой линзой с большим радиусом кривизны (рис. 95, 96). Параллельный пучок света падает нормально на плоскую поверхность линзы и частично отражается от верхней и нижней поверхностей воздушного зазора между линзой и пластинкой. При наложении отраженных лучей возникают полосы равной толщины, при нормальном падения света, имеющие вид концентрических окружностей (рис. 96).

Расчёты показывают, что радиус светлого кольца Ньютона в отражённом свете

$$r = \sqrt{(2m-1) \cdot R \cdot \frac{\lambda}{2}},\tag{215}$$

где *R* – радиус кривизны линзы, *m* – номер кольца, считая от центра интерференционной картины.

Радиус тёмного кольца Ньютона в отражённом свете

$$r = \sqrt{m \cdot \lambda \cdot R}.$$
 (216)

В проходящем свете, наоборот, радиус светлого кольца определяет формула (216), а тёмного (215).





Рис. 95. К получению колец Ньютона

Рис. 96. Кольца Ньютона

#### 4.5. Применение интерференции света

Явление интерференции обусловлено волновой природой света, его количественные закономерности зависят от длины волны  $\lambda_o$ . Поэтому это явление применяется для подтверждения волновой природы света и для измерения длин волн (интерференционная спектроскопия).

Явление интерференции применяется также для улучшения качества оптических приборов (**просветление оптики**) и получения высокоотражающих покрытий. Прохождение света через каждую преломляющую поверхность линзы, например через границу стекло-воздух, сопровождается отражением  $\approx 4$  % падающего потока (при показателе преломления стекла  $\approx 1,5$ ). Так как современные объективы содержат большое количество линз, то число отражений в них велико, а поэтому велики и потери светового потока. Таким образом, интенсивность прошедшего света ослабляется, и светосила оптического прибора уменьшается. Кроме того, отражения от поверхностей линз приводят к возникновению бликов, что часто (например, в военной технике) демаскирует положение прибора. Для устранения этих недостатков используется просветление оптики.

Для этого на свободные поверхности линз наносят тонкие пленки с показателем преломления, меньшим, чем у материала линзы. При отражении света от границ раздела воздух-пленка и пленка-стекло возникает интерференция когерентных лучей 1' и 2' (рис. 97).

Толщину пленки *d* и показатели преломления стекла *n<sub>c</sub>* и пленки *n* можно подобрать так, чтобы волны, отраженные от обеих поверхностей пленки, гасили друг друга. Для этого их амплитуды должны быть рав-

ны, а оптическая разность хода равна  $(2m+1) \cdot \frac{\lambda_o}{2}$ .



Рис. 97. К просветлению оптики

Расчет показывает, что амплитуды отраженных лучей равны, если  $n = \sqrt{n_a}$ . (217)

Так как  $n_c$ , n и показатель преломления воздуха  $n_o$  удовлетворяют условиям  $n_c > n > n_o$ , то потеря полуволны происходит на обеих поверхностях. Следовательно, условие минимума при нормальном падении света (i = 0)

$$2n \cdot d = (2m+1) \cdot \frac{\lambda_o}{2} (m = 0, 1, 2, ...), \qquad (218)$$

где  $n \cdot d$  – оптическая толщина пленки. Обычно принимают m = 0, тогда

$$n \cdot d = \frac{\lambda_o}{4}.$$
 (219)

Таким образом, толщина просветляющей плёнки

$$d = \frac{(2m+1) \cdot \lambda_o}{4 \cdot n}.$$
 (220)

Если оптическая толщина плёнки равна  $\lambda_o / 4$ , то в результате интерференции наблюдается гашение отраженных лучей. Поскольку добиться одновременного гашения для всех длин волн невозможно, то это обычно делается для наиболее восприимчивой глазом длины волны  $\lambda_o \approx 0,55$  мкм. Поэтому объективы с просветленной оптикой имеют синевато-красный оттенок.

Создание высокоотражающих покрытий стало возможным лишь на основе **многолучевой интерференции**. В отличие от двухлучевой интерференции, многолучевая интерференция возникает при наложении большого числа когерентных световых пучков. Распределение интенсивности в интерференционной картине существенно различается, интерференционные максимумы значительно уже и ярче, чем при наложении двух когерентных световых пучков.

Многолучевую интерференцию можно осуществить в многослойной системе чередующихся плёнок с разными показателями преломления (но одинаковой оптической толщиной, равной  $\lambda_o/4$ ), нанесенных на отражающую поверхность (рис. 98). Можно показать, что на границе раздела плёнок (между двумя слоями ZnS с большим показателем преломления  $n_1$  находится пленка криолита с меньшим показателем преломления  $n_2$ ) возникает большое число отраженных интерферирующих лучей, которые при оптической толщине плёнок  $\lambda_o/4$  будут взаимно усиливаться, то есть коэффициент отражения возрастает. Характерной особенностью такой высокоотражательной системы является то, что она действует в очень узкой спектральной области, причем, чем больше коэффициент отражения, тем уже эта область. Например, система из семи плёнок для области 0,5 мкм дает коэффициент отражения  $\rho \approx 96$ % (при коэффициенте пропускания  $\approx 3,5$ % и коэффициенте поглощения < 0,5%). Подобные отражатели применяются в лазерной технике.



Рис. 98. Система плёнок

Рис. 99. Схема интерферометра Майкельсона

Явление интерференции также применяется в очень точных измерительных приборах, называемых интерферометрами. Все интерферометры основаны на одном и том же принципе и различаются лишь конструкционно. На рис. 99 представлена упрощенная схема интерферометра Майкельсона. Монохроматический свет от источника S падает под углом 45° на плоскопараллельную пластинку P<sub>1</sub>. Сторона пластинки, удаленная от S, посеребренная и полупрозрачная, разделяет луч на две части: луч 1 (отражается от посеребренного слоя) в луч 2 (проходит через него). Луч 1 отражается от зеркала  $M_1$  и, возвращаясь обратно, вновь проходит через пластинку  $P_1$  (луч 1'). Луч 2 идет к зеркалу  $M_2$ , отражается от него, возвращается обратно и отражается от пластинки  $P_1$ (луч 2'). Так как первый из лучей проходит сквозь пластинку  $P_1$  дважды, то для компенсации возникающей разности хода на пути второго луча ставится пластинка  $P_2$  (точно такая же, как и  $P_1$ , только не покрытая слоем серебра). Лучи 1' и 2' когерентны, следовательно, будет наблюдаться интерференция, результат которой зависит от оптической разности хода луча 1 от точки O до зеркала  $M_1$  и луча 2 от точки O до зеркала  $M_2$ . При перемещении одного из зеркал на расстояние  $\lambda_o/4$  разность хода обоих лучей увеличится на  $\lambda_o/2$  и произойдет смена освещенности зрительного поля. Следовательно, по незначительному смещению интерференционной картины можно судить о малом перемещении одного из зеркал и использовать интерферометр Майкельсона для точного (порядка 10<sup>-7</sup> м) измерения длин (измерения длины тел, длины волны света, изменения длины тела при изменении температуры (интерференционный дилатометр)).

Российский физик В.П. Линник (1889–1984) использовал принцип действия интерферометра Майкельсона для создания **микроинтерфе**-

рометра (комбинация интерферометра и микроскопа), служащего для контроля чистоты обработки поверхности.

Интерферометры – очень чувствительные оптические приборы, позволяющие определять незначительные изменения показателя преломления прозрачных тел (газов, жидких и твердых тел) в зависимости от давления, температуры, примесей и т. д. Такие интерферометры получили название интерференционных рефрактометров.

Применение интерферометров очень многообразно. Кроме перечисленного, они применяются для изучения качества изготовления оптических деталей, измерения углов, исследования быстропротекающих процессов, происходящих в воздухе, обтекающем летательные аппараты, и так далее. Применяя интерферометр, Майкельсон впервые провел сравнение международного эталона метра с длиной стандартной световой волны. С помощью интерферометров исследовалось также распространение света в движущихся телах, что привело к фундаментальным изменениям представлений о пространстве и времени.

### 4.6. Дифракция света. Метод зон Френеля

Дифракцией называется огибание волнами препятствий, встречающихся на их пути, или в более широком смысле – любое отклонение распространения волн вблизи препятствий от законов геометрической оптики. Благодаря дифракции волны могут попадать в область геометрической тени, огибать препятствия, проникать через небольшие отверстия в экранах и так далее. Например, звук хорошо слышен за углом дома, то есть звуковая волна его огибает.

Если на пути параллельного светового пучка расположено круглое препятствие (круглый диск, шарик или круглое отверстие в непрозрачном экране), то на экране, расположенном на достаточно большом расстоянии от препятствия, появляется дифракционная картина – система чередующихся светлых и темных колец. Если препятствие имеет линейный характер (щель, нить, край экрана), то на экране возникает система параллельных дифракционных полос.

Явление дифракции, общее для всех волновых процессов, имеет особенности для света, а именно здесь, как правило, длина волны  $\lambda$  много меньше размеров d преград (или отверстий). Поэтому наблюдать дифракцию можно только на достаточно больших расстояниях  $\ell$  от преграды, то есть

$$\ell \ge \frac{d^2}{\lambda}.$$
 (221)

Дифракционные явления были хорошо известны еще во времена Ньютона, но объяснить их на основе корпускулярной теории света оказалось невозможным. Первое качественное объяснение явления дифракции на основе волновых представлений было дано английским ученым Т. Юнгом. Независимо от него французский ученый О. Френель развил количественную теорию дифракционных явлений (1818 г.). В основу теории Френель положил принцип Гюйгенса, дополнив его идеей об интерференции вторичных волн. Принцип Гюйгенса в его первоначальном виде позволял находить только положения волновых фронтов в последующие моменты времени, то есть определять направление распространения волны. По существу, это был принцип геометрической оптики. Гипотезу Гюйгенса об огибающей вторичных волн Френель заменил физически ясным положением, согласно которому вторичные волны, приходя в точку наблюдения, интерферируют друг с другом. Принцип Гюйгенса-Френеля (рис. 100) также представлял собой определенную гипотезу, но последующий опыт подтвердил её справедливость. На рис. 100:  $\Delta S_1$  и  $\Delta S_2$  – элементы волнового фронта,  $\vec{n}_1$  и  $\vec{n}_2$  – нормали. Принцип Гюйгенса-Френеля можно сформулировать так: световая волна, возбуждаемая источником S, может быть представлена как результат суперпозиции когерентных вторичных волн, «излучаемых» фиктивными источниками.

В ряде практически важных случаев решение дифракционных задач на основе этого принципа даёт достаточно хороший результат.

Пусть поверхность *S* представляет собой положение волнового фронта в некоторый момент. Для того чтобы определить колебания в некоторой точке *P*, вызванное волной, по Френелю нужно сначала определить колебания, вызываемые в этой точке отдельными вторичными волнами, приходящими в неё от всех элементов поверхности  $S(\Delta S_1, \Delta S_2$ и так далее), и затем сложить эти колебания с учетом их амплитуд и фаз. При этом следует учитывать только те элементы волновой поверхности *S*, которые не загораживаются каким-либо препятствием.

Рассмотрим в качестве примера простую дифракционную задачу о прохождении плоской монохроматической волны от удаленного источника через небольшое круглое отверстие радиуса R в непрозрачном экране (рис. 101).

Точка наблюдения *P* находится на оси симметрии на расстоянии *L* от экрана. В соответствии с принципом Гюйгенса-Френеля следует мысленно заселить волновую поверхность, совпадающую с плоскостью отверстия, вторичными источниками, волны от которых достигают точки *P*. В результате интерференции вторичных волн в точке *P* возникает некоторое результирующее колебание, квадрат амплитуды которого

(интенсивность) нужно определить при заданных значениях длины волны  $\lambda$ , амплитуды  $A_o$  падающей волны и геометрии задачи. Для облегчения расчета Френель предложил разбить волновую поверхность падающей волны в месте расположения препятствия на кольцевые зоны (зоны Френеля) по следующему правилу: расстояние от границ соседних зон до точки P должны отличается на полдлины волны, то есть



Рис. 100. Принцип Гюйгенса-Френеля



Рис. 101. Дифракция плоской волны на экране с круглым отверстием

Если смотреть на волновую поверхность из точки *P*, то границы зон Френеля будут представлять собой концентрические окружности (рис. 102).



Рис. 102. Границы зон Френеля в плоскости отверстия

Из рис. 101 легко найти радиусы  $\rho_m$  зон Френеля

$$\rho_m = \sqrt{\rho_m^2 - L^2} = \sqrt{m \cdot \lambda \cdot L + m^2 \cdot \frac{\lambda^2}{4}} \approx \sqrt{m \cdot \lambda \cdot L}.$$
(223)

Так в оптике  $\lambda \ll L$ , вторым членом под корнем можно пренебречь. Количество зон Френеля, укладывающихся на отверстии, определяется его радиусом *R* 

$$m = \frac{R^2}{\lambda \cdot L}.$$
 (224)

Здесь *m* – не обязательно целое число. Результат интерференции вторичных волн в точке *P* зависит от числа *m* открытых зон Френеля. Легко показать, что все зоны имеют одинаковую площадь

$$S_m = \pi \cdot \rho_m^2 - \pi \cdot \rho_{m-1}^2 = \pi \cdot \lambda \cdot L = S_1.$$
(225)

Одинаковые по площади зоны должны были бы возбуждать в точке наблюдения колебания с одинаковой амплитудой. Однако у каждой последующей зоны угол  $\alpha$  между лучом, проведенным в точку наблюдения, и нормалью к волновой поверхности возрастает. Френель высказал предположение (подтвержденное экспериментом), что с увеличением угла  $\alpha$  амплитуда колебаний уменьшается, хотя и незначительно

$$A_1 > A_2 > A_3 > \dots$$

С хорошим приближением можно считать, что амплитуда колебаний, вызываемых некоторой зоной, равна среднему арифметическому из амплитуд колебаний, вызываемых двумя соседними зонами, то есть

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}.$$
 (226)

Так как расстояния от двух соседних зон до точки наблюдения отличаются на  $\lambda/2$ , следовательно, возбуждаемые этими зонами колебания находится в противофазе. Поэтому волны от любых двух соседних зон почти гасят друг друга. Суммарная амплитуда в точке наблюдения есть

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots = A_1 - (A_2 - A_3) - (A_4 - A_5) - \dots < A_1.$$
(227)

Таким образом, суммарная амплитуда колебаний в точке P всегда меньше амплитуды колебаний, которые вызвала бы одна первая зона Френеля. В частности, если бы были открыты все зоны Френеля, то до точки наблюдения дошла бы невозмущенная препятствием волна с амплитудой  $A_o$ . В этом случае можно записать

$$A = A_o = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2}\right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2}\right) + \dots = \frac{A_1}{2}, \quad (228)$$

так как выражения, стоящие в скобках, равны нулю. Следовательно, действие (амплитуда), вызванное всем волновым фронтом, равно половине действия одной первой зоны.

Таким образом, если отверстие в непрозрачном экране оставляет открытой только одну зону Френеля, то амплитуда колебаний в точке наблюдения возрастает в 2 раза (а интенсивность в 4 раза) по сравнению с действием невозмущенной волны. Если открыть две зоны, то амплитуда колебаний обращается в нуль. Если изготовить непрозрачный экран, который оставлял бы открытыми только несколько нечетных (или только несколько четных) зон, то амплитуда колебаний резко возрастает. Например, если открыты 1, 3 и 5 зоны, то

$$A = 6 \cdot A_o, \ I = 36 \cdot I_o.$$

Такие пластинки, обладающие свойством фокусировать свет, называются зонными пластинками.

При дифракции света на круглом диске закрытыми оказываются зоны Френеля первых номеров от 1 до *m*. Тогда амплитуда колебаний в точке наблюдения будет равна

$$A = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \dots = \frac{A_{m+1}}{2} + \left(\frac{A_{m+1}}{2} - A_{m+2} - \frac{A_{m+3}}{2}\right) + \dots$$
(229)

ИЛИ

$$A = A_{m+1} / 2, (230)$$

так как выражения, стоящие в скобках, равны нулю. Если диск закрывает зоны не слишком больших номеров, то  $A_{m+1} \approx 2A_o$  и  $A \approx A_o$ , то есть в центре картины при дифракции света на диске наблюдается интерференционный максимум. Это – так называемое **пятно Пуассона**, оно окружено светлыми и темными дифракционными кольцами (рис. 103, 104).

Оценим размеры зон Френеля. Пусть, например, дифракционная картина наблюдается на экране, расположенном на расстоянии L = 1 м от препятствия. Длина волны света  $\lambda = 600$  нм (красный свет). Тогда радиус первой зоны Френеля

$$\rho_1 = \sqrt{L \cdot \lambda} \approx 0,77 \,\mathrm{mm}.$$



Рис. 103. Дифракция на круглом диске Рис. 104. Дифракционная картина

Таким образом, в оптическом диапазоне вследствие малости длины волны размер зон Френеля оказывается достаточно малым. Дифракционные явления проявляются наиболее отчетливо, когда на препятствии укладывается лишь небольшое число зон

$$m = \frac{R^2}{L \cdot \lambda} \ge 1, \tag{231}$$

ИЛИ

$$R^2 \ge L \cdot \lambda. \tag{232}$$

Это соотношение можно рассматривать как критерий наблюдения дифракции.

Если число зон Френеля, укладывающихся на препятствии, становится очень большим, дифракционные явления практически незаметны

$$m = \frac{R^2}{L \cdot \lambda} >> 1, \tag{233}$$

или

$$R^2 \gg L \cdot \lambda. \tag{234}$$

Это неравенство определяет границу применимости геометрической оптики. Узкий пучок света, который в геометрической оптике называется лучом, может быть сформирован только при выполнении этого условия. Таким образом, геометрическая оптика является предельным случаем волновой оптики.

Выше был рассмотрен случай дифракции света от удаленного источника на препятствиях круглой формы. Если точечный источник света находится на конечном расстоянии, то на препятствие падает сферически расходящаяся волна. В этом случае геометрия задачи несколько усложняется, так как зоны Френеля теперь нужно строить не на плоской, а на сферической поверхности (рис. 105).



Рис. 105. Зоны Френеля на сферическом фронте волны

Расчет приводит к следующему выражению для радиусов  $\rho_m$  зон Френеля на сферическом фронте волны

$$\rho_m = \sqrt{m \cdot \frac{a \cdot b}{a + b}} \cdot L. \tag{235}$$

Все выводы изложенной выше теории Френеля остаются справедливыми и в этом случае.

Следует отметить, что теория дифракции (и интерференции) световых волн применима к волнам любой физической природы. В этом проявляется общность волновых закономерностей. Физическая природа света в начале XIX века, когда Т. Юнг, О. Френель и другие ученые развивали волновые представления, ещё не была известна.

### 4.7. Дифракция Фраунгофера

Немецкий физик И. Фраунгофер (1787–1826) рассмотрел дифракцию плоских световых волн, или дифракцию в параллельных лучах. **Дифракция Фраунгофера**, имеющая большое практическое значение, наблюдается в том случае, когда источник света и точка наблюдения бесконечно удалены от препятствия, вызвавшего дифракцию. Чтобы этот тип дифракции осуществить, достаточно точечный источник света поместить в фокусе собирающей линзы, а дифракционную картину исследовать в фокальной плоскости второй собирающей линзы, установленной за препятствием.

Рассмотрим дифракцию Фраунгофера от бесконечно длинной щели (для этого практически достаточно, чтобы длина щели была значитель-

но больше её ширины). Пусть плоская монохроматическая световая волна падает нормально плоскости узкой щели шириной a (рис. 106, a). Оптическая разность хода между крайними лучами *MC* и *ND*, идущими от щели в произвольном направлении  $\varphi$ 

$$\Delta = NF = a\sin\varphi, \tag{236}$$

где *F* – основание перпендикуляра, опущенного из точки *M* на луч *ND*.

Разобьем открытую часть волновой поверхности в плоскости щели MN на зоны Френеля, имеющие вид полос, параллельных ребру M щели. Ширина каждой зоны выбирается так, чтобы разность хода от краев этих зон была равна  $\lambda/2$ , то есть всего на ширине щели уместится  $\Delta / (\lambda/2)$  зон. Так как свет на щель падает нормально, то плоскость щели совпадает с волновым фронтом и, следовательно, все точки волнового фронта в плоскости щели будут колебаться в одинаковой фазе. Амплитуды вторичных волн в плоскости щели будут равны, так как выбранные зоны Френеля имеют одинаковые площади и одинаково наклонены к направлению наблюдения.

Из выражения (236) вытекает, что число зон Френеля, укладывающихся на ширине щели, зависит от угла  $\varphi$ . От числа зон Френеля, в свою очередь, зависит результат наложения всех вторичных волн. Из приведенного построения следует, что при интерференции света от каждой пары соседних зон Френеля амплитуда результирующих колебаний равна нулю, так как колебания от каждой пары соседних зон взаимно гасят друг друга. Следовательно, условие дифракционного минимума в точке *B* (число зон Френеля четное)

$$a\sin\varphi = \pm 2m \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (m = 1, 2, 3, ...),$$
 (237)

условие дифракционного максимума в точке B (число зон Френеля нечетное)

$$a\sin\varphi = \pm (2m+1) \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (m=1,2,3,...).$$
 (238)

Отметим, что в направлении  $\varphi = 0$  щель действует как одна зона Френеля, и в этом направлении свет распространяется с наибольшей интенсивностью, то есть в точке  $B_o$  наблюдается центральный дифракционный максимум.

Из условий (237) и (238) можно найти направления на точки экрана, в которых амплитуда (а, следовательно, и интенсивность) равна нулю (sin $\varphi_{min} = \pm m \cdot \lambda / a$ ) или максимальна (sin $\varphi_{max} = \pm (2m+1) \cdot \lambda / (2a)$ ). Распределение интенсивности на экране, получаемое вследствие дифракции (дифракционный спектр), приведено на рис. 106, б. Расчеты показывают, что интенсивности в центральном и последующих максимумах относятся как 1 : 0,047 : 0,017 : 0,0083 : .... то есть основная часть световой энергии сосредоточена в центральном максимуме. Из опыта и соответствующих расчетов следует, что сужение щели приводит к тому, что центральный максимум расплывается, а интенсивность уменьшается (это, естественно, относится и к другим максимумам). Наоборот, чем щель шире ( $a > \lambda$ ), тем картина ярче, но дифракционные полосы уже, а число самих полос больше. При  $a >> \lambda$  в центре получается резкое изображение источника света, то есть имеет место прямолинейное распространение света.



Рис. 106. Падение плоской монохроматической световой волны на узкую щель

Положение дифракционных максимумов зависит от длины волны  $\lambda$ , поэтому рассмотренная выше дифракционная картина имеет место лишь для монохроматического света. При освещении щели белым светом центральный максимум наблюдается в виде белой полоски; он общий для всех длин волн (при  $\varphi = 0$  разность хода равна нулю для всех  $\lambda$ ). Боковые максимумы радужно окрашены, так как условие максимума при любых различно *m* для разных  $\lambda$ . Таким образом, справа и слева от центрального максимума наблюдаются максимумы первого (m = 1), второго (m = 2) и других порядков, обращенные фиолетовым краем к центру дифракционной картины. Однако они настолько расплывчаты, что отчетливого разделения различных длин волн с помощью дифракции на одной щели получить невозможно.



Рис. 107. Влияние ширины щели на дифракционную картину

#### 4.8. Дифракционная решётка

Большое практическое значение имеет дифракция, наблюдаемая при прохождении света через одномерную дифракционную решетку – систему параллельных щелей равной ширины, лежащих в одной плоскости и разделенных равными по ширине непрозрачными промежутками (рис. 108). Рассматривая дифракцию Фраунгофера на щели, мы видели, что распределение интенсивности на экране определяется направлением дифрагированных лучей. Это означает, что перемещение щели параллельно самой себе влево или вправо не изменит дифракционной картины. Следовательно, если перейти от одной щели ко многим (к дифракционной решетке), то дифракционные картины, создаваемые каждой щелью в отдельности, будут одинаковыми.

Дифракционная картина на решётке определяется как результат взаимной интерференции волн, идущих от всех щелей, то есть в дифракционной решетке осуществляется многолучевая интерференция когерентных дифрагированных пучков света, идущих от всех щелей.

Рассмотрим дифракционную решетку. На рис. 109 для наглядности показаны только две соседние щели MN и CD. Если ширина каждой щели равна a, а ширина непрозрачных участков между щелями b, то величина

$$d = a + b \tag{239}$$

называется постоянной (периодом) дифракционной решетки.



Рис. 108. Дифракционная решетка



Рис. 109. Дифракция на двух щелях

Пусть плоская монохроматическая волна падает нормально к плоскости решетки. Так как щели находятся друг от друга на одинаковых расстояниях, то разности хода лучей, идущих от двух соседних щелей, будут для данного направления  $\varphi$  одинаковы в пределах всей дифракционной решетки

$$\Delta = CF = (a+b)\sin\varphi = d\sin\varphi.$$
(240)

Очевидно, что в тех направлениях, в которых ни одна из щелей не распространяет свет, он не будет распространяться и при двух щелях, то есть прежние (главные) минимумы интенсивности будут наблюдаться в направлениях, определяемых условием

$$a\sin\varphi = \pm m \cdot \lambda \quad (m = 1, 2, 3, \ldots). \tag{241}$$

Кроме того, вследствие взаимной интерференции световых лучей, посылаемых двумя щелями, в некоторых направлениях они будут гасить друг друга, т. е. возникнут дополнительные минимумы. Очевидно, что эти дополнительные минимумы будут наблюдаться в тех направлениях, которым соответствует разность хода лучей  $\lambda / 2$ ,  $3\lambda / 2$ , ..., посылаемых, например, от крайних левых точек M и C обеих щелей. Таким образом, с учетом (240) условие дополнительных минимумов

$$d\sin\varphi = \pm (2m+1) \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, 3, ...).$$
(242)

Наоборот, действие одной щели будет усиливать действие другой, если

$$d\sin\varphi = \pm 2m \cdot \frac{\lambda}{2} = \pm m \cdot \lambda \quad (m = 0, 1, 2, 3, \ldots), \tag{243}$$

то есть выражение (243) задает условие главных максимумов.

Полная дифракционная картина, для двух щелей определяется из условий приведённых в таблице 17.

Таблица 17

Главные минимумы	$a\sin\varphi = \lambda$ , $2\lambda$ , $3\lambda$ ,	
Дополнительные минимумы	$d\sin\varphi = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \dots$	
Главные максимумы	$d\sin\varphi = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots$	
Между двумя главными максимумами располагается дополнительный минимум, а		
максимумы становятся более узкими, чем в случае одной щели		

Дифракционная картина на двух щелях

Таким образом, между двумя главными максимумами располагается один дополнительный минимум. Аналогично можно показать, что между каждыми двумя главными максимумами при трех щелях располагается два дополнительных минимума, при четырех щелях – три и так далее.

Если дифракционная решетка состоит из *N* щелей, то условием главных минимумов является условие (242), условием главных максимумов – условие (243), а условием дополнительных минимумов

$$d\sin\varphi = \pm \frac{m'\lambda}{N} \ (m'=1,2,...,N-1,N+1,...,2\cdot N-1,\ 2\cdot N+1,...), \ (244)$$

где m' может принимать все целочисленные значения, кроме 0, N, 2N, .... то есть кроме тех, при которых условие (244) переходит в (243). Следовательно, в случае N щелей между двумя главными максимумами располагается N-1 дополнительных минимумов, разделенных вторичными максимумами, создающими весьма слабый фон.

Чем больше щелей N, тем большее количество световой энергии пройдет через решетку, тем больше минимумов образуется между соседними главными максимумами, тем, следовательно, более интенсивными и более острыми будут максимумы. На рис. 110 качественно представлена дифракционная картина с различным числом щелей. Так как модуль sin  $\varphi$  не может быть больше единицы, то из (243) следует, что **число главных максимумов** 

$$m_{\max} \le \frac{d}{\lambda},$$
 (245)

то есть определяется отношением периода решетки к длине волны.

Главные максимумы при дифракции света на решетке чрезвычайно узки. Рис. 110 дает представление о том, как меняется острота главных максимумов при увеличении числа щелей решетки.



Рис. 110. Распределение интенсивности при дифракции монохроматического света на решетках с различным числом щелей

На рис. 110  $I_o$  – интенсивность колебаний при дифракции света на одной щели. Положение главных максимумов зависит от длины волны  $\lambda$ . Это видно из (243). Поэтому при пропускании через решетку белого света все максимумы, кроме центрального (m = 0; максимум нулевого порядка остается неокрашенным), разложатся в спектр, фиолетовая область которого будет обращена к центру дифракционной картины, красная – наружу (рис. 111). Это свойство решётки используется для исследования спектрального состава света (определения длин волн и интенсивностей всех монохроматических компонентов), то есть дифракционной ную решётку можно использовать как спектральный прибор.



Рис. 111. Разложение белого света в спектр с помощью дифракционной решетки

Дифракционные решетки, используемые в различных областях спектра, отличаются размерами, формой, материалом поверхности, профилем штрихов и их частотой (от 6000 до 0,25 штрих/мм, что позволяет перекрывать область спектра от ультрафиолетовой его части до инфракрасной). Например, ступенчатый профиль решетки позволяет концентрировать основную часть падающей энергии в направлении одного определенного ненулевого порядка.

### 4.9. Пространственная решётка. Рассеяние света

Дифракция света наблюдается не только на плоской одномерной решетке (штрихи нанесены перпендикулярно некоторой прямой линии), но и на двумерной решетке (штрихи нанесены во взаимно перпендикулярных направлениях в одной и той же плоскости). Большой интерес представляет также дифракция на пространственных (трехмерных) решетках.

**Пространственная решетка** – пространственные образования, в которых элементы структуры подобны по форме, имеют геометрически правильное и периодически повторяющееся расположение, а также размеры, соизмеримые с длиной волны электромагнитного излучения.

Подобные пространственные образования должны иметь периодичность по трем не лежащим в одной плоскости направлениям. В качестве пространственных решеток могут быть использованы кристаллы. Расстояние между атомами в кристалле ( $\approx 10^{-10}$  м) таково, что на них может наблюдаться дифракция рентгеновского излучения ( $\lambda \approx 10^{-12} - 10^{-8}$  м), так как для наблюдения дифракционной картины необходима соизмеримость постоянной решетки с длиной волны падающего излучения.

Кроме того, дифракция света может происходить в так называемых **мутных средах** – средах с явно выраженными оптическими неоднородностями. К мутным средам относятся аэрозоли (облака, дым, туман), эмульсия, коллоидные растворы и так далее, то есть такие среды, в которых взвешено множество очень мелких частиц инородных веществ. Свет, проходя через мутную среду, дифрагирует от беспорядочно расположенных микронеоднородностей, давая равномерное распределение интенсивностей по всем направлениям, не создавая какой-либо определенной дифракционной картины. Происходит так называемое **рассеяние света** в мутной среде. Это явление можно наблюдать, например, когда узкий пучок солнечных лучей, проходя через запыленный воздух, рассеивается на пылинках и тем самым становится видимым.

Рассеяние света (как правило, слабое) наблюдается также и в чистых средах, не содержащих посторонних частиц. Л.И. Мандельштам объяснил рассеяние света в средах нарушением их оптической однородности, при котором показатель преломления среды не постоянен, а меняется от точки к точке. В дальнейшем польский физик М. Смолуховский (1872–1917) указал, что причиной рассеяния света могут быть также флуктуации плотности, возникающие в процессе хаотического (теплового) движения молекул среды. Рассеяние света в чистых средах, обусловленное флуктуациями плотности, анизотропии или концентрации, называется молекулярным рассеянием.

Молекулярным рассеянием объясняется, например, голубой цвет неба. Согласно закону Д. Рэлея, интенсивность рассеянного света обратно пропорциональна четвертой степени длины волны  $(I \sim \lambda^{-4})$ , поэтому голубые и синие лучи рассеиваются сильнее, чем желтые и красные, обусловливая тем самым голубой цвет неба. По этой же причине свет, прошедший через значительную толщу атмосферы, оказывается обогащенным более длинноволновой частью спектра (сине-фиолетовая часть спектра полностью рассеивается) и поэтому при закате и восходе Солнце кажется красным. Флуктуации плотности и интенсивность рассеяния света возрастают с увеличением температуры. Поэтому в ясный летний день цвет неба является более насыщенным по сравнению с таким же зимним днем.

## 4.10. Дифракция рентгеновского излучения на кристалле. Формула Вульфа-Брегга

Для наблюдения дифракционной картины необходимо, чтобы постоянная решетки была того же порядка, что и длина волны падающего излучения. Кристаллы, являясь трехмерными пространственными решетками, имеют постоянную порядка  $10^{-10}$  м и, следовательно, непригодны для наблюдения дифракции в видимом свете ( $\lambda \approx 5 \cdot 10^{-7}$  м). Эти факты позволили немецкому физику М. Лауэ (1879–1960) прийти к выводу, что в качестве естественных дифракционных решеток для рентге-
новского излучения можно использовать кристаллы, поскольку расстояние между атомами в кристаллах одного порядка с  $\lambda$  рентгеновского излучения ( $\approx 10^{-12} \div 10^{-8}$  м).

Простой метод расчета дифракции рентгеновского излучения от кристаллической решетки предложен независимо друг от друга Г.В. Вульфом (1863–1925) и английскими физиками Г. и Л. Брэггами (отец (1862–1942) и сын (1890–1971)). Они предположили, что дифракция рентгеновского излучения является результатом его отражения от системы параллельных кристаллографических плоскостей (плоскостей, в которых лежат узлы (атомы) кристаллической решетки).

Схема дифракции рентгеновского излучения на кристалле представлена на рис. 112.



Рис. 112. Схема дифракции рентгеновского излучения на кристалле

Пучок монохроматического рентгеновского излучения (на рис. 112 показаны параллельные лучи 1 и 2) падает на поверхность кристалла под углом скольжения  $\mathcal{G}$  (угол между падающим лучом и кристалло-графической плоскостью) и возбуждает атомы кристаллической решетки, которые становятся источниками вторичных когерентных волн 1' и 2', интерферирующих между собой. Результат интерференции волн определяется их разностью хода  $2d \sin \mathcal{G}$  (рис. 112). Дифракционные максимумы наблюдаются в тех направлениях, в которых все отраженные атомными плоскостями волны находятся в одинаковой фазе (в направлениях, определяемых формулой Вульфа-Брэгга).

Формула Вульфа-Брэгга

$$2d\sin\theta = m \cdot \lambda \quad (m = 1, 2, 3, \ldots), \tag{246}$$

где d – межплоскостное расстояние.

Ниже (таблица 18) приведены примеры применения формулы Вульфа-Брегга (измеряемые величины –  $\mathcal{G}, m$ ;  $\lambda$  – длина волны рентгеновского излучения;  $\mathcal{G}$  – угол скольжения; d – межплоскостное расстояние).

Таблица 18

Известная	Определяемая	Метод		
величина	величина			
λ	d	Рентгеноструктурный анализ		
d	λ	Рентгеновская		
		спектроскопия		

Применение формулы Вульфа-Брэгга

# 4.11. Разрешающая способность оптических приборов

Для практики наиболее интересен случай дифракции света, когда препятствие оставляет открытой лишь малую часть 1-й зоны Френеля. Этот случай реализуется при условии  $m = \frac{R^2}{L \cdot \lambda} << 1$  или  $R^2 << L \cdot \lambda$ , то есть дифракционную картину от препятствий небольшого размера следует в этом случае наблюдать на очень больших расстояниях. Например, если R = 1 мм,  $\lambda = 550$  нм (зеленый свет), то расстояние L до плоскости наблюдения должно быть значительно больше 2 метров (10 метров или больше). Лучи проведенные в далекую точку наблюдения от

различных элементов волнового фронта, практически можно считать параллельными (дифракция Фраунгофера). Если на пути лучей за препятствием поставить собирающую линзу, то параллельный пучок лучей, дифрагировавший на препятствии под углом θ, соберется в некоторой точке фокальной плоскости (рис. 113).

Следовательно, любая точка в фокальной плоскости линзы эквивалентна бесконечно удаленной точке в отсутствие линзы.

В фокальной плоскости линзы наблюдается дифракционная картина Фраунгофера. На рис. 113 зеленая кривая – распределение интенсивности в фокальной плоскости (масштаб по оси *x* сильно увеличен).

Но согласно геометрической оптике, в фокусе линзы должно располагаться точечное изображение удаленного точечного предмета. На самом деле изображение точечного предмета оказывается размытым из-за дифракции. В этом проявляется волновая природа света.

Никакая оптическая система не может дать точечного изображения. В случае дифракции Фраунгофера на круглом отверстии диаметра D дифракционное изображение состоит из центрального светлого пятна, на которое приходится приблизительно 85 % энергии света, и окружающих его светлых и темных колец (рис. 114).



Рис. 113. Дифракция в параллельных лучах



Рис. 114. Дифракционное изображение точечного источника (дифракция на круглом отверстии)

Это дифракционное пятно и принимается за изображение точечного источника. Радиус центрального пятна в фокальной плоскости линзы

$$r = 1,22\frac{\lambda}{D} \cdot F. \tag{247}$$

Если лучи света от удаленного источника падают непосредственно на линзу, то роль экрана, на котором дифрагирует свет, выполняет оправа линзы. В этом случае под *D* нужно понимать диаметр линзы.

Размер дифракционных изображений очень мал. Например, радиус центрального светлого пятна в фокальной плоскости линзы диаметром D = 5 см с фокусным расстоянием F = 50 см в монохроматическом свете с длиной волны  $\lambda = 500$  нм приблизительно равен 0,006 мм. Во многих оптических устройствах (фотоаппараты, проекторы и т. д.) дифракционное размытие изображений маскируется значительно более сильными искажениями из-за несовершенства оптики. Но в высокоточных астро-

номических приборах реализуется дифракционный предел качества изображений. Вследствие дифракционного размытия изображения двух близких точек объекта могут оказаться неотличимы от изображения одной точки. Рассмотрим в качестве примера объектив астрономического телескопа, нацеленного на две близкие звезды, находящиеся на угловом расстоянии  $\psi$  друг от друга. Предполагается, что все дефекты и аберрации устранены, и в фокальной плоскости объектива наблюдаются дифракционные изображения звезд (рис. 115).

На рис. 115 расстояние  $\Delta l$  между центрами дифракционных изображений звезд превышает радиус *r* центрального светлого пятна – в этом случае изображения звезд воспринимаются наблюдателем раздельно и, следовательно, объектив телескопа позволяет разрешить две близкие звезды. При уменьшении углового расстояния  $\psi$  между звездами дифракционные изображения могут сильно перекрыться и перестанут отличаться от изображения одиночной звезды. В этом случае объектив телескопа не разрешает близкие звезды.



Рис. 115. Дифракционные изображения двух близких звезд в фокальной плоскости объектива телескопа

Английский физик Дж. Релей в конце XIX в. предложил условно считать разрешение полным, когда расстояния  $\Delta l$  между центрами изображений равно (или превышает) радиус *r* диска Эйри (рис. 116; пунктирная кривая – распределение суммарной интенсивности света). Условие

$$\Delta l = r \tag{248}$$

называют критерием разрешения Релея. Из этого критерия следует

$$\Delta l_{\min} = \psi_{\min} \cdot F = 1,22 \frac{\lambda}{D} \cdot F \tag{249}$$

или

$$\psi_{\min} = 1,22\frac{\lambda}{D}.$$
(250)



Рис. 116. Предел разрешения по Релею

Телескоп с диаметром объектива D = 1 м способен разрешать две звезды, находящиеся на угловом расстоянии  $\psi_{min} = 6,7 \cdot 10^{-7}$  рад (для  $\lambda = 550$  нм). Космический телескоп Хаббла, выведенный на орбиту в 1990 году, имеет зеркало диаметром D = 2,40 м. Предельное угловое разрешение этого телескопа по длине волны  $\lambda = 550$  нм равно:  $\psi_{min} = 2,8 \cdot 10^{-7}$  рад. На работу космического телескопа не оказывают влияния атмосферные возмущения. Для характеристики объектива телескопа можно ввести величину *R*, обратную предельному углу  $\psi_{min}$ . Эту величину называют **разрешающей силой телескопа** 

$$R = \frac{1}{\psi_{\min}} = \frac{D}{1,22\lambda}.$$
(251)

Для увеличения разрешающей способности телескопа следует увеличивать диаметр объектива (либо переходить к более коротким волнам). Все сказанное выше о разрешающей способности телескопа применимо и к невооруженному глазу. Глаз при рассматривании удаленных предметов действует так же, как и объектив телескопа. Роль *D* играет диаметр зрачка глаза  $d_{3p}$ . Полагая  $d_{3p} = 3$  мм,  $\lambda = 550$  нм, найдем для предельного углового разрешения глаза

$$\Psi_{27} = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{d_{3p}} = 2,3 \cdot 10^{-4} \, pad = 47^{"} \approx 1^{'}.$$

Этот результат хорошо согласуется с физиологической оценкой разрешающей способности глаза, выполненной исходя из размеров светочувствительных элементов сетчатки (палочек и колбочек).

Исходя из вышеизложенного, можно сделать общий вывод: световой пучок диаметром D и длиной волны  $\lambda$  вследствие волновой природы света испытывает дифракционное уширение. Угловая полуширина  $\varphi$  пучка оказывается порядка  $\lambda / D$ , так что полная ширина d пучка на расстоянии L приблизительно равна

$$d \approx D + 2\frac{\lambda}{D} \cdot L. \tag{252}$$

На рис. 117 качественно продемонстрировано то, как по мере удаления от препятствия трансформируется пучок света (область I – понятие луча света, законы геометрической оптики; область II – зоны Френеля, пятно Пуассона; область III – дифракция в параллельных лучах).

Оценки, выполненные на рис. 117, показывают, что угловое расхождение пучка уменьшается при увеличении его первоначального поперечного размера *D*. Этот вывод справедлив для волн любой физической природы. Чтобы, например, послать «узкий» пучок лазерного излучения на Луну, нужно сначала его расширить.



Рис. 117. Пучок света, расширяющийся вследствие дифракции

Это достигается с помощью телескопа, когда лазерный пучок направляется в окуляр и затем, пройдя через телескоп, выходит из объектива, имея диаметр *D* (рис. 118). Такой расширенный пучок, дойдя до Луны, «засветит» на ее поверхности пятно радиусом

$$R \approx \frac{\lambda}{D} \cdot L, \tag{253}$$

где L – расстояние до Луны. Приняв D = 2,5 м (телескоп-рефлектор Крымской обсерватории),  $\lambda = 550$  нм,  $L = 4 \cdot 10^6$  м, получим  $R \approx 90$  м. Если бы на Луну был направлен первоначальный пучок лазерного света, имеющий диаметр порядка 1 см, то он «засветил» бы на Луне пятно, радиус которого оказался бы в 250 раз больше.

Проведём оценку **разрешающей способности микроскопа**. С помощью микроскопа наблюдают близко расположенные объекты, поэтому его разрешающаяся способность характеризуется не угловым, а линейным расстоянием между двумя близкими точками, которые еще могут восприниматься раздельно. Наблюдаемый объект располагается вблизи переднего фокуса объектива. Часто пространство перед объективом заполняется специальной прозрачной жидкостью – иммерсией (рис. 119). В плоскости, геометрически сопряженной объекту, располагается его увеличенное изображение, которое рассматривается глазом через окуляр. Изображение каждой точки оказывается размытым вследствие дифракции света.



Рис. 118. Расширение лазерного пучка с помощью телескопической системы



Рис. 119. Иммерсионная жидкость перед объективом микроскопа

В 1874 году Г. Гельмгольцем был определен предел разрешения объектива микроскопа:

$$l_{\min} = \frac{0.61\lambda}{n \cdot \sin \alpha}.$$
 (254)

Здесь  $\lambda$  – длина волны, *n* – показатель преломления иммерсионной жидкости,  $\alpha$  – так называемый апертурный угол (рис. 119). Величина *nsin*  $\alpha$  называется числовой апертурой.

У хороших микроскопов апертурный угол  $\alpha$  близок к своему пределу:  $\alpha \approx \pi / 2$ . Как видно из формулы Гельмгольца, применение иммерсии несколько улучшает предел разрешения. Полагая для оценок sin  $\alpha \approx 1$ ,  $n \approx 1,5$ , получим:  $l_{\min} \approx 0,4\lambda$ . Таким образом, с помощью микроскопа принципиально невозможно рассмотреть какие-либо детали, размер которых значительно меньше длины света. Волновые свойства света определяют предел качества изображения объекта, полученного с помощью любой оптической системы.

# 4.12. Понятие о голографии

**Голография** (от греческого «полная запись») – особый способ записи и последующего восстановления волнового поля, основанный на регистрации интерференционной картины.

Этот принципиально новый способ фиксирования и воспроизведения пространственного изображения предметов изобретен английским физиком Д. Габором (1900–1979) в 1947 г. (Нобелевская премия 1971 г.). Экспериментальное воплощение и дальнейшая разработка этого способа (Ю.Н. Денисюком в 1962 г. и американскими физиками Э. Лейтом и Ю. Упатниексом в 1963 г.) стали возможными после появления в 1960 г. источников света высокой степени когерентности – лазеров.

Элементарные основы принципа голографии заключаются в регистрации и восстановлении информации о предмете. Для регистрации и восстановления волны необходимо уметь регистрировать и восстанавливать амплитуду и фазу идущей от предмета волны. Распределение интенсивности в интерференционной картине, с учётом того, что  $I \sim A^2$  определяется как амплитудой интерферирующих волн  $(A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2 \cdot A_1 \cdot A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1))$ , так и разностью их фаз  $(tg\varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2})$ . Поэтому для регистрации как фазовой, так и

амплитудной информации кроме волны, идущей от предмета (так называемой предметной волны), используют еще когерентную с ней волну, идущую от источника света (так называемую опорную волну). Идея голографирования состоит в том, что фотографируется распределение интенсивности в интерференционной картине, возникающей при суперпозиции волнового поля объекта и когерентной ему опорной волны известной фазы. Последующая дифракция света на зарегистрированном распределении почернений в фотослое восстанавливает волновое поле объекта и допускает изучение этого поля при отсутствии объекта.

Практически эта идея может быть осуществлена с помощью принципиальной схемы, показанной на рис. 120. Лазерный пучок делится на две части, причем одна его часть отражается зеркалом на фотопластинку (опорная волна), а вторая попадает на фотопластинку, отразившись от предмета (предметная волна). Опорная и предметная волны, являясь когерентными и, накладываясь друг на друга, образуют на фотопластинке интерференционную картину. После проявления фотопластинки и получается голограмма – зарегистрированная на фотопластинке интерференционная картина, образованная при сложении опорной и предметной волн.

Для восстановления изображения (рис. 121) голограмма помещается в то же самое положение, где она находилась до регистрации. Её освещают опорным пучком того же лазера (вторая часть лазерного пучка перекрывается диафрагмой). В результате дифракции света на интерференционной структуре голограммы восстанавливается копия предметной волны, образующая объёмное (со всеми присущими предмету свойствами) мнимое изображение предмета, расположенное в том месте, где предмет находился при голографировании. Кроме того, восстанавливается еще действительное изображение предмета, имеющее рельеф, обратный рельефу предмета, то есть выпуклые места заменены вогнутыми, и наоборот (если наблюдение ведется справа от голограммы).

Обычно пользуются мнимым голографическим изображением, которое по зрительному восприятию создает полную иллюзию существования реального предмета. Рассматривая из разных положений объемное изображение предмета, даваемое голограммой, можно увидеть более удаленные предметы, закрытые более близкими из них (заглянуть за ближние предметы). Это объясняется тем, что, перемещая голову в сторону, мы воспринимаем изображение, восстановленное от периферической части голограммы, на которую при экспонировании падали также и лучи, отраженные от скрытых предметов.



Рис. 120. Схема для регистрации информации о предмете

Рис. 121. Схема для восстановления информации о предмете

Голограмму можно расколоть на несколько кусков. Но даже малая часть голограммы восстанавливает полное изображение. Однако уменьшение размеров голограммы приводит к ухудшению четкости получаемого изображения. Это объясняется тем, что голограмма для опорного пучка служит дифракционной решеткой, а при уменьшении числа штрихов дифракционной решетки (при уменьшении размеров голограммы) ее разрешающая способность уменьшается.

Методы голографии (запись голограммы в трехмерных средах, цветное и панорамное голографирование и так далее) находят все большее развитие. Применения голографии разнообразны, но наиболее важными, приобретающими все большее значение, являются запись и хранение информации. Методы голографии позволяют записывать в сотни раз больше страниц печатного текста, чем методы обычной микрофотографии. По подсчетам, на фотопластинку размером 32×32 мм можно записать 1024 голограммы (площадь каждой из них 1 мм<sup>2</sup>), то есть на одной фотопластинке можно «разместить» книгу объемом свыше тысячи страниц. В качестве будущих разработок могут служить ЭВМ с голографической памятью, голографический электронный микроскоп, голографические кино в телевидение, голографическая интерферометрия.

### 4.13. Нормальная и аномальная дисперсия света

Дисперсией света называется зависимость показателя преломления *n* вещества от частоты v (длины волны  $\lambda$ ) света или зависимость фазовой скорости v световых волн от его частоты v. Дисперсия света представляется в виде зависимости

$$n = f(\lambda). \tag{255}$$

Следствием дисперсии является разложение в спектр пучка белого света при прохождении его через призму.

Для разложения излучения в спектр в простейшем спектральном приборе используется призма (рис. 122).

Щель *S*, на которую падает исследуемое излучение, находится в фокальной плоскости линзы  $\mathcal{J}_1$ . Эта часть прибора называется коллиматором. Выходящий из линзы параллельный пучок света падает на призму *P*. Вследствие дисперсии свет разных длин волн выходит из призмы под разными углами. В фокальной плоскости линзы  $\mathcal{J}_2$  располагается экран или фотопластинка, на которой фокусируется излучение. В результате в разных местах экрана возникает изображение входной щели *S* в свете разных длин волн. У всех прозрачных твердых веществ (стекло, кварц), из которых изготовляются призмы, показатель преломления n в диапазоне видимого света убывает с увеличением длины волны  $\lambda$ ,

поэтому наиболее сильно призма отклоняет от первоначального направления синие и фиолетовые лучи и наименее – красные. Монотонно убывающая зависимость  $n(\lambda)$  называется нормальной дисперсией.



Рис. 122. Разложение излучения в спектр при помощи призмы

Первый опыт по разложению белого света в спектр был осуществлен И. Ньютоном (1672 г.).

Величина

$$D = \frac{dn}{d\lambda},\tag{256}$$

называемая дисперсией вещества, показывает, как быстро изменяется показатель преломления с длиной волны. Из рис. 123 следует, что показатель преломления для прозрачных веществ с уменьшением длины волны увеличивается. Следовательно, величина  $dn/d\lambda$  по модулю также увеличивается с уменьшением  $\lambda$ . Такая дисперсия называется **нор**мальной. Ход кривой  $n(\lambda)$  – кривой дисперсии – вблизи линий и полос поглощения будет иным: n уменьшается с уменьшением  $\lambda$ . Такой ход зависимости n от  $\lambda$  называется аномальной дисперсией.



Рис. 123. Зависимость  $n(\lambda)$ 

### 4.14. Электронная теория дисперсии света

Из макроскопической электромагнитной теории Максвелла следует, что абсолютный показатель преломления среды

$$n = \sqrt{\varepsilon} \cdot \mu, \tag{257}$$

где  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды,  $\mu$  – магнитная проницаемость. В оптической области спектра для всех веществ  $\mu \approx 1$ , поэтому

$$n = \sqrt{\varepsilon}.$$
 (258)

Из формулы (258) выявляются некоторые противоречия с опытом: величина n, являясь переменной, остается в то же время равной определенной постоянной  $\sqrt{\varepsilon}$ . Кроме того, значения n, получаемые из этого выражения, не согласуются с опытными значениями. Трудности объяснения дисперсии света с точки зрения электромагнитной теории Максвелла устраняются электронной теорией Лоренца. В теории Лоренца дисперсия света рассматривается как результат взаимодействия электромагнитных волн с заряженными частицами, входящими в состав вещества и совершающими вынужденные колебания в переменном электромагнитном поле волны.

Применим электронную теорию дисперсии света для однородного диэлектрика, предположив формально, что дисперсия света является следствием зависимости  $\varepsilon$  от частоты  $\omega$  световых волн. Диэлектрическая проницаемость вещества, по определению, равна

$$\varepsilon = 1 + \chi = 1 + P / (\varepsilon_o \cdot E), \qquad (259)$$

где  $\chi$  – диэлектрическая восприимчивость среды,  $\varepsilon_o$  – электрическая постоянная, P – мгновенное значение поляризованности.

Следовательно

$$n^2 = 1 + P / (\mathcal{E}_o \cdot E), \tag{260}$$

то есть n зависит от P. В данном случае основное значение имеет электронная поляризация, то есть вынужденные колебания электронов под действием электрической составляющей поля волны, так как для ориентационной поляризации молекул частота колебаний в световой волне очень высока ( $\nu \approx 10^{15}$  Гц).

В первом приближении можно считать, что вынужденные колебания совершают только внешние, наиболее слабо связанные с ядром электроны – оптические электроны. Для простоты рассмотрим колебания только одного оптического электрона. Наведенный дипольный момент электрона, совершающего вынужденные колебания, равен  $p = e \cdot x$ , где е – заряд электрона, x – смещение электрона под действием электрического поля световой волны. Если концентрация атомов в диэлектрике равна  $n_0$ , то мгновенное значение поляризованности

$$P = n_o \cdot p = n_o \cdot e \cdot x. \tag{261}$$

Из (259) и (260) получим

$$n^2 = 1 + \frac{n_o \cdot e \cdot x}{\varepsilon_o \cdot E}.$$
(262)

Следовательно, задача сводится к определению смещения x электрона под действием внешнего поля E. Поле световой волны будем считать функцией частоты  $\omega$ , то есть изменяющимся по гармоническому закону:

$$E = E_o \cos \omega t.$$

Уравнение вынужденных колебаний электрона для простейшего случая (без учета силы сопротивления, обусловливающей поглощение энергии падающей волны) запишется в виде

$$\ddot{x} + \omega_o^2 \cdot x = \frac{F_o}{m} \cos \omega t = \frac{e \cdot E_o}{m} \cos \omega t, \qquad (263)$$

где  $F_o = e \cdot E_o$  – амплитудное значение силы, действующей на электрон со стороны поля волны,  $\omega_o \cdot \sqrt{k/m}$  – собственная частота колебаний электрона, m – масса электрона. Решив уравнение (263), найдем  $\varepsilon = n^2$  в зависимости от констант атома ( $e, m, \omega_o$ ) и частоты  $\omega$  внешнего поля, то есть решим задачу дисперсии. Решение уравнения (263) можно записать в виде

$$x = A\cos\omega t, \tag{264}$$

где

$$A = \frac{e \cdot E_o}{m\left(\omega_o^2 - \omega^2\right)}.$$
 (265)

Подставляя (264) и (265) в (262), получим

$$n^{2} = 1 + \frac{n_{o} \cdot e^{2}}{\varepsilon_{o} \cdot m} \cdot \frac{1}{\omega_{o}^{2} - \omega^{2}}.$$
(266)

Если в веществе имеются различные заряды  $e_i$ , совершающие вынужденные колебания с различными собственными частотами  $\omega_{oi}$ , то

$$n^{2} = 1 + \frac{n_{o} \cdot e^{2}}{\varepsilon_{o} \cdot m} \sum_{i} \frac{f_{i}}{\omega_{oi}^{2} - \omega^{2}},$$
(267)

где *т* – масса і-го заряда.

Из выражений (266) и (267) вытекает, что показатель преломления *n* зависит от частоты  $\omega$  внешнего поля, то есть полученные зависимости действительно подтверждают явление дисперсии света, хотя и при указанных выше допущениях, которые в дальнейшем надо устранить.

Из выражений (266) и (267) следует, что в области от  $\omega = 0$  до  $\omega = \omega_o \cdot n^2$  больше единицы и возрастает с увеличением  $\omega$  (нормальная дисперсия); при  $\omega = \omega_o \cdot n^2 = \pm \infty$ ; в области от  $\omega = \omega_o$  до  $\omega = \infty n^2$  меньше единицы и возрастает от  $-\infty$  до 1 (нормальная дисперсия). Перейдя от  $n^2$ к *n*, получим, что график зависимости *n* от  $\omega$  имеет вид, изображенный на рис. 124. Такое поведение *n* вблизи  $\omega_o$  – результат допущения об отсутствии сил сопротивления при колебаниях электронов. Если принять в расчет и это обстоятельство, то график функции *n* ( $\omega$ ) вблизи  $\omega_o$  задастся штриховой линией *AB*. Область *AB* – область **аномальной диспер сии** (*n* убывает при возрастании  $\omega$ ), остальные участки зависимости *n* от  $\omega$  описывают нормальную дисперсию (*n* возрастает с возрастанием  $\omega$ ).

Российскому физику Д.С. Рождественскому (1876–1940) принадлежит классическая работа по изучению аномальной дисперсии в парах натрия. Он разработал интерференционный метод для очень точного измерения показателя преломления паров и экспериментально показал, что формула (267) правильно характеризует зависимость *n* от  $\omega$ , а также ввёл в неё поправку, учитывающую квантовые свойства света и атомов.



Рис. 124. Зависимость  $n(\omega)$ 

# 4.15. Поглощение (абсорбция) света

Поглощением (абсорбцией) света называется явление уменьшения энергии световой волны при её распространении в веществе вследствие преобразования энергии волны в другие виды энергии. В результате поглощения интенсивность света при прохождении через вещество уменьшается.

Поглощение света в веществе описывается законом Бугера (П. Бугер (1698–1758) – французский ученый)

$$I = I_o \cdot e^{-k \cdot x}, \tag{268}$$

где  $I_o$  и I – интенсивности плоской монохроматической световой волны на входе и выходе слоя поглощающего вещества толщиной x,  $\alpha$  – коэффициент поглощения, зависящий от длины волны света, химической природы и состояния вещества и не зависящий от интенсивности света. При  $x = 1/\alpha$  интенсивность света I по сравнению с  $I_o$  уменьшается в eраз.

Коэффициент поглощения зависит от длины волны  $\lambda$  (или частоты  $\omega$ ) и для различных веществ различен. Например, одноатомные газы и пары металлов (то есть вещества, в которых атомы расположены на значительных расстояниях друг от друга и их можно считать изолированными) обладают близким к нулю коэффициентом поглощения и лишь для очень узких спектральных областей (примерно  $10^{-12}-10^{-11}$  м) наблюдаются резкие максимумы (так называемый линейчатый спектр поглощения). Эти линии соответствуют частотам собственных колебаний электронов в атомах. Спектр поглощения молекул, определяемый колебаниями атомов в молекулах, характеризуется полосами поглощения (примерно  $10^{-10}-10^{-7}$  м).

Коэффициент поглощения для диэлектриков невелик (примерно  $10^{-3}-10^{-5}$  см<sup>-1</sup>), однако у них наблюдается селективное поглощение света в определенных интервалах длин волн, когда  $\alpha$  резко возрастает, и наблюдаются сравнительно широкие полосы поглощения, то есть диэлектрики имеют сплошной спектр поглощения. Это связано с тем, что в диэлектриках нет свободных электронов, и поглощение света обусловлено явлением резонанса при вынужденных колебаниях электронов в атомах и атомов в молекулах диэлектрика.

Коэффициент поглощения для металлов имеет большие значения (примерно  $10^3 - 10^5$  см<sup>-1</sup>) и поэтому металлы являются непрозрачными для света. В металлах из-за наличия свободных электронов, движущихся под действием электрического поля световой волны, возникают быстропеременные токи, сопровождающиеся выделением джоулевой теплоты. Поэтому энергия световой волны быстро уменьшается, превращаясь во внутреннюю энергию металла. Чем выше проводимость металла, тем сильнее в нём поглощение света.

На рис. 125 представлены типичная зависимость коэффициента поглощения  $\alpha$  от длины волны света  $\lambda$  и зависимость показателя преломления *n* от  $\lambda$  в области полосы поглощения. Из рисунка следует, что внутри полосы поглощения наблюдается аномальная дисперсия (n убывает с уменьшением  $\lambda$ ). Однако поглощение вещества должно быть значительным, чтобы повлиять на ход показателя преломления.



Рис. 125. Зависимость коэффициента поглощения  $\alpha$  от длины волны света  $\lambda$ 

Зависимостью коэффициента поглощения от длины волны объясняется окрашенность поглощающих тел. Например, стекло, слабо поглощающее красные и оранжевые лучи и сильно поглощающее зеленые и синие, при освещении белым светом будет казаться красным. Если на такое стекло направить зеленый и синий свет, то из-за сильного поглощения света этих длин волн стекло будет казаться черным. Это явление используется для изготовления светофильтров, которые в зависимости от химического состава (стекла с присадками различных солей, плёнки из пластмасс, содержащие красители, растворы красителей и так далее) пропускают свет только определенных длин волн, поглощая остальные.

Разнообразие пределов селективного (избирательного) поглощения у различных веществ объясняет разнообразие и богатство цветов и красок, наблюдающееся в окружающем мире.

Явление поглощения широко используется в абсорбционном спектральном анализе смеси газов, основанном на измерениях спектров частот и интенсивностей линий (полос) поглощения. Структура спектров поглощения определяется составом и строением молекул, поэтому изучение спектров поглощения является одним из основных методов количественного и качественного исследования веществ.

Ниже (таблица 19) описаны спектры поглощения.

Таблица 19

Вещество	Вид спектра	Пояснение
Изолированные атомы	Линейчатый спектр поглощения	$k_{\lambda}$ отличен от нуля для очень узких диапа- зонов длин волн (~ $10^{-12}$ – $10^{-11}$ м), соответст- вующих резонансным частотам колебаний электронов внутри атомов
Молекулы	Молекулярный спектр поглощения	$k_{\lambda}$ отличен от нуля в широких областях длин волн (~ $10^{-10}$ – $10^{-7}$ м). Спектр определяется колебаниями атомов в молекулах
Диэлектрики	Сплошной спектр поглощения	$k_{\lambda} = 10^{-3} - 10^{-1} cm^{-1}$ , наблюдается селективное поглощение в определенных интервалах длин волн, когда $k_{\lambda}$ резко возрастает и на- блюдаются сравнительно широкие полосы. Поглощение света обусловлено явлением ре- зонанса при вынужденных колебаниях элек- тронов в атомах и молекулах диэлектрика
Металлы	Непрозрачны для света	$k_{\lambda} = 10^4 c m^{-1}$ . В металлах возникают быстро- переменные токи (свободные электроны движутся под действием электрического по- ля световой волны), сопровождающиеся вы- делением джоулевой теплоты. Энергия све- товой волны уменьшается, превращаясь во внутреннюю энергию металла

Спектры поглощения (зависимость  $k_{\lambda}$  от  $\lambda$ )

# 4.16. Эффект Доплера

Эффект Доплера в акустике объясняется тем, что частота колебаний, воспринимаемых приёмником, определяется скоростями движения источника колебаний и приёмника относительно среды, в которой происходит распространение звуковых волн. Эффект Доплера наблюдается также и при движении относительно друг друга источника и приёмника электромагнитных волн. Так как особой среды, служащей носителем электромагнитных волн, не существует, то частота световых волн, воспринимаемых приёмником (наблюдателем), определяется только относительной скоростью источника и приёмника (наблюдателя). Закономерности эффекта Доплера для электромагнитных волн устанавливаются на основе специальной теории относительности.

Согласно принципу относительности Эйнштейна, уравнение световой волны во всех инерциальных системах отсчета одинаково по форме. Используя преобразования Лоренца, можно получить уравнение волны, посылаемой источником, в направлении приёмника в другой инерциальной системе отсчета, а следовательно, и связать частоты световых волн, излучаемых источником ( $v_o$ ) и воспринимаемых приёмником (v). Теория относительности приводит к следующей формуле, описывающей эффект Доплера для электромагнитных волн в вакууме:

$$v = v_o \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \left(\frac{v}{c}\right)\cos\theta},$$
(269)

где  $\upsilon$  – скорость источника света относительно приемника, *с* – скорость света в вакууме,  $\beta = \upsilon/c$ ,  $\theta$  – угол между вектором скорости  $\upsilon$  и направлением наблюдения, измеряемый в системе отсчета, связанной с наблюдателем. Из выражения (269) следует, что при  $\theta = 0$ 

$$v = v_o \sqrt{\frac{1 - \nu/c}{1 + \nu/c}}.$$
 (270)

Формула (270) определяет так называемый **продольный эффект** Доплера, наблюдаемый при движении приёмника вдоль линии, соединяющей его с источником. При малых относительных скоростях  $\upsilon$  ( $\upsilon \ll$  c), разлагая (270) в ряд по степеням  $\beta$  и, пренебрегая, членом порядка  $\beta^2$ , получим

$$v = v_o \left(1 - \upsilon/c\right). \tag{271}$$

Следовательно, при удалении источника и приёмника друг от друга (при их положительной относительной скорости) наблюдается сдвиг в более длинноволновую область ( $v < v_o$ ,  $\lambda > \lambda_o$ ) – так называемое **красное смещение**. При сближении же источника и приёмника (при их отрицательной относительной скорости) наблюдается сдвиг в более коротковолновую область ( $v > v_o$ ,  $\lambda < \lambda_o$ ) – так называемое **фиолетовое смещение**.

Если  $\theta = \pi/2$ , то выражение (269) примет вид

$$v = v_o \sqrt{1 - v^2/c^2}$$
. (272)

Формула (272) определяет так называемый поперечный эффект Доплера, наблюдаемый при движении приёмника перпендикулярно линии, соединяющей его с источником.

Экспериментальное обнаружение поперечного эффекта Доплера явилось ещё одним подтверждением справедливости теории относительности. Он был обнаружен в 1938 г. в опытах американского физика Г. Айвса.

Продольный эффект Доплера был впервые обнаружен в 1900 г. в лабораторных условиях русским астрофизиком А.А. Белопольским

(1854–1934) и повторен в 1907 г. русским физиком Б.Б. Голицыным (1862–1919). Продольный эффект Доплера используется при исследовании атомов, молекул, а также космических тел, так как по смещению частоты световых колебаний, которое проявляется в виде смещения или уширения спектральных линий, определяется характер движения излучающих частиц или излучающих тел. Эффект Доплера получил широкое распространение в радиотехнике и радиолокации, например в радиолокационных измерениях расстояний до движущихся объектов.

# 4.17. Излучение Вавилова-Черенкова

Российский физик П.А. Черенков (1904–1990), работавший под руководством Вавилова, показал, что при движении релятивистских заряженных частиц в среде с постоянной скоростью  $\upsilon$ , превышающей фазовую скорость света в этой среде, т. е. при условии  $\upsilon > c/n$  (n – показатель преломления среды), возникает электромагнитное излучение, названное впоследствии излучением (эффектом) Вавилова-Черенкова. Природа данного излучения, обнаруженного для разнообразных веществ, в том числе и для чистых жидкостей, подробно изучалась С.И. Вавиловым. Он показал, что данное свечение не является люминесценцией, как считалось ранее, и высказал предположение, что оно связано с движением свободных электронов сквозь вещество.

Излучение Вавилова-Черенкова в 1937 г. было теоретически объяснено российскими учеными И.Е. Таммом и И.М. Франком (Черенков, Тамм и Франк в 1958 г. удостоены Нобелевской премии).

Согласно электромагнитной теории, заряженная частица (например, электрон) излучает электромагнитные волны лишь при движении с ускорением. Тамм и Франк показали, что это утверждение справедливо только до тех пор, пока скорость заряженной частицы не превышает фазовой скорости c/n электромагнитных волн в среде, в которой частица движется. Если частица обладает скоростью  $\upsilon > c/n$ , то, даже двигаясь равномерно, она будет излучать электромагнитные волны. Таким образом, согласно теории Тамма и Франка, электрон, движущийся в прозрачной среде со скоростью, превышающей фазовую скорость света в данной среде, должен сам излучать свет.

Отличительной особенностью излучения Вавилова-Черенкова является его распространение не по всем направлениям, а лишь по направлениям, составляющим острый угол  $\theta$  с траекторией частицы, то есть вдоль образующих конуса, ось которого совпадает с направлением скорости частицы. Определим угол  $\theta$ 

$$\cos\theta = (c/n)/\upsilon = c/(n \cdot \upsilon). \tag{273}$$

Возникновение излучения Вавилова-Черенкова и его направленность истолкованы Франком и Таммом на основе представлений об интерференции света с использованием принципа Гюйгенса.

На основе излучения Вавилова-Черенкова разработаны широко используемые экспериментальные методы для регистрации частиц высоких энергий и определения их свойств (направление движения, величина и знак заряда, энергия). Счетчики для регистрации заряженных частиц, в которых используется излучение Вавилова-Черенкова, получили название черенковских счетчиков. В этих счетчиках частица регистрируется практически мгновенно (при движении заряженной частицы в среде со скоростью, превышающей фазовую скорость света в данной среде, возникает световая вспышка, преобразуемая с помощью фотоэлектронного умножителя в импульс тока). Это позволило в 1955 г. итальянскому физику Э. Сегре открыть в черенковском счетчике короткоживущую античастицу – антипротон.

### 4.18. Поляризация света

Открытию поляризованных световых волн предшествовали работы многих учёных. В 1669 г. датский учёный Эразм Бартолин сообщил о своих опытах с кристаллами известкового шпата (CaCO<sub>3</sub>), чаще всего имеющими форму правильного ромбоэдра, которые привозили возвращающиеся из Исландии моряки. Он с удивлением обнаружил, что луч света при прохождении сквозь кристалл расщепляется на два луча (называемых теперь обыкновенным и необыкновенным). Бартолин провёл тщательные исследования обнаруженного им явления двойного лучепреломления, однако объяснения ему дать не смог.

Через двадцать лет после опытов Э. Бартолина его открытие привлекло внимание нидерландского учёного Христиана Гюйгенса. Он сам начал исследовать свойства кристаллов исландского шпата и дал объяснение явлению двойного лучепреломления на основе своей волновой теории света. При этом он ввёл важное понятие оптической оси кристалла, при вращении вокруг которой отсутствует анизотропия свойств кристалла, то есть их зависимость от направления (конечно, такой осью обладают далеко не все кристаллы).

Поперечность световых волн является следствием теории Максвелла. Векторы напряженностей электрического E и магнитного H полей волны взаимно перпендикулярны и колеблются перпендикулярно вектору скорости  $\upsilon$  распространения волны (перпендикулярно лучу). Поэтому для описания закономерностей поляризации света достаточно знать поведение лишь одного из векторов. Обычно все рассуждения ве-

дутся относительно светового вектора — вектора напряженности E электрического поля (это название обусловлено тем, что при действии света на вещество основное значение имеет электрическая составляющая поля волны, действующая на электроны в атомах вещества).

Свет представляет собой суммарное электромагнитное излучение множества атомов. Атомы же излучают световые волны независимо друг от друга, поэтому световая волна, излучаемая телом в целом, характеризуется всевозможными равновероятными колебаниями светового вектора (рис. 126, a; луч перпендикулярен плоскости рисунка). В данном случае равномерное распределение векторов E объясняется большим числом атомарных излучателей, а равенство амплитудных значений векторов E – одинаковой (в среднем) интенсивностью излучения каждого из атомов. Свет со всевозможными равновероятными ориентациями вектора E (и, следовательно, H) называется естественным.

Свет, в котором направления колебаний светового вектора какимто образом упорядочены, называется **поляризованным**.

**Частично поляризованный свет** – свет с преимущественным (но не исключительным) направлением вектора  $\vec{E}$  (рис. 126,  $\delta$ ).

Плоскополяризованный (линейно-поляризованный) свет – свет, в котором вектор  $\vec{E}$  (и следовательно,  $\vec{H}$ ) колеблется только в одном направлении, перпендикулярному лучу (рис. 126, *в*).



Рис. 126. Условные обозначения света

Эллиптически-поляризованный свет – свет, для которого вектор  $\vec{E}$  изменяется со временем так, что его конец описывает эллипс, лежащий в плоскости, перпендикулярной лучу (рис. 126, *г*).

Плоскополяризованный свет является предельным случаем эллиптически-поляризованного света – света, для которого  $\vec{E}$  изменяется со временем так, что его конец описывает эллипс, лежащий в плоскости, перпендикулярной лучу. Если эллипс поляризации вырождается в прямую (при разности фаз  $\varphi$ , равной нулю или  $\pi$ ), то имеем дело с рассмотренным выше плоскополяризованным светом, если в окружность (при  $\varphi = \pm \pi/2$  и равенстве амплитуд складываемых волн), то имеем дело с циркулярно поляризованным (поляризованным по кругу) светом.

Степенью поляризации называется величина

$$P = \frac{I_{\text{max}} - I_{\text{min}}}{I_{\text{max}} + I_{\text{min}}},$$
(274)

где  $I_{max}$ , и  $I_{min}$  – соответственно максимальная и минимальная интенсивности частично поляризованного света, пропускаемого анализатором. Для естественного света  $I_{max} = I_{min}$  и P = 0, для плоскополяризованного  $I_{min} = 0$  и P = 1.

Получают поляризованный свет пропуская свет через поляризаторы P, в качестве которых используются среды, анизотропные в отношении колебаний вектора  $\vec{E}$  (например, кристаллы, в частности турмалин). Для анализа поляризованного света используют те же поляризаторы, которые называются анализаторами A.

В 1809 году французский инженер Э. Малюс открыл закон, названный его именем. В опытах Малюса свет последовательно пропускался через две одинаковые пластинки из турмалина (прозрачное кристаллическое вещество зеленоватой окраски). Пластинки могли поворачиваться друг относительно друга на угол  $\varphi$  (рис. 127).



Рис. 127. Иллюстрация к закону Малюса

Интенсивность прошедшего света оказалась прямо пропорциональной  $\cos^2 \varphi$ .

Закон Малюса: интенсивность света, прошедшего последовательно через анализатор и поляризатор, пропорциональна квадрату косинуса угла между их главными плоскостями

$$I = I_o \cos^2 \varphi, \tag{275}$$

где  $I_o$  – интенсивность плоскополяризованного света, падающего на анализатор; I – интенсивность света, вышедшего из анализатора.

Закон Малюса нельзя объяснить в рамках теории продольных волн. Для продольных волн направление распространения луча является осью симметрии. В продольной волне все направления в плоскости, перпендикулярной лучу, равноправны. В поперечной волне (например, в волне, бегущей по резиновому жгуту) направление колебаний и перпендикулярное ему направление не равноправны (рис. 128).

На рис. 128 частицы колеблются вдоль оси *у*. Поворот щели *S* вызовет затухание волны. Асимметрия относительно луча является решающим признаком, который отличает поперечную волну от продольной. Впервые догадку о поперечности световых волн высказал Т. Юнг в 1816 г. Френель, независимо от него выдвинул концепцию поперечности световых волн и обосновал её многочисленными экспериментами.



Рис. 128. Поперечная волна в резиновом жгуте

В электромагнитной теории света исчезли все затруднения, связанные с необходимостью введения особой среды распространения волн – эфира, который приходилось рассматривать как твердое тело.

Если при распространении электромагнитной волны световой вектор сохраняет свою ориентацию, такую волну называют линейнополяризованной или плоско-поляризованной. Плоскость, в которой колеблется световой вектор  $\vec{E}$ , называется плоскостью колебаний, а плоскость, в которой совершает колебание магнитный вектор  $\vec{B}$  – плоскостью поляризации.

Если вдоль одного и того же направления распространяются две монохроматические волны, поляризованные в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, то в результате их сложения в общем случае возникает эллиптически-поляризованная волна (рис. 129).

В эллиптически-поляризованной волне в любой плоскости P, перпендикулярной направлению распространения волны, конец результирующего вектора  $\vec{E}$  за один период светового колебания обегает эллипс, который называется эллипсом поляризации. Форма и размер эллипса поляризации определяются амплитудами  $a_x$  и  $a_y$  линейнополяризованных волн и фазовым сдвигом  $\Delta \varphi$  между ними. Частным случаем эллиптически-поляризованной волны является *волна с круговой поляризацией* ( $a_x = a_y$ ,  $\Delta \varphi = \pm \pi / 2$ ).



Рис. 129. Сложение двух взаимно перпендикулярно поляризованных волн и образование эллиптически-поляризованной волны

Ниже (рис. 130) схематически изображена пространственная структура эллиптически-поляризованной волны.

В каждый момент времени вектор  $\vec{E}$  может быть спроектирован на две взаимно перпендикулярные оси (рис. 131).

Это означает, что любую волну (поляризованную и неполяризованную) можно представить как суперпозицию двух линейнополяризованных во взаимно перпендикулярных направлениях волн

$$\vec{E}(t) = \vec{E}_{x}(t) + \vec{E}_{y}(t).$$
 (276)

Но в поляризованной волне обе составляющие  $E_x(t)$  и  $E_y(t)$  когерентны, а в неполяризованной – некогерентны, то есть в первом случае разность фаз между  $E_x(t)$  и  $E_y(t)$  постоянна, а во втором она является случайной функцией времени.

С помощью разложения вектора  $\vec{E}$  на составляющие по осям можно объяснить закон Малюса (рис. 127). У многих кристаллов поглощение света сильно зависит от направления электрического вектора в световой волне. Это явление называют дихроизмом. Этим свойством, в частности, обладают пластины турмалина, использованные в опытах Малюса. При определенной толщине пластинка турмалина почти полностью поглощает одну из взаимно перпендикулярно поляризованных

волн (например,  $E_x$ ) и частично пропускает вторую волну ( $E_y$ ). Направление колебаний электрического вектора в прошедшей волне называется **разрешенным направлением пластинки**. Пластинка турмалина может быть использована как для получения поляризованного света, так и для анализа характера поляризации света (**поляризатор** и **анализатор**). В настоящее время широко применяются искусственные дихроичные пленки, которые называются **поляроидами**. Поляроиды почти полностью пропускают волну разрешенной поляризации и не пропускают волну, поляризованную в перпендикулярном направлении. Таким образом, поляроиды можно считать идеальными **поляризационными фильтрами**.



Рис. 130. Электрическое поле в эллиптически-поляризованной волне



Рис. 131. Разложение вектора  $\vec{E}$  по осям

Рассмотрим прохождение естественного света последовательно через два идеальных поляроида  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  (рис. 132), разрешенные направления которых развернуты на некоторый угол  $\varphi$ . *уу*' – разрешенные направления поляроидов. Первый поляроид играет роль поляризатора. Он превращает естественный свет в линейно-поляризованный. Второй поляроид служит для анализа падающего на него света.

Если обозначить амплитуду линейно-поляризованной волны после прохождения света через первый поляроид через  $E_o = \sqrt{I_o/2}$ , то волна, пропущенная вторым поляроидом, будет иметь амплитуду  $E = E_o \cos \varphi$ . Следовательно, интенсивность *I* линейно-поляризованной волны на выходе второго поляроида будет равна

$$I = E^{2} = E_{o}^{2} \cos^{2} \varphi = \frac{1}{2} I_{o} \cos^{2} \varphi.$$
(277)



Рис. 132. Прохождение естественного света через два идеальных поляроида

Таким образом, в электромагнитной теории света закон Малюса находит естественное объяснение на основе разложения вектора  $\vec{E}$  на составляющие.

Итак, интенсивность плоскополяризованного света, вышедшего из первого поляризатора

$$I_{o} = \frac{1}{2} I_{ecm}.$$
 (278)

Интенсивность света, прошедшего второй поляризатор

$$I = I_o \cos^2 \alpha. \tag{279}$$

Интенсивность света, прошедшего два поляризатора

$$I = \frac{1}{2} I_{ecm} \cos^2 \alpha.$$
 (280)

# 4.19. Поляризация света при отражении и преломлении на границе двух диэлектриков

Если естественный свет падает на границу раздела двух диэлектриков (например, воздуха и стекла), то часть его отражается, а часть преломляется и распространяется во второй среде. Устанавливая на пути отраженного и преломленного лучей анализатор (например, турмалин), можно убедиться в том, что отраженный и преломленный лучи частично поляризованы. При поворачивании анализатора вокруг лучей интенсивность света периодически усаливается и ослабевает (полного гашения не наблюдается). Дальнейшие исследования показали, что в отраженном луче преобладают колебания, перпендикулярные плоскости падения (на рис. 133 они обозначены точками), в преломленном – колебания, параллельные плоскости падения (изображены стрелками).

Степень поляризации (степень выделения световых волн с определенной ориентацией электрического (и магнитного) вектора) зависит от угла падения лучей и показателя преломления. Шотландский физик Д. Брюстер (1781–1868) установил закон, согласно которому при угле падения *i*<sub>B</sub> (угол Брюстера), определяемого соотношением

$$tgi_B = n_{21} \tag{281}$$

 $(n_{21}$  – показатель преломления второй среды относительно первой), отраженный луч является плоскополяризованным (содержит только колебания, перпендикулярные плоскости падения) (рис. 134). Преломленный же луч при угле падения  $i_B$  поляризуется максимально, но не полностью.



Рис. 133. Отражение и преломление на границе раздела



Рис. 134. К закону Брюстера

Если свет падает на границу раздела под углом Брюстера, то **отра**женный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны

$$tgi_B = \sin i_B / \cos i_B, \tag{282}$$

$$n_{21} = \sin i_B / \sin i_2, \tag{283}$$

где *i*<sub>2</sub> – угол преломления; откуда

$$\cos i_B = \sin i_2.$$
 (284)  
Следовательно,  $i_B + i_2 = \pi/2$ , но  $i_B = i_B'$  (закон отражения), поэтому  
 $i_B' + i_2 = \pi/2.$  (285)

#### 4.20. Двойное лучепреломление

Все прозрачные кристаллы (кроме кристаллов кубической системы, которые оптически изотропны) обладают способностью двойного лучепреломления, то есть раздваивания каждого падающего на них светового пучка. Это явление, в 1669 г. впервые обнаруженное датским ученым Э. Бартолином (1625–1698) для исландского шпата (разновидность кальцита  $CaCO_3$ ), объясняется особенностями распространения света в анизотропных средах и непосредственно вытекает из уравнений Максвелла.

Если на толстый кристалл исландского шпата направить узкий пучок света, то из кристалла выйдут два пространственно разделенных луча, параллельных друг другу и падающему лучу (рис. 135).



Рис. 135. Прохождение света через кристалл исландского шпата (двойное лучепреломление)

Даже в том случае, когда первичный пучок падает на кристалл нормально, преломленный пучок разделяется на два, причем один из них является продолжением первичного, а второй отклоняется (рис. 136). Второй из этих лучей получил название необыкновенного (*e*), а первый – обыкновенного (*o*).

Если кристалл поворачивать относительно направления первоначального луча, то поворачиваются оба луча, прошедшие через кристалл.

В кристалле исландского шпата имеется единственное направление, вдоль которого двойное лучепреломление не наблюдается. Направление в оптически анизотропном кристалле, по которому луч света распространяется, не испытывая двойного лучепреломления, называется оптической осью кристалла. В данном случае речь идет именно о направлении, а не о прямой линии, проходящей через какую-то точку кристалла. Любая прямая, проходящая параллельно данному направлению, является оптической осью кристалла. Кристаллы в зависимости от типа их симметрии бывают одноосные и двуосные, т. е. имеют одну или две оптические оси (к первым и относится исландский шпат).



Рис. 136. Двойное лучепреломление при нормальном падении света

Исследования показывают, что вышедшие из кристалла лучи плоскополяризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях. Плоскость, проходящая через направление луча света и оптическую ось кристалла, называется главной плоскостью (или главным сечением кристалла). Колебания светового вектора (вектора напряженности  $\vec{E}$  электрического поля) в обыкновенном луче происходят перпендикулярно главной плоскости, в необыкновенном – в главной плоскости (рис. 136).

Неодинаковое преломление обыкновенного и необыкновенного лучей указывает на различие для них показателей преломления. Очевидно, что при любом направлении обыкновенного луча колебания светового вектора перпендикулярны оптической оси кристалла, поэтому обыкновенный луч распространяется по всем направлениям с одинаковой скоростью и, следовательно, показатель преломления  $n_o$  для него есть величина постоянная. Для необыкновенного же луча угол между направлением колебаний светового вектора и оптической осью отличен от прямого и зависит от направления луча, поэтому необыкновенные лучи распространяются по различным направлениям с разными скоростями. Следовательно, показатель преломления  $n_e$  необыкновенного луча является переменной величиной, зависящей от направления луча. Таким образом, обыкновенный луч подчиняется закону преломления (отсюда и название «обыкновенный»), а для необыкновенного луча этот закон не выполняется. После выхода из кристалла, если

не принимать во внимание поляризацию во взаимно перпендикулярных плоскостях, эти два луча ничем друг от друга не отличаются.

Таким образом, явление двойного лучепреломления света объясняется тем, что во многих кристаллических веществах показатели преломления для двух взаимно перпендикулярно поляризованных волн различны. Поэтому кристалл раздваивает проходящие через него лучи (рис. 135, 136). Два луча на выходе кристалла линейно поляризованы во взаимно перпендикулярных направлениях. Кристаллы, в которых происходит двойное лучепреломление, называются анизотропными.

Обыкновенные лучи распространяются в кристалле по всем направлениям с одинаковой скоростью  $\upsilon_o = c/n_o$ , а необыкновенные – с разной скоростью  $\upsilon_e = c/n_e$  (в зависимости от угла между  $\vec{E}$  и оптической осью). Для луча, распространяющегося вдоль оптической оси,  $n_o = n_e$ ,  $\upsilon_o = \upsilon_e$ , то есть вдоль оптической оси существует только одна скорость распространения света. Различие в  $\upsilon_e$  и  $\upsilon_o$  для всех направлений, кроме направления оптической оси, и обусловливает явление двойного лучепреломления света в одноосных кристаллах.

Допустим, что в точке S внутри одноосного кристалла находится точечный источник света. На рис. 137 показано распространение обыкновенного и необыкновенного лучей в кристалле (главная плоскость совпадает с плоскостью чертежа, ОО' – направление оптической оси). Волновой поверхностью обыкновенного луча (он распространяется с  $v_o = \text{const}$ ) является сфера, необыкновенного луча ( $v_e \neq \text{const}$ ) – эллипсоид вращения. Наибольшее расхождение волновых поверхностей обыкновенного и необыкновенного лучей наблюдается в направлении, перпендикулярном оптической оси. Эллипсоид и сфера касаются друг друга в точках их пересечения с оптической осью OO'. Если  $v_e < v_a$  $(n_e > n_o)$ , то эллипсоид необыкновенного луча вписан в сферу обыкновенного луча (эллипсоид скоростей вытянут относительно оптической оси) и одноосный кристалл называется положительным (рис. 137, а). Если  $v_e > v_o$  ( $n_e < n_o$ ), то эллипсоид описан вокруг сферы (эллипсоид скоростей растянут в направлении, перпендикулярном оптической оси) и одноосный кристалл называется отрицательным (рис. 137, б). Рассмотренный выше исландский шпат относится к отрицательным кристаллам.



Рис. 137. Волновые поверхности

### 4.21. Искусственная оптическая анизотропия

Искусственная оптическая анизотропия – сообщение оптической анизотропии естественно изотропным веществам, если они подвергаются механическим напряжениям, помещаются в электрическое или магнитное поле. В результате вещество приобретает свойства одноосного кристалла, оптическая ось которого совпадает с направлениями деформации электрического и магнитного полей.

Мерой возникающей оптической анизотропии служит разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей в направлении, перпендикулярном оптической оси (таблица 20).

Таблица 20

Вид воздействия	Вещества	Мера возникающей
		оптической анизотропии
Одностороннее сжатие	Кристаллы кубической	$n_o - n_e = k_1 \cdot \sigma$
или растяжение	системы	
Электрическое поле	Жидкости, аморфные	$n_o - n_e = k_2 \cdot E^2$
	тела, газы, стекла	0 6 2
Магнитное поле	Жидкости, стекла,	$n_o - n_e = k_3 \cdot H^2$
	коллоиды	

Получение оптически анизотропных веществ

В таблице 20:  $k_1, k_2, k_3$  – постоянные, зависящие от свойств вещества;  $\sigma$  – напряжение, вызвавшее деформацию; E, H – напряженности электрического и магнитного полей;  $(n_o - n_e)$  – разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей в направлении, перпендикулярном оптической оси.

# 4.22. Эффект Керра

Эффект Керра – оптическая анизотропия прозрачных веществ под действием однородного электрического поля. Этот эффект объясняется различной поляризуемостью молекул жидкости по разным направлениям. Электрическое поле ориентирует полярные молекулы вдоль поля и индуцирует электрический момент у неполярных молекул. Поэтому показатели преломления (следовательно, и скорости распространения в веществе волн, поляризованных вдоль и перпендикулярно вектору напряженности электрического поля) становятся различными, и возникает двойное лучепреломление. Время перехода вещества из изотропного состояния в анизотропное при включении поля (и обратно) составляет приблизительно  $10^{-10}$  с. Поэтому ячейка Керра служит идеальным световым затвором и применяется в быстропротекающих процессах (звукозапись, воспроизводство звука, скоростная фото- и киносъемка, изучение скорости распространения света и т. д.), в оптической локации, в оптической телефонии и так далее.

Ячейка Керра – кювета с жидкостью, в которую внесены пластины конденсатора, помещена между скрещенными поляризатором и анализатором. При отсутствии электрического поля свет через систему не проходит. При его наложении среда становится анизотропной, а выходящий из ячейки свет – эллиптически-поляризованный и частично проходит через анализатор. Ниже (рис. 138) приведена схема установки для наблюдения эффекта Керра в жидкостях.



Рис. 138. Схема установки для наблюдения эффекта Керра в жидкостях

Разность фаз  $\varphi$ , возникающая между обыкновенными и необыкновенными лучами

$$\varphi = 2\pi \cdot \ell \cdot \frac{n_o - n_e}{\lambda} = 2\pi \cdot B \cdot \ell \cdot E^2, \quad (B = \frac{k_2}{\lambda}).$$
(286)

Измеряется с помощью помещаемого перед анализатором компенсатора – устройства, с помощью которого разность хода между двумя лучами сводится к нулю.

Здесь:  $\ell$  – длина кюветы;  $B = \frac{k_2}{\lambda}$  – постоянная Керра ( $k_2$  – постоянная, зависящая от свойств вещества); E – напряженность электрического поля;  $\lambda$  – длина волны; а  $n_o$ ,  $n_e$  – показатели преломления вещества для обыкновенного и не обыкновенного лучей.

#### 4.23. Вращение плоскости поляризации

Некоторые вещества (кварц, сахар, водный раствор сахара, скипидар и др.) в отсутствие внешних воздействий способны вращать плоскость поляризации – плоскость, проходящую через электрический вектор  $\vec{E}$  и световой луч. Такие вещества называют оптически активными.

Плоскополяризованный свет, выходя из поляризатора, проходит через раствор сахара. Скрещенные поляризатор и анализатор за кюветой с раствором гасят свет не полностью. Если *A* повернуть на угол  $\varphi$ , то наступает полное гашение света. Следовательно, свет после прохождения системы остается плоскополяризованным, но раствор поворачивает плоскость поляризации света на угол  $\varphi$  (рис. 139).



Рис. 139. К наблюдению вращения плоскости поляризации

Оптическая активность обусловлена как строением молекул вещества (их асимметрией), так и особенностями расположения частиц в кристаллической решетке.

Угол поворота поляризации для оптически активных кристаллов и чистых жидкостей

$$\varphi = \alpha \cdot d, \tag{287}$$

для оптически активных растворов

$$\varphi = [\alpha] \cdot C \cdot d. \tag{288}$$

Здесь d – расстояние, пройденное светом в оптически активном веществе;  $\alpha [\alpha]$  – удельное вращение, численно равное углу поворота плоскости поляризации света слоем оптически активного вещества единичной толщины (единичной концентрации для растворов); *С* – массовая концентрация оптически активного вещества в растворе (кг/м<sup>3</sup>).

Оптически активные вещества в зависимости от направления вращения плоскости поляризации разделяются на правовращающие и левовращающие. **Правовращающие вещества** – вещества, у которых плоскость поляризации, если смотреть навстречу лучу, поворачивается вправо (по часовой стрелке). **Левовращающие вещества** – вещества, у которых плоскость поляризации, если смотреть навстречу лучу, поворачивается влево (против часовой стрелки).

Объяснение вращения плоскости поляризации было дано Френелем (1817 г.). В оптически активных веществах скорость распространения света различна для лучей, поляризованных по правому и левому кругу. Для правовращающих веществ  $\upsilon_{np} > \upsilon_{nee} (n_{np} < n_{nee})$ , для левовращающих  $\upsilon_{np} < \upsilon_{nee} (n_{np} < n_{nee})$ . Эта гипотеза была подтверждена с помощью опытов на составной призме из «правого» и «левого» кварца (рис. 140).



Рис. 140. Составная призма из «правого» и «левого» кварца

Оптические оси всех призм, изображенные на рисунке стрелками, направлены параллельно падающему лучу. Так как для правовращающего кварца  $n_{np} < n_{ne6}$ , а для левовращающего  $n_{np} > n_{ne6}$ , то на границе призм 1 и 2 пучок плоскополяризованного света раздваивается, а на границе призм 2 и 3 пучки разойдутся еще больше. Из призмы 3, как показал Френель, выходят действительно два циркулярно поляризованных в разные стороны луча света.

# 5. Элементы квантовой физики

# 5.1. Квантовая природа излучения

#### 5.1.1. Тепловое излучение и его характеристики

Тела, нагретые до достаточно высоких температур, светятся. Свечение тел, обусловленное нагреванием, называется тепловым (температурным) излучением. Тепловое излучение, является самым распространенным в природе. Это излучение совершается за счет энергии теплового движения атомов и молекул вещества, то есть за счет его внутренней энергии, и свойственно всем телам при температуре выше 0 К. Тепловое излучение характеризуется сплошным спектром, положение максимума которого зависит от температуры. При высоких температурах излучаются короткие (видимые и ультрафиолетовые) электромагнитные волны, при низких – преимущественно длинные (инфракрасные) волны.

Тепловое излучение – практически единственный вид излучения, который может быть **равновесным**. Предположим, что нагретое (излучающее) тело помещено в полость, ограниченную идеально отражающей оболочкой. С течением времени, в результате непрерывного обмена энергией между телом и излучением, наступит равновесие, то есть тело в единицу времени будет поглощать столько же энергии, сколько и излучать. Допустим, что равновесие между телом и излучением по какойлибо причине нарушено и тело излучает энергии больше, чем поглощает. Если в единицу времени тело больше излучает, чем поглощает (или наоборот), то температура тела начнёт понижаться (или повышаться). В результате будет ослабляться (или возрастать) количество излучаемой телом энергии, пока, наконец, не установится равновесие. Все другие виды излучения неравновесны.

Количественной характеристикой теплового излучения служит спектральная плотность энергетической светимости (излучательности) тела – мощность излучения с единицы площади поверхности тела в интервале частот единичной ширины:

$$R_{v,T} = \frac{dW_{v,v+dv}^{u_{3,T}}}{dv},$$
(289)

где  $dW_{v,v+dv}^{usn}$  – энергия электромагнитного излучения, испускаемого за единицу времени (мощность излучения) с единицы площади поверхности тела в интервале частот от v до v + dv.

Единица спектральной плотности энергетической светимости ( $R_{v,T}$ ) – джоуль на метр в квадрате ( $\mathcal{Д}\mathcal{H}/m^2$ ).

Записанную формулу можно представить в виде функции длины волны

$$dW_{\nu,\nu+d\nu}^{u_{3,\eta}} = R_{\nu,T}d\nu = R_{\lambda,T}d\lambda.$$
(290)

Так как 
$$c = \lambda \cdot v$$
, то  $\frac{d\lambda}{dv} = -\frac{c}{v^2} = -\frac{\lambda^2}{c}$ , где знак минус указывает на то,

что с возрастанием одной из величин ( $\nu$  или  $\lambda$ ) другая величина убывает. Поэтому в дальнейшем знак минус будем опускать. Таким образом,

$$R_{\nu,T} = R_{\lambda,T} \cdot \frac{\lambda^2}{c}.$$
 (291)

С помощью формулы (291) можно перейти от  $R_{\nu,T}$  к  $R_{\lambda,T}$  и наоборот.

Зная спектральную плотность энергетической светимости, можно вычислить интегральную энергетическую светимость (интегральную излучательность), которую называют просто энергетической светимостью тела, просуммировав по всем частотам

$$R_T = \int_0^\infty R_{\nu,T} d\nu = \int_0^\infty R_{\lambda,T} d\lambda.$$
(292)

Способность тел поглощать падающее на них излучение характеризуется спектральной поглощательной способностью

$$A_{v,T} = \frac{dW_{v,v+dv}^{nozn}}{dW_{v,v+dv}}.$$
 (293)

Эта, безразмерная величина. Она показывает, какая доля энергии, приносимой за единицу времени на единицу площади поверхности тела падающими на неё электромагнитными волнами с частотами от v до v+dv, поглощается телом. Величины  $R_{v,T}$  и  $A_{v,T}$  зависят от природы тела, его термодинамической температуры и при этом различаются для излучений с различными частотами. Поэтому эти величины относят к определенным T и v (вернее, к достаточно узкому интервалу частот от vдо v+dv). Выделяют чёрные и серые тела (таблица 21).

Таблица 21

Терное и сербе тели				
Тело	Определение	Спектральная поглоща-		
	_	тельная способность		
Черное	Тело, способное поглощать полно-	$A_{vT} \equiv 1$		
	стью при любой температуре все па-	*,-		
	дающее на него излучение любой			
	частоты			

Чепное и сепое тела
Прдолжение табл. № 21

-		1
Тело	Определение	Спектральная поглоща- тельная способность
Серое	Тело, поглощательная способность которого меньше единицы, но одина- кова для всех частот и зависит только от температуры	$A_{\nu,T}^c = A_T = const < 1$

Идеальной моделью черного тела является замкнутая полость с небольшим отверстием О, внутренняя поверхность которой зачернена (рис. 141). Луч света, попавший внутрь такой полости, испытывает многократные отражения от стенок, в результате чего интенсивность вышедшего излучения оказывается практически равной нулю. Опыт показывает, что при размере отверстия, меньшего 0,1 диаметра полости, падающее излучение всех частот полностью поглощается. Вследствие этого открытые окна домов со стороны улицы кажутся черными, хотя внутри комнат достаточно светло из-за отражения света от стен.



Рис. 141. Модель чёрного тела

Исследование теплового излучения сыграло важную роль в создании квантовой теории света, поэтому необходимо рассмотреть законы, которым оно подчиняется.

## 5.1.2. Закон Кирхгофа

Кирхгоф, опираясь на второй закон термодинамики и анализируя условия равновесного излучения в изолированной системе тел, установил количественную связь между спектральной плотностью энергетической светимости и спектральной поглощательной способностью тел. Этот закон можно сформулировать следующим образом. Отношение спектральной плотности энергетической светимости к спектральной поглощательной способности не зависит от природы тела; оно является для всех тел универсальной функцией частоты (длины волны) и температуры

$$\frac{R_{v,T}}{A_{v,T}} = r_{v,T}.$$
(294)

Для черного тела  $A_{\nu,T}^{q} \equiv 1$ , поэтому из закона Кирхгофа вытекает, что  $R_{\nu,T}$  для черного тела равна  $r_{\nu,T}$ . Таким образом, универсальная функция Кирхгофа  $r_{\nu,T}$  есть не что иное, как спектральная плотность энергетической светимости черного тела. Следовательно, согласно закону Кирхгофа, для всех тел отношение спектральной плотности энергетической светимости к спектральной поглощательной способности равно спектральной плотности энергетической кетимости унергетической светимости унергетической светимости черного тела.

Объяснить свечение накалённых тел, используя закон Кирхгофа можно так (рис. 142). Тёмные места разрисованного фарфора (рис. 142, *a*) при накаливании излучают сильнее (рис. 142, *б*). По закону Кирхгофа, тело сильнее поглощающее, сильнее и излучает, если сравнение происходит при одинаковой температуре (отдельные части фарфора нагреты до одинаковой температуры).



Рис. 142. К объяснению свечения накалённых тел

Из закона Кирхгофа следует, что спектральная плотность энергетической светимости любого тела в любой области спектра всегда меньше спектральной плотности энергетической светимости черного тела (при тех же значениях T и  $\nu$ ), так как  $A_{\nu,T} < 1$  и поэтому  $R_{\nu,T} < r_{\nu,T}$ . Кроме того, из (294) вытекает, что если тело при данной температуре T не поглощает электромагнитные волны в интервале частот от  $\nu$  до  $\nu + d\nu$ , то оно их в этом интервале частот при температуре T и не излучает, так как при  $A_{\nu,T}=0$   $R_{\nu,T}=0$ .

Используя закон Кирхгофа, выражение для энергетической светимости тела (292) можно записать в виде

$$R_T = \int_0^\infty A_{\nu,T} \cdot r_{\nu,T} d\nu.$$
(295)

Для серого тела

$$R_{T}^{c} = A_{T} \int_{0}^{\infty} r_{v,T} dv = A_{T} R_{e}, \qquad (296)$$

где  $R_e = \int_{0}^{\infty} r_{v,T} dv = \int_{0}^{\infty} r_{\lambda,T} d\lambda$  – энергетическая светимость черного тела

(зависит только от температуры).

Закон Кирхгофа описывает только тепловое излучение, являясь настолько характерным для него, что может служить надежным критерием для определения природы излучения. Излучение, которое не подчиняется закону Кирхгофа, не является тепловым.

## 5.1.3. Законы Стефана-Больцмана и Вина

К концу XIX века излучение абсолютно черного тела было хорошо изучено экспериментально.

В 1879 году Йозеф Стефан на основе анализа экспериментальных данных пришел к заключению, что энергетическая (интегральная) светимость *R<sub>e</sub>* абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры *T* 

$$R_{e} = \sigma \cdot T^{4}. \tag{297}$$

Позже, в 1884 году, Л. Больцман теоретически получил эту зависимость из термодинамических соображений. Поэтому этот закон получил название закона Стефана-Больцмана. Числовое значение постоянной

Стефана-Больцмана:  $\sigma = 5,671 \cdot 10^{-8} \frac{Bm}{M^2 \cdot K^4}$ .

В дальнейшем после выполнения тщательных экспериментальных измерений спектрального распределения излучения абсолютно черного тела, было установлено, что при каждом значении температуры T зависимость  $r(\lambda, T)$  имеет ярко выраженный максимум (рис. 143).

С увеличением температуры максимум смещается в область коротких длин волн, причем произведение температуры T на длину волны  $\lambda_m$ , соответствующую максимуму, остается постоянным  $\lambda_m \cdot T = b$ , или

$$\lambda_{\max} = b / T. \tag{298}$$

Это соотношение ранее было получено Вином из термодинамики. Оно выражает так называемый закон смещения Вина: длина волны  $\lambda_m$ , на которую приходится максимум энергии излучения абсолютно черного тела, обратно пропорциональна абсолютной температуре T.

Округлённое значение постоянной Вина  $b = 2,9 \cdot 10^{-3} \, \text{м} \cdot K$  (более точное значение  $b = 2,898 \cdot 10^{-3} \, \text{м} \cdot \text{K}$ ).



*Рис. 143. Спектральное распределение r(λ, T) излучения черного тела при различных температурах* 

При практически достижимых в лабораторных условиях температурах максимум излучательной способности  $r(\lambda, T)$  лежит в инфракрасной области. Только при  $T \ge 5 \cdot 10^3$  К максимум попадает в видимую область спектра. Максимум энергии излучения Солнца приходится примерно на 470 нм (зеленая область спектра), что соответствует температуре наружных слоев Солнца около 6200 К (если рассматривать Солнце как абсолютно черное тело).

# 5.1.4. Формулы Рэлея-Джинса и Планка

Успехи термодинамики, позволившие вывести законы Стефана-Больцмана и Вина, вселяли надежду, что из термодинамических соображений удастся получить всю кривую спектрального распределения излучения черного тела  $r(\lambda, T)$ . В 1900 году эту проблему пытался решить знаменитый английский физик Д. Релей, который в основу своих рассуждений положил **теорему классической статистической меха**ники о равномерном распределении энергии по степеням свободы в состоянии термодинамического равновесия. Эта теорема была применена Релеем к равновесному излучению в полости. Несколько позже эту идею подробно развил Джинс. Таким путем удалось получить зависимость излучательной способности абсолютно черного тела от длины волны  $\lambda$  и температуры *T*:

$$r_{v,T} = \frac{2\pi \cdot v^2}{c^2} \cdot \left\langle \varepsilon \right\rangle = \frac{2\pi \cdot v^2}{c^2} k \cdot T, \qquad (299)$$

где $\langle \varepsilon \rangle = k \cdot T$  – средняя энергия осциллятора с собственной частотой v.

Это соотношение называют формулой Релея-Джинса.

Как показал опыт, выражение (299) согласуется с экспериментальными данными только в области достаточно малых частот и больших температур. В области больших частот формула Рэлея-Джинса резко расходится с экспериментом (рис. 144), а также с законом смещения Вина (рис. 145).





Рис. 144. Сравнение закона распределения Рис. 145. Зависимость  $r_{v,T}$ энергии по длинам волн  $r(\lambda, T)$  в излучении по формуле Рэлея-Джинса абсолютно черного тела с формулой и закону смещения Вина Рэлея-Джинса при T = 1600 K

Кроме того, оказалось, что попытка получить закон Стефана-Больцмана (297) из формулы Рэлея-Джинса приводит к абсурду. Так, вычисленная с использованием (299) энергетическая светимость черного тела

$$R_e = \int_0^\infty r_{\nu,T} d\nu = \frac{2\pi \cdot k \cdot T}{c^2} \cdot \int_0^\infty \nu^2 d\nu = \infty$$

в то время как по закону Стефана-Больцмана  $R_e$  пропорциональна четвертой степени температуры. Этот результат получил название **«ультрафиолетовой катастрофы»**. Таким образом, в рамках классической физики не удалось объяснить законы распределения энергии в спектре черного тела.

В области больших частот хорошее согласие с опытом даёт формула Вина (закон излучения Вина), полученная им из общих теоретических соображений

$$r_{\nu,T} = C \cdot \nu^3 \cdot A \cdot e^{-A \cdot \nu/T}$$

где  $r_{v,T}$  – спектральная плотность энергетической светимости черного тела, C и A – постоянные величины. В современных обозначениях с ис-

пользованием постоянной Планка, которая в то время ещё не была известна, закон излучения Вина может быть записан в виде

$$r_{v,T} = \frac{2\pi \cdot h \cdot v^3}{c^2} \cdot e^{\frac{h \cdot v}{k \cdot T}}.$$
(300)

# 5.1.5. Гипотеза Планка

Таким образом, безупречный с точки зрения классической физики вывод приводит к формуле, которая находится в резком противоречии с опытом. Стало очевидным, что решить задачу о спектральном распределении излучения абсолютно черного тела в рамках существующих теорий невозможно. Эта задача была успешно решена М. Планком на основе новой идеи, чуждой классической физике.

Планк 14 декабря 1900 года выдвинул гипотезу, что процессы излучения и поглощения нагретым телом электромагнитной энергии, происходят не непрерывно, как это принимала классическая физика, а конечными порциями – квантами. По теории Планка, энергия кванта *Е* прямо пропорциональна частоте света. Квант – это минимальная порция энергии, излучаемой или поглощаемой телом. Фотоны – кванты электромагнитного излучения. Фотоны движутся со скоростью света, они не существуют в состоянии покоя, их масса равна нулю. Основные характеристики фотонов – энергия и импульс.

Энергия

$$\varepsilon = h \cdot v = \frac{h \cdot c}{\lambda}.$$
(301)

Импульс

$$p = \frac{h \cdot v}{c} = \frac{h \cdot c}{\lambda}.$$
(302)

Формулы (301) и (302) связывают корпускулярные характеристики фотона (энергию, импульс) с волновой характеристикой излучения (частотой, длиной волны). Таким образом, свет представляет собой единство противоположных видов движения – корпускулярного (квантового) и волнового (электромагнитного), то есть необходимо говорить о двойственной корпускулярно-волновой природе света (о корпускулярно-волновом дуализме).

В формулах (301) и (302)  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  Дж·с – постоянная Планка;  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с – скорость распространения света в вакууме;  $\nu$  – частота излучения;  $\lambda$  – длина волны излучения в вакууме.

На основе гипотезы о прерывистом характере процессов излучения и поглощения телами электромагнитного излучения Планк получил

формулу для спектральной светимости абсолютно черного тела. Формулу Планка удобно записывать в форме, выражающей распределение энергии в спектре излучения абсолютно черного тела по частотам v, а не по длинам волн  $\lambda$ .

$$r_{v,T} = \frac{2\pi \cdot h \cdot v^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h \cdot v}{k \cdot T}} - 1}.$$
 (303)

В переменных  $\lambda, T$  этот закон имеет более громоздкий вид

$$r_{v,T} = \frac{2\pi \cdot h \cdot c^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h \cdot c}{k \cdot T \cdot \lambda}} - 1}.$$
(304)

В формулах (303) и (304) *с* – скорость света, *h* – постоянная Планка, *k* – постоянная Больцмана, *T* – абсолютная температура.

Формула Планка хорошо описывает спектральное распределение излучения черного тела при любых частотах. Она прекрасно согласуется с экспериментальными данными. Из формулы Планка можно вывести законы Стефана-Больцмана и Вина. При h·v << k·T формула Планка переходит в формулу Релея-Джинса. Кроме того, формула Планка позволяет вычислить постоянные в законах теплового излучения. Следовательно, формула Планка является полным решением основной задачи теплового излучения, поставленной Кирхгофом. Это решение стало возможным благодаря революционной, квантовой гипотезе М. Планка.

Решение проблемы излучения черного тела ознаменовало начало новой эры в физике. Хотя отказаться от классических представлений было нелегко, и сам Планк, совершив великое открытие, в течение нескольких лет безуспешно пытался понять квантование энергии с позиции классической физики.

## 5.1.6. Оптическая пирометрия. Тепловые источники света

Законы теплового излучения используются для измерения температуры раскаленных и самосветящихся тел (например, звезд). Методы измерения высоких температур, использующие зависимость спектральной плотности энергетической светимости или интегральной энергетической светимости тел от температуры, называются оптической пирометрией. Приборы для измерения температуры нагретых тел по интенсивности их теплового излучения в оптическом диапазоне спектра называются пирометрами. В зависимости от того, какой закон теплового излучения используется при измерении температуры тел, различают радиационную, цветовую и яркостную температуры.

# Таблица 22

Температура	Определение	Опреле-	Пояснения
remneparypa	определение	ляющие	Поленения
		формулы	
Радиацион-	Температура чер-	$R_e = \sigma \cdot T^4$	Радиационная температура
ная $(T_p)$	ного тела, при ко-	$R_r = \boldsymbol{\sigma} \cdot T^4$	тела $T_p$ всегда меньше его
	торои его энерге-		истинной температуры Т.
	мость <i>R</i> равна	$T_p = \sqrt[4]{\frac{K_T}{\pi}}$	Так, если тело серое, то
	энергетической	γo	$R_T^c = A_T \cdot R_e = A_T \cdot \sigma \cdot T_p^{-1},  \text{отку-}$
	светимости $R_T$ ис-		да $T_p = \sqrt[4]{A_T T (A_T < 1, T_p < T)}$
	следуемого тела		
Цветовая	Температура чер-		Для серого тела
$(T_{y})$	ного тела, при ко-		$R_{\lambda,T} = A_T \cdot r_{\lambda,T}$ , где $A_T = const < 1$ .
	ние энергии в		Поэтому распределение энер-
	спектре излучения		го и серого тел олинаково и
	исследуемого тела	$T_{\mu} = \frac{b}{2}$	можно применять закон сме-
	такое же, как в	$\lambda_{\rm max}$	щения Вина. Для серых тел
	тела при той же		(или тел, близких им по свой-
	температуре		ствам) цветовая температура совпалает с истинной
			cobilidader e nerminon
Яркостная	Температура чер-		По закону Киругофа для ис-
(T)	ного тела, при ко-		следуемого тела для длины
(-,,)	торой для опреде-		$R_{\lambda T}$
	ления длины вол- ны его спектраль- ная плотность энергетической светимости равна		волны $\lambda$ имеем $\frac{1}{A_{\lambda T}} = r_{\lambda,T}$ ,
			или, учитывая, что
		$r_{\lambda,T} = R_{\lambda,T}$	$r_{\lambda T} = R_{\lambda T}, A_{\lambda T} = \frac{r_{\lambda,T_{\pi}}}{r_{\pi}}$ . Так как
			$r_{\lambda,T}$
	плотности энерге-		для нечерных тел $A < 1$ , то
	тической светимо-		$r_{\lambda,T_n} < r_{\lambda,T},  \text{T.e. } I_n < I  (\text{ИСТИН-}$
	сти исследуемого		ная температура тела Т всегда
	тела		выше яркостнои)

Радиционная, цветовая и яркостная температуры

В таблице 22 приведены определения радиационной, цветовой и яркостной температур, определяющие формулы и пояснения.  $R_e$  – энергетическая светимость черного тела;  $r_{v,T}$  и  $r_{\lambda,T}$  – спектральная плотность энергетической светимости черного тела в переменных v,T и  $\lambda,T$ ; v – частота излучения;  $\lambda$  – длина волны излучения в вакууме;  $\sigma$  – по-

стоянная Стефана-Больцмана;  $R_T^c$  – энергетическая светимость серого тела;  $R_{\lambda,T}$  – спектральная плотность энергетической светимости тела;  $A_{\nu,T}$  – спектральная поглощательная способность тела; b – постоянная Вина.

#### 5.2. Фотоэффект. Фотоны

Фотоэлектрический эффект был открыт в 1887 году немецким физиком Г. Герцем и в 1888–1890 годах экспериментально исследован А.Г. Столетовым. Наиболее полное исследование явления фотоэффекта было выполнено Ф. Ленардом в 1900 г. К этому времени уже был открыт электрон (Д. Томсон, 1897 г.), и стало ясно, что фотоэффект (или точнее – внешний фотоэффект) состоит в вырывании электронов из вещества под действием падающего на него света.

Схема экспериментальной установки для исследования фотоэффекта изображена на рис. 146.



Рис. 146. Схема экспериментальной установки для изучения фотоэффекта

В экспериментах использовался стеклянный вакуумный баллон с двумя металлическими электродами, поверхность которых была тщательно очищена. К электродам прикладывалось некоторое напряжение U, полярность которого можно было изменять с помощью двойного ключа. Один из электродов (катод K) через кварцевое окошко освещался монохроматическим светом некоторой длины волны  $\lambda$ , и при неизменном световом потоке снималась зависимость силы фототока I от приложенного напряжения. На рис. 147 изображены типичные кривые такой зависимости, полученные при двух значениях интенсивности светового потока, падающего на катод. Верхняя кривая соответствует большей интенсивности светового потока.  $I_{H1}$  и  $I_{H2}$  – токи насыщения,  $U_3$  – запирающий потенциал (рис. 147).

Кривые показывают, что при достаточно больших положительных напряжениях на аноде A фототок достигает насыщения, так как все электроны, вырванные светом из катода, достигают анода. Тщательные измерения показали, что ток насыщения  $I_{\mu}$  прямо пропорционален интенсивности падающего света. Когда напряжение на аноде отрицательно, электрическое поле между катодом и анодом тормозит электроны. Анода могут достичь только те электроны, кинетическая энергия которых превышает  $|e \cdot U|$ .



Рис. 148. Зависимость силы фототока от приложенного напряжения

Если напряжение на аноде меньше, чем –  $U_3$ , фототок прекращается. Измеряя  $U_3$ , можно определить максимальную кинетическую энергию фотоэлектронов

$$\left(\frac{m\cdot\upsilon^2}{2}\right)_{\max} = e\cdot U_{3}.$$
(305)

Интересным оказался факт того, что величина  $U_3$  оказалась не зависящей от интенсивности падающего светового потока. Тщательные измерения показали, что запирающий потенциал линейно возрастает с увеличением частоты *v* света (рис. 148).

Были установлены следующие основные закономерности фотоэффекта:

1. Максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов линейно возрастает с увеличением частоты света *v* и не зависит от его интенсивности.

2. Для каждого вещества существует так называемая красная граница фотоэффекта, то есть наименьшая частота  $v_{min}$  (зависит от химической природы вещества и состояния поверхности), при которой еще возможен внешний фотоэффект.

3. Число фотоэлектронов, вырываемых светом из катода за 1 с, прямо пропорционально интенсивности света.

4. Фотоэффект безынерционен, фототок возникает мгновенно после начала освещения катода при условии, что частота света *v* > *v*<sub>min</sub>.



Полученные в процессе изучения фотоэффекта закономерности в корне противоречили представлениям классической физики о взаимодействии света с веществом. Согласно волновым представлениям электрон при взаимодействии с электромагнитной световой волной должен был бы постепенно накапливать энергию, и потребовалось бы значительное время, зависящее от интенсивности света, чтобы электрон накопил достаточно энергии для того, чтобы вылететь из катода. Как показывают расчеты, это время должно было бы исчисляться минутами или часами. Однако, опыт показывает, что фотоэлектроны появляются немедленно после начала освещения катода. Кроме того невозможно было также понять существование красной границы фотоэффекта. Волновая теория света не могла объяснить независимость энергии фотоэлектронов от интенсивности светового потока, пропорциональность максимальной кинетической энергии частоте света. Таким образом, электромагнитная теория света оказалась неспособной объяснить эти закономерности.

В 1905 году Эйнштейном был найден выход. Теоретическое объяснение наблюдаемых закономерностей фотоэффекта он дал на основе

гипотезы М. Планка о том, что свет излучается и поглощается определенными порциями, причем энергия каждой такой порции определяется формулой

$$E = h \cdot v, \tag{306}$$

где  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  Дж·с – постоянная Планка.

Эйнштейн сделал следующий шаг в развитии квантовых представлений. Он пришел к выводу, что и свет имеет прерывистую дискретную структуру. Электромагнитная волна состоит из отдельных порций – квантов, впоследствии названных фотонами. При взаимодействии с веществом фотон целиком передает всю свою энергию  $h \cdot v$  одному электрону. Часть этой энергии электрон может рассеять при столкновениях с атомами вещества. Кроме того, часть энергии электрона затрачивается на преодоление потенциального барьера на границе металл – вакуум. Для этого электрон должен совершить работу выхода A, зависящую от свойств материала катода. Наибольшая кинетическая энергия, которую может иметь вылетевший из катода фотоэлектрон, определяется законом сохранения энергии

$$\left(\frac{m\cdot\upsilon^2}{2}\right)_{\max} = e\cdot U_{_3} = h\cdot\upsilon - A,\tag{307}$$

ИЛИ

$$h \cdot v = A + \frac{m \cdot v_{\text{max}}^2}{2}.$$
(308)

Формулу (308) называют уравнением Эйнштейна для фотоэффекта. С помощью уравнения Эйнштейна можно объяснить все закономерности внешнего фотоэффекта. Из уравнения Эйнштейна следуют линейная зависимость максимальной кинетической энергии от частоты и независимость от интенсивности света, существование красной границы, безынерционность фотоэффекта. Общее число фотоэлектронов, покидающих за 1 с поверхность катода, должно быть пропорционально числу фотонов, падающих за то же время на поверхность. Из этого следует, что ток насыщения должен быть прямо пропорционален интенсивности светового потока.

Вообще выделяют следующие виды фотоэффекта.

Внешний фотоэффект – испускание электронов веществом (металлом, полупроводником, диэлектриком) под действием электромагнитного излучения.

Внутренний фотоэффект – вызываемые электромагнитным излучением переходы электронов внутри полупроводника или диэлектрика из связанного состояния в свободное без вылета наружу. В результате концентрация носителей тока внутри тела увеличивается, что приводит к возникновению фотопроводимости (повышению электрической проводимости полупроводника или диэлектрика при его освещении) или к возникновению ЭДС. Для внутреннего фотоэффекта уравнение (308) примет вид:

$$h \cdot v = A. \tag{309}$$

Вентильный фотоэффект – возникновение ЭДС (фото-ЭДС) при освещении контакта двух разных проводников или полупроводника и металла (при отсутствии внешнего электрического поля). Вентильный фотоэффект – разновидность внутреннего фотоэффекта.

Как следует из уравнения Эйнштейна, тангенс угла наклона прямой, выражающей зависимость запирающего потенциала  $U_3$  от частоты v (рис. 148), равен отношению постоянной Планка h к заряду электрона e

$$tg\alpha = \frac{h}{e}.$$
 (310)

Это позволяет экспериментально определить значение постоянной Планка. Такие измерения были выполнены Р. Милликеном (1914 г.) и дали хорошее согласие со значением, найденным Планком. Кроме того, эти измерения позволили определить работу выхода *А* 

$$A = h \cdot v_{\min} = \frac{h \cdot c}{\lambda_o},\tag{311}$$

где *с* – скорость света,  $\lambda_0$  – длина волны, соответствующая красной границе фотоэффекта.

«Красная граница» фотоэффекта зависит лишь от работы выхода электронов, то есть от химической природы вещества и состояния его поверхности

$$v_{\min} = \frac{A}{h}; \ \lambda_o = \frac{h \cdot c}{A},$$

где *А* – работа выхода электрона; *h* – постоянная Планка. Ниже (таблица 23) приведены значения  $\lambda_0$  для некоторых металлов.

Таблица 23

Значения  $\lambda_o (\lambda_o = c / v_o)$  для металлов

Металл	$\lambda_{_o}$ , HM
Cs	660
Na	500
Zn	372
Ag	260
Pt	196

У большинства металлов работа выхода A составляет несколько электрон-вольт (1 эВ =  $1,602 \cdot 10^{-19}$  Дж). В квантовой физике часто используется электрон-вольт в качестве энергетической единицы измерения. Значение постоянной Планка, выраженное в электрон-вольтах в секунду, равно  $h = 4,136 \cdot 10^{-15}$  эВ·с.

Если интенсивность света очень большая (лазерные пучки), то возможен многофотонный (нелинейный) фотоэффект, при котором электрон, испускаемый металлом, может одновременно получить энергию не от одного, а от N фотонов ( $N = 2 \div 7$ ). Уравнение Эйнштейна для многофотонного фотоэффекта

$$N \cdot h \cdot v = A + mv_{\max}^2 / 2. \tag{312}$$

В опытах с фокусируемыми лазерными пучками плотность фотонов очень большая, поэтому электрон может поглотить не одни, а несколько фотонов. При этом электрон может приобрести энергию, необходимую для выхода из вещества, даже под действием света с частотой, меньшей красной границы – порога однофотонного фотоэффекта. В результате красная граница смещается в сторону более длинных волн.

На явлении фотоэффекта основано действие **фотоэлектронных приборов**, получивших разнообразное применение в различных областях науки и техники. В настоящее время практически невозможно указать отрасли производства, где бы не использовались фотоэлементы – приемники излучения, работающие на основе фотоэффекта и преобразующие энергию излучения в электрическую.

Простейшим фотоэлементом с внешним фотоэффектом является вакуумный фотоэлемент. Он представляет собой откачанный стеклянный баллон, внутренняя поверхность которого (за исключением окошка для доступа излучения) покрыта фоточувствительным слоем, служащим фотокатодом. В качестве анода обычно используется кольцо или сетка, помещаемая в центре баллона. Фотоэлемент включается в цепь батареи, э.д.с. которой выбирается такой, чтобы обеспечить фототок насыщения. Выбор материала фотокатода определяется рабочей областью спектра: для регистрации видимого света и инфракрасного излучения используется кислородно-цезиевый катод, для регистрации ультрафиолетового излучения и коротковолновой части видимого света – сурьмяноцезиевый. Вакуумные фотоэлементы безынерционны, и для них наблюдается строгая пропорциональность фототока интенсивности излучения. Эти свойства позволяют использовать вакуумные фотоэлементы в качестве фотометрических приборов, например фотоэлектрический экспонометр, люксметр (измеритель освещенности) и так далее.

Для усиления фототока применяются **фотоэлектронные умножители**, в которых наряду с фотоэффектом используется явление вторичной электронной эмиссии. Различные виды фотоэффекта используются также в производстве для контроля, управления и автоматизации различных процессов, в военной технике для сигнализации и локации невидимым излучением, в технике звукового кино, в различных системах связи и так далее.

Итак, законы фотоэффекта свидетельствуют, что свет при испускании и поглощении ведет себя подобно потоку частиц, получивших название фотонов или световых квантов.

Энергия фотонов равна

$$E = h \cdot v. \tag{313}$$

Фотон движется в вакууме со скоростью *с*. Фотон не имеет массы, m = 0. Из общего соотношения специальной теории относительности, связывающего энергию, импульс и массу любой частицы,

$$E^{2} = m^{2} \cdot c^{4} + p^{2} \cdot c^{2}$$
(314)

следует, что фотон обладает импульсом

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h \cdot v}{c}.$$
(315)

Таким образом, учение о свете, вновь возвратилось к представлениям о световых частицах – корпускулах. Но это не был механический возврат к корпускулярной теории Ньютона. В начале XX века стало ясно, что свет обладает двойственной природой. При распространении света проявляются его волновые свойства (интерференция, дифракция, поляризация), а при взаимодействии с веществом – корпускулярные (фотоэффект). Эта двойственная природа света получила название корпускулярно-волнового дуализма. Позже двойственная природа была открыта у электронов и других элементарных частиц. Классическая физика не может дать наглядной модели сочетания волновых и корпускулярных свойств у микрообъектов. Движением микрообъектов управляют не законы классической механики Ньютона, а законы квантовой механики. Теория излучения абсолютно черного тела, развитая М. Планком, и квантовая теория фотоэлектрического эффекта Эйнштейна лежат в основании этой современной науки.

# 5.3. Давление излучения

Если фотоны обладают импульсом, то свет, падающий на тело, должен оказывать на него давление. Согласно квантовой теории, давление света на поверхность обусловлено тем, что каждый фотон при соударении с поверхностью передает ей свой импульс. Рассчитаем световое давление, оказываемое на поверхность тела потоком монохроматического излучения (частота v), падающего перпендикулярно поверхности. Если в единицу времени на единицу площади поверхности тела падает N фотонов, то при коэффициенте отражения  $\rho$  света от поверхности тела  $\rho N$  фотонов отразится, а  $(1 - \rho) \cdot N$ поглотится. Каждый поглощенный фотон передаст поверхности импульс  $p_{\gamma}=h \cdot v/c$ , а каждый отраженный –  $2p_{\gamma}=2h \cdot v/c$  (при отражении импульс фотона изменяется на  $-p_{\gamma}$ ). Давление света на поверхность равно импульсу, который передают поверхности в 1 с N фотонов

$$p = \frac{2h \cdot v}{c} \cdot \rho \cdot N + \frac{h \cdot v}{c} (1 - \rho) \cdot N = \frac{N \cdot h \cdot v}{c} \cdot (1 + \rho) = \frac{E_e}{c} \cdot (1 + \rho), \quad (316)$$

 $N \cdot h \cdot v = E_e$  есть энергия всех фотонов, падающих на единицу поверхности в единицу времени, то есть энергетическая освещенность поверхности, а  $E_e/c = \omega$  – объемная плотность энергии излучения. Поэтому давление, производимое светом при нормальном падении на поверхность,

$$p = \frac{E_e}{c} \cdot (1+\rho) = w \cdot (1+\rho). \tag{317}$$

Формула (317), выведенная на основе квантовых представлений, совпадает с выражением, получаемым из электромагнитной (волновой) теории Максвелла.

Действительно, если электромагнитная волна падает, например, на металл, то под действием электрического поля волны с напряженностью  $\vec{E}$  электроны будут двигаться со скоростью  $\vec{v}$  в направлении, противоположном  $\vec{E}$ . Магнитное поле с индукцией  $\vec{B}$  действует на движущиеся электроны с силой Лоренца  $\vec{F}_{\pi}$  (определяется по правилу левой руки) в направлении, перпендикулярном поверхности металла. Следовательно, волна оказывает на поверхность металла давление.

Экспериментальное доказательство существования светового давления на твердые тела и газы дано в опытах П.И. Лебедева (на твёрдые тела в 1899 году, в 1910 году – на газы), сыгравших в свое время большую роль в утверждении теории Максвелла. Лебедев использовал легкий подвес на тонкой нити, по краям которого прикреплены легкие крылышки, одни из которых зачернены, а поверхности других зеркальные (рис. 149).

Для исключения конвекции и радиометрического эффекта использовалась подвижная система зеркал, позволяющая направлять свет на обе поверхности крылышек, подвес помещался в откачанный баллон, крылышки подбиралась очень тонкими (чтобы температура обеих поверхностей была одинакова). Световое давление на крылышки определялось по углу закручивания нити подвеса и совпадало с теоретически рассчитанным.



световой поток крылышки

Рис. 149. К опытам П.И. Лебедева

# 5.4. Эффект Комптона

Серия экспериментов, выполненных в начале 20-х годов XX века, подтвердила фотонную теорию. В одном из этих экспериментов в 1922 году был обнаружен эффект, названный в честь его открывателя эффектом Комптона. Артур Комптон занимался изучением рассеяния коротковолнового рентгеновского излучения на свободных (или слабо связанных с атомами) электронах вещества, обнаружил, что частота рассеянного света меньше частоты падающего света. Уменьшение частоты (увеличение длины волны) указывало на потерю энергии. Открытый им эффект увеличения длины волны рассеянного излучения не укладывается в рамки волновой теории, согласно которой длина волны излучения не должна изменяться при рассеянии. Согласно волновой теории, электрон под действием периодического поля световой волны совершает вынужденные колебания на частоте волны и поэтому излучает рассеянные волны той же частоты. Комптон показал, что обнаруженный им эффект можно объяснить на основе фотонной теории света, то есть соударением налетающих фотонов с электронами вещества.

Схема Комптона представлена на рис. 150. Монохроматическое рентгеновское излучение с длиной волны  $\lambda_o$ , исходящее из рентгеновской трубки R, проходит через свинцовые диафрагмы и в виде узкого пучка направляется на рассеивающее вещество-мишень P (графит, алюминий). Излучение, рассеянное под некоторым углом  $\theta$ , анализируется с помощью спектрографа рентгеновских лучей S, в котором роль

дифракционной решетки играет кристалл К, закрепленный на поворотном столике.



Рис. 150. Схема эксперимента Комптона

Опыт показал, что в рассеянном излучении наблюдается увеличение длины волны  $\Delta \lambda$ , зависящее от угла рассеяния  $\theta$ Δ

$$\Delta \lambda = \lambda - \lambda_o = 2 \cdot \Lambda \, \sin^2 \theta \,/ \, 2, \tag{318}$$

где  $\Lambda = 2,43 \cdot 10^{-3}$  нм – комптоновская длина волны, не зависящая от свойств рассеивающего вещества. В рассеянном излучении наряду со спектральной линией с длиной волны λ наблюдается несмещенная линия с длиной волны  $\lambda_{o}$ . Соотношение интенсивностей смещенной и несмещенной линий зависит от рода рассеивающего вещества.

На рис. 151 представлены кривые распределения интенсивности в спектре излучения, рассеянного под некоторыми углами.

Объяснение эффекта Комптона было дано в 1923 году А. Комптоном и независимо от него П. Дебаем на основе квантовых представлений о природе излучения. Если принять, что излучение представляет собой поток фотонов, то эффект Комптона есть результат упругого столкновения рентгеновских фотонов со свободными электронами вещества. У легких атомов рассеивающих веществ электроны слабо связаны с ядрами атомов, поэтому их можно считать свободными. В процессе столкновения фотон передает электрону часть своей энергии и импульса в соответствии с законами сохранения.

Рассмотрим упругое столкновение двух частиц - налетающего фотона, обладающего энергией

$$E_o = h \cdot v_o \tag{319}$$

и импульсом

$$p_o = h \cdot v_o / c, \tag{320}$$

с покоящимся электроном, энергия покоя которого равна

$$E_{eo} = m \cdot c^2. \tag{321}$$



Рис. 151. Спектры рассеянного излучения

Фотон, столкнувшись с электроном, изменяет направление движения (рассеивается). Импульс фотона после рассеяния становится равным

$$p = h \cdot v / c, \tag{322}$$

а его энергия

$$E = h \cdot v < E_o. \tag{323}$$

Уменьшение энергии фотона означает увеличение длины волны. Энергия электрона после столкновения в соответствии с релятивистской формулой становится равной

$$E_{e} = \sqrt{p_{e}^{2} \cdot c^{2} + m^{2} \cdot c^{4}}, \qquad (324)$$

где *p*<sub>e</sub> – приобретенный импульс электрона.

Закон сохранения записывается в виде

$$E + E_{eo} = E + E_e, \tag{325}$$

или

$$h \cdot v_o + m \cdot c^2 = h \cdot v + \sqrt{p_e^2 \cdot c^2 + m^2 \cdot c^4}.$$
 (326)

Закон сохранения импульса

$$\vec{p}_o = \vec{p} + \vec{p}_e \tag{327}$$

можно переписать в скалярной форме, если воспользоваться теоремой косинусов (рис. 152):

$$p_e^2 = \left(\frac{h \cdot v_o}{c}\right)^2 + \left(\frac{h \cdot v}{c}\right)^2 - 2\frac{h^2}{c^2} \cdot v_o \cdot v \cos\theta.$$
(328)

Из двух соотношений, выражающих законы сохранения энергии и импульса, после несложных преобразований и исключения величины p<sub>e</sub> можно получить

$$m \cdot c^2 \cdot (v_o - v) = h \cdot v_o \cdot v \cdot (1 - \cos \theta).$$
(329)

Переход от частот к длинам волн ( $v_o = \frac{c}{\lambda_o}$ ,  $v = \frac{c}{\lambda}$ ) приводит к выражению, которое совпадает с формулой Комптона, полученной из эксперимента

$$\Delta \lambda = \lambda - \lambda_o = \frac{h}{m \cdot c} \cdot (1 - \cos \theta) = 2 \frac{h}{m \cdot c} \cdot \sin^2 \frac{\theta}{2}.$$
 (330)



Рис. 152. Диаграмма импульсов при упругом рассеянии фотона на покоящемся электроне

Таким образом, теоретический расчет, выполненный на основе квантовых представлений, дал исчерпывающее объяснение эффекту Комптона и позволил выразить комптоновскую длину волны  $\Lambda$  через фундаментальные константы h, c и m:

$$\Lambda = \frac{h}{m \cdot c} = 2,426 \cdot 10^{-3} \text{ HM.}$$
(331)

Как показывает опыт, в рассеянном излучении наряду со смещенной линией с длиной волны  $\lambda$  наблюдается и несмещенная линия с первоначальной длиной волны  $\lambda_o$ . Это объясняется взаимодействием части фотонов с электронами, сильно связанными с атомами. В этом случае фотон обменивается энергией и импульсом с атомом в целом. Из-за большой массы атома по сравнению с массой электрона атому передается лишь ничтожная часть энергии фотона, поэтому длина волны  $\lambda$  рассеянного излучения практически не отличается от длины волны  $\lambda_o$  падающего излучения.

Эффект Комптона наблюдается не только на электронах, но и на других заряженных частицах, например протонах, однако из-за большой массы протона его отдача «просматривается» лишь при рассеянии фотонов очень высоких энергий.

## Таблица 24

Явления, подтверждающие квантовые	Излучение черного тела, фотоэффект,
представления о природе света	эффект Комптона
Явления, подтверждающие волновую	Интерференция, дифракция, поляриза-
природу света	ция света
Явления, объяснимые как волновой, так	Давление и преломление света
и квантовой теориями	
Уравнения, связывающие корпускуляр-	$h \cdot c$
ные свойства электромагнитного излу-	$\mathcal{E} = h \cdot v = \frac{1}{\lambda}$
чения (энергия и импульс фотона) с	h, $y$ , $h$
волновыми свойствами (частота, длина	$p = \frac{n \cdot v}{2} = \frac{n}{2}$
волны)	$\lambda$ $\lambda$

#### Единство корпускулярных и волновых свойств света

Таким образом, электромагнитное излучение обнаруживает единство корпускулярных и волновых свойств (таблица 24).

## 5.5. Волновые свойства микрочастиц. Дифракция электронов

В 1923 году французский физик Луи де Бройль выдвинул гипотезу об универсальности корпускулярно-волнового дуализма. Де Бройль утверждал, что не только фотоны, но и электроны и любые другие частицы материи наряду с корпускулярными обладают также и волновыми свойствами.

Согласно де Бройлю, с каждым микрообъектом связаны, с одной стороны, корпускулярные характеристики – энергия E и импульс p, а с другой стороны, волновые характеристики – частота v и длина волны  $\lambda$ .

Корпускулярные и волновые характеристики микрообъектов связаны такими же количественными соотношениями, как и у фотона:

$$E = h \cdot v; \quad p = \frac{h \cdot v}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$
(332)

Гипотеза де Бройля постулировала эти соотношения для всех микрочастиц, в том числе и для таких, которые обладают массой *m*. Любой частице, обладающей импульсом, сопоставлялся волновой процесс с длиной волны  $\lambda = h / p$ .

Для частиц, имеющих массу

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h \cdot \sqrt{1 - \upsilon^2 / c^2}}{m}.$$
(333)

В нерелятивистском приближении (υ << c)

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot \upsilon}.$$
(334)

Гипотеза де Бройля основывалась на соображениях симметрии свойств материи и не имела в то время опытного подтверждения. Но она явилась мощным революционным толчком к развитию новых представлений о природе материальных объектов. В течение нескольких лет целый ряд выдающихся физиков XX века – В. Гейзенберг, Э. Шредингер, П. Дирак, Н. Бор и другие – разработали теоретические основы новой науки, которая была названа квантовой механикой.

Первое экспериментальное подтверждение гипотезы де Бройля было получено в 1927 году американскими физиками К. Девиссоном и Л. Джермером. Они обнаружили, что пучок электронов, рассеивающийся на кристалле никеля, дает отчетливую дифракционную картину, подобную той, которая возникает при рассеянии на кристалле коротковолнового рентгеновского излучения. В этих экспериментах кристалл играл роль естественной дифракционной решетки. По положению дифракционных максимумов была определена длина волны электронного пучка, которая оказалась в полном соответствии с формулой де Бройля.

В следующем 1928 году английский физик Дж. Томсон (сын Дж. Томсона, открывшего за 30 лет до этого электрон) получил новое подтверждение гипотезы де Бройля. В своих экспериментах Томсон наблюдал дифракционную картину, возникающую при прохождении пучка электронов через тонкую поликристаллическую фольгу из золота (рис. 153). На рисунке (рис. 153) : K – накаливаемый катод, A – анод,  $\Phi$  – фольга из золота.

На установленной за фольгой фотопластинке отчетливо наблюдались концентрические светлые и темные кольца, радиусы которых изменялись с изменением скорости электронов (то есть длины волны) согласно де Бройлю (рис. 154). В случае (b) видны точки попадания отдельных электронов на фотопластинку (рис. 154).



Рис. 153. Схема опытов Дж. Томсона по дифракции электронов

В последующие годы опыт Дж. Томсона был многократно повторен с неизменным результатом, в том числе при условиях, когда поток электронов был настолько слабым, что через прибор единовременно могла проходить только одна частица (В.А. Фабрикант, 1948 г.). Таким образом, было экспериментально доказано, что волновые свойства присущи не только большой совокупности электронов, но и каждому электрону в отдельности.

Впоследствии дифракционные явления были обнаружены также для нейтронов, протонов, атомных и молекулярных пучков. Экспериментальное доказательство наличия волновых свойств микрочастиц привело к выводу о том, что это универсальное явление природы, общее свойство материи. Следовательно, волновые свойства должны быть присущи и макроскопическим телам. Однако вследствие большой массы макроскопических тел их волновые свойства не могут быть обнаружены экспериментально. Например, пылинке массой 10<sup>-9</sup> г, движущийся со скоростью 0,5 м/с соответствует волна де Бройля с длиной волны порядка 10<sup>-21</sup> м, то есть приблизительно на 11 порядков меньше размеров атомов. Такая длина волны лежит за пределами доступной наблюдению области. Этот пример показывает, что макроскопические тела могут проявлять только корпускулярные свойства.



Рис. 154. Картина дифракции электронов на поликристаллическом образце при длительной экспозиции (а) и при короткой экспозиции (b)

Рассмотрим еще один пример. Длина волны де Бройля для электрона, ускоренного разностью потенциалов U = 100 В, может быть найдена по формуле

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m \cdot e \cdot U}}.$$
(335)

Это нерелятивистский случай, т. к. кинетическая энергия электрона eU = 100 эВ много меньше энергии покоя  $mc^2 \approx 0,5$  МэВ. Расчет дает значение  $\lambda \approx 0,1$  нм, то есть длина волны как раз оказывается порядка размеров атома. Для таких электронов кристаллическое вещество является хорошей дифракционной решеткой. Именно такие малоэнергичные электроны дают отчетливую дифракционную картину в опытах по ди-

фракции электронов. В то же время такой электрон, испытавший дифракционное рассеяние на кристалле как волна, взаимодействует с атомами фотопластинки как частица, вызывая почернение фотоэмульсии в какой-то определенной точке (рис. 154).

Таким образом, подтвержденная экспериментально гипотеза де Бройля о корпускулярно-волновом дуализме коренным образом изменила представления о свойствах микрообъектов.

Всем микрообъектам присущи и волновые, и корпускулярные свойства, однако, они не являются ни волной, ни частицей в классическом понимании. Разные свойства микрообъектов не проявляются одновременно, они дополняют друг друга, только их совокупность характеризует микрообъект полностью. В этом заключается сформулированный знаменитым датским физиком Н. Бором принцип дополнительности. Можно условно сказать, что микрообъекты распространяются как волны, а обмениваются энергией как частицы.

# 5.6. Волновая функция. Соотношение неопределённостей Гейзенберга

С точки зрения волновой теории, максимумы в картине дифракции электронов соответствуют наибольшей интенсивности волн де Бройля. В области максимумов, зарегистрированных на фотопластинке, попадает большое число электронов. Но процесс попадания электронов в различные места на фотопластинке не индивидуален. Принципиально невозможно предсказать, куда попадет очередной электрон после рассеяния, существует лишь определенная вероятность попадания электрона в то или иное место. Таким образом, описание состояния микрообъекта и его поведения может быть дано только на основе понятия вероятности.

Необходимость вероятностного подхода к описанию микрообъектов является важнейшей особенностью квантовой теории. В квантовой механике для характеристики состояний объектов в микромире вводится понятие волновой функции  $\Psi$  (пси-функции). Квадрат модуля волновой функции  $|\Psi|^2$  пропорционален вероятности нахождения микрочастицы в единичном объеме пространства. Конкретный вид волновой функции определяется внешними условиями, в которых находится микрочастица. Математический аппарат квантовой механики позволяет находить волновую функцию частицы, находящейся в заданных силовых полях. Безграничная монохроматическая волна де Бройля есть волновая функция свободной частицы, на которую не действуют никакие силовые поля. Необходимость вероятностного подхода к описанию микрочастиц является важнейшей отличительной особенностью квантовой теории. Можно ли волны де Бройля истолковывать как волны вероятности, то есть считать, что вероятность обнаружить микрочастицу в различных точках пространства меняется по волновому закону? Такое толкование волн де Бройля уже неверно хотя бы потому, что тогда вероятность обнаружить частицу в некоторых точках пространства может быть отрицательна, что не имеет смысла.

Чтобы устранить эти трудности, немецкий физик М. Борн в 1926 г. предположил, что по волновому закону меняется не сама вероятность, а величина, названная амплитудой вероятности и обозначаемая  $\Psi(x, y, z, t)$ . Эту величину называют также волновой функцией (или  $\Psi$ -функцией). Амплитуда вероятности может быть комплексной, и вероятность W пропорциональна квадрату её модуля

$$W \sim \left| \Psi(x, y, z, t) \right|^2. \tag{336}$$

 $|\Psi|^2 = \Psi \Psi^*, \Psi^* - функция, комплексно сопряженная с <math>\Psi$ . Таким образом, описание состояния микрообъекта с помощью волновой функции имеет **статистический, вероятностный характер**: квадрат модуля волновой функции (квадрат модуля амплитуды волн де Бройля) определяет вероятность нахождения частицы в момент времени *t* в области с координатами *x* и *x*+*dx*, *y* и *y*+*dy*, *z* и *z*+*dz*.

Волновая функция – основной носитель информации об корпускулярных и волновых свойствах микрочастиц. Вероятность нахождения частицы в элементе объемом *dV* равна

$$dW = \left|\Psi\right|^2 dV. \tag{337}$$

Величина

$$\left|\Psi\right|^2 = dW / dV \tag{338}$$

это плотность вероятности, которая определяет вероятность нахождения частицы в единичном объеме в окрестности точки с координатами x, y, z. Физический смысл имеет не сама  $\Psi$ -функция, а квадрат её модуля  $|\Psi|^2$ , которым задается интенсивность волн де Бройля.

Вероятность найти частицу в момент времени t в конечном объеме V, согласно теореме сложения вероятностей, равна

$$W = \int_{V} dW = \int_{V} \left|\Psi\right|^{2} dV.$$
(339)

Так как  $|\Psi|^2 dV$  определяется как вероятность, то необходимо волновую функцию  $\Psi$  нормировать так, чтобы вероятность достоверного события обращалась в единицу, если за объём V принять бесконечный

объём всего пространства. Это означает, что при данном условии частица должна находиться где-то в пространстве. Следовательно, условие нормировки вероятностей

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left|\Psi\right|^2 dV = 1,$$
(340)

где данный интеграл (340) вычисляется по всему бесконечному пространству, то есть по координатам x, y, z от  $-\infty$  до  $\infty$ . Таким образом, условие (340) говорит об объективном существовании частицы в пространстве.

Чтобы волновая функция являлась объективной характеристикой состояния микрочастиц, она должна удовлетворять ряду ограничительных условий. Функция  $\Psi$ , характеризующая вероятность обнаружения действия микрочастицы в элементе объема, должна быть конечной (вероятность не может быть больше единицы), однозначной (вероятность не может быть неоднозначной величиной) и непрерывной (вероятность не может изменяться скачком).

Волновая функция удовлетворяет принципу суперпозиции: если система может находиться в различных состояниях, описываемых волновыми функциями  $\Psi_1$ ,  $\Psi_2$ ,...,  $\Psi_n$ ,... то она также может находиться в состоянии  $\Psi$ , описываемом линейной комбинацией этих функций

$$\Psi = \sum_{n} C_{n} \cdot \Psi_{n}, \tag{341}$$

где  $C_n$  (n =1, 2, ...) – произвольные, вообще говоря, комплексные числа. Сложение волновых функций (амплитуд вероятностей), а не вероятностей (определяемых квадратами модулей волновых функций) принципиально отличает квантовую теорию от классической статистической теории, в которой для независимых событий справедлива теорема сложения вероятностей.

Волновая функция Ψ, являясь основной характеристикой состояния микрообъектов, позволяет в квантовой механике вычислять средние значения физических величин, характеризующих данный микрообъект. Например, среднее расстояние (r) электрона от ядра вычисляют по формуле

$$\left\langle r\right\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} r \left|\Psi\right|^2 dV.$$
(342)

Дифракционные явления проявляются наиболее отчетливо, когда размеры препятствия, на котором происходит дифракция волн, соизмеримы с длиной волны. Это относится к волнам любой физической природы. Для волн де Бройля естественной дифракционной решеткой является упорядоченная структура кристалла с пространственным периодом порядка размеров атома (приблизительно 0,1 нм). Препятствие таких размеров (например, отверстие в непрозрачном экране) невозможно создать искусственно, но для уяснения природы волн де Бройля можно ставить мысленные эксперименты.

Рассмотрим, например, дифракцию электронов на одиночной щели ширины *D* (рис. 155; график справа – распределение электронов на фотопластинке).



Рис. 155. Дифракция электронов на щели

Более 85 % всех электронов, прошедших через щель, попадут в центральный дифракционный максимум. Угловая полуширина  $\theta_1$  этого максимума находится из условия

$$D\sin\theta_1 = \lambda. \tag{343}$$

Это формула волновой теории. С корпускулярной точки зрения можно считать, что при пролёте через щель электрон приобретает дополнительный импульс в перпендикулярном направлении. Пренебрегая 15 % электронов, которые попадают на фотопластинку за пределами центрального максимума, можно считать, что максимальное значение  $p_y$  поперечного импульса равно

$$p_{y} = p\sin\theta_{1} = \frac{h}{\lambda}\sin\theta_{1}, \qquad (344)$$

где p — модуль полного импульса электрона, равный, согласно де Бройлю,  $h / \lambda$ . Величина p при прохождении электрона через щель не меняется, так как остается неизменной длина волны  $\lambda$ . Из этих соотношений следует

$$p_y = \frac{h}{D}.$$
(345)

Квантовая механика вкладывает в это простое на вид соотношение, являющееся следствием волновых свойств микрочастицы, очень глубокий смысл. Прохождение электронов через щель является экспериментом, в котором y – координата электрона – определяется с точностью  $\Delta y = D$ . Величину  $\Delta y$  называют неопределенностью измерения координаты. В то же время точность определения y – составляющей импульса электрона в момент прохождения через щель – равна  $p_y$  или даже больше, если учесть побочные максимумы дифракционной картины. Эту величину называют неопределенностью проекции импульса и обозначают  $\Delta p_y$ . Таким образом, величины  $\Delta y$  и  $\Delta p_y$  связаны соотношением

$$\Delta y \cdot \Delta p_{y} \ge h, \tag{346}$$

которое называется соотношением неопределенностей Гейзенберга.

В общем случае для координат *x*, *y*, *z* и проекций импульсов на координатные оси можно записать

$$\begin{cases} \Delta x \cdot \Delta p_x \ge \hbar \\ \Delta y \cdot \Delta p_y \ge \hbar \\ \Delta z \cdot \Delta p_z \ge \hbar \end{cases}$$
(347)

Величины  $\Delta y$  и  $\Delta p_y$  в (346) нужно понимать в том смысле, что **микрочастицы** в принципе **не имеют одновременно точного значе**ния координаты и соответствующей проекции импульса. Соотношение неопределенностей не связано с несовершенством применяемых приборов для одновременного измерения координаты и импульса микрочастицы. Оно является проявлением двойственной корпускулярноволновой природы материальных микрообъектов. Соотношение неопределенностей позволяет оценить, в какой мере можно применять к микрочастицам понятия классической механики. Оно показывает, в частности, что к микрообъектам неприменимо классическое понятие траектории, так как движение по траектории характеризуется в любой момент времени определенными значениями координат и скорости. Принципиально невозможно указать траекторию, по которой двигался какой-то конкретный электрон после прохождения щели и до фотопластинки в рассмотренном мысленном эксперименте.

Следует отметить, что при определенных условиях соотношение неопределенностей не противоречит классическому описанию движения тел, в том числе и микрочастиц. Например, электронный пучок в кинескопе телевизора при вылете из электронной пушки имеет диаметр D порядка  $10^{-3}$  см. В современном телевизоре ускоряющее напряжение  $U \approx 15$  кВ. Легко подсчитать импульс электрона:

$$p = \sqrt{2m \cdot e \cdot U} \approx 6,6 \cdot 10^{-23}$$
 кг·м/с.

Этот импульс направлен вдоль оси трубки. Из соотношения неопределенностей следует, что электронам при формировании пучка сообщается неконтролируемый импульс  $\Delta p$ , перпендикулярный оси пучка:

$$\Delta p \approx h / D \approx 6,6 \cdot 10^{-29}$$
 кг м/с.

Пусть до экрана кинескопа электроны пролетают расстояние  $L \approx 0,5$  м. Тогда размытие  $\Delta l$  пятна на экране, обусловленное волновыми свойствами электрона, составит:

$$\Delta l \approx \frac{\Delta p}{p} \cdot L \approx 5 \cdot 10^{-5} \,\mathrm{cm}.$$

Поскольку  $\Delta l \ll D$ , движение электронов в кинескопе телевизора можно рассматривать с помощью законов классической механики. Таким образом, с помощью соотношения неопределенностей можно выяснить, справедливы или нет законы классической физики в тех или иных случаях.

Применим соотношение неопределенностей к электрону, движущемуся в атоме водорода. Допустим, что неопределенность координаты электрона  $\Delta x \approx 10^{-10}$  м (порядка размеров самого атома, то есть можно считать, что электрон принадлежит данному атому).

Если переписать соотношение неопределённостей в виде

$$\Delta x \cdot \Delta v_x \ge h / m, \tag{348}$$

то для  $\Delta \upsilon_x$  получим:

$$\Delta \upsilon_x = 6,62 \cdot 10^{-34} / (9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-10}) = 7,27 \cdot 10^6 \text{ (M/c)}.$$

Используя законы классической физики, можно показать, что при движении электрона вокруг ядра по круговой орбите радиуса  $\approx 0,5 \cdot 10^{-10}$ м его скорость  $\upsilon \approx 2,3 \cdot 10^6$  м/с. Таким образом, неопределенность скорости в несколько раз больше самой скорости. Очевидно, что в данном случае нельзя говорить о движении электрона в атоме по определенной траектории, иными словами, для описания движения электрона в атоме нельзя пользоваться законами классической физики.

В квантовой теории рассматривается также соотношение неопределенностей для энергии *E* и времени *t*, то есть неопределенности этих величин удовлетворяют условию

$$\Delta E \cdot \Delta t \ge h. \tag{349}$$

Необходимо отметить, что  $\Delta E$  – неопределенность энергии некоторого состояния системы,  $\Delta t$  – промежуток времени, в течение которого оно существует. Следовательно, система, имеющая среднее время жизни  $\Delta t$ , не может быть охарактеризована определенным значением энергии. Разброс энергии  $\Delta E = h/\Delta t$  возрастает с уменьшением среднего времени жизни. Из выражения (349) следует, что частота излученного фотона также должна иметь неопределенность  $\Delta v = \Delta E/h$ , то есть линии спектра должны характеризоваться частотой, равной  $v \pm \Delta E/h$ . Опыт действительно показывает, что все спектральные линии размыты. Измеряя ширину спектральной линии, можно оценить порядок времени существования атома в возбужденном состоянии.

Рассмотрим еще один мысленный эксперимент – дифракцию электронного пучка на двух щелях (рис. 156). Схема этого эксперимента совпадает со схемой оптического интерференционного опыта Юнга.



Рис. 156. Дифракция электронов на двух щелях

Анализ этого эксперимента позволяет проиллюстрировать логические трудности, возникающие в квантовой теории. Те же проблемы возникают при объяснении оптического опыта Юнга, исходя из концепции фотонов.

Если в опыте по наблюдению дифракции электронов на двух щелях закрыть одну из щелей, то интерференционные полосы исчезнут, и фотопластинка зарегистрирует распределение электронов, продифрагировавших на одной щели. В этом случае все электроны, долетающие до фотопластинки, проходят через единственную открытую щель. Если же открыты обе щели, то появляются интерференционные полосы, и тогда возникает вопрос, через какую из щелей пролетает тот или иной электрон?

Трудно смириться с тем, что ответ на этот вопрос может быть только один: электрон пролетает через обе щели. Мы представляем себе поток микрочастиц как направленное движение маленьких шариков и применяем для описания этого движения законы классической физики. Но электрон (и любая другая микрочастица) обладает не только корпускулярными, но и волновыми свойствами. Легко представить, как электромагнитная световая волна проходит через две щели в оптическом опыте Юнга, так как волна не локализована в пространстве. Но если принять концепцию фотонов, то нужно признать, что каждый фотон тоже не локализован. Невозможно указать, через какую из щелей пролетел фотон, как невозможно проследить за траекторией движения фотона до фотопластинки и указать точку, в которую он попадет. Опыт показывает, что даже в том случае, когда фотоны пролетают через интерферометр поштучно, интерференционная картина после пролета многих независимых фотонов всё равно возникает. Поэтому в квантовой физике делается вывод: фотон интерферирует сам с собой.

Все вышесказанное относится и к опыту по дифракции электронов на двух щелях. Вся совокупность известных экспериментальных фактов может найти объяснение, если принять, что дебройлевская волна каждого отдельного электрона проходит одновременно через оба отверстия, в результате чего и возникает интерференция. Поштучный поток электронов тоже дает интерференцию при длительной экспозиции, то есть **электрон, как и фотон, интерферирует сам с собой**.

# 5.7. Общее уравнение Шредингера. Уравнение Шредингера для стационарных состояний

Статистическое толкование волн де Бройля и соотношение неопределенностей Гейзенберга привели к выводу, что уравнением движения в квантовой механике, описывающим движение микрочастиц в различных силовых полях, должно быть уравнение, из которого бы вытекали наблюдаемые на опыте волновые свойства частиц. Основное уравнение должно быть уравнением относительно волновой функции  $\Psi(x, y, z, t)$ , так как именно она, или, точнее, величина  $|\Psi|^2$ , определяет вероятность пребывания частицы в момент времени t в объеме dV, то есть в области с координатами x и x+dx, y и y+dy, z и z+dz. Так как искомое уравнение должно учитывать волновые свойства частиц, то оно должно быть волновым уравнением, подобно уравнению, описывающему электромагнитные волны.

Основное уравнение нерелятивистской квантовой механики сформулировано в 1926 г. Э. Шредингером. Уравнение Шредингера, как и все основные уравнения физики (например, уравнения Ньютона в классической механике и уравнения Максвелла для электромагнитного поля), не выводится, а постулируется. Правильность этого уравнения подтверждается согласием с опытом получаемых с его помощью результатов, что, в свою очередь, придает ему характер закона природы. Уравнение Шредингера имеет вид

$$-\frac{\hbar}{2 \cdot m} \cdot \Delta \Psi + U(x, y, z, t) \cdot \Psi = i \cdot \hbar \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial t}, \qquad (350)$$

где ћ = h/(2 $\pi$ ), m – масса частицы,  $\Delta$  – оператор Лапласа ( $\Delta \Psi = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2}$ ), *i* – мнимая единица, *U* (*x*, *y*, *z*, *t*) – потенциаль-

ная функция частицы в силовом поле, в котором она движется,  $\Psi(x, y, z, t)$  – искомая волновая функция частицы.

Уравнение (350) справедливо для любой частицы (со спином, равным 0), движущейся с малой (по сравнению со скоростью света) скоростью, то есть со скоростью  $v \ll c$ . Оно дополняется условиями, накладываемыми на волновую функцию:

1) волновая функция должна быть конечной, однозначной и непрерывной;

2) производные 
$$\frac{\partial \Psi}{\partial x}; \frac{\partial \Psi}{\partial y}; \frac{\partial \Psi}{\partial z}; \frac{\partial \Psi}{\partial t}$$
 должны быть непрерывны;

3) функция  $|\Psi|^2$  должна быть интегрируема; это условие в простейших случаях сводится к условию нормировки вероятностей (347).

Уравнение (350) является общим уравнением Шредингера. Его также называют уравнением Шредингера, зависящим от времени. Для многих физических явлений, происходящих в микромире, уравнение (350) можно упростить, исключив зависимость  $\Psi$  от времени, иными словами, найти уравнение Шредингера для стационарных состояний – состояний с фиксированными значениями энергии. Это возможно, если силовое поле, в котором частица движется, стационарно, то есть функция U = U(x, y, z) не зависит явно от времени и имеет смысл потенциальной энергии. В данном случае решение уравнения Шредингера может быть представлено в виде произведения двух функций, одна из которых есть функция только координат, другая – только времени, причем зависимость от времени выражается множителем  $e^{-i\omega t} = e^{-i(E/\hbar)t}$ , так что

$$\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z)e^{-\frac{t}{\hbar} \cdot E \cdot t}, \qquad (351)$$

где  $\psi(x, y, z)$  – координатная (амплитудная) часть волновой функции  $\Psi(x, y, z, t)$ ; E – полная энергия частицы, постоянная в случае стационарного поля. Подставляя (351) в (350), получим

$$-\frac{\hbar^2}{2 \cdot m} \cdot e^{-i(E/\hbar)t} \cdot \Delta \psi + U \cdot \psi \cdot e^{-i(E/\hbar)t} = i \cdot \hbar \cdot (-i \cdot E / \hbar) \cdot \psi \cdot e^{-i(E/\hbar)t}, \quad (352)$$

откуда после деления на общий множитель  $e^{-i(E/\hbar)t}$  и соответствующих преобразований придем к уравнению, определяющему функцию  $\psi$ :

$$\Delta \psi + \frac{2 \cdot m}{\hbar^2} \cdot (E - U) \cdot \psi = 0.$$
(353)

Уравнение (353) называется уравнением Шредингера для стационарных состояний. В это уравнение в качестве параметра входит полная энергия Е частицы. В теории дифференциальных уравнений доказывается, что подобные уравнения имеют бесчисленное множество решений, из которых посредством наложения граничных условий отбирают решения, имеющие физический смысл. Для уравнения Шредингера такими условиями являются условия регулярности волновых функций: волновые функции должны быть конечными, однозначными и непрерывными вместе со своими первыми производными. Таким образом, реальный физический смысл имеют только такие решения, которые выражаются регулярными функциями ψ. Но регулярные решения имеют место не при любых значениях параметра Е, а лишь при определенном их наборе, характерном для данной задачи. Эти значения энергии называются собственными. Решения же, которые соответствуют собственным значениям энергии, называются собственными функциями. Собственные значения Е могут образовывать как непрерывный, так и дискретный ряд. В первом случае говорят о непрерывном, или сплошном, спектре, во втором – о дискретном спектре.

## 5.8. Принцип причинности в квантовой механике

Из соотношения неопределенностей часто делают вывод о неприменимости принципа причинности к явлениям микромира. При этом основываются на следующих соображениях. В классической механике, согласно принципу причинности – принципу классического детерминизма, по известному состоянию системы в некоторый момент времени (полностью определяется значениями координат и импульсов всех частиц системы) и силам, приложенным к ней, можно абсолютно точно задать её состояние в любой последующий момент. Следовательно, классическая физика основывается на следующем понимании причинности: состояние механической системы в начальный момент времени с известным законом взаимодействия частиц есть причина, а её состояние в последующий момент – следствие.

С другой стороны, микрообъекты не могут иметь одновременно и определенную координату, и определенную соответствующую проекцию импульса (задаются соотношением неопределенностей), поэтому и делается вывод о том, что в начальный момент времени состояние системы точно не определяется. Если же состояние системы не определено в начальный момент времени, то не могут быть предсказаны и последующие состояния, то есть нарушается принцип причинности.

Однако никакого нарушения принципа причинности применительно к микрообъектам не наблюдается, поскольку в квантовой механике понятие состояния микрообъекта приобретает совершенно иной смысл, чем в классической механике. В квантовой механике состояние микрообъекта полностью определяется волновой функцией  $\Psi(x, y, z, t)$ , квадрат модуля которой  $|\Psi(x, y, z, t)|^2$  задает плотность вероятности нахождения частицы в точке с координатами x, y, z.

В свою очередь, волновая функция  $\Psi(x, y, z, t)$  удовлетворяет уравнению Шредингера (350), содержащему первую производную функции  $\Psi$  по времени. Это же означает, что задание функции  $\Psi_0$  (для момента времени  $t_0$ ) определяет ее значение в последующие моменты. Следовательно, в квантовой механике начальное состояние  $\Psi_0$  есть причина, а состояние  $\Psi$  в последующий момент – следствие. Это и есть форма принципа причинности в квантовой механике, то есть задание функции  $\Psi_0$  предопределяет её значения для любых последующих моментов. Таким образом, состояние системы микрочастиц, определенное в квантовой механике, однозначно вытекает из предшествующего состояния, как того требует принцип причинности.

# 5.9. Примеры решений уравнения Шредингера

## 1. Свободная частица

Свободная частица – частица, движущаяся в отсутствие внешних полей. Пусть частица движется вдоль оси х. Потенциальная энергия U(x) = 0 (так как на свободную частицу силы не действуют), поэтому уравнение Шредингера

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \cdot E \cdot \psi(x) = 0.$$
(354)

Частное решение этого уравнения

$$\psi(\mathbf{x}) = A \cdot \mathbf{e}^{i \cdot k \cdot \mathbf{x}},\tag{355}$$

где A = const и  $k = 2\pi/\lambda = \text{const} - \text{волновое число}; i = \sqrt{-1} - \text{мнимая еди$  $ница.}$ 

Решение удовлетворяет уравнению, если энергия частицы имеет вид

$$E = \frac{\hbar \cdot k^2}{2m} = \frac{p^2}{2m} = \frac{m \cdot v^2}{2},$$
 (356)

то есть энергия свободной квантовой частицы совпадает с классической кинетической энергией и может меняться непрерывно от нуля до бесконечности.

Общее решение:

$$\psi(x) = A \cdot e^{-i(\omega \cdot t - k \cdot x)}.$$
(357)

Эта функция представляет собой плоскую монохроматическую волну де Бройля.

Вероятность обнаружить частицу в точке х

$$|\Psi(x,t)|^2 = \Psi(x,t) \cdot \Psi^*(x,t) = A^2$$
 (358)

постоянна во всем пространстве, что можно интерпретировать, как движение с постоянной скоростью.

## 2. Туннельный эффект

Туннельный эффект – проникновение частицы через потенциальный барьер, высота которого больше полной энергии частицы. Квантовая частица массой m, двигаясь вдоль оси x (рис. 157), встречает на своем пути потенциальный барьер, высота которого больше ее полной энергии  $U_o > E$ . В области x > 0, куда неспособна проникнуть классическая частица, уравнение Шредингера имеет вид:

$$\frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} = \eta^2 \psi(x), \qquad (359)$$

где при x > 0

$$\eta = \frac{1}{\hbar} \cdot \sqrt{2m \cdot (U_o - E)} > 0. \tag{360}$$

Частным решением этого уравнения (359) является

$$\Psi(x) = A_o \cdot e^{-\eta \cdot x}, \tag{361}$$

где *х* – глубина проникновения частицы.

Вероятность обнаружить частицу за барьером

$$|\psi(x)|^2 = A_o^2 \cdot e^{-2\eta \cdot \mathbf{d}}.$$
 (362)

Таким образом, квантовая частица имеет вероятность проникнуть за барьер, непреодолимый для классической частицы.

Туннельный эффект является специфическим квантовым эффектом. Прохождение частицы сквозь область, в которую, согласно законам классической механики, она не может проникнуть, можно пояснить соотношением неопределенностей. Неопределенность импульса  $\Delta p$  на отрезке  $\Delta x = l$  составляет  $\Delta p > h/l$ . Связанная с этим разбросом в значениях импульса кинетическая энергия ( $\Delta p$ )<sup>2</sup>/(2*m*) может оказаться достаточной для того, чтобы полная энергия частицы оказалась больше потенциальной.

Основы теории туннельных переходов заложены работами Л.И. Мандельштама и М.А. Леонтовича (1903–1981). Туннельное прохождение сквозь потенциальный барьер лежит в основе многих явлений физики твердого тела (например, явления в контактном слое на границе двух полупроводников), атомной и ядерной физики (например,  $\alpha$ -распад, протекание термоядерных реакций).



Рис. 157. Зависимость  $|\psi|^2(x)$  для туннельного эффекта

## 3. Потенциальный ящик

Потенциальный ящик – это область одномерного пространства, ограниченная двумя бесконечными барьерами, за которые не может проникать ни классическая, ни квантовая частица.

а) Классическая частица движется в ящике с постоянной скоростью или покоится. Полная энергия частицы – кинетическая энергия – может принимать любые значения (в том числе и ноль). То есть допускается непрерывное изменение энергии (рис. 158).

б) Поведение квантовой частицы описывается уравнением Шредингера

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \cdot \psi(x) = 0.$$
(363)

Решением этого уравнения (аналогично решению дифференциального уравнения гармонических колебаний) является гармоническая функция

$$\psi(x) = A\sin(2\pi \cdot \frac{x}{\lambda}) + A_1 \cos(2\pi \cdot \frac{x}{\lambda}).$$
(364)

Так как вероятность обнаружить частицу в точках x = 0 и x = a равна нулю, то  $\psi(0) = 0$ ,  $\psi(a) = 0$ .
Для выполнения первого условия  $\psi(0) = A\sin(0) + A_1\cos(0) = 0$  мы должны потребовать  $A_1 = 0$ .



перекрытие волновых функций 0, 1, 2 состояний

частица в ящике

ΗЫ

Рис. 158. Классическая Рис. 159. Энергетические уровни для квантовой частицы в ящике

Puc. 160. Плотность вероятности для квантовой частицы в ящике

Для выполнения второго условия  $\psi(a) = A\sin(2\pi \cdot \frac{a}{\lambda}) = 0$  мы долж-

потребовать 
$$2\pi \cdot \frac{a}{\lambda} = (n+1) \cdot \pi \Longrightarrow$$
  
 $\lambda_n = \frac{2a}{n+1}; n = 0, 1, 2, ... \infty.$  (365)

Таким образом, длина волны де Бройля  $\lambda$  может принимать в потенциальном ящике только ряд дискретных значений.

Превращение непрерывной функции в дискретную называется её квантованием (квант – порция). *п* – квантовое число – определяет состояние частицы, то есть её волновую функцию  $\psi_n(x)$  и энергию (энергетический уровень)  $E_{n}$ .

рис. 159 показаны волновые функции и Ha энергетические уровни для  $n = 0, 1, 2 \Rightarrow \psi_o(x) = A\sin(2\pi \frac{x}{2a}); \psi_1(x) = A\sin(2\pi \frac{x}{a});$ 

$$\psi_2(x) = A\sin(3\pi \cdot \frac{x}{a}). \tag{366}$$

На рис. 160 приведены функции плотности вероятности  $|\Psi(x)|^2$ и энергетические уровни  $E_n$ . В состояниях с n > 0 появляются узлы – точки, в которых частица не может находиться. Поэтому она излучает часть энергии в виде фотона с энергией  $h \cdot v = E_k - E_n$ , k > n и переходит в нижнее состояние, в котором в этой точке отсутствуют узлы. При поглощении энергии, происходит обратный процесс – частица переходит с нижнего уровня на верхний (k < n). Таким образом, перекрытие волновых функций (рис. 160) обеспечивает квантовые переходы частиц из одного состояния в другое.

Так как внутри ящика потенциальная энергия U(x) = 0, то полная энергия частицы – это ее кинетическая энергия  $E = \frac{p^2}{2m}$ . Учитывая, что

$$p = \frac{h}{\lambda}$$
 и  $\lambda_n = \frac{2a}{n+1}$ , получаем  
 $E_n = \frac{h^2 \cdot (n+1)^2}{8m \cdot a^2}, \quad n = 0, 1, 2, ... \infty.$  (367)

Энергия частицы, движущейся в ограниченном пространстве, может меняться только дискретно. Значения этой энергии называются энергетическими уровнями.

Энергия квантовой частицы в соответствии с принципом неопределенностей не может быть равной нулю. Действительно, на нулевом уровне частица имеет энергию  $E_o = \frac{h^2}{8m \cdot a^2}$ , то есть совершает так называемые нулевые колебания. Поэтому, в частности, третий закон термодинамики гласит: «Не достижима температура, равная абсолютному нулю».

# 6. Элементы атомной физики

#### 6.1. Опыт Резерфорда. Ядерная модель атома

Слово «атом» в переводе с греческого означает «неделимый». Под атомом долгое время, вплоть до начала XX в., подразумевали мельчайшие неделимые частицы вещества. К началу XX в. в науке накопилось много фактов, говоривших о сложном строении атомов.

Первая попытка создания модели атома принадлежит Дж. Томсону (1903 г.). Он считал, что атом представляет собой электронейтральную сферу радиусом примерно равным  $10^{-10}$  м. Положительный заряд атома равномерно распределен по всему объему шара, а отрицательно заряженные электроны находятся внутри него (рис. 161).



Рис. 161. Модель атома Д. Томсона

Для объяснения линейчатых спектров испускания атомов Томсон пытался определить расположение электронов в атоме и рассчитать частоты их колебаний около положений равновесия. Однако эти попытки не увенчались успехом. Через несколько лет в опытах великого английского физика Э. Резерфорда было доказано, что модель Томсона неверна.

Первые эксперименты по исследованию внутренней структуры атомов были выполнены Э. Резерфордом и его сотрудниками в 1909–1911 годах. Резерфорд предложил применить зондирование атома с помощью  $\alpha$ -частиц. Эти частицы возникают при радиоактивном распаде радия и некоторых других элементов. Масса  $\alpha$ -частиц приблизительно в 7300 раз больше массы электрона, а положительный заряд равен удвоенному элементарному заряду. В своих опытах Резерфорд использовал  $\alpha$ -частицы с кинетической энергией около 5 МэВ (скорость таких частиц очень велика – порядка  $10^7$  м/с, но она все же значительно меньше скорости света).  $\alpha$ -частицы – это полностью ионизированные атомы гелия. Они были открыты Резерфордом в 1899 году при изучении явления радиоактивности. Этими частицами Резерфорд бомбардировал атомы

тяжелых элементов (золото, серебро, медь и др.). Электроны, входящие в состав атомов, вследствие малой массы не могут заметно изменить траекторию α-частицы. Рассеяние, то есть изменение направления движения α-частиц, может вызвать только тяжелая положительно заряженная часть атома. Схема опыта Резерфорда представлена на рис. 162, где К – свинцовый контейнер с радиоактивным веществом, Э – экран, покрытый сернистым цинком, Ф – золотая фольга, М – микроскоп.



Рис. 162. Схема опыта Резерфорда по рассеянию α-частиц

От радиоактивного источника, заключенного в свинцовый контейнер,  $\alpha$ -частицы направлялись на тонкую металлическую фольгу. Рассеянные частицы попадали на экран, покрытый слоем кристаллов сульфида цинка, способных светиться под ударами быстрых заряженных частиц. Сцинтилляции (вспышки) на экране наблюдались глазом с помощью микроскопа. Наблюдения рассеянных  $\alpha$ -частиц в опыте Резерфорда можно было проводить под различными углами  $\mathcal{G}$  к первоначальному направлению пучка. Было обнаружено, что большинство  $\alpha$ -частиц проходит через тонкий слой металла, практически не испытывая отклонения. Однако небольшая часть частиц отклоняется на значительные углы, превышающие 30°. Очень редкие  $\alpha$ -частицы (приблизительно одна на десять тысяч) испытывали отклонение на углы, близкие к 180°.

Полученные результаты находились в резком противоречии с моделью атома Томсона, согласно которой положительный заряд распределен по всему объему атома. При таком распределении положительный заряд не может создать сильное электрическое поле, способное отбросить  $\alpha$ -частицы назад. Электрическое поле однородного заряженного шара максимально на его поверхности и убывает до нуля по мере приближения к центру шара. Если бы радиус шара, в котором сосредоточен весь положительный заряд атома, уменьшился в n раз, то максимальная сила отталкивания, действующая на  $\alpha$ -частицу по закону Кулона, возросла бы в n<sup>2</sup> раз. Следовательно, при достаточно большом значении *n*  $\alpha$ -частицы могли бы испытать рассеяние на большие углы вплоть до 180°. Эти соображения привели Резерфорда к выводу, что атом почти пустой, и весь его положительный заряд сосредоточен в малом объеме. Эту часть атома Резерфорд назвал атомным ядром. Так возникла ядерная модель атома. Рис. 163 иллюстрирует рассеяние  $\alpha$ -частицы в атоме Томсона (рис. 163, a) и в атоме Резерфорда (рис. 163,  $\delta$ ).



Рис. 163. Рассеяние а-частицы в атоме Томсона и в атоме Резерфорда

Таким образом, опыты Резерфорда и его сотрудников привели к выводу, что в центре атома находится плотное положительно заряженное ядро, диаметр которого не превышает  $10^{-14}-10^{-15}$  м. Это ядро занимает только  $10^{-12}$  часть полного объема атома, но содержит весь положительный заряд и не менее 99,95 % его массы. Веществу, составляющему ядро атома, следовало приписать колоссальную плотность порядка  $\rho \approx 10^{15}$  г/см<sup>3</sup>. Заряд ядра должен быть равен суммарному заряду всех электронов, входящих в состав атома. Впоследствии удалось установить, что если заряд электрона принять за единицу, то заряд ядра в точности равен номеру данного элемента в таблице Менделеева.

Выводы, следовавшие из опытов Резерфорда, заставляли многих ученых сомневаться в их справедливости. Не исключением был и сам Резерфорд, опубликовавший результаты своих исследований только через два года (в 1911 г.) после выполнения первых экспериментов. Опираясь на классические представления о движении микрочастиц, Резерфорд предложил планетарную модель атома. Согласно этой модели, в центре атома располагается положительно заряженное ядро, в котором сосредоточена почти вся масса атома. Атом в целом нейтрален. Вокруг ядра, подобно планетам, вращаются под действием кулоновских сил со стороны ядра электроны (рис. 164). На рис. 164 показаны круговые орбиты четырех электронов. Находиться в состоянии покоя электроны не могут, так как они упали бы на ядро.



Рис. 164. Планетарная модель атома Резерфорда

Планетарная модель атома, явилась серьёзным скачком в развитии знаний о строении атома. Однако она оказалась неспособной объяснить сам факт длительного существования атома, то есть его устойчивость. По законам классической электродинамики, движущийся с ускорением заряд должен излучать электромагнитные волны, уносящие энергию. За короткое время (порядка  $10^{-8}$  с) все электроны в атоме Резерфорда должны растратить всю свою энергию и упасть на ядро. То, что этого не происходит в устойчивых состояниях атома, показывает, что внутренние процессы в атоме не подчиняются классическим законам.

#### 6.2. Квантовые постулаты Бора

Планетарная модель атома, предложенная Резерфордом, – это попытка применения классических представлений о движении тел к явлениям атомных масштабов. Эта попытка оказалась несостоятельной. Классический атом неустойчив. Электроны, движущиеся по орбите с ускорением, должны неизбежно упасть на ядро, растратив всю энергию на излучение электромагнитных волн (рис. 165). Первый шаг на пути разрешения противоречий между теорией и результатами эксперимента в физике атома был сделан датским физиком Нильсом Бором (1885–1962). Свои представления об особых свойствах атомов Бор сформулировал в 1913 году в виде постулатов, которым должна удовлетворять новая теория атомного строения.



Рис. 165. Неустойчивость классического атома

Первый постулат Бора (постулат стационарных состояний): атомная система может находиться только в особых стационарных или квантовых состояниях, каждому из которых соответствует определенная энергия E<sub>n</sub>. В стационарных состояниях атом не излучает.

Этот постулат находится в явном противоречии с классической механикой, согласно которой энергия движущегося электрона может быть любой. Он находится в противоречии и с электродинамикой, так как допускает возможность ускоренного движения электронов без излучения электромагнитных волн. Согласно первому постулату Бора, атом характеризуется системой энергетических уровней, каждый из которых соответствует определенному стационарному состоянию (рис. 166).



Рис. 166. Энергетические уровни атома и условное изображение процессов поглощения и испускания фотонов

Механическая энергия электрона, движущегося по замкнутой траектории вокруг положительно заряженного ядра, отрицательна. Поэтому всем стационарным состояниям соответствуют значения энергии  $E_n < 0$ . При  $E_n \ge 0$  электрон удаляется от ядра (ионизация). Величина  $|E_1|$ называется энергией ионизации. Состояние с энергией  $E_1$  называется основным состоянием атома.

Второй постулат Бора (правило частот): при переходе атома из одного стационарного состояния с энергией  $E_n$  в другое стационарное состояние с энергией  $E_m$  излучается или поглощается квант, энергия которого равна разности энергий стационарных состояний

$$h \cdot v_{nm} = E_n - E_m, \tag{368}$$

где *h* – постоянная Планка.

Отсюда можно выразить частоту излучения

$$v_{nm} = \frac{E_n - E_m}{h}.$$
(369)

Второй постулат Бора также противоречит электродинамике Максвелла, так как частота излучения определяется только изменением энергии атома и никак не зависит от характера движения электрона.

Следует отметить, что теория Бора полностью не отвергла законы классической физики при описании поведения атомных систем. В ней сохранились представления об орбитальном движении электронов в кулоновском поле ядра. Классическая ядерная модель атома Резерфорда была дополнена в теории Бора идеей о квантовании электронных орбит. Поэтому теорию Бора иногда называют полуклассической.

#### 6.3. Атом водорода. Линейчатые спектры

Простейший из атомов, атом водорода. Ко времени создания теории Бора атом водорода был хорошо изучен экспериментально. Он содержит единственный электрон. Ядром атома является протон – положительно заряженная частица, заряд которой равен по модулю заряду электрона, а масса в 1836 раз превышает массу электрона. Ещё в начале XIX века были открыты дискретные спектральные линии в излучении атома водорода в видимой области (так называемый линейчатый спектр). Спектры излучения атомов – важнейшие характеристики их оптических свойств – состоят из отдельных линий или групп близкорасположенных линий. Каждому элементу присущ свой, характерный только для него, спектр излучения, подобный «отпечаткам пальцев», позволяющим определить элемент, которому он принадлежит. Вид линейчатого спектра не зависит от способа возбуждения атома. К сожалению, модель атома Резерфорда не смогла объяснить наблюдаемые на опыте спектры атомов. Оптические спектры атомов не непрерывны, как это следует из теории Резерфорда, а состоят из узких спектральных линий. Это означает, что атомы излучают и поглощают электромагнитные волны лишь определённых частот, характерных для данного химического элемента.

Как уже было отмечено выше, наиболее изученным спектром излучения является спектр излучения атома водорода.

Впоследствии закономерности, которым подчиняются длины волн (или частоты) линейчатого спектра, были хорошо изучены количественно (И. Бальмер, 1885 г.). Совокупность спектральных линий атома водорода в видимой части спектра была названа серией Бальмера. Позже аналогичные серии спектральных линий были обнаружены в ультрафиолетовой и инфракрасной частях спектра (таблица 25).

Таблица 25

-		-	
Область спектра	Название серии	Сериальная формула	
Ультрафиолетовая	Серия Лаймана	$v = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right); [n = 2, 3, 4,]$	
Видимая	Серия Бальмера	$\nu = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right); [n = 3, 4, 5,]$	
Инфракрасная	Серия Пашена	$\nu = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right); [n = 4, 5, 6,]$	
	Серия Брэкета	$\nu = R\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2}\right); [n = 5, 6, 7,]$	
	Серия Пфунда	$\nu = R\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2}\right); \ [n = 6, 7, 8,]$	
	Серия Хэмфри	$v = R\left(\frac{1}{6^2} - \frac{1}{n^2}\right); [n = 7, 8, 9,]$	

Экспериментальный спектр излучения атома водорода

 $R = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$  – постоянная Ридберга.

В 1890 году И. Ридберг получил эмпирическую формулу для частот спектральных линий

$$\nu = R \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right).$$
 (370)

В каждой данной серии m имеет постоянное значение, m = 1, 2, 3, 4, 5, 6 (определяет серию); n принимает целочисленные значения, начиная с числа m + 1 (определяет отдельные линии данной серии).

Обобщённая формула Бальмера-Ридберга для длины волны имеет вид

$$\frac{1}{\lambda} = R' \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \tag{371}$$

где  $R' = R / c = 1, 1 \cdot 10^8 \text{ м}^{-1}; 1 / \lambda$  – волновое число.

Спектральную линию с наибольшей длиной волны из всех линий серии называют головной линией серии. Линия, соответствующая  $n = \infty$ , — коротковолновая граница. К ней примыкает непрерывный спектр.

До Бора механизм возникновения линейчатых спектров и смысл целых чисел, входящих в формулы спектральных линий водорода (и ряда других атомов), оставались непонятными.

Постулаты Бора определили направление развития новой науки – квантовой физики атома. Но они не содержали рецепта определения стационарных состояний (орбит) и соответствующих им значений энергии En.

Правило квантования, приводящее к правильным, согласующимся с опытом значениям энергий стационарных состояний атома водорода, было угадано Бором. Бор предположил, что момент импульса электрона, вращающегося вокруг ядра, может принимать только дискретные значения, кратные постоянной Планка. Для круговых орбит правило квантования Бора записывается в виде

$$m_e \cdot \upsilon \cdot r_n = n \cdot \frac{h}{2\pi}$$
 (n = 1, 2, 3, ...). (372)

Здесь  $m_e$  – масса электрона,  $\upsilon$  – его скорость,  $r_n$  – радиус стационарной круговой орбиты. Правило квантования Бора позволяет вычислить радиусы стационарных орбит электрона в атоме водорода и определить значения энергий. Скорость электрона, вращающегося по круговой орбите некоторого радиуса r в кулоновском поле ядра, как следует из вто-

рого закона Ньютона (
$$\frac{e^2}{4\pi \cdot \varepsilon_o \cdot r^2} = \frac{m_e \cdot v^2}{r}$$
), определяется соотношением

$$\upsilon^2 = \frac{e^2}{4\pi \cdot \varepsilon_o \cdot m_e \cdot r},\tag{373}$$

где e – элементарный заряд,  $\varepsilon_o$  – электрическая постоянная. Скорость электрона  $\upsilon$  и радиус стационарной орбиты  $r_n$  связаны правилом квантования Бора. Отсюда следует, что радиусы стационарных круговых орбит определяются выражением

$$r_n = \frac{\varepsilon_o \cdot h^2}{\pi \cdot m_e \cdot e^2} \cdot n^2 = n^2 \cdot \frac{4\pi \cdot \varepsilon_o \cdot \hbar^2}{m_e \cdot e^2} \qquad (n = 1, 2, 3, ...).$$
(374)

Самой близкой к ядру орбите соответствует значение n = 1. Радиус первой орбиты, который называется **боровским радиусом**, равен

$$r_1 = a_o = \frac{\varepsilon_o \cdot h^2}{\pi \cdot m_e \cdot e^2} = 5,29 \cdot 10^{-11} \,\mathrm{M}.$$

Радиусы последующих орбит возрастают пропорционально  $n^2$  (рис. 167).



Рис. 167. Радиусы орбит в атоме водорода

Полная механическая энергия Е системы из атомного ядра и электрона, обращающегося по стационарной круговой орбите радиусом  $r_n$ , равна

$$E_n = E_k + E_p = \frac{m_e \cdot v^2}{2} - \frac{e^2}{4\pi \cdot \varepsilon_o \cdot r_n}.$$
(375)

Следует отметить, что  $E_p < 0$ , так как между электроном и ядром действуют силы притяжения. Подставляя в эту формулу выражения для  $v^2$  и  $r_n$ , получим

$$E_n = -\frac{m_e \cdot e^4}{8\varepsilon_o^2 \cdot h^2} \cdot \frac{1}{n^2}.$$
(376)

Целое число n = 1, 2, 3, ... называется в квантовой физике атома главным квантовым числом.

Полная энергия электрона в атоме водорода

$$E = -13, 6 / n^2 (\Im B).$$

1 эB = 1,6·10<sup>-19</sup> Дж.

Согласно второму постулату Бора, при переходе электрона с одной стационарной орбиты с энергией  $E_n$  на другую стационарную орбиту с

энергией  $E_m < E_n$  атом испускает квант света, частота  $v_{nm}$  которого равна  $\Delta E_{nm} / h$ :

$$\nu_{nm} = \frac{\Delta E_{nm}}{h} = \frac{m_e \cdot e^4}{8\varepsilon_o^2 \cdot h^3} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right).$$
 (377)

Эта формула в точности совпадает с эмпирической формулой Ридберга для спектральных серий атома водорода, если положить постоянную *R* равной

$$R = \frac{m_e \cdot e^4}{8\varepsilon_o^2 \cdot h^3}.$$
(378)

Подстановка числовых значений  $m_e$ , e,  $\varepsilon_o$  и h в эту формулу дает результат  $R = 3,29 \cdot 10^{15}$  Гц, который очень хорошо согласуется с эмпирическим значением R. Рис. 168 иллюстрирует образование спектральных серий в излучении атома водорода при переходе электрона с высоких стационарных орбит на более низкие.

На рис. 169 изображена диаграмма энергетических уровней атома водорода (СЛ – серия Лаймана; СБ – серия Бальмера; СП – серия Пфунда).



Рис. 168. Стационарные орбиты атома водорода и образование спектральных серий

Стационарная орбита возникает в том случае, когда волна непрерывно повторяет себя после каждого оборота вокруг ядра. Другими словами, стационарная орбита соответствует круговой стоячей волне де Бройля на длине орбиты (рис. 170). Это явление очень похоже на стационарную картину стоячих волн в струне с закрепленными концами.



Рис. 169. Диаграмма энергетических уровней атома водорода

В стационарном квантовом состоянии атома водорода на длине орбиты должно укладываться по идее де Бройля целое число длин волн  $\lambda$ , то есть

$$n \cdot \lambda_n = 2\pi \cdot r_n. \tag{379}$$

Подставляя в (379) длину волны де Бройля  $\lambda = h / p$ , где  $p = m_e \cdot v - импульс электрона, получим:$ 

$$m_e \cdot \upsilon \cdot r_n = n \cdot \frac{h}{2\pi}.$$
(380)

Таким образом, боровское правило квантования связано с волновыми свойствами электронов.



Рис. 170. Иллюстрация идеи де Бройля возникновения стоячих волн на стационарной орбите (при n =1; 2; 3; 4)

Объяснения спектральных закономерностей теории Бора привели к пониманию того, что атомы – это квантовые системы. Энергетические уровни стационарных состояний атомов дискретны. Кроме того в тоже время было получено прямое экспериментальное доказательство существования стационарных состояний атома и квантования энергии. Дискретность энергетических состояний атома была продемонстрирована в 1913 году в опыте Д. Франка и Г. Герца. В этом опыте исследовалось столкновение электронов с атомами ртути. Оказалось, что если энергия электронов меньше 4,9 эВ, то их столкновение с атомами ртути происходит по закону абсолютно упругого удара. Если же энергия электронов равна 4,9 эВ, то столкновение с атомами ртути приобретает характер неупругого удара, то есть в результате столкновения с неподвижными атомами ртути электроны полностью теряют свою кинетическую энергию. Был сделан вывод, что атомы ртути поглощают энергию электрона и переходят из основного состояния в первое возбужденное состояние,  $E_2 - E_1 = 4,9$  3B.

Согласно теории Бора, при обратном самопроизвольном переходе атома ртуть должна испускать кванты с частотой  $v = \frac{E_2 - E_1}{h} = 1,2 \cdot 10^{15}$  Гц.

Спектральная линия с такой частотой действительно была обнаружена в ультрафиолетовой части спектра в излучении атомов ртути.

Представление о дискретных состояниях противоречит классической физике. Поэтому возник вопрос, не опровергает ли квантовая теория законы классической физики. Квантовая физика не отменила фундаментальных классических законов сохранения энергии, импульса, электрического разряда и т. д. Согласно сформулированному Н. Бором принципу соответствия, квантовая физика включает в себя законы классической физики, и при определенных условиях можно обнаружить плавный переход от квантовых представлений к классическим. Это можно видеть на примере энергетического спектра атома водорода (рис. 169). При больших квантовых числах n >> 1 дискретные уровни постепенно сближаются, и возникает плавный переход в область непрерывного спектра, характерного для классической физики.

Полуклассическая теория Бора явилась важным этапом в развитии квантовых представлений, введение которых в физику требовало кардинальной перестройки механики и электродинамики. Такая перестройка была осуществлена в 20-е – 30-е годы XX века.

Таблица 26

Достоинства	Недостатки		
<ul> <li>Показала наличие у атомов дискретных линейчатых спектров</li> <li>Предсказала правильные значения частот спектральных линий атома водорода</li> <li>Получила верное значение постоянной Ридберга</li> <li>Показала наличие стационарных состояний</li> </ul>	<ul> <li>Обладает внутренними противоречиями (с одной стороны, применяет законы классической физики, с другой – основывается на квантовых постулатах)</li> <li>Не смогла объяснить интенсивность линий</li> <li>Не смогла ответить на вопрос, почему совершаются те или иные переходы</li> <li>Оказалась несостоятельной в отношении многоэлектронных атомов</li> </ul>		

Достоинства и недостатки теории Бора

Представление об определенных орбитах, по которым движутся электроны в атоме, весьма условно. Движение электрона в атоме очень мало похоже на движение планет. Физический смысл имеет только вероятность обнаружить электрон в том или ином месте, описываемая квадратом модуля волновой функции  $|\Psi|^2$ . Волновая функция  $\Psi$  является решением основного уравнения квантовой механики – уравнения Шредингера. Таким образом, при бесспорных достоинствах теория Бора имела и существенные недостатки (таблица 26).

#### 6.4. Атом водорода в квантовой механике

Решение задачи об энергетических уровнях электрона для атома водорода (а также водородоподобных систем: иона гелия He+, двукратно ионизованного лития Li++ и др.) сводится к задаче о движении электрона в кулоновском поле ядра.

Потенциальная энергия взаимодействия электрона с ядром, обладающим зарядом  $Z \cdot e$  (для атома водорода Z = 1),

$$U(r) = -\frac{Z \cdot e^2}{4\pi \cdot \varepsilon_o \cdot r},$$
(381)

где *r* – расстояние между электроном и ядром. Графически функция *U*(*r*) изображена жирной кривой (рис. 171).

Состояние электрона в атоме водорода описывается волновой функцией  $\psi$ , удовлетворяющей стационарному уравнению Шредингера

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar} \cdot \left( E + \frac{Z \cdot e^2}{4\pi \cdot \varepsilon_o \cdot r} \right) \cdot \psi = 0, \qquad (382)$$

где m – масса электрона, E – полная энергия электрона в атоме. Это уравнение типа имеет решение, удовлетворяющие требованиям однозначности, конечности и непрерывности волновой функции  $\psi$ , только при собственных значениях энергии (полученное ранее уравнение (376))

$$E_{n} = -\frac{m_{e} \cdot e^{4}}{8\varepsilon_{o}^{2} \cdot h^{2}} \cdot \frac{1}{n^{2}} \quad (n = 1, 2, 3, ...),$$
(383)

то есть для дискретного набора отрицательных значений энергии.



Рис. 171. Зависимость E, U(r) для атома водорода

Состояния электрона в атоме описывается волновыми функциями  $\psi_{n\,l\,m}$ , зависящими от трех квантовых чисел *n*, *l*, *m*:

•главное квантовое число n = 1, 2, 3, 4... определяет слой, в котором находится электрон. Слои обозначаются буквами K, L, M, N,... соответственно;

•орбитальное квантовое число l = 0, 1, 2, 3, ...(n-1) характеризует форму орбиталей слоя и определяет момент импульса электрона  $L = \hbar \cdot \sqrt{l \cdot (l+1)}$ . Орбитали обозначаются буквами *s*, *p*, *d*, *f*,... соответственно. Например, *s* – орбитали имеют сферическую симметрию, *p* – имеют форму эллипсоида;

•магнитное квантовое число  $m = 0, \pm 1, \pm 2, ..., \pm l$  определяет наклон орбитали к заданной оси Z (проекция момента импульса электрона на направление Z внешнего магнитного поля  $L = \hbar \cdot m$  $(m = 0, \pm 1, \pm 2, ..., \pm l)).$ 

Так, например состояния, в которых орбитальное квантовое число l = 0, описываются сферически симметричными распределениями вероятности. Они называются s-состояниями (1s, 2s, ..., ns, ...). При значениях l > 0 сферическая симметрия электронного облака нарушается. Состояния с l = 1 называются *p*-состояниями, с l = 2 - D-состояниями и т. д.



*Рис. 172. Распределение вероятности обнаружения электрона* в атоме водорода в состояниях 1s и 2s.

На рис. 172 изображены кривые распределения вероятности  $\rho(r) = 4\pi r^2 |\Psi|^2$  обнаружения электрона в атоме водорода на различных расстояниях от ядра в состояниях 1s и 2s ( $r_1 = 5,29 \cdot 10^{-11}$  м – радиус первой боровской орбиты). Как видно из рис. 172, электрон в состоянии 1s (основное состояние атома водорода) может быть обнаружен на различ-

ных расстояниях от ядра. С наибольшей вероятностью его можно обнаружить на расстоянии, равном радиусу  $r_1$  первой боровской орбиты. Вероятность обнаружения электрона в состоянии 2*s* максимальна на расстоянии  $r = 4r_1$  от ядра. В обоих случаях атом водорода можно представить в виде сферически симметричного электронного облака, в центре которого находится ядро.



Рис. 173. Частичное перекрытие волновых функций

Частичное перекрытие волновых функций разных состояний определяет возможность и быстроту перехода электрона из одного состояния в другое, то есть с одного энергетического уровня на другой (рис. 173).

#### 6.5. Спин электрона. Спиновое квантовое число

О. Штерн и В. Герлах, проводя прямые измерения магнитных моментов, обнаружили в 1922 г., что узкий пучок атомов водорода, заведомо находящихся в *s*-состоянии, в неоднородном магнитном поле расщепляется на два пучка. В этом состоянии момент импульса электрона равен нулю. Магнитный момент атома, связанный с орбитальным движением электрона, пропорционален механическому моменту, поэтому он равен нулю и магнитное поле не должно оказывать влияния на движение атомов водорода в основном состоянии, то есть расщепления быть не должно. Однако в дальнейшем при применении спектральных приборов с большой разрешающей способностью было доказано, что спектральные линии атома водорода обнаруживают тонкую структуру (являются дублетами) даже в отсутствие магнитного поля.

Для объяснения тонкой структуры спектральных линий, а также ряда других трудностей в атомной физике американские физики Д. Уленбек и С. Гаудсмит предположили, что электрон обладает соб-

# ственным неуничтожимым механическим моментом импульса, не связанным с движением электрона в пространстве, спином.

Спин электрона (и всех других микрочастиц) – квантовая величина, у неё нет классического аналога; это внутреннее неотъемлемое свойство электрона, подобное его заряду и массе.

Если электрону приписывается собственный механический момент импульса (спин) Ls, то ему соответствует собственный магнитный момент pms. Согласно общим выводам квантовой механики, спин квантуется по закону

$$L_s = \hbar \cdot \sqrt{s(s+1)},\tag{384}$$

где *s* – спиновое квантовое число.

По аналогии с орбитальным моментом импульса, проекция  $L_{sz}$  спина квантуется так, что вектор  $L_s$  может принимать 2s+1 ориентации. Так как в опытах Штерна и Герлаха наблюдались только две ориентации, то 2s+1=2, откуда s= 1/2. Проекция спина на направление внешнего магнитного поля, являясь квантованной величиной, определяется выражением

$$L_{sz} = \hbar \cdot m_s, \tag{385}$$

где  $m_s$  – магнитное спиновое квантовое число. Оно может иметь только два значения:  $m_s = \pm 1/2$ .

Таким образом, опытные данные привели к необходимости характеризовать электроны (и микрочастицы вообще) добавочной внутренней степенью свободы. Поэтому для полного описания состояния электрона в атоме необходимо наряду с главным, орбитальным и магнитным квантовыми числами задавать еще магнитное спиновое квантовое число.

### 6.6. Принцип неразличимости тождественных частиц. Фермионы и бозоны

Если перейти от рассмотрения движения одной микрочастицы (одного электрона) к многоэлектронным системам, то проявляются особые свойства, не имеющие аналога в классической физике. Пусть квантовомеханическая система состоит из одинаковых частиц, например электронов. Все электроны имеют одинаковые физические свойства – массу, электрический заряд, спин и другие внутренние характеристики (например, квантовые числа). Такие частицы называют **тождественными**.

Необычные свойства системы одинаковых тождественных частиц проявляются в фундаментальном принципе квантовой механики – принципе неразличимости тождественных частиц, согласно которо-

# му невозможно экспериментально различить тождественные частицы.

В классической механике даже одинаковые частицы можно различить по положению в пространстве и импульсам. Если частицы в какойто момент времени пронумеровать, то в следующие моменты времени можно проследить за траекторией любой из них. Классические частицы, таким образом, обладают индивидуальностью, поэтому классическая механика систем из одинаковых частиц принципиально не отличается от классической механики систем из различных частиц.

В квантовой механике положение иное. Из соотношения неопределенностей вытекает, что для микрочастиц вообще неприменимо понятие траектории; состояние микрочастицы описывается волновой функцией, позволяющей вычислять лишь вероятность  $(|\psi|^2)$  нахождения микрочастицы в окрестностях той или иной точки пространства. Если же волновые функции двух тождественных частиц в пространстве перекрываются, то разговор о том, какая частица находится в данной области, вообще лишен смысла: можно лишь говорить о вероятности нахождения в данной области одной из тождественных частиц. Таким образом, в квантовой механике тождественные частицы полностью теряют свою индивидуальность и становятся неразличимыми. Принцип неразличимости тождественных частиц не является просто следствием вероятностной интерпретации волновой функции, а вводится в квантовую механику как новый принцип, который является фундаментальным.

Принимая во внимание физический смысл величины  $|\psi|^2$ , принцип неразличимости тождественных частиц можно записать в виде

$$|\psi(x_1, x_2)|^2 = |\psi(x_2, x_1)|^2,$$
 (386)

где  $x_1$  и  $x_2$  – соответственно совокупность пространственных и спиновых координат первой и второй частиц. Из выражения (386) следует, что возможны два случая:

$$\psi(x_1, x_2) = \pm \psi(x_2, x_1), \tag{387}$$

то есть принцип неразличимости тождественных частиц ведет к определенному свойству симметрии волновой функции. Если при перемене частиц местами волновая функция не меняет знака, то она называется симметричной, если меняет – антисимметричной. Изменение знака волновой функции не означает изменения состояния, так как физический смысл имеет лишь квадрат модуля волновой функции. В квантовой механике доказывается, что характер симметрии волновой функции не меняется со временем. Это же является доказательством того, что свойство симметрии или антисимметрии – признак данного типа микрочастиц.

Установлено, что симметрия или антисимметрия волновых функций определяется спином частиц. В зависимости от характера симметрии все элементарные частицы и построенные из них системы (атомы, молекулы) делятся на два класса. Частицы с полуцелым спином (например, электроны, протоны, нейтроны) описываются антисимметричными волновыми функциями и подчиняются статистике Ферми-Дирака; эти частицы называются фермионами. Частицы с нулевым или целочисленным спином (например,  $\pi$ -мезоны, фотоны) описываются симметричными волновыми функциями и подчиняются статистике Бозе-Эйнштейна; эти частицы называются бозонами. Сложные частицы (например, атомные ядра), составленные из нечетного числа фермионов, являются фермионами (суммарный спин – полуцелый), а из четного – бозонами (суммарный спин целый).

Зависимость характера симметрии волновых функций системы тождественных частиц от спина частиц теоретически обоснована швейцарским физиком В. Паули (1900–1958), что явилось ещё одним доказательством того, что спин является фундаментальной характеристикой микрочастиц.

#### 6.7. Периодический закон Менделеева

Химические свойства атомов определяются степенью заполнения электронами внешнего слоя (оболочки). Например, типичные металлы (литий, натрий, ...) имеют во внешнем слое один электрон, который легко отдают, стремясь иметь минимальную энергию и полностью заполненный внешний слой. Типичным окислителям (фтор, хлор, ...), наоборот, не хватает одного электрона до заполнения внешнего слоя, поэтому они отбирают электрон в соединениях с другими элементами. Благородные газы (гелий, неон, ...) имеют полностью заполненный внешний слой, поэтому они инертны в химических реакциях.

Заполнение электронных состояний атома подчиняется двум принципам – принципу Паули и принципу минимума энергии.

#### 1. Принцип Паули

В каждом состоянии с определенными квантовыми числами n,l,m,s может находиться только один электрон.

### 2. Принцип минимума энергии

Электрон занимает свободное состояние с наименьшей энергией.

Принцип Паули, лежащий в основе системы заполнения электронных состояний в атомах, позволяет объяснить Периодическую систему элементов Д.И. Менделеева (1869) – фундаментального закона природы, являющегося основой современной химии, атомной и ядерной физики.

**Периодический закон Менделеева** (Таблица Менделеева) объясняется заполнением электронных состояний атома электронами (таблица 27).

Таблица 27

Слой (n)	Орбиталь	Обозна-	Магнит-	Количество	Названия
	(1)	чение	ное квант.	электронов в	элементов
			число т	слое	
К— слой n = 1	0	1s	0	2	H, He
L – слой n = 2	0 1	2s 2p	0 -1,0,1	2 6	Li, Be, B, C, N, O, F, Ne
М – слой n = 3	0 1 2	3s 3p 3d	0 -1,0,1 -2,-1,0,1,2	2 6 10	Na, Mg, Al, Si, P, S, Cl, Ar

Заполнение электронных состояний атома электронами

После Ar (аргона) возникают аномалии в заполнении слоев. Некоторые уровни верхнего слоя имеют энергии ниже уровней нижнего слоя, поэтому заполняются электронами в первую очередь. Это обеспечивает многовалентность атомов в различных химических реакциях.

## 6.8. Рентгеновское излучение. Закон Мозли

**Рентгеновское излучение** – электромагнитные волны, энергия фотонов которых лежит на энергетической шкале между ультрафиолетовым излучением и гамма-излучением.

Энергетические диапазоны рентгеновского излучения и гаммаизлучения перекрываются в широкой области энергий. Оба типа излучения являются электромагнитным излучением и при одинаковой энергии фотонов – эквивалентны. Терминологическое различие лежит в способе возникновения – рентгеновские лучи испускаются при участии электронов (либо в атомах, либо свободных) в то время как гаммаизлучение испускается в процессах девозбуждения атомных ядер. Фотоны рентгеновского излучения имеют энергию от 100 эВ до 250 кэВ, что соответствует излучению с частотой от  $3 \cdot 10^{16}$  Гц до  $6 \cdot 10^{19}$  Гц и длиной волны 0,005–10 нм (общепризнанного определения нижней границы диапазона рентгеновских лучей в шкале длин волн не существует). Мягкий рентген характеризуется наименьшей энергией фотона и частотой излучения (и наибольшей длиной волны), а жёсткий рентген обладает наибольшей энергией фотона и частотой излучения (и наименьшей длиной волны). Жёсткий рентген используется преимущественно в промышленных целях.

Рентгеновские лучи возникают при сильном ускорении заряженных частиц (тормозное излучение), либо при высокоэнергетических переходах в электронных оболочках атомов или молекул. Оба эффекта используются в рентгеновских трубках. Основными конструктивными элементами таких трубок являются металлические катод и анод. В рентгеновских трубках электроны, испущенные катодом, ускоряются под действием разности электрических потенциалов между анодом и катодом (при этом рентгеновские лучи не испускаются, так как ускорение слишком мало) и ударяются об анод, где происходит их резкое торможение. При этом за счёт тормозного излучения происходит генерация излучения рентгеновского диапазона. Ниже (рис. 174) приведено схематическое изображение рентгеновской трубки, где: X – рентгеновские лучи, K – катод, A – анод, C – теплоотвод, U<sub>h</sub> – напряжение накала катода, U<sub>a</sub> – ускоряющее напряжение, W<sub>in</sub> – впуск водяного охлаждения, W<sub>out</sub> – выпуск водяного охлаждения.



Рис. 174. Схематическое изображение рентгеновской трубки

Рентгеновское излучение имеет характерный для материала анода спектр энергий (характеристическое излучение).

При обычном способе получения рентгеновского излучения получают широкий диапазон длин волн, который называют рентгеновским спектром. В спектре присутствуют ярко выраженные компоненты, как это показано на рис. 175 (линии К / іа и К / ів возникают вследствие взаимодействий ускоренных электронов с электронами внутренней К-оболочки). Широкий «континуум» называют непрерывным спектром. Налагающиеся на него острые пики называются **характеристическими рентгеновскими линиями испускания**. Хотя весь спектр есть результат столкновений электронов с веществом, механизмы возникновения его широкой части и линий разные. Вещество состоит из большого числа атомов, каждый из которых имеет ядро, окруженное электронными оболочками, причем каждый электрон в оболочке атома данного элемента занимает некоторый дискретный уровень энергии. Эти оболочки (энергетические уровни), обозначают К, L, M и т. д., начиная от ближайшей к ядру оболочки. Когда налетающий электрон, обладающий достаточно большой энергией, соударяется с одним из связанных с атомом электронов, он выбивает этот электрон с его оболочки. Опустевшее место занимает другой электрон с оболочки, которой соответствует большая энергия. Этот последний отдаёт избыток энергии, испуская рентгеновский фотон. Поскольку электроны оболочек имеют дискретные значения энергии, возникающие рентгеновские фотоны тоже обладают дискретным спектром. Этому соответствуют острые пики для определенных длин волн, конкретные значения которых зависят от элемента-мишени.

Характеристические линии образуют К-, L- и М-серии, в зависимости от того, с какой оболочки (К, L или М) был удален электрон. Соотношение между длиной волны рентгеновского излучения и атомным номером называется законом Мозли (рис. 176). Длина волны характеристического рентгеновского излучения, испускаемого химическими элементами, зависит от атомного номера элемента. Кривая соответствует закону Мозли: чем больше атомный номер элемента, тем меньше длина волны характеристической линии.



Рис. 175. Рентгеновский спектр

Закон Мозли можно записать и через частоту (подобен в записи обобщённой формуле Бальмера-Ридберга)

$$\nu = R \cdot (Z - \sigma)^2 \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right),\tag{388}$$

или

$$\sqrt{\nu} = a \cdot (Z - \sigma), \tag{389}$$

то есть  $\sqrt{\nu}$  – линейная функция атомного номера Z.

В (388), (389): Z – порядковый номер элемента; R – постоянная Ридберга;  $\sigma$  – постоянная экранирования, одинаковая в пределах каждой серии для всех элементов (для *K*-серии  $\sigma = 1$ , для *L*-серии  $\sigma = 7,5$  и так далее); m = 1, 2, 3, ...(определяет рентгеновскую серию), n = m+1, m+2, ... (определяет линию соответствующей серии); a – постоянная, имеющая определённое значение для каждой линии.

Физический смысл постоянной экранирования состоит в том, что на электрон, совершающий переход, действует не весь заряд ядра  $Z \cdot e$ , а заряд  $(Z - \sigma) \cdot e$ , ослабленный экранирующим действием других электронов.

Следует отметить, что в процессе ускорения-торможения лишь около 1 % кинетической энергии электрона идёт на рентгеновское излучение, 99 % энергии превращается в тепло.



Рис. 176. Длина волны характеристического рентгеновского излучения

На Земле электромагнитное излучение в рентгеновском диапазоне образуется в результате ионизации атомов излучением, которое возникает при радиоактивном распаде, а также космическим излучением. Радиоактивный распад также приводит к непосредственному излучению рентгеновских квантов, если вызывает перестройку электронной оболочки распадающегося атома (например, при электронном захвате).

При помощи рентгеновских лучей можно «просветить» человеческое тело, в результате чего можно получить изображение костей, а в современных приборах и внутренних органов. Выявление дефектов в изделиях (рельсах, сварочных швах и т. д.) с помощью рентгеновского излучения называется рентгеновской дефектоскопией. В материаловедении, кристаллографии, химии и биохимии рентгеновские лучи используются для выяснения структуры веществ на атомном уровне при помощи дифракционного рассеяния рентгеновского излучения (рентгеноструктурный анализ). Известным примером является определение структуры ДНК.

#### 6.9. Лазеры

Лазеры или оптические квантовые генераторы – это современные когерентные источники излучения, обладающие целым рядом уникальных свойств (рис. 177).



Рис. 177. Оптический квантовый генератор

Создание лазеров – одно из самых существенных достижений физики XX века, которое привело к революционным изменениям во многих областях науки и техники. К настоящему времени создано большое количество лазеров с различными характеристиками – газовых, твердотельных, полупроводниковых, излучающих свет в различных оптических диапазонах. Лазеры могут работать в импульсном и непрерывном режимах. Мощность излучения лазеров может изменяться в пределах от долей милливатта до  $10^{12}$ – $10^{13}$  Вт (в импульсном режиме). Лазеры нашли применение в самых различных областях – от коррекции зрения до управления транспортными средствами, от космических полётов до термоядерного синтеза. Лазеры широко используются в военной технике (дальномеры, целеуказатели, прицелы и так далее). Важнейшим свойством лазерного излучения является чрезвычайно высокая степень его монохроматичности, недостижимая в излучении нелазерных источников. Это и все другие уникальные свойства лазерного излучения возникают в результате согласованного, кооперативного испускания световых квантов многими атомами рабочего вещества.

Для понимания принципа работы лазера, нужно изучить процессы поглощения и излучения атомами квантов света. Атом может находиться в различных энергетических состояниях с энергиями  $E_1$ ,  $E_2$  и так далее. Эти состояния в Боровской теории называются стабильными. На самом деле стабильным состоянием, в котором атом может находиться бесконечно долго в отсутствие внешних возмущений, является только состояние с наименьшей энергией. Это состояние называют основным. Все другие состояния нестабильны. Возбужденный атом может пребывать в этих состояния нестабильны. Возбужденный атом может пребывать в этих состояниях лишь очень короткое время, порядка  $10^{-8}$  с, после этого он самопроизвольно переходит в одно из низших состояний, испуская квант света, частоту которого можно определить из второго постулата Бора. Излучение, испускаемое при самопроизвольном переходе атома из одного состояния в другое, называют **спонтанным**. На некоторых энергетических уровнях атом может пребывать значительно большее время, порядка  $10^{-3}$  с. Такие уровни называются **метастабильными**.

Переход атома в более высокое энергетическое состояние может происходить при резонансном поглощении фотона, энергия которого равна разности энергий атома в конечном и начальном состояниях.

Переходы между энергетическими уровнями атома не обязательно связаны с поглощением или испусканием фотонов. Атом может приобрести или отдать часть своей энергии и перейти в другое квантовое состояние в результате взаимодействия с другими атомами или столкновений с электронами. Такие переходы называются **безизлучательными**.

В 1916 году А. Эйнштейн предсказал, что переход электрона в атоме с верхнего энергетического уровня на нижний может происходить под влиянием внешнего электромагнитного поля, частота которого равна собственной частоте перехода. Возникающее при этом излучение называют вынужденным или индуцированным.

Вынужденное излучение резко отличается от спонтанного излучения. В результате взаимодействия возбужденного атома с фотоном атом испускает ещё один фотон той же самой частоты, распространяющийся

в том же направлении. Это означает, что атом излучает электромагнитную волну, у которой частота, фаза, поляризация и направление распространения точно такие же, как и у первоначальной волны. В результате вынужденного испускания фотонов амплитуда волны, распространяющейся в среде, возрастает. С точки зрения квантовой теории, в результате взаимодействия возбужденного атома с фотоном, частота которого равна частоте перехода, появляются два совершенно одинаковых фотона-близнеца.

Именно индуцированное излучение является физической основой работы лазеров.

На рис. 178 схематически представлены возможные механизмы переходов между двумя энергетическими состояниями атома с поглощением или испусканием кванта.



Рис. 178. Условное изображение процессов

Рассмотрим слой прозрачного вещества, атомы которого могут находиться в состояниях с энергиями  $E_1$  и  $E_2 > E_1$ . Пусть в этом слое распространяется излучение резонансной частоты перехода  $v = \Delta E / h$ . Согласно распределению Больцмана, при термодинамическом равновесии большее количество атомов вещества будет находиться в нижнем энергетическом состоянии. Некоторая часть атомов будет находиться и в верхнем энергетическом состоянии, получая необходимую энергию при столкновениях с другими атомами. Обозначим населенности нижнего и верхнего уровней соответственно через  $n_1$  и  $n_2 < n_1$ . При распространении резонансного излучения в такой среде будут происходить все три процесса, изображенные на рис. 178. Эйнштейн показал, что процесс поглощения фотона невозбужденным атомом и процесс индуцированного испускания кванта возбужденным атомом имеют одинаковые вероятности. Так как  $n_2 < n_1$  поглощение фотонов будет происходить чаще, чем индуцированное испускание. В результате прошедшее через слой вещества излучение будет ослабляться. Это явление напоминает появление темных фраунгоферовских линий в спектре солнечного излучения. Излучение, возникающее в результате спонтанных переходов, некогерентно и распространяется во всевозможных направлениях и не даёт вклада в проходящую волну.

Чтобы проходящая через слой вещества волна усиливалась, нужно искусственно создать условия, при которых  $n_2 > n_1$ , то есть создать инверсную населенность уровней. Такая среда является термодинамически неравновесной. Идея использования неравновесных сред для получения оптического усиления впервые была высказана В.А. Фабрикантом в 1940 году. В 1954 году русские физики Н.Г. Басов и А.М. Прохоров и независимо от них американский ученый Ч. Таунс использовали явление индуцированного испускания для создания микроволнового генератора радиоволи с длиной волны  $\lambda = 1,27$  см. За разработку нового принципа усиления и генерации радиоволи в 1964 году все трое были удостоены Нобелевской премии.

Среда, в которой создана инверсная населенность уровней, называется активной. Она может служить резонансным усилителем светового сигнала. Для того чтобы возникала генерация света, необходимо использовать обратную связь. Для этого активную среду нужно расположить между двумя высококачественными зеркалами, отражающими свет строго назад, чтобы он многократно прошел через активную среду, вызывая лавинообразный процесс индуцированной эмиссии когерентных фотонов. При этом в среде должна поддерживаться инверсная населенность уровней. Этот процесс принято называть накачкой.

Начало лавинообразному процессу в такой системе при определенных условиях может положить случайный спонтанный акт, при котором возникает излучение, направленное вдоль оси системы. Через некоторое время в такой системе возникает стационарный режим генерации. Это и есть лазер. Лазерное излучение выводится наружу через одно (или оба) из зеркал, обладающее частичной прозрачностью. На рис. 179 схематически представлено развитие лавинообразного процесса в лазере.

Существуют различные способы получения среды с инверсной населенностью уровней. В рубиновом лазере используется оптическая накачка. Атомы возбуждаются за счет поглощения света. Но для этого недостаточно только двух уровней. Каким бы мощным не был свет лампынакачки, число возбужденных атомов не будет больше числа невозбужденных. В рубиновом лазере накачка производится через третий выше расположенный уровень (рис. 180).



Рис. 179. Развитие лавинообразного процесса генерации в лазере

На рис. 180 указаны «времена жизни» уровней  $E_2$  и  $E_3$ . Уровень  $E_2$  – метастабильный. Переход между уровнями  $E_3$  и  $E_2$  безызлучательный. Лазерный переход осуществляется между уровнями  $E_2$  и  $E_1$ . В кристалле рубина уровни  $E_1$ ,  $E_2$  и  $E_3$  принадлежат примесным атомам хрома.



Рис. 180. Схема оптической накачки в рубиновом лазере

После вспышки мощной лампы, расположенной рядом с рубиновым стержнем, многие атомы хрома, входящего в виде примеси в кристалл рубина (около 0,05 %), переходят в состояние с энергией  $E_3$ , а через промежуток  $\tau \approx 10^{-8}$  с они переходят в состояние с энергией  $E_2$ . Перенаселенность возбужденного уровня  $E_2$  по сравнению с невозбужденным уровнем  $E_1$  возникает из-за относительно большого времени жизни уровня  $E_2$ .

Лазер на рубине работает в импульсном режиме на длине волны 694 мм (темно-вишневый свет), мощность излучения может достигать в импульсе 10<sup>6</sup>–10<sup>9</sup> Вт. Исторически это был первый действующий лазер (американский физик Т. Майман, 1960 г.).

Одним из самых распространенных лазеров является газовый лазер на смеси гелия и неона. Общее давление в смеси составляет порядка  $10^2$  Па при соотношении компонент Не и Ne примерно 10 : 1. Активным газом, на котором возникает генерация на длине волны 632,8 нм (яркокрасный свет) в непрерывном режиме, является неон. Гелий участвует в механизме создания инверсной населенности одного из верхних уровней неона. Излучение Не-Ne лазера обладает очень высокой монохроматичностью. Спектральная ширина линии генерации Не-Ne лазера составляет примерно  $\Delta v \approx 5 \cdot 10^{-4}$  Гц. Это фантастически малая величина. излучения когерентности оказывается такого Время порядка  $\tau \approx 1 / \Delta v \approx 2 \cdot 10^3$  с, а длина когерентности с<sub>т</sub>  $\approx 6 \cdot 10^{11}$  м, то есть больше диаметра земной орбиты!

На практике многие технические причины мешают реализовать столь узкую спектральную линию He-Ne лазера. Путем тщательной стабилизации всех параметров лазерной установки удается достичь относительной ширины  $\Delta v / v$  порядка  $10^{-14} - 10^{-15}$ , что примерно на 3–4 порядка хуже теоретического предела. Но и реально достигнутая монохроматичность излучения He–Ne лазера делает этот прибор совершенно незаменимым при решении многих научных и технических задач. Первый гелий-неоновый лазер был создан в 1961 году. На рис. 181 представлена упрощенная схема уровней гелия и неона и механизм создания инверсной населенности лазерного перехода (прямыми стрелками изображены спонтанные переходы в атомах неона).



Рис. 181. Механизм накачки Не-Ne лазера

Накачка лазерного перехода  $E_4 \rightarrow E_3$  в неоне осуществляется следующим образом. В высоковольтном электрическом разряде вследствие соударений с электронами значительная часть атомов гелия переходит в верхнее метастабильное состояния  $E_2$ . Возбужденные атомы гелия неупруго сталкиваются с атомами неона, находящимися в основном состояние, и передают им свою энергию. Уровень  $E_4$  неона расположен на 0,05 эВ выше метастабильного уровня  $E_2$  гелия. Недостаток энергии компенсируется за счет кинетической энергии соударяющихся атомов. На уровне  $E_4$  неона возникает инверсная населенность по отношению к уровню  $E_3$ , который сильно обедняется за счет спонтанных переходов на ниже расположенные уровни. При достаточно высоком уровне накачки в смеси гелия и неона начинается лавинообразный процесс размножения идентичных когерентных фотонов. Если кювета со смесью газов помещена между высокоотражающими зеркалами, то возникает лазерная генерация.

# 7. Элементы квантовой статистики

#### 7.1. Фазовое пространство. Функция распределения

Квантовая статистика – раздел статистической физики, исследующий системы, которые состоят из огромного числа частиц, подчиняющихся законам квантовой механики.

Пусть система состоит из N частиц. Введем в рассмотрение многомерное пространство всех координат и импульсов частиц системы. Тогда состояние системы определяется заданием 6N переменных, так как состояние каждой частицы определяется тройкой координат x, y, z и тройкой соответствующих проекций импульса  $p_x$ ,  $p_y$ ,  $p_z$ . Соответственно число «взаимно перпендикулярных» координатных осей данного пространства равно 6*N*. Это 6*N*-мерное пространство называется фазовым пространством. Каждому микросостоянию системы отвечает точка в 6*N*-мерном фазовом пространстве, так как задание точки фазового пространства означает задание координат и импульсов всех частиц системы. Разобьем фазовое пространство на малые 6*N*-мерные элементарные ячейки объемом  $dqdp = dq_1 dq_2 \dots dq_3 N dp_1 dp_2 \dots dp_3 N$ , где q – совокупность координат всех частиц, *p* – совокупность проекций их импульсов. Корпускулярно-волновой дуализм свойств вещества и соотношение неопределенностей Гейзенберга приводят к выводу, что объем элементарной ячейки (он называется фазовым объемом) не может быть меньше чем  $h^3$ (*h* – постоянная Планка).

Вероятность dW данного состояния системы можно представить с помощью функции распределения f(q, p):

$$dW = f(q, p)dqdp. (390)$$

Здесь dW – вероятность того, что точка фазового пространства попадет в элемент фазового объема *dqdp*, расположенного вблизи данной точки *q*, *p*. Иными словами, *dW* представляет собой вероятность того, что система находится в состоянии, в котором её координаты и импульсы, заключены в интервале *q*, *q*+*dq* и *p*, *p*+*dp*.

Согласно формуле (390), функция распределения есть не что иное, как плотность вероятности определенного состояния системы. Поэтому она должна быть нормирована на единицу

$$\int f(q, p) dq dp = 1,$$

где интегрирование производится по всему фазовому пространству.

Зная функцию распределения f(q, p), можно решить основную задачу квантовой статистики – определить средние значения величин, характеризующих рассматриваемую систему. Среднее значение любой функции

$$\langle L(q, p) \rangle = \int L(q, p) f(q, p) dq dp.$$
 (391)

Если иметь дело не с координатами и импульсами, а с энергией, которая квантуется, то состояние системы характеризуется не непрерывной, а дискретной функцией распределения.

Явное выражение функции распределения в самом общем виде получил американский физик Д. Гиббс. Оно называется каноническим распределением Гиббса. В квантовой статистике каноническое распределение Гиббса имеет вид

$$f(E_n) = A \cdot e^{-E_n/(k \cdot T)}, \qquad (392)$$

где A – постоянная, определяемая из условия нормировки к единице, n – совокупность всех квантовых чисел, характеризующих данное состояние. Важно понимать, что  $f(E_n)$  есть именно вероятность данного состояния, а не вероятность того, что система имеет определенное значение энергии  $E_n$ , так как данной энергии может соответствовать не одно, а несколько различных состояний (может иметь место вырождение).

## 7.2. Понятие о квантовой статистике Бозе-Эйнштейна и Ферми-Дирака

Одним из важнейших «объектов» изучения квантовой статистики, как и классической, является идеальный газ. Это связано с тем, что во многих случаях реальную систему можно в хорошем приближении считать идеальным газом. Состояние системы невзаимодействующих частиц задается с помощью так называемых чисел заполнения  $N_i$  – чисел, указывающих степень заполнения квантового состояния (характеризуется данным набором і квантовых чисел) частицами системы, состоящей из многих тождественных частиц. Для систем частиц, образованных бозонами – частицами с нулевым или целым спином, числа заполнения могут принимать любые целые значения: 0, 1, 2, ... . Для систем частиц, образованных фермионами – частицами с полуцелым спином, числа заполнения могут принимать лишь два значения: 0 для свободных состояний и 1 для занятых. Сумма всех чисел заполнения должна быть равна числу частиц системы. Квантовая статистика позволяет подсчитать среднее число частиц в данном квантовом состоянии, то есть определить средние числа заполнения  $\langle N_i \rangle$ .

Идеальный газ из бозонов (частиц с нулевыми и целыми спинами) – бозе-газ – описывается квантовой статистикой Бозе-Эйнштейна. Распределение бозонов по энергиям вытекает из так называемого большого канонического распределения Гиббса (с переменным числом частиц) при условии, что число тождественных бозонов в данном квантовом состоянии может быть любым

$$\langle N_i \rangle = \frac{1}{e^{(E_i - \mu)/(k \cdot T)} - 1}.$$
 (393)

Это распределение называется распределением Бозе-Эйнштейна. Здесь  $\langle N_i \rangle$  – среднее число бозонов в квантовом состоянии с энергией  $E_i$ , k – постоянная Больцмана, T – термодинамическая температура,  $\mu$  – химический потенциал;  $\mu$  не зависит от энергии, а определяется только температурой и плотностью числа частиц. Химический потенциал находится обычно из условия, что сумма всех  $\langle N_i \rangle$  равна полному числу частиц в системе. Здесь  $\mu \le 0$ , так как иначе среднее число частиц в данном квантовом состоянии отрицательно, что не имеет физического смысла. Он определяет изменение внутренней энергии системы при добавлении к ней одной частицы при условии, что все остальные величины, от которых зависит внутренняя энергия (энтропия, объем), фиксированы.

Идеальный газ из фермионов – ферми-газ – описывается квантовой статистикой Ферми-Дирака. Распределение фермионов по энергиям имеет вид

$$\langle N_i \rangle = \frac{1}{e^{(E_i - \mu)/(k \cdot T)} + 1},$$
 (394)

где  $\langle N_i \rangle$  – среднее число фермионов в квантовом состоянии с энергией  $E_i$ ,  $\mu$  – химический потенциал. В отличие от (393)  $\mu$  может иметь положительное значение (это не приводит к отрицательным значениям чисел  $\langle N_i \rangle$ . Это распределение называется распределением Ферми-Дирака.

Если  $e^{(E_i - \mu)/(k \cdot T)} >> 1$ , то распределения Бозе-Эйнштейна (393) и Ферми-Дирака (394) переходят в классическое распределение Максвелла-Больцмана

$$\langle N_i \rangle = A \cdot e^{E_i/(k \cdot T)},$$
 (395)

где  $A = e^{\mu/(k \cdot T)}$ .

Таким образом, при высоких температурах оба «квантовых» газа ведут себя подобно классическому газу.

Система частиц называется вырожденной, если её свойства существенным образом отличаются от свойств систем, подчиняющихся классической статистике. Поведение как бозе-газа, так и ферми-газа отличается от классического газа, они являются вырожденными газами. Вырождение газов становится существенным при весьма низких температурах и больших плотностях. Параметром вырождения называется величина *А*. При *А*<<1, то есть при малой степени вы-

рождения, распределения Бозе-Эйнштейна (393) и Ферми-Дирака (394) переходят в классическое распределение Максвелла-Больцмана (395).

Температурой вырождения  $T_o$  называется температура, ниже которой отчетливо проявляются квантовые свойства идеального газа, обусловленные тождественностью частиц, то есть T – температура, при которой вырождение становится существенным. Если  $T >> T_o$ , то поведение системы частиц (газа) описывается классическими законами.

#### 7.3. Вырожденный электронный газ в металлах

Распределение электронов по различным квантовым состояниям подчиняется принципу Паули. Согласно этому принципу в одном состоянии не может быть двух одинаковых (с одинаковым набором четырех квантовых чисел) электронов, они должны отличаться какой-то характеристикой, например направлением спина. Следовательно, по квантовой теории, электроны в металле не могут располагаться на самом низшем энергетическом уровне даже при 0 К. Согласно принципу Паули, электроны вынуждены взбираться вверх «по энергетической лестнице».

Электроны проводимости в металле можно рассматривать как идеальный газ, подчиняющийся распределению Ферми-Дирака (394). Если  $\mu_o$  – химический потенциал электронного газа при T = 0 К, то, согласно (394), среднее число  $\langle N(E) \rangle$  электронов в квантовом состоянии с энергией *E* равно

$$\langle N(E) \rangle = \frac{1}{e^{(E-\mu_o)/(k \cdot T)} + 1}.$$
 (396)

Для фермионов (электроны являются фермионами) среднее число частиц в квантовом состоянии и вероятность заселенности квантового состояния совпадают, так как квантовое состояние либо может быть не заселено, либо в нем будет находиться одна частица. Это означает, что для фермионов  $\langle N(E) \rangle = f(E)$ , где f(E) - функция распределения электронов по состояниям.

Из (396) следует, что при T = 0 К функция распределения  $\langle N(E) \rangle = 1$ , если  $E < \mu_o$ , и  $\langle N(E) \rangle = 0$ , если  $E > \mu_o$ . График этой функции приведен на рис. 182, *а*. В области энергий от 0 до  $\mu_o$  функция  $\langle N(E) \rangle$  равна единице. При  $E = \mu_o$  она скачкообразно изменяется до нуля. Это означает, что при T = 0 К все нижние квантовые состояния, вплоть до состояния с энергией  $E = \mu_o$ , заполнены электронами, а все состояния с энергией  $\mu_o$ , свободны. Следовательно,  $\mu_o$  есть не что иное, как максимальная кинетическая энергия, которую могут иметь электро-
ны проводимости в металле при 0 К. Эта максимальная кинетическая энергия называется энергией Ферми и обозначается  $E_F$  ( $E_F = \mu_o$ ). Поэтому распределение Ферми-Дирака обычно записывается в виде

$$\langle N(E) \rangle = \frac{1}{e^{(E-E_F)/(k \cdot T)} + 1}.$$
 (397)

Наивысший энергетический уровень, занятый электронами, называется **уровнем Ферми**. Уровню Ферми соответствует энергия Ферми  $E_F$ , которую имеют электроны на этом уровне. Уровень Ферми, очевидно, будет тем выше, чем больше плотность электронного газа. Работу выхода электрона из металла нужно отсчитывать не от дна «потенциальной ямы», как это делалось в классической теории, а от уровня Ферми, то есть от верхнего из занятых электронами энергетических уровней.

Для металлов при не слишком высоких температурах выполняется неравенство  $k \cdot T << E_F$ . Это означает, что электронный газ в металлах практически всегда находится в состоянии сильного вырождения. Температура  $T_o$  вырождения находится из условия  $k \cdot T_o = E_F$ . Она определяет границу, выше которой квантовые эффекты перестают быть существенными. Соответствующие расчеты показывают, что для электронов в металле  $T_o \approx 10^4$  K, то есть для всех температур, при которых металл может существовать в твердом состоянии, электронный газ в металле вырожден.



Рис. 182. Зависимость  $\langle N \rangle(E)$ 

При температурах, отличных от 0 К, функция распределения Ферми-Дирака (397) плавно изменяется от 1 до 0 в узкой области (порядка  $k \cdot T$ ) в окрестности  $E_F$  (рис. 182,  $\delta$ ). Здесь же для сравнения пунктиром приведена функция распределения при T = 0 К. Это объясняется тем, что при T > 0 небольшое число электронов с энергией, близкой к  $E_F$ , возбуждается вследствие теплового движения и их энергия становится больше  $E_F$ . Вблизи границы Ферми при  $E < E_F$  заполнение электронами меньше единицы, а при  $E > E_F$  – больше нуля. В тепловом движении участвует лишь небольшое число электронов, например при комнатной температуре T  $\approx 300$  K и температуре вырождения  $T_o=3.10^4$  K, – это  $10^{-5}$ от общего числа электронов.

Если  $(E - E_F) >> k \cdot T$  («хвост» функции распределения), то единицей в знаменателе (397) можно пренебречь по сравнению с экспонентой и тогда распределение Ферми-Дирака переходит в распределение Максвелла-Больцмана. Таким образом, при  $(E - E_F) >> k \cdot T$ , то есть при больших значениях энергии, к электронам в металле применима классическая статистика, в то же время, когда  $(E - E_F) << k \cdot T$ , к ним применима только квантовая статистика Ферми-Дирака.

## 7.4. Понятие о квантовой теории теплоемкости. Фононы

Квантовая статистика устранила трудности в объяснении зависимости теплоемкости газов (в частности, двухатомных) от температуры. Согласно квантовой механике, энергия вращательного движения молекул и энергия колебаний атомов в молекуле могут принимать лишь дискретные значения. Если энергия теплового движения значительно меньше разности энергий соседних уровней энергии ( $k \cdot T \ll \Delta E$ ), то при столкновении молекул вращательные и колебательные степени свободы практически не возбуждаются. Поэтому при низких температурах поведение двухатомного газа подобно одноатомному.

Так как разность между соседними вращательными уровнями энергии значительно меньше, чем между колебательными, т. е.  $\Delta E_{вращ} << \Delta E_{кол}$ , то с ростом температуры возбуждаются вначале вращательные степени свободы, в результате чего теплоемкость возрастает. При дальнейшем росте температуры возбуждаются и колебательные степени свободы и происходит дальнейший рост теплоемкости.

Функции распределения Ферми-Дирака для T = 0 К и T > 0 заметно различаются (рис. 182) лишь в узкой области энергий (порядка  $k \cdot T$ ). Следовательно, в процессе нагревания металла участвует лишь незначительная часть всех электронов проводимости. Этим и объясняется отсутствие заметной разницы между теплоемкостями металлов и диэлектриков, что не могло быть объяснено классической теорией.

Классическая теория не смогла объяснить также зависимость теплоёмкости твердых тел от температуры, а квантовая статистика решила эту задачу. Так, А. Эйнштейн, приближенно считая, что колебания атомов кристаллической решетки независимы (модель кристалла как совокупности независимых колеблющихся с одинаковой частотой гармонических осцилляторов), создал качественную квантовую теорию теплоёмкости кристаллической решетки. Она впоследствии была развита П. Дебаем, который учёл, что колебания атомов в кристаллической решетке не являются независимыми (рассмотрел непрерывный спектр частот гармонических осцилляторов).

Рассматривая непрерывный спектр частот осцилляторов, П. Дебай показал, что основной вклад в среднюю энергию квантового осциллятора вносят колебания низких частот, соответствующих упругим волнам. Поэтому тепловое возбуждение твердого тела можно описать в виде упругих волн, распространяющихся в кристалле. Согласно корпускулярно-волновому дуализму свойств вещества, упругим волнам в кристалле сопоставляют фононы, обладающие энергией  $E = \hbar \cdot \omega$ . Фонон есть квант энергии звуковой волны. Фононы являются квазичастицами – элементарными возбуждениями, ведущими себя подобно микрочастицам. Аналогично тому, как квантование электромагнитного излучения привело к представлению о фотонах, квантование упругих волн привело к представлению о фононах.

Квазичастицы не могут возникать в вакууме, они существуют только в кристалле. Импульс фонона обладает своеобразным свойством: при столкновении фононов в кристалле их импульс может дискретными порциями передаваться кристаллической решетке – он при этом не сохраняется. Поэтому в случае фононов говорят о квазиимпульсе.

Энергия кристаллической решетки рассматривается как энергия фононного газа, подчиняющегося статистике Бозе-Эйнштейна, так как фононы являются бозонами (их спин равен нулю). Фононы могут испускаться и поглощаться, но их число не сохраняется постоянным; поэтому в формуле (393) для фононов необходимо, чтобы  $\mu = 1$ .

Применение статистики Бозе-Эйнштейна к фононному газу – газу из невзаимодействующих бозе-частиц – привело П. Дебая к количественному выводу, согласно которому при высоких температурах, когда  $T >> T_D$  (классическая область), теплоемкость твёрдых тел описывается законом Дюлонга и Пти, а при низких температурах, когда  $T << T_D$  (квантовая область), – пропорциональна кубу термодинамической температуры:  $C_V \sim T^3$ . В данном случае  $T_D$  – характеристическая температура Дебая, определяемая соотношением  $k \cdot T_D = \hbar \cdot \omega_D$ , где  $\omega_D$  – предельная частота упругих колебаний кристаллической решетки. Таким образом, теория Дебая объяснила расхождение опытных и теоретических (вы-

численных на основе классической теории) значений теплоёмкости твердых тел.

Модель квазичастиц – фононов – оказалась эффективной для объяснения открытого П.Л. Капицей явления сверхтекучести жидкого гелия. Теория сверхтекучести, созданная Л.Д. Ландау и развитая российским ученым Н.Н. Боголюбовым, применена впоследствии к явлению сверхпроводимости.

#### 7.5. Выводы квантовой теории электропроводности металлов

Квантовая теория электропроводности металлов – теория электропроводности, основывающаяся на квантовой механике и квантовой статистике Ферми-Дирака, – пересмотрела вопрос об электропроводности металлов, рассмотренный в классической физике. Расчет электропроводности металлов, выполненный на основе этой теории, приводит к выражению для удельной электрической проводимости металла

$$\gamma = \frac{n \cdot e^2 \cdot \langle l_F \rangle}{m \cdot \langle u_F \rangle},\tag{398}$$

которое по внешнему виду напоминает классическую формулу  $(\gamma = \frac{n \cdot e^2 \cdot \langle l \rangle}{m \cdot \langle u \rangle})$  для  $\gamma$ , но имеет совершенно другое физическое содержание. Здесь n – концентрация электронов проводимости в металле,  $\langle l_E \rangle$  – средняя длина свободного пробега электрона имеющего энергию

 $\langle l_F \rangle$  – средняя длина свободного пробега электрона, имеющего энергию Ферми,  $\langle u_F \rangle$  – средняя скорость теплового движения такого электрона.

Выводы, получаемые на основе формулы (398), полностью соответствуют опытным данным. Квантовая теория электропроводности металлов, в частности, объясняет зависимость удельной проводимости от температуры:  $\gamma \sim 1/T$  (классическая теория дает, что  $\gamma \sim 1/\sqrt{T}$ ), а также аномально большие величины (порядка сотен периодов решетки) средней длины свободного пробега электронов в металле.

Квантовая теория рассматривает движение электронов с учетом их взаимодействия с кристаллической решеткой. Согласно корпускулярноволновому дуализму, движению электрона сопоставляют волновой процесс. Идеальная кристаллическая решетка (в её узлах находятся неподвижные частицы и в ней отсутствуют нарушения периодичности) ведёт себя подобно оптически однородной среде – она «электронные волны» не рассеивает. Это соответствует тому, что металл не оказывает электрическому току – упорядоченному движению электронов – никакого сопротивления. «Электронные волны», распространяясь в идеальной кристаллической решетке, как бы огибают узлы решётки и проходят значительные расстояния.

В реальной кристаллической решетке всегда имеются неоднородности, которыми могут быть, например, примеси, вакансии. Неоднородности обусловливаются также тепловыми колебаниями. В реальной кристаллической решетке происходит рассеяние «электронных волн» на неоднородностях, что и является причиной электрического сопротивления металлов. Рассеяние «электронных волн» на неоднородностях, связанных с тепловыми колебаниями, можно рассматривать как столкновения электронов с фононами.

Согласно классической теории,  $\langle u \rangle \sim \sqrt{T}$ , поэтому она не смогла объяснить истинную зависимость  $\gamma$  от температуры. В квантовой теории средняя скорость  $\langle u_F \rangle$  от температуры практически не зависит, так как доказывается, что с изменением температуры уровень Ферми остаётся практически неизменным. Однако с повышением температуры рассеяние «электронных волн» на тепловых колебаниях решетки (на фононах) возрастает, что соответствует уменьшению средней длины свободного пробега электронов. В области комнатных температур  $\langle l_F \rangle \sim T^{-1}$ , поэтому, учитывая независимость  $\langle u \rangle$  от температуры, получим, что сопротивление металлов ( $R \sim 1/\gamma$ ) в соответствии с данными опытов растёт пропорционально *T*. Таким образом, квантовая теория электропроводности металлов устранила и эту трудность классической теории.

Сверхтекучесть – состояние квантовой жидкости (жидкого гелия) при котором она без трения проникает через узкие щели и капилляры. Жидкий  ${}^{4}_{2}He$  становиться сверхтекучим при T = 2,17 K. Так как  ${}^{4}_{2}He$  – бозон, то при низких температурах большинство атомов переходит в основное состояние с нулевым импульсом (бозе конденсация). Для конденсата длина волны де-Бройля  $\lambda = \frac{h}{p} \rightarrow \infty$ . Это значит, что за счёт дифракции бозоны могут огибать любые препятствия.

Сверхпроподимость – свойство многих проводников полностью терять сопротивление электрическому току при  $T < T_{\rm K}$ . Например, для  $Nb_3Ge$  критическая температура равна 23 К. Объясняется сверхпроводимость тем, что за счет взаимодействия с кристаллической решёткой электроны (фермионы) объединяются в бозонные пары. Поэтому при низких температурах пары испытывают бозе конденсацию. Таким образом, сверхпроводимость это сверхтекучесть электронной жидкости.

# 8. Элементы физики твердого тела

## 8.1. Понятие о зонной теории твердых тел

Используя уравнение Шредингера – основное уравнение динамики в нерелятивистской квантовой механике можно рассмотреть задачу о кристалле, например, найти возможные значения его энергии, а также соответствующие энергетические состояния. Однако как в классической, так и в квантовой механике отсутствуют методы точного решения динамической задачи для системы многих частиц. Поэтому эта задача решается приближенно сведением задачи многих частиц к одноэлектронной задаче об одном электроне, движущемся в заданном внешнем поле. Подобный путь приводит к **зонной теории твердого тела**.

В основе зонной теории лежит так называемое адиабатическое приближение. Квантово-механическая система разделяется на тяжелые и легкие частицы – ядра и электроны. Поскольку массы и скорости этих частиц значительно различаются, можно считать, что движение электронов происходит в поле неподвижных ядер, а медленно движущиеся ядра находятся в усредненном поле всех электронов. Принимая, что ядра в узлах кристаллической решетки неподвижны, движение электрона рассматривается в постоянном периодическом поле ядер.

Далее используется приближение самосогласованного поля. Взаимодействие данного электрона со всеми другими электронами заменяется действием на него стационарного электрического поля, обладающего периодичностью кристаллической решетки. Это поле создаётся усредненным в пространстве зарядом всех других электронов и всех ядер. Таким образом, в рамках зонной теории многоэлектронная задача сводится к задаче о движении одного электрона во внешнем периодическом поле – усредненном и согласованном поле всех ядер и электронов.

Рассмотрим мысленно «процесс образования» твёрдого тела из изолированных атомов. Пока атомы изолированы, то есть находятся друг от друга на макроскопических расстояниях, они имеют совпадающие схемы энергетических уровней (рис. 183). По мере «сжатия» данной модели до кристаллической решетки, то есть когда расстояния между атомами станут равными межатомным расстояниям в твердых телах, взаимодействие между атомами приводит к тому, что энергетические уровни атомов смещаются, расщепляются и расширяются в зоны, образуется зонный энергетический спектр.

Из рис. 183, на котором показано расщепление энергетических уровней в зависимости от расстояния *r* между атомами, видно, что заметно расщепляются и расширяются лишь уровни внешних, валентных электронов, наиболее слабо связанных с ядром и имеющих наибольшую энергию, а также более высокие уровни, которые в основном состоянии атома вообще электронами не заняты. Уровни же внутренних электронов либо совсем не расщепляются, либо расщепляются слабо. Таким образом, в твердых телах внутренние электроны ведут себя так же, как в изолированных атомах, валентные же электроны «коллективизированы» – принадлежат всему твердому телу.



Рис. 183. Расщепление энергетических уровней в зависимости от г

Образование зонного энергетического спектра в кристалле является квантово-механическим эффектом и вытекает из соотношения неопределенностей. В кристалле валентные электроны атомов, связанные слабее с ядрами, чем внутренние электроны, могут переходить от атома к атому сквозь потенциальные барьеры, разделяющие атомы, то есть перемещаться без изменений полной энергии (туннельный эффект). Это приводит к тому, что среднее время жизни  $\tau$  валентного электрона в данном атоме по сравнению с изолированным атомом существенно уменьшается и составляет примерно  $10^{-15}$  с (для изолированного атома оно примерно  $10^{-8}$  с). Время же жизни электрона в каком-либо состоянии связано с неопределенностью его энергии (шириной уровня) соотношением неопределенностей  $\Delta E \sim h/\tau$ . Следовательно, если естественная ширина спектральных линий составляет примерно  $10^{-7}$  зВ, то в кристаллах  $\Delta E \approx 1 \div 10$  зВ, то есть энергетические уровни валентных электронов расширяются в зону дозволенных значений энергии.

Энергия внешних электронов может принимать значения в пределах закрашенных на рис. 183 областей, называемых **разрешенными** энергетическими зонами. Каждая разрешенная зона «вмещает» в себя столько близлежащих дискретных уровней, сколько атомов содержит кристалл: чем больше в кристалле атомов, тем теснее расположены уровни в зоне. Расстояние между соседними энергетическими уровнями в зоне составляет приблизительно  $10^{-22}$  эВ. Так как оно столь ничтожно, то зоны можно считать практически непрерывными, однако факт конечного числа уровней в зоне играет важную роль для распределения электронов по состояниям.

Разрешенные энергетические зоны разделены зонами запрещенных значений энергии, называемыми **запрещенными энергетическими зо**нами. В них электроны находиться не могут. Ширина зон (разрешенных и запрещенных) не зависит от размера кристалла. Разрешенные зоны тем шире, чем слабее связь валентных электронов с ядрами.

#### 8.2. Металлы, диэлектрики и полупроводники по зонной теории

Зонная теория твердых тел позволила с единой точки зрения истолковать существование металлов, диэлектриков и полупроводников, объясняя различие в их электрических свойствах, во-первых, неодинаковым заполнением электронами разрешенных зон и, во-вторых, шириной запрещенных зон.

Степень заполнения электронами энергетических уровней в зоне определяется заполнением соответствующих атомных уровней. Если при этом какой-то энергетический уровень полностью заполнен, то образующаяся энергетическая зона также заполнена целиком. В общем случае можно говорить о **валентной зоне**, которая полностью заполнена электронами и образована из энергетических уровней внутренних электронов свободных атомов, и о **зоне проводимости** (свободной зоне), которая либо частично заполнена электронами, либо свободна и образована из энергетических уровней внешних «коллективизированных» электронов изолированных атомов.

В зависимости от степени заполнения зон электронами и ширины запрещенной зоны возможны четыре случая, изображенные на рис. 184. На рис. 184, *a* самая верхняя зона, содержащая электроны, заполнена лишь частично, то есть в ней имеются вакантные уровни. В данном случае электрон, получив сколь угодно малую энергетическую «добавку» (например, за счет теплового движения или электрического поля), сможет перейти на более высокий энергетический уровень той же зоны, то есть стать свободным и участвовать в проводимости. Внутризонный переход вполне возможен, так как, например, при 1 К энергия теплового движения  $k \cdot T \approx 10^{-4}$  эВ, то есть гораздо больше разности энергий между соседними уровнями зоны (примерно  $10^{-22}$  эВ). Таким образом, если в твердом теле имеется зона, лишь частично заполненная электронами, то это тело всегда будет проводником электрического тока. Именно это свойственно металлам.

Твердое тело является проводником электрического тока и в том случае, когда валентная зона перекрывается свободной зоной, что в конечном счете приводит к не полностью заполненной зоне (рис. 184,  $\delta$ ). Это имеет место для щелочноземельных элементов, образующих II группу таблицы Менделеева (Be, Mg, Ca, Zn, ...). В данном случае образуется так называемая «гибридная» зона, которая заполняется валентными электронами лишь частично. Следовательно, в данном случае металлические свойства щелочноземельных элементов обусловлены перекрытием валентной и свободной зон.

Возможно также перераспределение электронов между зонами, возникающими из уровней различных атомов, которое может привести к тому, что вместо двух частично заполненных зон в кристалле окажутся одна полностью заполненная (валентная) зона и одна свободная зона (зона проводимости). Твердые тела, у которых энергетический спектр электронных состояний состоит только из валентной зоны и зоны проводимости, являются диэлектриками или полупроводниками в зависимости от ширины запрещенной зоны  $\Delta E$ .

Если ширина запрещенной зоны кристалла порядка нескольких электрон-вольт, то тепловое движение не может перебросить электроны из валентной зоны в зону проводимости и кристалл является диэлектриком, оставаясь им при всех реальных температурах (рис. 184,  $\beta$ ). Если запрещенная зона достаточно узка ( $\Delta E$  порядка 1 эВ), то переброс электронов из валентной зоны в зону проводимости может быть осуществлен весьма легко либо путем теплового возбуждения, либо за счет внешнего источника, способного передать электронам энергию  $\Delta E$ , и кристалл является полупроводником (рис. 184,  $\epsilon$ ).



Рис. 184. Металлы, диэлектрики и полупроводники по зонной теории

Различие между металлами и диэлектриками с точки зрения зонной теории состоит в том, что при 0 К в зоне проводимости металлов имеются электроны, а в зоне проводимости диэлектриков они отсутствуют. Различие же между диэлектриками и полупроводниками определяется шириной запрещенных зон: для диэлектриков она довольно широка (например, для NaCl  $\Delta E = 6$  эВ), для полупроводников – достаточно узка (например, для германия  $\Delta E = 0.72$  эВ). При температурах, близких к 0 К, полупроводники ведут себя как диэлектрики, так как переброса электронов в зону проводимости не происходит. С повышением температуры у полупроводников растет число электронов, которые вследствие теплового возбуждения переходят в зону проводимости, то есть электрическая проводимость проводников в этом случае увеличивается.

# 8.3. Собственная проводимость полупроводников

Полупроводниками являются твердые тела, которые при T = 0 К характеризуются полностью занятой электронами валентной зоной, отделенной от зоны проводимости сравнительно узкой ( $\Delta E$  порядка 1 эВ) запрещенной зоной (рис. 184, *г*). Они называются так, потому что их электропроводность меньше электропроводности металлов и больше электропроводности диэлектриков.

В природе полупроводники существуют в виде элементов (элементы IV, V и VI групп Периодической системы элементов Менделеева), например Si, Ge, As, Se, Te, и химических соединений, например оксиды, сульфиды, селениды, сплавы элементов различных групп. Различают собственные и примесные полупроводники.

Собственными полупроводниками являются химически чистые полупроводники, а их проводимость называется собственной проводимостью. Примером собственных полупроводников могут служить химически чистые Ge, Se, а также многие химические соединения: InSb, GaAs, CdS и др.

При 0 К и отсутствии других внешних факторов собственные полупроводники ведут себя как диэлектрики. При повышении же температуры электроны с верхних уровней валентной зоны I могут быть переброшены на нижние уровни зоны проводимости II (рис. 185). При наложении на кристалл электрического поля они перемещаются против поля и создают электрический ток. Таким образом, зона II из-за её частичного «укомплектования» электронами становится зоной проводимости. **Проводимость собственных полупроводников, обусловленная электронами, называется электронной проводимостью или проводимостью п-типа**. В результате тепловых забросов электронов из зоны I в зону II в валентной зоне возникают вакантные состояния, получившие название дырок. Во внешнем электрическом поле на освободившееся от электрона место – дырку – может переместиться электрон с соседнего уровня, а дырка появится в том месте, откуда ушёл электрон, и так далее. Такой процесс заполнения дырок электронами равносилен перемещению дырки в направлении, противоположном движению электрона, так, как если бы дырка обладала положительным зарядом, равным по величине заряду электрона. Проводимость собственных полупроводников, обусловленная квазичастицами – дырками, называется дырочной проводимостью или проводимостью р-типа.





Рис. 185. Зоны проводимости в полупроводнике п-типа

Рис. 186. Зоны проводимости в полупроводнике р-типа

Таким образом, в собственных полупроводниках наблюдаются два механизма проводимости: электронный и дырочный. Число электронов в зоне проводимости равно числу дырок в валентной зоне, так как последние соответствуют электронам, возбужденным в зону проводимости. Следовательно, если концентрации электронов проводимости и дырок обозначить соответственно  $n_e$ , и  $n_p$ , то

$$n_e = n_p. \tag{399}$$

Проводимость полупроводников всегда является возбужденной, то есть появляется только под действием внешних факторов (температуры, облучения, сильных электрических полей и т. д.).

В собственном полупроводнике уровень Ферми находится в середине запрещенной зоны (рис. 186). Действительно, для переброса электрона с верхнего уровня валентной зоны на нижний уровень зоны проводимости затрачивается энергия активации, равная ширине запрещенной зоны  $\Delta E$ . При появлении же электрона в зоне проводимости в валентной зоне обязательно возникает дырка. Следовательно, энергия, затраченная на образование пары носителей тока, должна делиться на две равные части. Так как энергия, соответствующая половине ширины запрещенной зоны, идёт на переброс электрона и такая же энергия затрачивается на образование дырки, то начало отсчета для каждого из этих процессов должно находиться в середине запрещенной зоны. Энергия Ферми в собственном полупроводнике представляет собой энергию, от которой происходит возбуждение электронов и дырок.

Вывод о расположении уровня Ферми в середине запрещённой зоны собственного полупроводника может быть подтвержден математическими выкладками. В физике твердого тела доказывается, что концентрация электронов в зоне проводимости

$$n_e = C_1 \cdot e^{-(E_2 - E_F)/(k \cdot T)}, \tag{400}$$

где  $E_2$  – энергия, соответствующая дну зоны проводимости (рис. 186),  $E_F$  – энергия Ферми, T – термодинамическая температура,  $C_1$  – постоянная, зависящая от температуры и эффективной массы электрона проводимости.

Эффективная масса – величина, имеющая размерность массы и характеризующая динамические свойства квазичастиц – электронов проводимости и дырок. Введение в зонную теорию эффективной массы электрона проводимости позволяет, с одной стороны, учитывать действие на электроны проводимости не только внешнего поля, но и внутреннего периодического поля кристалла, а с другой стороны, абстрагируясь от взаимодействия электронов проводимости с решёткой, рассматривать их движение во внешнем поле как движение свободных частиц.

# Концентрация дырок в валентной зоне

$$n_p = C_2 \cdot e^{(E_1 - E_F)/(k \cdot T)}, \tag{401}$$

где  $C_2$  – постоянная, зависящая от температуры и эффективной массы дырки,  $E_1$  – энергия, соответствующая верхней границе валентной зоны. Энергия возбуждения в данном случае отсчитывается вниз от уровня Ферми (рис. 186), поэтому величины в экспоненциальном множителе (401) имеют знак, обратный знаку экспоненциального множителя в (400). Так как для собственного полупроводника  $n_e = n_p$ , то

$$C_1 \cdot e^{-(E_2 - E_F)/(k \cdot T)} = C_2 \cdot e^{(E_1 - E_F)/(k \cdot T)}.$$

Если эффективные массы электронов и дырок равны  $(m_e^* = m_p^*)$ , то  $C_1 = C_2$  и, следовательно,  $-(E_2 - E_F) = =E_1 - E_F$ , откуда  $E_F = \Delta E / 2$ , то есть уровень Ферми в собственном полупроводнике действительно расположен в середине запрещенной зоны.

Так как для собственных полупроводников  $\Delta E >> k \cdot T$ , то распределение Ферми-Дирака переходит в распределение Максвелла-Больцмана. Положив в (397) *E* - *E<sub>F</sub>*  $\approx \Delta E/2$ , получим

$$\langle N(E) \rangle \approx e^{-\Delta E/(2k \cdot T)}.$$
 (402)

Количество электронов, переброшенных в зону проводимости, а следовательно, и количество образовавшихся дырок пропорциональны (N(E)). Таким образом, удельная проводимость собственных полупроводников

$$\gamma = \gamma_o \cdot e^{-\Delta E/(2k \cdot T)},\tag{403}$$

где *γ*<sub>0</sub> – постоянная, характерная для данного полупроводника.

Увеличение проводимости полупроводников с повышением температуры является их характерной особенностью (у металлов с повышением температуры проводимость уменьшается). С точки зрения зонной теории это обстоятельство объяснить довольно просто: с повышением температуры растет число электронов, которые вследствие теплового возбуждения переходят в зону проводимости и участвуют в проводимости. Поэтому удельная проводимость собственных полупроводников с повышением температуры растет.

Если представить зависимость  $\ln \gamma$  от 1/T, то для собственных полупроводников – это прямая (рис. 187), по наклону которой можно определить ширину запрещенной зоны  $\Delta E$ , а по ее продолжению  $\gamma_o$  (прямая отсекает на оси ординат отрезок, равный  $\ln \gamma_o$ ).



Рис. 187. Зависимость  $\ln \gamma (1/T)$  для собственных полупроводников

Одним из наиболее широко распространенных полупроводниковых элементов является германий, имеющий решетку типа алмаза, в которой каждый атом связан ковалентными связями с четырьмя ближайшими соседями. Упрощенная плоская схема расположения атомов в кристалле Ge представлена на рис. 188, где каждая чёрточка обозначает связь, осуществляемую одним электроном. В идеальном кристалле при 0 К такая структура представляет собой диэлектрик, так как все валентные электроны участвуют в образовании связей и, следовательно, не участвуют в проводимости.



Рис. 188. Схема расположения атомов в кристалле германия

При повышении температуры (или под действием других внешних факторов) тепловые колебания решетки могут привести к разрыву некоторых валентных связей, в результате чего часть электронов отщепляется и они становятся свободными. В покинутом электроном месте возникает дырка (она изображена белым кружком), заполнить которую могут электроны из соседней пары. В результате дырка, так же как и освободившийся электрон, будет двигаться по кристаллу. Движение электронов проводимости и дырок в отсутствие электрического поля является хаотическим. Если же на кристалл наложить электрическое поле, то электроны начнут двигаться против поля, дырки – по полю, что приведет к возникновению собственной проводимости германия, обусловленной как электронами, так и дырками.

В полупроводниках наряду с процессом генерации электронов и дырок идет процесс *рекомбинации*: электроны переходят из зоны проводимости в валентную зону, отдавая энергию решётке и испуская кванты электромагнитного излучения. В результате для каждой температуры устанавливается определенная равновесная концентрация электронов и дырок, изменяющаяся с температурой согласно выражению (402).

# 8.4. Примесная проводимость полупроводников

Проводимость полупроводников, обусловленная примесями, называется примесной проводимостью, а сами полупроводники – примесными полупроводниками. Примесная проводимость обусловлена примесями (атомы посторонних элементов), а также дефектами типа избыточных атомов (по сравнению со стехиометрическим составом), тепловыми (пустые узлы или атомы в междоузлиях) и механическими (трещины, дислокации) дефектами. Наличие в полупроводнике примеси существенно изменяет его проводимость. Например, при введении в кремний примерно 0,001 ат. % бора его проводимость увеличивается примерно в  $10^6$  раз.

Рассмотрим примесную проводимость полупроводников на примере Ge и Si, в которые вводятся атомы с валентностью, отличной от валентности основных атомов на единицу. Например, при замещении атома германия пятивалентным атомом мышьяка (рис. 189, *a*) один электрон не может образовать ковалентной связи, он оказывается лишним и может быть легко при тепловых колебаниях решетки отщеплен от атома, то есть стать свободным. Образование свободного электрона не сопровождается нарушением ковалентной связи, следовательно, дырка не возникает. Избыточный положительный заряд, возникающий вблизи атома примеси, связан с атомом примеси и поэтому перемещаться по решётке не может.

С точки зрения зонной теории рассмотренный процесс можно представить следующим образом (рис. 189,  $\delta$ ). Введение примеси искажает поле решетки, что приводит к возникновению в запрещенной зоне энергетического уровня D валентных электронов мышьяка, называемого примесным уровнем. В случае германия с примесью мышьяка этот уровень располагается от дна зоны проводимости на расстоянии  $\Delta E_D$ =0,013 эВ. Так как  $\Delta E_D < k \cdot T$ , то уже при обычных температурах энергия теплового движения достаточна для того, чтобы перебросить электроны примесного уровня в зону проводимости. Образующиеся при этом положительные заряды локализуются на неподвижных атомах мышьяка и в проводимости не участвуют.



Рис. 189. К примесной проводимости полупроводников

Таким образом, в полупроводниках с примесью, валентность которой на единицу больше валентности основных атомов, носителями тока являются электроны; возникает электронная примесная проводимость (проводимость n-типа). Полупроводники с такой проводимостью называются электронными (или полупроводниками n-типа). Примеси, являющиеся источником электронов, называются донорами, а энергетические уровни этих примесей – **донорными** уровнями.

Предположим, что в решетку кремния введен примесный атом с тремя валентными электронами, например бор (рис. 190, *a*). Для образования связей с четырьмя ближайшими соседями у атома бора не хватает одного электрона, одна из связей остается неукомплектованной и четвертый электрон может быть захвачен от соседнего атома основного вещества, где соответственно образуется дырка. Последовательное заполнение образующихся дырок электронами эквивалентно движению дырок в полупроводнике, т. е. дырки не остаются локализованными, а перемещаются в решетке кремния как свободные положительные заряды. Избыточный же отрицательный заряд, возникающий вблизи атома примеси, связан с атомом примеси и по решетке перемещаться не может.

По зонной теории, введение трехвалентной примеси в решетку кремния приводит к возникновению в запрещенной зоне примесного энергетического уровня A, не занятого электронами. В случае кремния с примесью бора этот уровень располагается выше верхнего края валентной зоны на расстоянии  $\Delta E_A$ =0,08 эВ (рис. 190,  $\delta$ ). Близость этих уровней к валентной зоне приводит к тому, что уже при сравнительно низких температурах электроны из валентной зоны переходят на примесные уровни и, связываясь с атомами бора, теряют способность перемещаться по решетке кремния, т. е. в проводимости не участвуют. Носителями тока являются лишь дырки, возникающие в валентной зоне.



Рис. 190. К примесной проводимости полупроводников

Таким образом, в полупроводниках с примесью, валентность которой на единицу меньше валентности основных атомов, носителями тока являются дырки; возникает дырочная проводимость (проворность р-типа). Полупроводники с такой проводимостью называются дырочными (или полупроводниками р-типа). Примеси, захватывающие электроны из валентной зоны полупроводника, называются акцепторами, а энергетические уровни этих примесей – акцепторными уровнями.

В отличие от собственной проводимости, осуществляющейся одновременно электронами и дырками, примесная проводимость полупроводников обусловлена в основном носителями одного знака: электронами – в случае донорной примеси, дырками – в случае акцепторной. Эти носители тока называются **основными**. Кроме основных носителей в полупроводнике имеются и неосновные носители: в полупроводниках n-типа – дырки, в полупроводниках p-типа – электроны.

Наличие примесных уровней в полупроводниках существенно изменяет положение уровня Ферми  $E_F$ . Расчеты показывают, что в случае полупроводников n-типа уровень Ферми  $E_{Fo}$  при 0 К расположен посередине между дном зоны проводимости и донорным уровнем (рис. 191). При высоких температурах уровень Ферми имеет тенденцию смещаться вниз (сплошная кривая) к своему предельному положению в центре запрещенной зоны, характерному для собственного полупроводника.

Уровень Ферми в полупроводниках р-типа при 0 К  $E_{F0}$  располагается посередине между потолком валентной зоны и акцепторным уровнем (рис. 192). Сплошная кривая показывает его смещение с температурой. При температурах, при которых примесные атомы оказываются полностью истощенными и увеличение концентрации носителей происходит за счет возбуждения собственных носителей, уровень Ферми располагается посередине запрещенной зоны, как в собственном полупроводнике.







Рис. 192. Изменение положения уровня Ферми с изменением Т для полупроводников р-типа

Проводимость примесного полупроводника, как и проводимость любого проводника, определяется концентрацией носителей и их подвижностью. С изменением температуры подвижность носителей меняется по сравнительно слабому степенному закону, а концентрация носителей – по очень сильному экспоненциальному закону, поэтому проводимость примесных полупроводников от температуры определяется в основном температурной зависимостью концентрации носителей тока в нём. На рис. 193 дан примерный график зависимости  $\ln \gamma$  от 1/T для примесных полупроводников. Участок *AB* описывает примесную проводника с повышением температуры обусловлен в основном ростом концентрации примессых носителей. Участок *BC* соответствует области истощения примесей (это подтверждают и эксперименты), участок *CD* описывает собственную проводимость полупроводника.



Рис. 193. Зависимость  $\ln \gamma (1/T)$ для примесных полупроводников

# 8.5. Контакт двух металлов по зонной теории

Если два различных металла привести в соприкосновение, то между ними возникает разность потенциалов, называемая контактной разностью потенциалов. Итальянский физик А. Вольта установил, что если металлы A1, Zn, Sn, Pb, Sb, Bi, Hg, Fe, Cu, Ag, Au, Pt, Pd привести в контакт в указанной последовательности, то каждый предыдущий при соприкосновении с одним из следующих зарядится положительно. Этот ряд называется рядом Вольта. Контактная разность потенциалов для различных металлов составляет от десятых до целых вольт.

Вольта экспериментально установил два закона:

1. Контактная разность потенциалов зависит лишь от химического состава и температуры соприкасающихся металлов.

2. Контактная разность потенциалов последовательно соединенных различных проводников, находящихся при одинаковой температуре, не зависит от химического состава промежуточных проводников и равна контактной разности потенциалов, возникающей при непосредственном соединении крайних проводников.

Чтобы объяснить возникновение контактной разности потенциалов воспользуемся представлениями зонной теории. Рассмотрим контакт двух металлов с различными работами выхода  $A_1$  и  $A_2$ , то есть с различными положениями уровня Ферми (верхнего заполненного электронами энергетического уровня). Если  $A_1 < A_2$  (рис. 194, *a*), то уровень Ферми располагается в металле 1 выше, чем в металле 2. Следовательно, при контакте металлов электроны с более высоких уровней металла 1 будут переходить на более низкие уровни металла 2, что приведет к тому, что металл 1 зарядится положительно, а металл 2 – отрицательно. Одновременно происходит относительное смещение энергетических уровней: в металле, заряжающемся положительно, все уровни смещаются вниз, а в металле, заряжающемся отрицательно, – вверх. Этот процесс будет происходить до тех пор, пока между соприкасающимися металлами не установится равновесие, которое, как доказывается в статистической физике, характеризуется совпадением уровней Ферми в обоих металлах (рис. 194, б).

Так как для соприкасающихся металлов уровни Ферми совпадают, а работы выхода  $A_1$  и  $A_2$  не изменяются (они являются константами металлов и не зависят от того, находятся металлы в контакте или нет), то потенциальная энергия электронов в точках, лежащих вне металлов в непосредственной близости к их поверхности (точки A и B, рис. 194,  $\delta$ ), будет различной. Следовательно, между точками A и B устанавливается разность потенциалов, которая, как следует из рисунка, равна

$$\Delta \varphi' = (A_2 - A_1) / e.$$
 (404)

Разность потенциалов (404), обусловленная различием работ выхода контактирующих металлов, называется внешней контактной разностью потенциалов. Чаще говорят просто о контактной разности потенциалов, подразумевая под ней внешнюю.

Если уровни Ферми для двух контактирующих металлов не одинаковы, то между внутренними точками металлов наблюдается внутренняя контактная разность потенциалов, которая, как следует из рисунка, равна

$$\Delta \varphi^{\prime \prime} = (E_{F1} - E_{F2}) / e. \tag{405}$$



Рис. 194. К контакту двух металлов с различными работами выхода

В квантовой теории доказывается, что причиной возникновения внутренней контактной разности потенциалов является различие концентраций электронов в контактирующих металлах.  $\Delta \phi''$  зависит от температуры *T* контакта металлов (поскольку наблюдается зависимость  $E_F$  от *T*), обусловливая термоэлектрические явления. Как правило,  $\Delta \phi'' << \Delta \phi'$ .

Если, например, привести в соприкосновение три разнородных проводника, имеющих одинаковую температуру, то разность потенциалов между концами разомкнутой цепи равна алгебраической сумме скачков потенциала во всех контактах. Она не зависит от природы промежуточных проводников (второй закон Вольта).

Внутренняя контактная разность потенциалов возникает в двойном электрическом слое, образующемся в приконтактной области и называемом контактным слоем. Толщина контактного слоя в металлах составляет примерно 10<sup>-10</sup> м, то есть, соизмерима с междоузельными расстояниями в решетке металла. Число электронов, участвующих в диффузии через контактный спой, составляет примерно 2 % от общего числа электронов, находящихся на поверхности металла. Столь незначительное изменение концентрации электронов в контактном слое, с одной стороны, и малая по сравнению с длиной свободного пробега электрона его толщина – с другой, не могут привести к заметному изменению проводимости контактного слоя по сравнению с остальной частью металла. Следовательно, электрический ток через контакт двух металлов проходит так же легко, как и через сами металлы, то есть контактный слой проводит электрический ток в обоих направлениях  $(1 \rightarrow 2 \text{ и})$  $2 \rightarrow 1$ ) одинаково и не дает эффекта выпрямления, который всегда связан с односторонней проводимостью.

#### 8.6. Термоэлектрические явления и их применение

Согласно второму закону Вольта, в замкнутой цепи, состоящей из нескольких металлов, находящихся при одинаковой температуре, э.д.с. не возникает, то есть не происходит возбуждения электрического тока. Однако если температура контактов не одинакова, то в цепи возникает электрический ток, называемый термоэлектрическим. Явление возбуждения термоэлектрического тока (явление Зеебека), а также тесно связанные с ним явления Пельте и Томсона называются термоэлектрическими явлениями.

1. Явление Зеебека. Немецкий физик Т. Зеебек обнаружил, что в замкнутой цепи, состоящей из последовательно соединенных разнородных проводников, контакты между которыми имеют различную температуру, возникает электрический ток.

Рассмотрим замкнутую цепь, состоящую из двух металлических проводников 1 и 2 с температурами спаев  $T_1$  (контакт A) и  $T_2$  (контакт B), причем  $T_1 > T_2$  (рис. 195).



Рис. 195. К явлению Зеебека

В замкнутой цепи для многих пар металлов (например, Cu-Bi, Ag-Cu, Au-Cu) электродвижущая сила прямо пропорциональна разности температур в контактах:  $\varepsilon = \alpha \cdot (T_1 - T_2)$ . Эта э.д.с. называется **термо**электродвижущей силой. Направление тока при  $T_1 > T_2$  на рис. 195 показано стрелкой. Термоэлектродвижущая сила, например для пары металлов медь – константан, для разности температур 100 К составляет всего 4,25 мВ.

Причина возникновения термоэлектродвижущей э.д.с. ясна уже из формулы (405), определяющей внутреннюю контактную разность потенциалов на границе двух металлов. Дело в том, что положение уровня Ферми зависит от температуры. Поэтому если температуры контактов разные, то разными будут и внутренние контактные разности потенциалов. Таким образом, сумма скачков потенциала отлична от нуля, что и приводит к возникновению термоэлектрического тока. Отметим также, что при градиенте температуры происходит и диффузия электронов, ко-торая тоже обусловливает термо-э.д.с.

Явление Зеебека не противоречит второму началу термодинамики, так как в данном случае внутренняя энергия преобразуется в электрическую, для чего используется два источника теплоты (два контакта). Следовательно, для поддержания постоянного тока в рассматриваемой цепи необходимо поддерживать постоянство разности температур контактов: к более нагретому контакту непрерывно подводить теплоту, а от холодного – непрерывно её отводить.

Явление Зеебека используется для измерения температуры. Для этого применяются термоэлементы, или термопары – датчики температур, состоящие из двух соединенных между собой разнородных металлических проводников. Если контакты (обычно спаи) проводников (проволок), образующих термопару, находятся при разных температурах, то в цепи возникает термоэлектродвижущая сила, которая зависит от разности температур контактов и природы применяемых материалов. Чувствительность термопар выше, если их соединять последовательно. Эти соединения называются термобатареями (или термостолбиками). Термопары применяются как для измерения ничтожно малых разностей температур, так и для измерения очень высоких и очень низких температур (например, внутри доменных печей или жидких газов). Точность определения температуры с помощью термопар составляет, как правило, несколько кельвин, а у некоторых термопар достигает  $\approx 0.01$  К. Термопары обладают рядом преимуществ перед обычными термометрами: имеют большую чувствительность и малую инерционность, позволяют проводить измерения в широком интервале температур и допускают дистанционные измерения.

2. Явление Пельтье. Французский физик Ж. Пельтье обнаружил, что при прохождении через контакт двух различных проводников электрического тока в зависимости от его направления помимо джоулевой теплоты выделяется или поглощается дополнительная теплота. Таким образом, явление Пельтье является обратным по отношению к явлению Зеебека. В отличие от джоулевой теплоты, которая пропорциональна квадрату силы тока, теплота Пельтье пропорциональна первой степени силы тока и меняет знак при изменении направления тока.

Рассмотрим замкнутую цепь, состоящую из двух разнородных металлических проводников 1 и 2 (рис. 196), по которым пропускается ток I' (его направление в данном случае выбрано совпадающим с направлением термотока (при условии  $T_1 > T_2$ ). Согласно наблюдениям Пельтье, спай A, который при явлении Зеебека поддерживался бы при более высокой температуре, будет теперь охлаждаться, а спай В – нагреваться. При изменении направления тока I' спай A будет нагреваться, спай В – охлаждаться.

Объяснить явление Пельтье можно следующим образом. Электроны по разную сторону спая обладают различной средней энергией (полной – кинетической плюс потенциальной). Если электроны (направление их движения задано на рис. 196 пунктирными стрелками) пройдут через спай В и попадут в область с меньшей энергией, то избыток своей энергии они отдадут кристаллической решетке и спай будет нагреваться. В спае А электроны переходят в область с большей энергией, забирая теперь недостающую энергию у кристаллической решетки, и спай будет охлаждаться.



Рис. 196. К явлению Пельтье

Явление Пельтье используется в термоэлектрических полупроводниковых холодильниках, созданных впервые в 1954 г. под руководством А.Ф. Иоффе, и в некоторых электронных приборах.

3. Явление Томсона. Вильям Томсон (Кельвин), исследуя термоэлектрические явления, пришел к заключению, подтвердив его экспериментально, что при прохождении тока по неравномерно нагретому проводнику должно происходить дополнительное выделение (поглощение) теплоты, аналогичной теплоте Пельтье. Это явление получило название явления Томсона. Его можно объяснить следующим образом. Так как в более нагретой части проводника электроны имеют большую среднюю энергию, чем в менее нагретой, то, двигаясь в направлении убывания температуры, они отдают часть своей энергии решётке, в результате чего происходит выделение теплоты Томсона. Если же электроны движутся в сторону возрастания температуры, то они, наоборот, пополняют свою энергию за счет энергии решетки, в результате чего происходит поглощение теплоты Томсона.

#### 8.7. Выпрямление на контакте металл-полупроводник

Рассмотрим некоторые особенности механизма процессов, происходящих при приведении в контакт металла с полупроводником. Для этого возьмем полупроводник n-типа с работой выхода A, меньшей работы выхода  $A_{M}$  из металла. Соответствующие энергетические диаграммы до и после приведения в контакт показаны на рис. 197, a,  $\delta$ .



Рис. 197. Энергетические диаграммы до и после приведения в контакт металла и полупроводника п-типа

Если  $A_{M} > A$ , то при контакте электроны из полупроводника будут переходить в металл, в результате чего контактный слой полупроводника обеднится электронами и зарядится положительно, а металл – отрицательно. Этот процесс будет происходить до достижения равновесного состояния, характеризуемого, как и при контакте двух металлов, выравниванием уровней Ферми для металла и полупроводника. На контакте образуется двойной электрический слой d, поле которого (контактная разность потенциалов) препятствует дальнейшему переходу электронов. Вследствие малой концентрации электронов проводимости в полупроводнике (порядка  $10^{15}$  см<sup>-3</sup> вместо  $10^{21}$  см<sup>-3</sup> в металлах) толщина контактного слоя в полупроводнике достигает примерно 10<sup>-6</sup> см, то есть примерно в 10000 раз больше, чем в металле. Контактный слой полупроводника обеднён основными носителями тока – электронами в зоне проводимости, и его сопротивление значительно больше, чем в остальном объёме полупроводника. Такой контактный слой называется запирающим.

При  $d = 10^{-6}$  см и  $\Delta \varphi \approx 1$  В напряженность электрического поля контактного слоя  $E = \Delta \varphi/d \approx 10^8$  В/м. Такое контактное поле не может сильно повлиять на структуру спектра (например, на ширину запрещенной зоны, на энергию активации примесей и т. д.) и его действие сводится лишь к параллельному искривлению всех энергетических уровней полупроводника в области контакта (рис. 197,  $\delta$ ). Так как в случае контакта уровни Ферми выравниваются, а работы выхода – величины постоянные, то при  $A_{M} > A$  энергия электронов в контактном слое полупроводника больше, чем в остальном объёме. Поэтому в контактном слое дно зоны проводимости поднимается вверх, удаляясь от уровня Ферми. Соответственно происходит и искривление верхнего края валентной зоны, а также донорного уровня.

Помимо рассмотренного выше примера возможны ещё следующие три случая контакта металла с примесными полупроводниками:

а)  $A_{M} < A$ , полупроводник n-типа;

б)  $A_{M} > A$ , полупроводник р-типа;

в)  $A_{M} < A$ , полупроводник р-типа.

Соответствующие зонные схемы показаны на рис. 198.



Рис. 198. К контакту металл-полупроводник

Если  $A_{M} < A$ , то при контакте металла с полупроводником n-типа электроны из металла переходят в полупроводник и образуют в контактном слое полупроводника отрицательный объемный заряд (рис. 198, *a*). Следовательно, контактный слой полупроводника обладает повышенной проводимостью, то есть не является запирающим. Рас-

суждая аналогично, можно показать, что искривление энергетических уровней по сравнению с контактом металл-полупроводник n-типа  $(A_{M} > A)$  происходит в обратную сторону.

При контакте металла с полупроводником р-типа запирающий слой образуется при  $A_{M} < A$  (рис. 198, *в*), так как в контактном слое полупроводника наблюдается избыток отрицательных ионов акцепторных примесей и недостаток основных носителей тока – дырок в валентной зоне. Если же  $A_{M} > A$  (рис. 198, *б*), то в контактном слое полупроводника р-типа наблюдается избыток основных носителей тока – дырок в валентной зоне, контактный слой обладает повышенной проводимостью.

Таким образом, запирающий контактный слой возникает при контакте донорного полупроводника с меньшей работой выхода, чем у металла (рис. 198, *б*), и у акцепторного – с большей работой выхода, чем у металла (рис. 198, *в*).

Запирающий контактный слой обладает односторонней (вентильной) проводимостью, то есть при приложении к контакту внешнего электрического поля он пропускает ток практически только в одном направлении: либо из металла в полупроводник, либо из полупроводника в металл. Это важнейшее свойство запирающего слоя объясняется зависимостью его сопротивления от направления внешнего поля.

Если направления внешнего и контактного полей противоположны, то основные носители тока втягиваются в контактный слой из объема полупроводника. Толщина контактного слоя, обеднённого основными носителями тока, и его сопротивление уменьшаются. В этом направлении, называемом **пропускным**, электрический ток может проходить через контакт металл-полупроводник. Если внешнее поле совпадает по знаку с контактным, то основные носители тока будут перемещаться от границы с металлом и толщина обеднённого слоя возрастает как и его сопротивление. В этом случае ток через контакт отсутствует, выпрямитель заперт – это запорное направление. Для запирающего слоя на границе металла с полупроводником n-типа ( $A_M > A$ ) пропускным является направление тока из металла в полупроводник, а для запирающего слоя на границе металла с полупроводником p-типа ( $A_M < A$ ) – из полупроводника в металл.

# 8.8. Контакт электронного и дырочного полупроводников (p-n-переход)

Граница соприкосновения двух полупроводников, один из которых имеет электронную, а другой – дырочную проводимость, называется электронно-дырочным переходом (или p-n-переходом). Эти переходы имеют большое практическое значение, являясь основой работы многих полупроводниковых приборов. p-n-переход нельзя осуществить просто механическим соединением двух полупроводников. Обычно области различной проводимости создают либо при выращивании кристаллов, либо при соответствующей обработке кристаллов. Например, на кристалл германия n-типа накладывается индиевая «таблет-ка» (рис. 199, *a*). Эта система нагревается примерно при 500 °C в вакууме или в атмосфере инертного газа. При этом атомы индия диффундируют на некоторую глубину в германий. Затем расплав медленно охлаждают. Так как германий, содержащий индий, обладает дырочной проводимостью, то на границе закристаллизовавшегося расплава и германия n-типа образуется p-n-переход (рис. 199,  $\delta$ ).



Рис. 199. К технологии получения p-n-перехода

Рассмотрим физические процессы, происходящие в p-n-переходе (рис. 200). Пусть донорный полупроводник (работа выхода –  $A_n$ , уровень Ферми –  $E_{Fn}$ ) приводится в контакт (рис. 200,  $\delta$ ) с акцепторным полупроводником (работа выхода –  $A_p$ , уровень Ферми –  $E_{F0}$ ). Электроны из n-полупроводника, где их концентрация выше, будут диффундировать в p-полупроводник, где их концентрация ниже. Диффузия же дырок происходит в обратном направлении – в направлении р – n.

В п-полупроводнике из-за ухода электронов вблизи границы остается нескомпенсированный положительный объемный заряд неподвижных ионизованных донорных атомов. В p-полупроводнике из-за ухода дырок вблизи границы образуется отрицательный объемный заряд неподвижных ионизованных акцепторов (рис. 200, *a*). Эти объёмные заряды образуют у границы двойной электрический слой, поле которого, направленное от n-области к p-области, препятствует дальнейшему переходу электронов в направлении  $n \rightarrow p$  и дырок в направлении  $p \rightarrow n$ . Если концентрации доноров и акцепторов в полупроводниках n- и p-типа одинаковы, то толщины слоев  $d_1$  и  $d_2$  (рис. 200, *в*), в которых локализуются неподвижные заряды, равны ( $d_1 = d_2$ ). При определенной толщине p-n-перехода наступает равновесное состояние, характеризуемое выравниванием уровней Ферми для обоих полупроводников (рис. 200, e). В области p-n-перехода энергетические зоны искривляются, в результате чего возникают потенциальные барьеры как для электронов, так и для дырок. Высота потенциального барьера  $e\varphi$  определяется первоначальной разностью положений уровня Ферми в обоих полупроводниках. Все энергетические уровни акцепторного полупроводника подняты относительно уровней донорного полупроводника на высоту, равную  $e\varphi$ , причем подъем происходит на толщине двойного слоя d.



Рис. 200. К физическим процессам происходящим в p-n-переходе

Толщина d слоя p-n-перехода в полупроводниках составляет примерно  $10^{-6}-10^{-7}$  м, а контактная разность потенциалов – десятые доли вольт. Носители тока способны преодолеть такую разность потенциалов лишь при температуре в несколько тысяч градусов, то есть при обычных температурах равновесный контактный слой является запирающим (характеризуется повышенным сопротивлением).

Сопротивление запирающего слоя можно изменить с помощью внешнего электрического поля. Если приложенное к p-n-переходу внешнее электрическое поле направлено от n-полупроводника к p-полупроводнику (puc. 201, *a*), то есть совпадает с полем контактного слоя, то оно вызывает движение электронов в n-полупроводнике и дырок в p-полупроводнике от границы p-n-перехода в противоположные стороны. В результате запирающий слой расширится и его сопротивление возрастет. Направление внешнего поля, расширяющего запирающий слой, называется запирающим (обратным). В этом направлении электрический ток через p-n-переход практически не проходит. Ток в запирающем слое в запирающем направлении образуется лишь за счет неосновных носителей тока (электронов в p-полупроводнике и дырок в n-полупроводнике).

Если приложенное к p-n-переходу внешнее электрическое поле направлено противоположно полю контактного слоя (рис. 201, *б*), то оно вызывает движение электронов в n-полупроводнике и дырок в p-полупроводнике к границе p-n-перехода навстречу друг другу. В этой области они рекомбинируют, толщина контактного слоя и его сопротивление уменьшаются. Следовательно, в этом направлении электрический ток проходит сквозь p-n-переход в направлении от p-полупроводника к n-полупроводнику; оно называется **пропускным** (прямым).



Таким образом, **р-п-переход** (подобно на контакте металлполупроводник) обладает односторонней (вентильной) проводимостью.

На рис. 202 представлена вольт-амперная характеристика р-п-перехода. Как уже указывалось, при пропускном (прямом) напряже-

нии внешнее электрическое поле способствует движению основных носителей тока к границе p-n-перехода (рис. 201,  $\delta$ ). В результате толщина контактного слоя уменьшается. Соответственно уменьшается и сопротивление перехода (тем сильнее, чем больше напряжение), а сила тока становится большой (правая ветвь на рис. 202). Это направление тока называется **прямым**.



Рис. 202. Вольт-амперная характеристика р-п-перехода

При запирающем (обратном) напряжении внешнее электрическое поле препятствует движению основных носителей тока к границе p-n-перехода (рис. 201, *a*) и способствует движению неосновных носителей тока, концентрация которых в полупроводниках невелика. Это приводит к увеличению толщины контактного слоя, обедненного основными носителями тока. Соответственно увеличивается и сопротивление перехода. Поэтому в данном случае через p-n-переход протекает только небольшой ток (он называется обратным), полностью обусловленный неосновными носителями тока (рис. 202, левая ветвь). Быстрое возрастание этого тока означает пробой контактного слоя и его разрушение. При включении в цепь переменного тока p-n-переходы действуют как выпрямители.

## 8.9. Полупроводниковые диоды и триоды

Односторонняя проводимость контактов двух полупроводников (или металла с полупроводником) используется для выпрямления и преобразования переменных токов. Если имеется один электроннодырочный переход, то его действие аналогично действию двухэлектродной лампы – диода. Поэтому полупроводниковое устройство, содержащее один p-n-переход, называется полупроводниковым (кристаллическим) диодом. Полупроводниковые диоды по конструкции делятся на точечные и плоскостные. В качестве примера рассмотрим точечный германиевый диод (рис. 203), в котором тонкая вольфрамовая проволока 1 прижимается к п-германию 2 остриём, покрытым алюминием. Если через диод в прямом направлении пропустить кратковременный импульс тока, то при этом резко повышается диффузия Al в Ge и образуется слой германия, обогащенный алюминием и обладающий р-проводимостью. На границе этого слоя образуется p-n-переход, обладающий высоким коэффициентом выпрямления. Благодаря малой ёмкости контактного слоя точечные диоды применяются в качестве детекторов (выпрямителей) высокочастотных колебаний.



Рис. 203. Точечный германиевый диод

Принципиальная схема плоскостного меднозакисного (купоросного) выпрямителя дана на рис. 204. На медную пластину с помощью химической обработки наращивается слой закиси меди Cu<sub>2</sub>O, который покрывается слоем серебра. Серебряный электрод служит только для включения выпрямителя в цепь. Часть слоя Cu<sub>2</sub>O, прилегающая к меди и обогащённая ею, обладает электронной проводимостью, а часть слоя Cu<sub>2</sub>O, прилегающая к Ag и обогащенная (в процессе изготовления выпрямителя) кислородом, – дырочной проводимостью. Таким образом, в толще закиси меди образуется запирающий слой с пропускным направлением тока от Cu<sub>2</sub>O к Cu (p  $\rightarrow$  n).



Рис. 204. Принципиальная схема плоскостного меднозакисного выпрямителя

Рассмотренные диоды обладают рядом преимуществ по сравнению с электронными лампами (малые габаритные размеры, высокие к.п.д. и срок службы, постоянная готовность к работе и т. д.), но они очень чув-

ствительны к температуре, поэтому интервал их рабочих температур ограничен (от –70 до +120°С). p-n-переходы обладают не только прекрасными выпрямляющими свойствами, но могут быть использованы также для усиления, а если в схему ввести обратную связь, то и для генерирования электрических колебаний. Приборы, предназначенные для этих целей, получили название **полупроводниковых триодов** или **транзисторов** (первый транзистор создан в 1949 г. американскими физиками Д. Бардином, У. Браттейном и У. Шокли; Нобелевская премия 1956 г.).

Для изготовления транзисторов используются германий и кремний, так как они характеризуются большой механической прочностью, химической устойчивостью и большей, чем в других полупроводниках, подвижностью носителей тока. Полупроводниковые триоды делятся на **точечные** и **плоскостные**. Первые значительно усиливают напряжение, но их выходные мощности малы из-за опасности перегрева (например, верхний предел рабочей температуры точечного германиевого триода лежит в пределах 50–80 °C). Плоскостные триоды являются более мощными. Они могут быть типа p-n-p и типа n-p-n в зависимости от чередования областей с различной проводимостью.

Рассмотрим принцип работы плоскостного триода p-n-p, то есть триода на основе n-полупроводника (рис. 205). Рабочие «электроды» триода, которыми являются база (средняя часть транзистора), эмиттер и коллектор (прилегающие к базе с обеих сторон области с иным типом проводимости), включаются в схему с помощью невыпрямляющих контактов – металлических проводников. Между эмиттером и базой прикладывается постоянное смещающее напряжение в прямом направлении, а между базой и коллектором – постоянное смещающее напряжение в обратном направлении. Усиливаемое переменное напряжение подается на входное сопротивление  $R_{ex}$ , а усиленное – снимается с выходного сопротивления  $R_{ebx}$ .



Рис. 205. Схема триода на основе п-полупроводника

Протекание тока в цепи эмиттера обусловлено в основном движением дырок (они являются основными носителями тока) и сопровождается их «впрыскиванием» – инжекцией – в область базы. Проникшие в базу дырки диффундируют по направлению к коллектору, причем при небольшой толщине базы значительная часть инжектированных дырок достигает коллектора. Здесь дырки захватываются полем, действующим внутри перехода (притягиваются к отрицательно заряженному коллектору), вследствие чего изменяется ток коллектора. Следовательно, всякое изменение тока в цепи эмиттера вызывает изменение тока в цепи коллектора.

Прикладывая между эмиттером и базой переменное напряжение, получим в цепи коллектора переменный ток, а на выходном сопротивлении – переменное напряжение. Величина усиления зависит от свойств p-n-переходов, нагрузочных сопротивлений и напряжения батареи  $\mathcal{K}$ . Обычно  $R_{sbix} >> R_{ex}$ , поэтому  $U_{sbix}$  значительно превышает входное напряжение Ubx (усиление может достигать 10000). Так как мощность переменного тока, выделяемая в  $R_{sbix}$ , может быть больше, чем расходуемая в цепи эмиттера, то транзистор даст и усиление мощности. Эта усиленная мощность появляется за счет источника тока, включенного в цепь коллектора. Таким образом, **транзистор**, подобно электронной лампе, **даёт усиление и напряжения и мощности**. Если в лампе анодный ток управляется напряжением на сетке, то в транзисторе ток коллектора, соответствующий анодному току лампы, управляется напряжением на базе.

Принцип работы транзистора n-p-n-типа аналогичен рассмотренному выше, но роль дырок играют электроны. Существуют и другие типы транзисторов, так же как и другие схемы их включения. Благодаря своим преимуществам перед электронными лампами (малые габаритные размеры, большие к.п.д. и срок службы, отсутствие накаливаемого катода (поэтому потребление меньшей мощности), отсутствие необходимости в вакууме и т. д.) транзистор совершил революцию в области электронных средств связи и обеспечил создание быстродействующих ЭВМ.

# 9. Элементы ядерной физики и физики элементарных частиц

# 9.1. Состав атомных ядер. Изотопы, изобары и изотоны

К 20-м годам XX века физики уже не сомневались в том, что атомные ядра, также как и сами атомы, имеют сложную структуру. В этом их убеждали многочисленные экспериментальные факты, накопленные к этому времени: открытие радиоактивности, экспериментальное доказательство ядерной модели ядра, измерение отношения e/m для электрона,  $\alpha$ -частицы и для *H*-частицы – ядра атома водорода, открытие искусственной радиоактивности и ядерных реакций, измерение зарядов атомных ядер и так далее.

В настоящее время установлено, что **атомные ядра различных** элементов состоят из двух частиц – протонов и нейтронов.

Первая из этих частиц представляет собой атом водорода, из которого удален единственный электрон. Эта частица наблюдалась уже в опытах Дж. Томсона (1907 г.), которому удалось измерить у нее отношение e/m. В 1919 году Э. Резерфорд обнаружил ядра атома водорода в продуктах расщепления ядер атомов многих элементов. Резерфорд назвал эту частицу протоном. Он высказал предположение, что протоны входят в состав всех атомных ядер. Схема опытов Резерфорда представлена на рис. 206 (K – свинцовый контейнер с радиоактивным источником  $\alpha$ -частиц,  $\Phi$  – металлическая фольга, Э – экран, покрытый сульфидом цинка, M – микроскоп).



Рис. 206. Схема опытов Резерфорда по обнаружению протонов в продуктах расщепления ядер

Прибор Резерфорда состоял из вакуумированной камеры, в которой был расположен контейнер *К* с источником α-частиц. Окно камеры бы-

ло закрыто металлической фольгой  $\Phi$ , толщина которой была подобрана так, чтобы α-частицы не могли через неё проникнуть. За окном располагался экран Э, покрытый сернистым цинком. С помощью микроскопа М можно было наблюдать сцинтилляции в точках попадания на экран тяжелых заряженных частиц. При заполнении камеры азотом при низком давлении на экране возникали световые вспышки, указывающие на появление потока каких-то частиц, способных проникать через фольгу Φ, практически полностью задерживающую поток α-частиц. Отодвигая экран Э от окна камеры, Резерфорд измерил среднюю длину свободного пробега наблюдаемых частиц в воздухе. Она оказалась приблизительно равной 28 см, что совпадало с оценкой длины пробега Н-частиц, наблюдавшихся ранее Дж. Томсоном. Исследования действия на частицы, выбиваемые из ядер азота, электрических и магнитных полей показали, что эти частицы обладают положительным элементарным зарядом и их масса равна массе ядра атома водорода. Впоследствии опыт был выполнен с целым рядом других газообразных веществ. Во всех случаях было обнаружено, что из ядер этих веществ α-частицы выбивают Н-частицы или протоны.

Положительный заряд протона в точности равен элементарному заряду

то есть равен по модулю отрицательному заряду электрона. В настоящее время равенство зарядов протона и электрона проверено с точностью 10<sup>-22</sup>. Такое совпадение зарядов двух непохожих друг на друга частиц вызывает удивление и остаётся одной из фундаментальных загадок современной физики. **Масса протона** равна

$$m_p = 1,67262 \cdot 10^{-27}$$
 кг

В ядерной физике массу частицы часто выражают в атомных единицах массы (а. е. м.), равной 1/12 массы атома углерода с массовым числом 12:

1 а. е. м. = 1,66057
$$\cdot$$
10<sup>-27</sup> кг.

Следовательно,  $m_p = 1,007276$  а. е. м. Во многих случаях массу частицы удобно выражать в эквивалентных значениях энергии в соответствии с формулой  $E = m \cdot c^2$ . Так как 1 эВ =  $1,60218 \cdot 10^{-19}$  Дж, в энергетических единицах масса протона равна 938,272331 МэВ.

# Спин протона $\hbar/2$ .

Таким образом, в опыте Резерфорда было открыто явление расщепления ядер азота и других элементов при ударах быстрых α-частиц и показано, что **протоны входят в состав ядер атомов**.

После открытия протона было высказано предположение, что ядра атомов состоят из одних протонов. Однако это предположение оказа-

лось несостоятельным, так как отношение заряда ядра к его массе не остается постоянным для разных ядер, как это было бы, если бы в состав ядер входили одни протоны. Для более тяжелых ядер это отношение оказывается меньше, чем для легких, то есть при переходе к более тяжелым ядрам масса ядра растет быстрее, чем заряд.

В 1920 г. Резерфорд высказал гипотезу о существовании в составе ядер жестко связанной компактной протон-электронной пары, представляющей собой электрически нейтральное образование – частицу с массой, приблизительно равной массе протона. Он даже придумал название этой гипотетической частице – нейтрон. Это была очень красивая, но, как выяснилось впоследствии, ошибочная идея. Электрон не может входить в состав ядра. Квантово-механический расчёт на основании соотношения неопределенностей показывает, что электрон, локализованный в ядре, то есть области размером  $R \approx 10^{-13}$  см, должен обладать колоссальной кинетической энергией, на много порядков превосходящей энергию связи ядер в расчете на одну частицу. Идея о существовании тяжелой нейтральной частицы казалась Резерфорду настолько привлекательной, что он незамедлительно предложил группе своих учеников во главе с Дж. Чедвиком заняться поиском такой частицы. Через 12 лет в 1932 г. Чедвик экспериментально исследовал излучение, возникающее при облучении бериллия α-частицами, и обнаружил, что это излучение представляет собой поток нейтральных частиц с массой, примерно равной массе протона. Так был открыт нейтрон. На рис. 207 приведена упрощенная схема установки для обнаружения нейтронов.



Рис. 207. Схема установки для обнаружения нейтронов

При бомбардировке бериллия α-частицами, испускаемыми радиоактивным полонием, возникает сильное проникающее излучение, способное преодолеть слой свинца толщиной в 10<sup>-20</sup> см. Это излучение
почти одновременно с Чедвиком наблюдали супруги Жолио-Кюри Ирен и Фредерик (Ирен – дочь Марии и Пьера Кюри), но они предположили, что это γ-лучи большой энергии. Они обнаружили, что если на пути излучения бериллия поставить парафиновую пластину, то ионизирующая способность этого излучения резко возрастает. Они доказали, что излучение бериллия выбивает из парафина протоны, которые в большом количестве имеются в этом водородосодержащем веществе. По длине свободного пробега протонов в воздухе они оценили энергию γ-квантов, способных при столкновении сообщить протонам необходимую скорость. Она оказалась огромной – порядка 50 МэВ.

Дж. Чедвик в 1932 г. выполнил серию экспериментов по всестороннему изучению свойств излучения, возникающего при облучении бериллия α-частицами. В своих опытах Чедвик использовал различные методы исследования ионизирующих излучений. На рис. 208 изображен счетчик Гейгера, предназначенный для регистрации заряженных частиц. Он состоит из стеклянной трубки 1, покрытой изнутри металлическим слоем (катод) 2, и тонкой нити, идущей вдоль оси трубки (анод) 4. На рис. 208 вывод катода – 3. Трубка заполняется инертным газом (обычно аргоном) при низком давлении. Заряженная частица, пролетая в газе, вызывает ионизацию молекул. Появившиеся в результате ионизации свободные электроны ускоряются электрическим полем между анодом и катодом до энергий, при которых начинается ударная ионизация. Возникает лавина ионов, и через счетчик проходит короткий разрядный импульс тока.



Рис. 208. Схема стеклянного счётчика Гейгера-Мюллера

Другим важнейшим прибором для исследования частиц является так называемая камера Вильсона, в которой быстрая заряженная частица оставляет след (трек). Траекторию частицы можно наблюдать непосредственно или фотографировать. Действие камеры Вильсона, созданной в 1912 г., основано на конденсации перенасыщенного пара на ионах, образующихся в рабочем объеме камеры вдоль траектории заряженной частицы. С помощью камеры Вильсона можно наблюдать искривление траектории заряженной частицы в электрическом и магнитном полях. На рис. 209 приведён снимок ядерной реакции <sup>14</sup>N ( $\alpha$ , p) <sup>17</sup>O,

зарегистрированной в камере Вильсона. На снимке видны следы бомбардирующих  $\alpha$ -частиц (линии, направленные снизу вверх), а также образующие вилку следы продуктов реакции – протона и ядра <sup>17</sup>О.



Рис. 209. Снимок ядерной реакции зарегистрированной в камере Вильсона

Дж. Чедвик в своих опытах наблюдал в камере Вильсона треки ядер азота, испытавших столкновение с бериллиевым излучением. На основании этих опытов он сделал оценку энергии γ-кванта, способного сообщить ядрам азота наблюдаемую в эксперименте скорость. Она оказалась равной 100–150 МэВ. Такой огромной энергией не могли обладать γ-кванты, испущенные бериллием. На этом основании Чедвик заключил, что из бериллия под действием α-частиц вылетают не безмассовые γ-кванты, а достаточно тяжелые частицы. Поскольку эти частицы обладали большой проникающей способностью и непосредственно не ионизировали газ в счетчике Гейгера, следовательно, они были электронейтральны. Так было доказано существование нейтрона – частицы, предсказанной Резерфордом более чем за 10 лет до опытов Чедвика.

Нейтрон – это элементарная частица. Её не следует представлять в виде компактной протон-электронной пары, как первоначально предполагал Резерфорд.

## Масса нейтрона

 $m_n = 1,67493 \cdot 10^{-27}$  кг = 1,008665 а. е. м.

В энергетических единицах масса нейтрона равна 939,56563 МэВ. Масса нейтрона приблизительно на две электронные массы превосходит массу протона. Сразу же после открытия нейтрона российский ученый Д.Д. Иваненко и немецкий физик В. Гейзенберг выдвинули гипотезу о протонно-нейтронном строении атомных ядер, которая полностью подтвердилась последующими исследованиями. Протоны и нейтроны принято называть нуклонами.

Для характеристики атомных ядер вводится ряд обозначений. Число протонов, входящих в состав атомного ядра, обозначают символом Z и называют зарядовым числом или атомным номером (это порядковый номер в периодической таблице Менделеева). Заряд ядра равен Ze, где e – элементарный заряд. Число нейтронов обозначают символом N.

Общее число нуклонов называют массовым числом А:

$$A = Z + N. \tag{406}$$

Ядра химических элементов обозначают символом  ${}_{Z}^{A}X$ , где X – химический символ элемента (таблица 28).

Таблица 28

Характеристика	Обозначение	Определение
Символическая запись ядер		<b>Пример:</b> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>0</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>17</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>17</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>17</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>17</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>17</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>17</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>17</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>17</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>17</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>17</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>17</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>17</sup> <sup>16</sup> <sup>17</sup> <sup>16</sup> <sup>17</sup> <sup>16</sup> <sup>17</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>17</sup> <sup>16</sup> <sup>17</sup> <sup>16</sup> <sup>17</sup> <sup>16</sup> <sup>17</sup> <sup>16</sup> <sup>17</sup> <sup>16</sup> <sup>17</sup> <sup>16</sup> <sup>17</sup> <sup>16</sup> <sup>17</sup> <sup>16</sup> <sup>17</sup> <sup>16</sup> <sup>17</sup> <sup>16</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>16</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>16</sup> <sup>16</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup>17</sup> <sup></sup>
		Число нейтронов N = A – Z В ядре 8 нейтронов

Нуклоны в атомных ядрах являются фермионами. Спин нейтрона  $\hbar/2$ . Ядро атома имеет собственный момент импульса – спин ядра, равный

$$L_{g} = \hbar \cdot \sqrt{I \cdot (I+1)}, \qquad (407)$$

где *I* – внутреннее (полное) спиновое квантовое число.

Число *I* принимает целочисленные или полуцелые значения 0, 1/2, 1, 3/2 и т. д. Ядра с чётными *A* имеют целочисленный спин (в единицах  $\hbar$ ) и подчиняются статистике Бозе-Эйнштейна. Ядра с нечётными *A* имеют полуцелый спин (в единицах  $\hbar$ ) и подчиняются статистике Ферми-Дирака.

Ядерные частица имеют собственные магнитные моменты, которыми определяется магнитный момент ядра  $P_{m_{\pi}}$  в целом. Единицей магнитных моментов ядер служит ядерный магнетон  $\mu_{\pi}$ 

$$\mu_{g} = e \cdot \hbar / (2 \cdot m_{p}), \tag{408}$$

где е – абсолютное значение заряда электрона,  $m_p$  – масса протона. Ядерный магнетон в  $m_p / m_e = 1836,5$  раза меньше магнетона Бора, откуда следует, что магнитные свойства атомов определяются магнитными свойствами его электронов.

Между спином ядра  $L_{s}$  выраженным в  $\hbar$ , и его магнитным моментом имеется соотношение

$$P_{m\,\mathfrak{g}} = \gamma_{\mathfrak{g}} \cdot L_{\mathfrak{g}},\tag{409}$$

где  $\gamma_{g}$  – ядерное гидромагнитное отношение.

Магнитный момент нейтрона равен  $-1,91\mu_{g}$ . Знак минус показывает, что направление спина нейтрона и его магнитного момента противоположны. Магнитный момент протона положителен и равен  $2,79\mu_{g}$ . Его направление совпадает с направлением спина протона.

Ядра одного и того же химического элемента могут отличаться числом нейтронов. Такие ядра называются **изотопами**. У большинства химических элементов имеется несколько изотопов. Например, у водорода три изотопа:  ${}^{1}_{1}H$  – обычный водород,  ${}^{2}_{1}H$  – дейтерий и  ${}^{3}_{1}H$  – тритий. У углерода – 6 изотопов, у кислорода – 3. Химические элементы в природных условиях обычно представляют собой смесь изотопов. Присутствие изотопов определяет значение атомной массы природного элемента в периодической таблице Менделеева. Так, например, относительная атомная масса природного углерода равна 12,011.

Выделяют также изобары и изотоны. Изотопы, изобары и изотоны называют нуклидами (таблицы 29, 30).

Таблица 29

	1		
Изотопы	Изобары	Изотоны	
Атомные ядра одного и	Атомные ядра различных	Атомные ядра различных	
того же элемента с раз-	элементов с одинаковым	элементов с одинаковым	
личным числом нейтро-	массовым числом	числом нейтронов	
нов			
Имеют одинаковые <i>Z</i> ,	Имеют одинаковые А,	Имеют одинаковые N,	
но разные А	Но разные Z	но разные <i>Z</i> и <i>A</i>	

Атомные ядра

Таблица 30

Нуклиды	Примеры	Z	N	A
Изотопы 10 В		5	5	10
	$^{11}_{5}B$	5	6	11
Изобары	$^{210}_{82}Pb$	82	128	210
	$^{210}_{83}Bi$	83	127	210
Изотоны	$^{14}_{7}N$	7	7	14
	$^{15}_{8}O$	8	7	15

Примеры нуклидов: изотопы, изобары, изотоны

## 9.2. Энергия связи ядер

Для того, чтобы атомные ядра были устойчивыми, протоны и нейтроны должны удерживаться внутри ядер огромными силами, во много раз превосходящими силы кулоновского отталкивания протонов. Силы, удерживающие нуклоны в ядре, называются ядерными. Они представляют собой проявление самого интенсивного из всех известных в физике видов взаимодействия – так называемого сильного взаимодействия. Ядерные силы примерно в 100 раз превосходят электростатические силы и на десятки порядков превосходят силы гравитационного взаимодействия нуклонов. Важной особенностью ядерных сил является их короткодействующий характер. Ядерные силы заметно проявляются, как показали опыты Резерфорда по рассеянию  $\alpha$ -частиц, лишь на расстояниях порядка размеров ядра ( $10^{-12}$ – $10^{-13}$  см). На больших расстояниях проявляется действие сравнительно медленно убывающих кулоновских сил.

На основании опытных данных можно заключить, что протоны и нейтроны в ядре ведут себя одинаково в отношении сильного взаимодействия, то есть ядерные силы не зависят от наличия или отсутствия у частиц электрического заряда.

Важнейшую роль в ядерной физике играет понятие энергии связи ядра. Энергия связи ядра равна минимальной энергии, которую необходимо затратить для полного расщепления ядра на отдельные частицы. Из закона сохранения энергии следует, что энергия связи равна той энергии, которая выделяется при образовании ядра из отдельных частиц.

Энергию связи любого ядра можно определить с помощью точного измерения его массы. В настоящее время физики научились измерять массы частиц – электронов, протонов, нейтронов, ядер и других – с

очень высокой точностью. Эти измерения показывают, что масса любого ядра  $M_{\pi}$  всегда меньше суммы масс входящих в его состав протонов и нейтронов

$$M_{\mathfrak{g}} < Z \cdot m_p + N \cdot m_n. \tag{410}$$

Разность масс

$$\Delta M = Z \cdot m_p + N \cdot m_n - M_{\mathfrak{R}} \tag{411}$$

называется дефектом массы.

По дефекту массы можно определить с помощью формулы Эйнштейна  $E = m \cdot c^2$  энергию, выделившуюся при образовании данного ядра, то есть энергию связи ядра  $E_{c6}$ :

$$E_{ce} = \Delta M \cdot c^2 = (Z \cdot m_p + N \cdot m_n - M_g) \cdot c^2.$$
(412)

Эта энергия выделяется при образовании ядра в виде излучения у-квантов.

Рассчитаем энергию связи ядра гелия  ${}_{2}^{4}He$ , в состав которого входят два протона и два нейтрона. Масса ядра гелия  $M_{g} = 4,00260$  а. е. м. ДВУХ Сумма масс ДВУХ протонов И нейтронов составляет  $2 \cdot m_p + 2 \cdot m_n = 4,03298$ а.е.м. Следовательно, дефект массы ядра гелия равен  $\Delta M = 0,03038$  а. е. м. Расчет по формуле  $E_{ce} = \Delta M \cdot c^2$  приводит к следующему значению энергии связи ядра  ${}_{2}^{4}He: E_{cs} = 28,3$  МэВ. Это огромная величина. Образование всего 1 г гелия сопровождается выделением энергии порядка 10<sup>12</sup> Дж. Примерно такая же энергия выделяется при сгорании почти целого вагона каменного угля. Энергия связи ядра на много порядков превышает энергию связи электронов с атомом. Для атома водорода  ${}^{1}H$ , например, энергия ионизации равна 13,6 эВ.

В таблицах принято указывать удельную энергию связи, то есть энергию связи на один нуклон. Для ядра гелия удельная энергия связи приблизительно равна 7,1 МэВ/нуклон. На рис. 210 приведен график зависимости удельной энергии связи от массового числа А. Как видно из графика, удельная энергия связи нуклонов у разных атомных ядер неодинакова. Для легких ядер удельная энергия связи сначала круто возрастает от 1,1 МэВ/нуклон у дейтерия  ${}_{1}^{2}H$  до 7,1 МэВ/нуклон у гелия <sup>4</sup><sub>2</sub>*He*. Затем, претерпев ряд скачков, удельная энергия медленно возрастает до максимальной величины 8,7 МэВ/нуклон у элементов с массовым числом A = 50-60, а потом сравнительно медленно уменьшается у  $^{238}_{02}U$ тяжелых элементов. Например, у урана она составляет 7,6 МэВ/нуклон.

Уменьшение удельной энергии связи при переходе к тяжелым элементам объясняется увеличением энергии кулоновского отталкивания протонов. В тяжелых ядрах связь между нуклонами ослабевает, а сами ядра становятся менее прочными.

В случае стабильных легких ядер, где роль кулоновского взаимодействия невелика, числа протонов и нейтронов Z и N оказываются одинаковыми ( ${}^{4}_{2}He$ ,  ${}^{6}_{3}Li$ ,  ${}^{10}_{5}B$ ). Под действием ядерных сил как бы образуются протон-нейтронные пары. Но у тяжелых ядер, содержащих большое число протонов, из-за возрастания энергии кулоновского отталкивания протонов для обеспечения устойчивости требуются дополнительные нейтроны. На рис. 211 приведена диаграмма, показывающая числа протонов и нейтронов в стабильных ядрах. У ядер, следующих за висмутом (Z > 83), из-за большого числа протонов полная стабильность оказывается вообще невозможной.



Рис. 210. Удельная энергия связи ядер

Из рис. 210 видно, что наиболее устойчивыми с энергетической точки зрения являются ядра элементов средней части таблицы Менделеева. Это означает, что существуют две возможности получения положительного энергетического выхода при ядерных превращениях: 1) деление тяжелых ядер на более легкие; 2) слияние легких ядер в более тяжелые. В обоих этих процессах выделяется огромное количество энергии. В настоящее время оба процесса осуществлены практически: реакции деления и термоядерные реакции.



Рис. 211. Числа протонов и нейтронов в стабильных ядрах

Выполним некоторые оценки. Пусть, например, ядро урана  $^{238}_{92}U$  делится на два одинаковых ядра с массовыми числами 119. У этих ядер, как видно из рис. 210, удельная энергия связи порядка 8,5 МэВ/нуклон. Удельная энергия связи ядра урана 7,6 МэВ/нуклон. Следовательно, при делении ядра урана выделяется энергия, равная 0,9 МэВ/нуклон или более 200МэВ на один атом урана.

Рассмотрим теперь другой процесс. Пусть при некоторых условиях два ядра дейтерия  ${}^{2}_{1}H$  сливаются в одно ядро гелия  ${}^{4}_{2}He$ . Удельная энергия связи ядер дейтерия равна 1,1 МэВ/нуклон, а удельная энергия связи ядра гелия равна 7,1 МэВ/нуклон. Следовательно, при синтезе одного ядра гелия из двух ядер дейтерия выделится энергия, равная 6 МэВ/нуклон или 24 МэВ на атом гелия. Следует обратить внимание на то, что синтез легких ядер сопровождается примерно в 6 раз большим выделением энергии на один нуклон по сравнению с делением тяжелых ядер.

#### 9.3. Радиоактивность. Радиоактивные излучения и его виды

Почти 90 % из известных 2500 атомных ядер нестабильны. Нестабильное ядро самопроизвольно превращается в другие ядра с испусканием частиц. Это свойство ядер называется радиоактивностью. Естественная радиоактивность наблюдается у неустойчивых изотопов, существующих в природе. Искусственная радиоактивность наблюдается у изотопов, синтезированных посредством ядерных реакций в лабораторных условиях.

У больших ядер нестабильность возникает вследствие конкуренции между притяжением нуклонов ядерными силами и кулоновским отталкиванием протонов. Не существует стабильных ядер с зарядовым числом Z > 83 и массовым числом A > 209. Но радиоактивными могут оказаться и ядра атомов с существенно меньшими значениями чисел Z и A. Если ядро содержит значительно больше протонов, чем нейтронов, то нестабильность обуславливается избытком энергии кулоновского взаимодействия. Ядра, которые содержали бы большой избыток нейтронов над числом протонов, оказываются нестабильными вследствие того, что масса нейтрона превышает массу протона. Увеличение массы ядра приводит к увеличению его энергии.

Явление радиоактивности было открыто в 1896 году французским физиком А. Беккерелем, который обнаружил, что соли урана испускают неизвестное излучение, способное проникать через непрозрачные для света преграды и вызывать почернение фотоэмульсии. Через два года французские физики М. и П. Кюри обнаружили радиоактивность тория и открыли два новых радиоактивных элемента – полоний  $^{210}_{84}Po$  и радий  $^{226}_{88}Ra$ .

В последующие годы исследованием природы радиоактивных излучений занимались многие физики, в том числе Э. Резерфорд и его ученики. Было выяснено, что радиоактивные ядра могут испускать частицы трех видов: положительно и отрицательно заряженные и нейтральные. Эти три вида излучений были названы  $\alpha$ -,  $\beta$ - и  $\gamma$ -излучениями. На рис. 212 изображена схема эксперимента, позволяющая обнаружить сложный состав радиоактивного излучения (K – свинцовый контейнер,  $\Pi$  – радиоактивный препарат,  $\Phi$  – фотопластинка,  $\vec{B}$  – магнитное поле). В магнитном поле  $\alpha$ - и  $\beta$ -лучи испытывают отклонения в противоположные стороны, причем  $\beta$ -лучи отклоняются значительно больше.  $\gamma$ -лучи в магнитном поле вообще не отклоняются.

Эти три вида радиоактивных излучений сильно отличаются друг от друга по способности ионизировать атомы вещества и, следовательно,

по проникающей способности. Наименьшей проникающей способностью обладает  $\alpha$ -излучение. В воздухе при нормальных условиях  $\alpha$ -лучи проходят путь в несколько сантиметров.  $\beta$ -лучи гораздо меньше поглощаются веществом. Они способны пройти через слой алюминия толщиной в несколько миллиметров. Наибольшей проникающей способностью обладают  $\gamma$ -лучи, способные проходить через слой свинца толщиной 5<sup>-10</sup> см.



Рис. 212. Схема опыта по обнаружению α-, β- и γ-излучений

Во втором десятилетии XX века после открытия Э. Резерфордом ядерного строения атомов было твердо установлено, что радиоактивность – это свойство атомных ядер. Исследования показали, что *а*-лучи представляют поток *а*-частиц – ядер гелия  ${}_{2}^{4}He$ , *β*-лучи – это поток электронов, *γ*-лучи представляют собой коротковолновое электромагнитное излучение с чрезвычайно малой длиной волны  $\lambda < 10^{-10}$  м и вследствие этого – ярко выраженными корпускулярными свойствами, то есть является потоком частиц – *у*-квантов.

Альфа-распад. Альфа-распадом называется самопроизвольное превращение атомного ядра с числом протонов Z и нейтронов N в дру-

гое (дочернее) ядро, содержащее число протонов Z - 2 и нейтронов N - 2. При этом испускается  $\alpha$ -частица – ядро атома гелия  ${}_{2}^{4}He$ . Примером такого процесса может служить  $\alpha$ -распад радия:

$$^{226}_{88}Ra \rightarrow ^{222}_{86}Rn + ^{4}_{2}He$$
.

(413)

Таким образом при α-распаде массовое число дочернего ядра уменьшается на 4, а зарядовое число на 2 (рис. 213)



Рис. 213. а-распад

Альфа-частицы, испускаемые ядрами атомов радия, использовались Резерфордом в опытах по рассеянию на ядрах тяжелых элементов. Скорость  $\alpha$ -частиц, испускаемых при  $\alpha$ -распаде ядер радия, измеренная по кривизне траектории в магнитном поле, приблизительно равна  $1,5 \cdot 10^7$  м/с, а соответствующая кинетическая энергия около  $7,5 \cdot 10^{-13}$  Дж (приблизительно 4,8 МэВ). Эта величина легко может быть определена по известным значениям масс материнского и дочернего ядер и ядра гелия. Хотя скорость вылетающей  $\alpha$ -частицы огромна, но она всё же составляет только 5 % от скорости света, поэтому при расчёте можно пользоваться нерелятивистским выражением для кинетической энергии.

Исследования показали, что радиоактивное вещество может испускать  $\alpha$ -частицы с несколькими дискретными значениями энергий. Это объясняется тем, что ядра могут находиться, подобно атомам, в разных возбужденных состояниях. В одном из таких возбужденных состояний может оказаться дочернее ядро при  $\alpha$ -распаде. При последующем переходе этого ядра в основное состояние испускается  $\gamma$ -квант. Схема  $\alpha$ -распада радия с испусканием  $\alpha$ -частиц с двумя значениями кинетических энергий приведена на рис. 214. На рис. 214 указано возбужденное состояние ядра радона  $^{222}_{86}Rn^*$ . Переход из возбужденного состояния ядра радона в основное сопровождается излучением  $\gamma$ -кванта с энергией 0,186 МэВ.



Рис. 214. Энергетическая диаграмма а-распада ядер радия

Таким образом, α-распад ядер во многих случаях сопровождается γ-излучением.

В теории α-распада предполагается, что внутри ядер могут образовываться группы, состоящие из двух протонов и двух нейтронов, то есть α-частица. Материнское ядро является для α-частиц потенциальной ямой, которая ограничена потенциальным барьером. Энергия α-частицы в ядре недостаточна для преодоления этого барьера (рис. 215). Вылет α-частицы из ядра оказывается возможным только благодаря квантовомеханическому явлению, которое называется туннельным эффектом. Согласно квантовой механике, существуют отличная от нуля вероятность прохождения частицы под потенциальным барьером. Явление туннелирования имеет вероятностный характер.

По представлениям квантовой механики, ядро является для  $\alpha$ -частицы потенциальным барьером, высота U которого больше, чем энергия  $E \alpha$ -частицы. Всегда имеется отличная от нуля вероятность того, что частица с энергией меньшей высоты потенциального барьера, пройдёт сквозь него, то есть действительно из  $\alpha$ -радиоактивного ядра  $\alpha$ -частицы могут вылететь с энергией, меньшей высоты потенциального барьера.



Рис. 215. Туннелирование α-частицы сквозь потенциальный барьер

Коэффициент прозрачности для барьера произвольной формы

$$D = D_0 \cdot \exp\left[-\frac{2}{\hbar} \cdot \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2 \cdot m_\alpha \cdot (U - E)} dx\right], \qquad (414)$$

где  $m_{\alpha}$  – масса  $\alpha$ -частицы; U – высота потенциального барьера; E – энергия частицы; пределы интегрирования представляют собой границы барьера;  $\hbar = h / 2\pi$  – постоянная Планка.

Коэффициент прозрачности D тем больше (следовательно, тем меньше период полураспада), чем меньше по высоте (U) и ширине барьер находится на пути  $\alpha$ -частицы.

**Бета-распад.** При бета-распаде из ядра вылетает электрон. Внутри ядер электроны существовать не могут, они возникают при  $\beta$ -распаде в результате превращения нейтрона в протон. Этот процесс может происходить не только внутри ядра, но и со свободными нейтронами. Среднее время жизни свободного нейтрона составляет около 15 минут. При распаде нейтрон  ${}_{0}^{1}n$  превращается в протон  ${}_{1}^{1}p$  и электрон  ${}_{-1}^{0}e$ .

Измерения показали, что в этом процессе наблюдается кажущееся нарушение закона сохранения энергии, так как суммарная энергия протона и электрона, возникающих при распаде нейтрона, меньше энергии нейтрона. В 1931 году В. Паули высказал предположение, что при распаде нейтрона выделяется ещё одна частица с нулевыми значениями массы и заряда, которая уносит с собой часть энергии. Новая частица получила название **нейтрино** (маленький нейтрон). Из-за отсутствия у нейтрино заряда и массы эта частица очень слабо взаимодействует с атомами вещества, поэтому её чрезвычайно трудно обнаружить в эксперименте. Ионизирующая способность нейтрино столь мала, что один акт ионизации в воздухе приходится приблизительно на 500 км пути. Эта частица была обнаружена лишь в 1953 г. В настоящее время известно, что существует несколько разновидностей нейтрино. В процессе распада нейтрона возникает частица, которая называется электронным антинейтрино. Она обозначается символом  ${}_{0}^{0}\tilde{v}_{e}$  Поэтому реакция распада нейтрона записывается в виде

$${}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{1}_{1}p + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\tilde{V}_{e}$$

Аналогичный процесс происходит и внутри ядер при  $\beta$ -распаде. Электрон, образующийся в результате распада одного из ядерных нейтронов, немедленно выбрасывается из ядра с огромной скоростью, которая может отличаться от скорости света лишь на доли процента. Так как распределение энергии, выделяющейся при  $\beta$ -распаде, между электроном, нейтрино и дочерним ядром носит случайный характер,  $\beta$ -электроны могут иметь различные скорости в широком интервале.

При β-распаде зарядовое число Z увеличивается на единицу, а массовое число A остается неизменным

$${}^{A}_{Z}X \to {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e.$$
 (415)

Дочернее ядро оказывается ядром одного из изотопов элемента, порядковый номер которого в таблице Менделеева на единицу превышает порядковый номер исходного ядра (рис. 216).



Puc. 216.  $\beta^-$ -pacnad

Типичным примером  $\beta$ -распада может служить превращение тория  $^{234}_{90}Th$ , возникающего при  $\alpha$ -распаде урана  $^{238}_{92}U$ , в палладий  $^{234}_{91}Pa$ 

$$^{234}_{90}Th \rightarrow ^{234}_{91}Pa + ^{0}_{-1}e + ^{0}_{0}\tilde{v}_{e}$$

Наряду с электронным  $\beta^-$ -распадом обнаружен так называемый **позитронный**  $\beta^+$ -распад, при котором из ядра вылетают позитрон  ${}^{0}_{+1}e$  и нейтрино (рис. 217)

$${}^{A}_{Z}X \to {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{+1}e.$$
 (416)

**Позитрон** – это частица-двойник электрона, отличающаяся от него только знаком заряда. Существование позитрона было предсказано выдающимся физиком П. Дираком в 1928 г. Через несколько лет позитрон был обнаружен в составе космических лучей. Позитроны возникают в результате реакции превращения протона в нейтрон по следующей схеме:



Кроме того, выделяют ещё электронный захват (е-захват) – захват ядром электрона с одной из внутренних оболочек атома (*K*, *L* и т. д.) с испусканием нейтрино. Схема е-захвата

$${}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{-1}e \to {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{0}\nu_{e}, \qquad (417)$$

например,

$${}^{7}_{4}Be + {}^{0}_{-1}e \rightarrow {}^{7}_{3}Li + {}^{0}_{0}v_{e}.$$

Гамма-распад. В отличие от  $\alpha$ - и  $\beta$ -радиоактивности у-радиоактивность ядер не связана с изменением внутренней структуры ядра и не сопровождается изменением зарядового или массового чисел. Как при  $\alpha$ -, так и при  $\beta$ -распаде дочернее ядро может оказаться в некотором возбужденном состоянии и иметь избыток энергии. Переход ядра из возбужденного состояния в основное сопровождается испусканием одного или нескольких  $\gamma$ -квантов, энергия которых может достигать нескольких МэВ.

#### 9.4. Закон радиоактивного распада

В любом образце радиоактивного вещества содержится огромное число радиоактивных атомов. Так как радиоактивный распад имеет слу-

чайный характер и не зависит от внешних условий, то закон убывания количества N(t) нераспавшихся к данному моменту времени t ядер может служить важной статистической характеристикой процесса радиоактивного распада.

Пусть за малый промежуток времени  $\Delta t$  количество нераспавшихся ядер N(t) изменилось на  $\Delta N < 0$ . Так как вероятность распада каждого ядра неизменна во времени, что число распадов будет пропорционально количеству ядер N(t) и промежутку времени  $\Delta t$ 

$$\Delta N = -\lambda \cdot N(t) \cdot \Delta t. \tag{418}$$

Коэффициент пропорциональности  $\lambda$  – это вероятность распада ядра за время  $\Delta t = 1$  с. Эта формула означает, что скорость  $\frac{dN}{dt}$  изменения

функции N (t) прямо пропорциональна самой функции

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N. \tag{419}$$

Подобная зависимость возникает во многих физических задачах (например, при разряде конденсатора через резистор). Решение этого уравнения приводит к экспоненциальному закону

$$N(t) = N_o \cdot e^{-\lambda^2 \cdot t} \tag{420}$$

где  $N_o$  – начальное число радиоактивных ядер при t = 0. За время  $\tau = 1 / \lambda$  количество нераспавшихся ядер уменьшится в  $e \approx 2,7$  раза. Величину  $\tau$  называют средним временем жизни радиоактивного ядра.

Для практического использования закон радиоактивного распада удобно записать в другом виде, используя в качестве основания число 2, а не *е* 

$$N(t) = N_o \cdot 2^{-t/T}.$$
 (421)

Величина *Т* называется периодом полураспада. За время *T* распадается половина первоначального количества радиоактивных ядер. Величины *T* и *τ* связаны соотношением

$$T = \frac{1}{\lambda} \cdot \ln 2 = \tau \cdot \ln 2 = 0,693 \cdot \tau.$$
(422)

Период полураспада – основная величина, характеризующая скорость радиоактивного распада. Чем меньше период полураспада, тем интенсивнее протекает распад. Так, для урана  $T \approx 4,5$  млрд лет, а для радия  $T \approx 1600$  лет. Поэтому активность радия значительно выше, чем урана. Существуют радиоактивные элементы с периодом полураспада в доли секунды.

Рис. 218 иллюстрирует закон радиоактивного распада.

Активность нуклида – число распадов, происходящих с ядрами образца в 1с

$$A = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda \cdot N. \tag{423}$$

Единица активности – беккерель. 1 Бк – активность нуклида в радиоактивном источнике, при которой за 1 с происходит один акт распада. 1 Бк =  $2,703 \cdot 10^{-11}$  кюри.



Рис. 218. Закон радиоактивного распада

При  $\alpha$ - и  $\beta$ -радиоактивном распаде дочернее ядро может оказаться нестабильным. Поэтому возможны серии последовательных радиоактивных распадов, которые заканчиваются образованием стабильных ядер. В природе существует несколько таких серий. Наиболее длинной является серия  $^{238}_{92}U$ , состоящая из 14 последовательных распадов (8 – альфа-распадов и 6 бета-распадов). Эта серия заканчивается стабильным изотопом свинца  $^{206}_{82}Pb$  (рис. 219; указаны периоды полураспада).

В природе существуют ещё несколько радиоактивных серий, аналогичных серии  $^{238}_{92}U$ . Известна также серия, которая начинается с нептуния  $^{237}_{93}Np$ , не обнаруженного в естественных условиях, и заканчивается на висмуте  $^{209}_{83}Bi$ . Эта серия радиоактивных распадов возникает в ядерных реакторах.

Интересным применением радиоактивности является метод датирования археологических и геологических находок по концентрации радиоактивных изотопов. Наиболее часто используется радиоуглеродный метод датирования. Нестабильный изотоп углерода  ${}^{14}_{6}C$  возникает в атмосфере вследствие ядерных реакций, вызываемых космическими лучами. Небольшой процент этого изотопа содержится в воздухе наряду с обычным стабильным изотопом  ${}^{12}_{6}C$ . Растения и другие организмы потребляют углерод из воздуха, и в них накапливаются оба изотопа в той же пропорции, как и в воздухе. После гибели растений они перестают потреблять углерод и нестабильный изотоп в результате  $\beta$ -распада постепенно превращается в азот  ${}^{14}_{7}N$  с периодом полураспада 5730 лет. Путём точного измерения относительной концентрации радиоактивного углерода  ${}^{14}_{6}C$  в останках древних организмов можно определить время их гибели.

Радиоактивное излучение всех видов (альфа, бета, гамма, нейтроны), а также электромагнитная радиация (рентгеновское излучение) оказывают очень сильное биологическое воздействие на живые организмы, которое заключается в процессах возбуждения и ионизации атомов и молекул, входящих в состав живых клеток. Под действием ионизирующей радиации разрушаются сложные молекулы и клеточные структуры, что приводит к лучевому поражению организма. Поэтому при работе с любым источником радиации необходимо принимать все меры по радиационной защите людей, которые могут попасть в зону действия излучения.

Кроме того человек может подвергаться действию ионизирующей радиации и в бытовых условиях. Серьезную опасность для здоровья человека может представлять инертный, бесцветный, радиоактивный газ радон  $^{222}_{86}$  *Rn*. Как видно из схемы, изображенной на рис. 219, радон является продуктом  $\alpha$ -распада радия и имеет период полураспада T = 3,82 сут. Радий в небольших количествах содержится в почве, в камнях, в различных строительных конструкциях. Несмотря на сравнительно небольшое время жизни, концентрация радона непрерывно восполняется за счет новых распадов ядер радия, поэтому радон может накапливаться в закрытых помещениях. Попадая в легкие, радон испускает  $\alpha$ -частицы и превращается в полоний  $^{218}_{84}$  *Po*, который не является химически инертным веществом. Далее следует цепь радиоактивных превращений серии урана (рис. 219). По данным Американской комиссии радиационной безопасности и контроля, человек в среднем получает 55 % ионизирующей радиации за счет радона и только 11 % за счет ме

дицинских обслуживаний. Вклад космических лучей составляет примерно 8 %. Общая доза облучения, которую получает человек за жизнь, во много раз меньше предельно допустимой дозы (ПДД), которая устанавливается для людей некоторых профессий, подвергающихся дополнительному облучению ионизирующей радиацией.

$$\begin{array}{c} 238_{U} \xrightarrow{\alpha} 234_{Th} \xrightarrow{\beta} 234_{Pa} \xrightarrow{\beta} 234_{U} \xrightarrow{\alpha} 230_{Th} \xrightarrow{\alpha} \\ \xrightarrow{\alpha} 226_{Ra} \xrightarrow{\alpha} 222_{Rn} \xrightarrow{\alpha} 218_{Po} \xrightarrow{\alpha} 214_{Pb} \xrightarrow{\beta} 214_{Bi} \\ \xrightarrow{\alpha} 210_{T1} \xrightarrow{\beta} 2100_{Pb} \xrightarrow{\beta} 210_{Bi} \xrightarrow{\beta} 210_{Po} \xrightarrow{206}_{Pb} \\ \xrightarrow{\beta} 214_{Po} \xrightarrow{\alpha} 214_{Po} \xrightarrow{\beta} 210_{Bi} \xrightarrow{\beta} 210_{Po} \xrightarrow{206}_{Pb} \end{array}$$

*Рис. 219. Схема распада радиоактивной серии*  $\frac{238}{92}U$ 

## 9.5. Ядерные реакции

Ядерная реакция – процесс образования новых ядер или частиц при столкновениях ядер или частиц. Кроме изменения состава и структуры ядра как правило при этом выделяются вторичные частицы или ү-кванты.

В результате ядерных реакций могут образовываться новые радиоактивные изотопы, которых нет на Земле в естественных условиях.

Первая ядерная реакция была осуществлена Э. Резерфордом в 1919 году в опытах по обнаружению протонов в продуктах распада ядер. Резерфорд бомбардировал атомы азота α-частицами. При соударении частиц происходила ядерная реакция, протекавшая по следующей схеме:

$${}^{14}_{7}N + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{17}_{8}O + {}^{1}_{1}H$$

При ядерных реакциях выполняется несколько законов сохранения: импульса, энергии, момента импульса, заряда. В дополнение к этим классическим законам сохранения при ядерных реакциях выполняется закон сохранения так называемого барионного заряда (числа нуклонов – протонов и нейтронов). Кроме того выполняется и ряд других законов сохранения, специфических для ядерной физики и физики элементарных частиц.

Ядерные реакции могут протекать при бомбардировке атомов быстрыми заряженными частицами (протоны, нейтроны, α-частицы, ионы). Первая реакция такого рода была осуществлена с помощью протонов большой энергии, полученных на ускорителе, в 1932 году

$${}_{3}^{7}Li + {}_{1}^{1}H \rightarrow {}_{2}^{4}He + {}_{2}^{4}He$$
.

Однако наиболее интересными для практического использования являются реакции, протекающие при взаимодействии ядер с нейтронами. Так как нейтроны лишены заряда, они беспрепятственно могут проникать в атомные ядра и вызывать их превращения. Итальянский физик Э. Ферми первым начал изучать реакции, вызываемые нейтронами. Он обнаружил, что ядерные превращения вызываются не только быстрыми, но и медленными нейтронами, движущимися с тепловыми скоростями.

## Ядерные реакции сопровождаются энергетическими превращениями. Энергетическим выходом ядерной реакции называется величина

$$Q = (M_A + M_B - M_C - M_D) \cdot c^2 = \Delta M \cdot c^2,$$
(424)

где  $M_A$  и  $M_B$  – массы исходных продуктов,  $M_C$  и  $M_D$  – массы конечных продуктов реакции. Величина  $\Delta M$  называется дефектом масс. Ядерные реакции могут протекать с выделением (Q > 0; экзотермические реакции) или с поглощением энергии (Q < 0; эндотермические реакции). Во втором случае первоначальная кинетическая энергия исходных продуктов должна превышать величину |Q|, которая называется порогом реакции.

Для того чтобы ядерная реакция имела положительный энергетический выход, удельная энергия связи нуклонов в ядрах исходных продуктов должна быть меньше удельной энергии связи нуклонов в ядрах конечных продуктов. Это означает, что величина  $\Delta M$  должна быть положительной.

Возможны два принципиально различных способа освобождения ядерной энергии.

1. Деление тяжелых ядер. В отличие от радиоактивного распада ядер, сопровождающегося испусканием  $\alpha$ - или  $\beta$ -частиц, реакции деления – это процесс, при котором нестабильное ядро делится на два крупных фрагмента сравнимых масс.

В 1939 году немецкими учеными О. Ганом и Ф. Штрассманом было открыто деление ядер урана. Продолжая исследования, начатые Ферми, они установили, что при бомбардировке урана нейтронами возникают элементы средней части периодической системы – радиоактивные изотопы бария (Z = 56), криптона (Z = 36) и др.

Уран встречается в природе в виде двух изотопов:  ${}^{238}_{92}U$  (99,3%) и  ${}^{235}_{92}U$  (0,7%). При бомбардировке нейтронами ядра обоих изотопов могут расщепляться на два осколка. При этом реакция деления  ${}^{235}_{92}U$  наиболее интенсивно идёт на медленных (тепловых) нейтронах, в то время как ядра  ${}^{238}_{92}U$  вступают в реакцию деления только с быстрыми нейтронами с энергией порядка 1 МэВ. Основной интерес для ядерной энергетики представляет реакция деления ядра  $^{235}_{92}U$ . В настоящее время известны около 100 различных изотопов с массовыми числами примерно от 90 до 145, возникающих при делении этого ядра. Две типичные реакции деления этого ядра имеют вид:

$${}^{235}_{92}U + {}^{1}_{o}n \rightarrow {}^{139}_{54}Xe + {}^{95}_{38} + 2{}^{1}_{o}n ,$$
  
$${}^{235}_{92}U + {}^{1}_{o}n \rightarrow {}^{236}_{92}U \rightarrow {}^{148}_{57}La + {}^{85}_{35}Br + 3{}^{1}_{o}n .$$

В результате деления ядра, инициированного нейтроном, возникают новые нейтроны, способные вызвать реакции деления других ядер. Продуктами деления ядер урана-235 могут быть и другие изотопы бария, ксенона, стронция, рубидия и т. д.

Кинетическая энергия, выделяющаяся при делении одного ядра урана, огромна – порядка 200 МэВ. Оценку выделяющей при делении ядра энергии можно сделать с помощью удельной энергии связи нуклонов в ядре. Удельная энергия связи нуклонов в ядрах с массовым числом А ≈ 240 порядка 7,6 МэВ/нуклон, в то время как в ядрах с массовы-A = 90 - 145энергия ΜИ числами удельная примерно равна 8,5 МэВ/нуклон. Следовательно, при делении ядра урана освобождается энергия порядка 0,9 МэВ/нуклон или приблизительно 210 МэВ на один атом урана. При полном делении всех ядер, содержащихся в 1 г урана, выделяется такая же энергия, как и при сгорании 3 т угля или 2,5 т неф-ТИ.

Продукты деления ядра урана нестабильны, так как в них содержится значительное избыточное число нейтронов. Действительно, отношение N/Z для наиболее тяжелых ядер порядка 1,6, для ядер с массовыми числами от 90 до 145 это отношение порядка 1,3–1,4. Поэтому ядра-осколки испытывают серию последовательных β-распадов, в результате которых число протонов в ядре увеличивается, а число нейтронов уменьшается до тех пор, пока не образуется стабильное ядро.

При делении ядра урана-235, которое вызвано столкновением с нейтроном, освобождается 2 или 3 нейтрона. При благоприятных условиях эти нейтроны могут попасть в другие ядра урана и вызвать их деление. На этом этапе появятся уже от 4 до 9 нейтронов, способных вызвать новые распады ядер урана и т. д. Такой лавинообразный процесс называется цепной реакцией. Схема развития цепной реакции деления ядер урана представлена на рис. 220. Цепная ядерная реакция – ядерная реакция, в которой частицы, вызывающие реакцию, образуются как продукты этой реакции.

Для осуществления цепной реакции необходимо, чтобы так называемый коэффициент размножения нейтронов был больше единицы (k > 1). Другими словами, в каждом последующем поколении нейтронов должно быть больше, чем в предыдущем. Коэффициент размножения определяется не только числом нейтронов, образующихся в каждом элементарном акте, но и условиями, в которых протекает реакция – часть нейтронов может поглощаться другими ядрами или выходить из зоны реакции. Нейтроны, освободившиеся при делении ядер урана-235, способны вызвать деление лишь ядер этого же урана, на долю которого в природном уране приходится всего лишь 0,7 %. Такая концентрация оказывается недостаточной для начала цепной реакции. Изотоп <sup>238</sup><sub>92</sub>U также может поглощать нейтроны, но при этом не возникает цепной реакции.

Цепная реакция в уране с повышенным содержанием урана-235 может развиваться только тогда, когда масса урана превосходит так называемую **критическую массу**.

В небольших кусках урана большинство нейтронов, не попав ни в одно ядро, вылетают наружу. Для чистого урана-235 критическая масса составляет около 50 кг. Критическую массу урана можно во много раз уменьшить, если использовать так называемые **замедлители нейтро-**нов. Дело в том, что нейтроны, рождающиеся при распаде ядер урана, имеют слишком большие скорости, а вероятность захвата медленных нейтронов ядрами урана-235 в сотни раз больше, чем быстрых. Наилучшим замедлителем нейтронов является тяжелая вода  $D_2O$ . Обычная вода при взаимодействии с нейтронами сама превращается в тяжелую воду.

Хорошим замедлителем является также графит, ядра которого не поглощают нейтронов. При упругом взаимодействии с ядрами дейтерия или углерода нейтроны замедляются до тепловых скоростей.

Применение замедлителей нейтронов и специальной оболочки из бериллия, которая отражает нейтроны, позволяет снизить критическую массу до 250 г.

В атомных бомбах цепная неуправляемая ядерная реакция возникает при быстром соединении двух кусков урана-235, каждый из которых имеет массу несколько ниже критической.

Изменение энергии, которым сопровождается ядерная реакция, может в 10<sup>6</sup> раз и более превышать энергию, выделяющуюся или поглощающуюся при химических реакциях. Поэтому при ядерной реакции становится заметным изменение масс взаимодействующих ядер: выделяемая или поглощаемая энергия равна разности сумм масс частиц до и после ядерной реакции. Возможность выделения огромных количеств энергии при осуществлении ядерных реакций лежит в основе ядерной энергетики.



Рис. 220. Схема развития цепной реакции

Устройство, в котором поддерживается управляемая реакция деления ядер, называется ядерным (или атомным) реактором. Схема ядерного реактора на медленных нейтронах приведена на рис. 221.

Ядерная реакция протекает в активной зоне реактора, которая заполнена замедлителем и пронизана стержнями, содержащими обогащенную смесь изотопов урана с повышенным содержанием урана-235 (до 3 %). В активную зону вводятся регулирующие стержни, содержащие кадмий или бор, которые интенсивно поглощают нейтроны. Введение стержней в активную зону позволяет управлять скоростью цепной реакции.

Активная зона охлаждается с помощью прокачиваемого теплоносителя, в качестве которого может применяться вода или металл с низкой температурой плавления. В парогенераторе теплоноситель передаёт тепловую энергию воде, превращая её в пар высокого давления. Пар направляется в турбину, соединенную с электрогенератором. Из турбины пар поступает в конденсатор. Во избежание утечки радиации контуры теплоносителя I и парогенератора II работают по замкнутым циклам.



Рис. 221. Схема устройства ядерного реактора

Турбина атомной электростанции является тепловой машиной, определяющей в соответствии со вторым законом термодинамики общую эффективность станции. У современных атомных электростанций коэффициент полезного действия приблизительно равен 1/3. Следовательно, для производства 1000 МВт электрической мощности тепловая мощность реактора должна достигать 3000 МВт, при этом 2000 МВт должны уносится водой, охлаждающей конденсатор. Это приводит к локальному перегреву естественных водоёмов и последующему возникновению экологических проблем.

Однако главная проблема состоит в обеспечении полной радиационной безопасности людей, работающих на атомных электростанциях, и предотвращении случайных выбросов радиоактивных веществ, которые в большом количестве накапливаются в активной зоне реактора. При разработке ядерных реакторов этой проблеме уделяется большое внимание. Тем не менее, после аварий на некоторых АЭС, в частности на АЭС в Пенсильвании (США, 1979 г.) и на Чернобыльской АЭС (1986 г.), проблема безопасности ядерной энергетики встала с особенной остротой.

Наряду с описанным выше ядерным реактором, работающим на медленных нейтронах, большой практический интерес представляют реакторы, работающие без замедлителя на быстрых нейтронах. В таких реакторах ядерным горючим является обогащенная смесь, содержащая не менее 15 % изотопа  $\frac{235}{92}U$ . Преимущество реакторов на быстрых нейтронах состоит в том, что при их работе ядра урана-238, поглощая ней-

троны, посредством двух последовательных  $\beta$ -распадов превращаются в ядра плутония, которые затем можно использовать в качестве ядерного топлива:

$${}^{235}_{92}U + {}^{1}_{o}n \rightarrow {}^{239}_{92}U \xrightarrow{\beta} {}^{239}_{93}Np \xrightarrow{\beta} {}^{239}_{94}Pu .$$

Коэффициент воспроизводства таких реакторов достигает 1,5, то есть на 1 кг урана-235 получается до 1,5 кг плутония. В обычных реакторах также образуется плутоний, но в гораздо меньших количествах.

Первый ядерный реактор был построен в 1942 году в США под руководством Э. Ферми. В нашей стране первый реактор был построен в 1946 году под руководством И.В. Курчатова.

2. Термоядерные реакции. Второй путь освобождения ядерной энергии связан с реакциями синтеза. При слиянии легких ядер и образовании нового ядра должно выделяться большое количество энергии. Это видно из кривой зависимости удельной энергии связи от массового числа A (рис. 210). Вплоть до ядер с массовым числом около 60 удельная энергия связи нуклонов растет с увеличением A. Поэтому синтез любого ядра с A < 60 из более лёгких ядер должен сопровождаться выделением энергии. Общая масса продуктов реакции синтеза будет в этом случае меньше массы первоначальных частиц.

Реакции слияния легких ядер носят название термоядерных реакций, так как они могут протекать только при очень высоких температурах. Чтобы два ядра вступили в реакцию синтеза, они должны сблизится на расстояние действия ядерных сил порядка  $2 \cdot 10^{-15}$  м, преодолев электрическое отталкивание их положительных зарядов. Для этого средняя кинетическая энергия теплового движения молекул должна превосходить потенциальную энергию кулоновского взаимодействия. Расчет необходимой для этого температуры *T* приводит к величине порядка  $10^8$ – $10^9$  К. Это чрезвычайно высокая температура. При такой температуре вещество находится в полностью ионизированном состоянии, которое называется плазмой.

Энергия, которая выделяется при термоядерных реакциях, в расчете на один нуклон в несколько раз превышает удельную энергию, выделяющуюся в цепных реакциях деления ядер. Так, например, в реакции слияния ядер дейтерия и трития

$${}_{1}^{2}H + {}_{1}^{3}H \rightarrow {}_{2}^{4}He + {}_{o}^{1}n + 17,6 \text{ M}$$
Эв,

выделяется 3,5 МэВ/нуклон. В целом в этой реакции выделяется 17,6 МэВ. Это одна из наиболее перспективных термоядерных реакций.

Осуществление управляемых термоядерных реакций даст человечеству новый экологически чистый и практически неисчерпаемый источник энергии. Однако получение сверхвысоких температур и удержание плазмы, нагретой до миллиарда градусов, представляет собой труднейшую научно-техническую задачу на пути осуществления управляемого термоядерного синтеза.

На данном этапе развития науки и техники удалось осуществить только неуправляемую реакцию синтеза в водородной бомбе. Высокая температура, необходимая для ядерного синтеза, достигается здесь с помощью взрыва обычной урановой или плутониевой бомбы.

Термоядерные реакции играют чрезвычайно важную роль в эволюции Вселенной. Энергия излучения Солнца и звезд имеет термоядерное происхождение.

## 9.6. Элементарные частицы

Элементарные частицы, в точном значении этого термина, – это первичные, далее неразложимые частицы, из которых, по предположению, состоит вся материя. Элементарные частицы современной физики не удовлетворяют строгому определению элементарности, поскольку большинство из них по современным представлениям являются составными системами. Общее свойство этих систем заключается в том. Что они не являются атомами или ядрами (исключение составляет протон). Поэтому иногда их называют субъядерными частицами. Частицы, претендующие на роль первичных элементов материи, иногда называют «истинно элементарные частицы».

Первой открытой элементарной частицей был электрон. Его открыл английский физик Томсон в 1897 году. Первой открытой античастицей был позитрон – частица с массой электрона, но положительным электрическим зарядом. Это античастица была обнаружена в составе космических лучей американским физиком Андерсоном в 1932 году. В современном физике в группу элементарных относятся более 400 частиц, в основном нестабильных, и их число продолжает расти. Если раньше элементарные частицы обычно обнаруживали в космических лучах, то с начала 50-х годов ускорители превратились в основной инструмент для исследования элементарных частиц.

Микроскопические массы и размеры элементарных частиц обусловливают квантовую специфику их поведения: квантовые закономерности являются определяющими в поведении элементарных частиц.

Наиболее важное квантовое свойство всех элементарных частиц – это способность рождаться и уничтожаться (испускаться и поглощаться) при взаимодействии с другими частицами. Все процессы с элементарными частицами протекают через последовательность актов их поглощения и испускания. Взаимные превращения элементраных частиц их

существенное свойство. Поэтому главной задачей физики элементарных частиц является исследование природы, свойств и взаимных превращений элементарных частиц.

Представление о том, что мир состоит из фундаментальных частиц, имеет долгую историю. Впервые мысль о существовании мельчайших невидимых частиц, из которых состоят все окружающие предметы, была высказана за 400 лет до нашей эры греческим философом Демокритом. Он назвал эти частицы атомами, то есть неделимыми частицами. Наука начала использовать представление об атомах только в начале XIX века, когда на этой основе удалось объяснить целый ряд химических явлений. В 30-е годы XIX века в теории электролиза, развитой М. Фарадеем, появилось понятие иона и было выполнено измерение элементарного заряда. Конец XIX века ознаменовался открытием явления радиоактивности (А. Беккерель, 1896 г.), а также открытиями электронов (Дж. Томсон, 1897 г.) и α-частиц (Э. Резерфорд, 1899 г.). В 1905 году в физике возникло представление о квантах электромагнитного поля – фотонах (А. Эйнштейн).

В 1911 году было открыто атомное ядро (Э. Резерфорд) и окончательно было доказано, что атомы имеют сложное строение. В 1919 году Резерфорд в продуктах расщепления ядер атомов ряда элементов обнаружил протоны. В 1932 году Дж. Чедвик открыл нейтрон. Стало ясно, что ядра атомов, как и сами атомы, имеют сложное строение. Возникла протон-нейтронная теория строения ядер (Д.Д. Иваненко И В. Гейзенберг). В том же 1932 году К. Андерсоном в космических лучах был открыт позитрон. Позитрон – положительно заряженная частица, имеющая ту же массу и тот же (по модулю) заряд, что и электрон. Существование позитрона было предсказано П. Дираком в 1928 году. В эти годы были обнаружены и исследованы взаимные превращения протонов и нейтронов и стало ясно, что эти частицы также не являются неизменными элементарными «кирпичиками» природы. В 1937 году в космических лучах были обнаружены частицы с массой в 207 электронных масс, названные мюонами (μ-мезонами). Затем в 1947–1950 годах были открыты пионы (π-мезоны), которые, по современным представлениям, осуществляют взаимодействие между нуклонами в ядре. В последующие годы число вновь открываемых частиц стало быстро расти. Этому способствовали исследования космических лучей, развитие ускорительной техники и изучение ядерных реакций.

В настоящее время известно около **400 субъядерных частиц**, которые принято называть элементарными. Подавляющее большинство этих частиц являются нестабильными. Исключение составляют лишь фотон, электрон, протон и нейтрино. Все остальные частицы через определенные промежутки времени испытывают самопроизвольные превращения в другие частицы. Нестабильные элементарные частицы сильно отличаются друг от друга по временам жизни. Наиболее долгоживущей частицей является нейтрон. Время жизни нейтрона порядка 15 мин. Другие частицы «живут» гораздо меньшее время. Например, среднее время жизни µ-мезона равно  $2,2 \cdot 10^{-6}$  с, нейтрального  $\pi$ -мезона –  $0,87 \cdot 10^{-16}$  с. Многие массивные частицы – гипероны имеют среднее время жизни порядка  $10^{-10}$  с.

Существует несколько десятков частиц со временем жизни, превосходящим  $10^{-17}$  с. По масштабам микромира это значительное время. Такие частицы называют относительно стабильными. Большинство короткоживущих элементарных частиц имеют времена жизни порядка  $10^{-22}$ – $10^{-23}$  с.

Способность к взаимным превращениям – это наиболее важное свойство всех элементарных частиц. Элементарные частицы способны рождаться и уничтожаться (испускаться и поглощаться). Это относится также и к стабильным частицам с той только разницей, что превращения стабильных частиц происходят не самопроизвольно, а при взаимодействии с другими частицами. Примером может служить аннигиляция (то есть исчезновение) электрона и позитрона, сопровождающаяся рождением фотонов большой энергии. Может протекать и обратный процесс – рождение электронно-позитронной пары, например, при столкновении фотона с достаточно большой энергией с ядром. Такой опасный двойник, каким для электрона является позитрон, есть и у протона. Он называется антипротоном. Электрический заряд антипротона отрицателен. В настоящее время античастицы найдены у всех частиц. Античастицы противопоставляются частицам потому, что при встрече любой частицы со своей античастицей происходит их аннигиляция, то есть обе частицы исчезают, превращаясь в кванты излучения или другие частицы.

Античастица обнаружена даже у нейтрона. Нейтрон и антинейтрон отличаются только знаками магнитного момента и так называемого барионного заряда. Возможно существование атомов антивещества, ядра которых состоят из антинуклонов, а оболочка – из позитронов. При аннигиляции антивещества с веществом энергия покоя превращается в энергию квантов излучения. Это огромная энергия, значительно превосходящая ту, которая выделяется при ядерных и термоядерных реакциях.

В многообразии элементарных частиц, известных к настоящему времени, обнаруживается более или менее стройная система классификации. В таблице 31 представлены некоторые сведенья о свойствах элементарных частиц со временем жизни более 10<sup>-20</sup> с. Из многих свойств,

характеризующих элементарную частицу, в таблице указаны только масса частицы (в электронных массах), электрический заряд (в единицах элементарного заряда) и момент импульса (спин) в единицах постоянной Планка  $\hbar = h / 2 \cdot \pi$ . В таблице указано также среднее время жизни частицы.

Элементарные частицы объединяются в три группы: фотоны, лептоны и адроны.

К группе фотонов относится единственная частица – фотон, которая является носителем электромагнитного взаимодействия.

Следующая группа состоит из легких частиц **лептонов**. В эту группу входят два сорта нейтрино (электронное и мюонное), электрон и *µ*-мезон. К лептонам относятся еще ряд частиц, не указанных в таблице. Все лептоны имеют спин 1/2.

Третью большую группу составляют тяжелые частицы, называемые адронами. Эта группа делится на две подгруппы. Более лёгкие частицы составляют подгруппу мезонов. Наиболее легкие из них – положительно и отрицательно заряженные, а также нейтральные  $\pi$ -мезоны с массами порядка 250 электронных масс (табл. 31). Пионы являются квантами ядерного поля, подобно тому, как фотоны являются квантами электромагнитного поля. В эту подгруппу входят также четыре *K*-мезона и один  $\eta^0$ -мезон. Все мезоны имеют спин, равный нулю.

Вторая подгруппа – **барионы** – включает более тяжелые частицы. Она является наиболее обширной. Самыми легкими из барионов являются нуклоны – протоны и нейтроны. За ними следуют так называемые *гипероны*. Замыкает таблицу омега-минус-гиперон, открытый в 1964 г. Это тяжелая частица с массой в 3273 электронных масс. Все барионы имеют спин 1/2.

Огромное количество открытых и вновь открываемых адронов навела ученых на мысль, что все они построены из каких-то других более фундаментальных частиц. В 1964 г. американским физиком М. Гелл-Маном была выдвинута гипотеза, подтвержденная последующими исследованиями, что все тяжелые фундаментальные частицы – адроны – построены из более фундаментальных частиц, названных кварками.

## Таблица 31

		Название	Символ		Масса (в элек-	Электрический		Впемя
Группа		частицы	Частица	Античастица	cax)	заряд	Спин	жизни (с)
Φα	тоны	Фотон		γ	0	0	1	Стабилен
		Нейтрино электронное	ν <sub>e</sub>	${ ilde {f v}_e}$	0	0	1/2	Стабильно
	Іептоны	Нейтрино мюонное	$ u_{\mu}$	$ ilde{ u}_{\mu}$	0	0	1/2	Стабильно
	Ĺ	Электрон	e <sup>-</sup>	e <sup>+</sup>	1	-1 1	1/2	Стабилен
		Мю-мезон	μ	$\mu^{\!+}$	206,8	-1 1	1/2	$2,2.10^{-6}$
				$\pi^0$	264,1	0	0	0,87.10 <sup>-16</sup>
		Пи-мезоны	π+	$\pi^-$	273,1	1 –1	0	2,6.10-8
	30HbI		K <sup>+</sup>	Κ-	966,4	1 –1	0	1,24.10-8
;	Me	К-мезоны	K <sup>0</sup>	$ ilde{K}^0$	974,1	0	0	$\approx 10^{-10}_{8} - 10^{-10}_{8}$
		Эта-нуль- мезон	η <sup>0</sup>		1074	0	0	$\approx 10^{-18}$
		Протон	р	p	1836,1	1 –1	1/2	Стабилен
I		Нейтрон	n	ñ	1838,6	0	1/2	898
Адронь		Лямбда- гиперон	$\Lambda^0$	$ ilde{\Lambda}^0$	2183,1	0	1/2	2,63.10 <sup>-10</sup>
			$\Sigma^+$	$ ilde{\Sigma}^+$	2327,6	1 –1	1/2	$0,8 \cdot 10^{-10}$
	ионы		$\Sigma^{0}$	$ ilde{\Sigma}^0$	2333,6	0	1/2	7,4.10 <sup>-20</sup>
	Бар	Сигма- гипероны	$\Sigma^{-}$	$ ilde{\Sigma}^-$	2343,1	-1 1	1/2	1,48.10 <sup>-10</sup>
			Ξ <sup>0</sup>	Ĩ	2572,8	0	1/2	2,9.10 <sup>-10</sup>
		Кси- гипероны	[ <b>I</b> ]	~[I]	2585,6	-1 1	1/2	1,64.10 <sup>-10</sup>
		Омега- минус- гиперон	$\Omega^{-}$	$\tilde{\Omega}^{\scriptscriptstyle -}$	3273	-1 1	1/2	0,82.10 <sup>-11</sup>

Таблица элементарных частиц

На основе кварковой гипотезы не только была понята структура уже известных адронов, но и предсказано существование новых. Теория Гелл-Мана предполагала существование трех кварков и трех антикварков, соединяющихся между собой в различных комбинациях. Так, каждый барион состоит из трех кварков, антибарион – из трех антикварков. Мезоны состоят из пар кварк-антикварк.

Кварк – фундаментальная частица в Стандартной модели, обладающая электрическим зарядом, кратным е/3, и не наблюдающаяся в свободном состоянии. Кварки являются точечными частицами вплоть до масштаба примерно 0,5 · 10<sup>-19</sup> м, что примерно в 20 тысяч раз меньше размера протона. Из кварков состоят адроны, в частности, протон и нейтрон. В настоящее время известно 6 разных «сортов» (чаще говорят – «ароматов») кварков. Кроме того, для калибровочного описания сильного взаимодействия постулируется, что кварки обладают и дополнительной внутренней характеристикой, называемой «цвет». Каждому кварку соответствует антикварк с противоположными квантовыми числами.

## 9.7. Фундаментальные взаимодействия

Фундаментальные взаимодействия – качественно различающиеся типы взаимодействия элементарных частиц и составленных из них тел. В настоящее время достоверно известно существование в природе четырёх типов взаимодействий, которые не могут быть сведены к другим, более простым видам взаимодействий: сильное, электромагнитное, слабое и гравитационное. Эти взаимодействия и называют фундаментальными.

Сильное (или ядерное) взаимодействие – это наиболее интенсивное из всех видов взаимодействий. Оно обусловливает исключительно прочную связь между протонами и нейтронами в ядрах атомов. В сильном взаимодействии могут принимать участие только тяжелые частицы – адроны (мезоны и барионы). Сильное взаимодействие проявляется на расстояниях порядка и менее  $10^{-15}$  м. Поэтому его называют коротко-действующим.

Электромагнитное взаимодействие. В этом виде взаимодействия могут принимать участие любые электрически заряженные частицы, а так же фотоны – кванты электромагнитного поля. Электромагнитное взаимодействие ответственно, в частности, за существование атомов и молекул. Оно определяет многие свойства веществ в твердом, жидком и газообразном состояниях. Кулоновское отталкивание протонов приводит к неустойчивости ядер с большими массовыми числами. Электромагнитное взаимодействие обусловливает процессы поглощения и излучения фотонов атомами и молекулами вещества и многие другие процессы физики микро- и макромира.

Слабое взаимодействие – наиболее медленное из всех взаимодействий, протекающих в микромире. В нём могут принимать участие любые элементарные частицы, кроме фотонов. Слабое взаимодействие ответственно за протекание процессов с участием нейтрино или антинейтрино, например,  $\beta$ -распад нейтрона

$${}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{1}_{1}p + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\tilde{v}_{e},$$

а также безнейтринные процессы распада частиц с большим временем жизни ( $\tau \ge 10^{-10}$  с).

**Гравитационное взаимодействие** присуще всем без исключения частицам, однако из-за малости масс элементарных частиц силы гравитационного взаимодействия между ними пренебрежимо малы и в процессах микромира их роль несущественна. Гравитационные силы играют решающую роль при взаимодействии космических объектов (звезды, планеты и т. п.) с их огромными массами.

В 30-е годы XX века возникла гипотеза о том, что в мире элементарных частиц взаимодействия осуществляются посредством обмена квантами какого-либо поля. Эта гипотеза первоначально была выдвинута нашими соотечественниками И.Е. Таммом и Д.Д. Иваненко. Они предположили, что фундаментальные взаимодействия возникают в результате обмена частицами, подобно тому, как ковалентная химическая связь атомов возникает при обмене валентными электронами, которые объединяются на незаполненных электронных оболочках.

Взаимодействие, осуществляемое путем обмена частицами, получило название **обменного взаимодействия**. Так, например, электромагнитное взаимодействие между заряженными частицами, возникает вследствие обмена фотонами – квантами электромагнитного поля.

Теория обменного взаимодействия получила признание после того, как в 1935 г. японский физик Х. Юкава теоретически показал, что сильное взаимодействие между нуклонами в ядрах атомов может быть объяснено, если предположить, что нуклоны обмениваются гипотетическими частицами, получившими название мезонов. Юкава вычислил массу этих частиц, которая оказалась приблизительно равной 300 электронным массам. Частицы с такой массой были впоследствии действительно обнаружены. Эти частицы получили название  $\pi$ -мезонов (пионов). Известны три вида пионов:  $\pi^+$ ,  $\pi^-$  и  $\pi^0$  (таблица 31).

В 1957 году было теоретически предсказано существование тяжелых частиц, так называемых векторных бозонов W+, W–, обуславливающих обменный механизм слабого взаимодействия. Эти частицы были обнаружены в 1983 году в экспериментах на ускорителе на встречных пучках протонов и антипротонов с высокой энергией. Открытие

векторных бозонов явилось очень важным достижением физики элементарных частиц. Это открытие ознаменовало успех теории, объединившей электромагнитное и слабое взаимодействия в единое так называемое электрослабое взаимодействие. Эта теория рассматривает электромагнитное поле и поле слабого взаимодействия как разные компоненты одного поля, в котором наряду с квантом электромагнитного поля участвуют векторные бозоны. Это открытие вселило уверенность в том, что все виды взаимодействия тесно связаны между собой и, по существу, являются различными проявлениями некоторого единого поля. Однако объединение всех взаимодействий остается пока лишь привлекательной научной гипотезой. Физики-теоретики прилагают значительные усилия в попытках рассмотреть на единой основе не только электромагнитное и слабое, но и сильное взаимодействие. Эта теория получила название Великого объединения. Ученые предполагают, что и у гравитационного взаимодействия должен быть свой переносчик – частица, названная гравитоном, которая пока не обнаружена.

В настоящее время считается доказанным, что единое поле, объединяющее все виды взаимодействия, может существовать только при чрезвычайно больших энергиях частиц, недостижимых на современных ускорителях. Такими большими энергиями частицы могли обладать только на самых ранних этапах существования Вселенной, которая возникла в результате так называемого Большого взрыва. Космология – наука об эволюции Вселенной – предполагает, что Большой взрыв произошел 13,7-13,8 миллиардов лет тому назад. В стандартной модели эволюции Вселенной предполагается, что в первый период после взрыва температура могла достигать  $10^{32}$  К, а энергия частиц  $E = k \cdot T$  достигать значений 10<sup>19</sup> ГэВ. В этот период материя существовала в форме кварков и нейтрино, при этом все виды взаимодействий были объединены в единое силовое поле. Постепенно по мере расширения Вселенной энергия частиц уменьшалась, и из единого поля взаимодействий сначала выделилось гравитационное взаимодействие (при энергиях частиц  $\leq 10^{19}$  ГэВ), а затем сильное взаимодействие отделилось от электросла-бого (при энергиях порядка  $10^{14}$  ГэВ). При энергиях порядка  $10^{3}$  ГэВ все четыре вида фундаментальных взаимодействий оказались разделенными. Одновременно с этими процессами шло формирование более сложных форм материи – нуклонов, лёгких ядер, ионов, атомов и так далее.

В первые пять минут после Большого Взрыва практически произошли события, определившие те свойства Вселенной, которые она имеет сегодня. Решающую роль в них играли протоны и нейтроны, которые, взаимодействуя с электронами, позитронами, нейтрино и антинейтрино, превращаются друг в друга. Но в каждый момент число протонов примерно равно числу нейтронов. Температура в это время была не менее ста миллиардов градусов. Но с течением времени температура вследствие расширения Вселенной уменьшается. При этом протонов становится больше, поскольку их масса меньше массы нейтронов и создавать их энергетически выгоднее. Но эти реакции создания избытка протонов останавливаются из-за понижения температуры. И только после того, как температура падает до одного миллиарда градусов, начинают образовываться простейшие ядра (кроме самого протона, который является ядром атома водорода). К концу второго периода, то есть через 5 минут после Большого Взрыва, расширяющееся вещество состоит из ядер атома водорода – 70 % и ядер гелия – 30 %. На долю остальных элементов в настоящее время приходится не более 1 %.

# Приложение

	Таблица 32
Латинский	алфавит

	-
A, a – a	N, n – эн
B, b – бэ	0, 0 – 0
С, с – цэ	Р, р – пэ
D, d – дэ	Q, q – ку
E, e – e	R, r – эр
F, f-эф	S, $s - 3c$
G, g – гэ (же)	Т, t – тэ
Н, h – ха (аш)	U, u – y
I, i – и	V, v – вэ
J, j – йот (жи)	W, w – дубль-
	ВЭ
К, k – ка	X, x – икс
L, 1– эль	Ү, у – игрек
М, т-эм	Z, z – зэт

Таблица 33

1	'n <i>อนอ</i> ุณาบั	andaaum
ı	реческий	илфибит

А, α – альфа	N, v – ню
В, β – бэта	Ξ, ξ – кси
Г, ү – гамма	О, о – омикрон
$\Delta, \delta$ – дельта	$\Pi, \pi - пи$
Е, ε – эпсилон	P, ρ – po
Ζ, ζ – дзэта	$\Sigma$ , $\sigma$ – сигма
Н, η – эта	Т, τ – тау
$\Theta, \theta, \vartheta$ – тэта	Φ, φ – фи
I, 1 – йота	Х, χ – хи
К, к – каппа	Y, v – ипсилон
$\Lambda, \lambda$ – ламбда	Ψ, ψ – пси
М, μ – мю	Ω, ω-омега

# Некоторые сведения из математики

Таблица 34

# Правила действия со степенями и корнями

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
$a^n = \frac{1}{a^{-n}}$	$1/\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \sqrt[n]{\frac{b}{a}}$
$a^m / a^m = a^{m-n}$	

Таблица 35

Разность квадратов	$a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$
Квадрат двучлена	$(a\pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$
Формула корней квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$	$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

## Таблица 36

$y = u + v - \omega$	$y' = u' + \upsilon' - \omega'$
y = u v	$y' = u' \upsilon + u \upsilon'$
$y = \frac{u}{v}$	$y' = \frac{u' \cdot \upsilon - u \cdot \upsilon'}{\upsilon^2}$
y = const	y' = 0
y = Ax	y' = A, $cde A - const$
$y = x^n$	$y' = nx^{n-1}$
$y = \sin x$	$y' = \cos x$
$y = \sin Ax$	$y' = A\cos Ax, \ A - const$
$y = \cos x$	$y' = -\sin x$
$y = \cos Ax$	$y' = -A\sin Ax$
$y = a^x$	$y' = a^x \ln a$
y = tgx	$y' = 1/\cos^2 x$

Основные производные

# Некоторые интегралы

$\int x^m \cdot dx = \frac{x^{m+1}}{m+1}, \ m = const \neq 1$	$\int \frac{dx}{x} = \ln x$
$\int \frac{dx}{x^2} = \int x^{-2} \cdot dx = -\frac{1}{x}$	$\int \sin x \cdot dx = -\cos x$
$\int \cos x \cdot dx = \sin x$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = tgx$
$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -ctgx$	$\int \frac{dx}{\sin x} = \ln\left(tg\frac{x}{2}\right)$

Таблица 37

Площадь сферы радиусом <i>R</i>	$S = 4\pi \cdot R^2$
Площадь круга радиусом <i>R</i>	$S = \pi \cdot R^2$
Длина окружности радиусом <i>R</i>	$l = 2\pi \cdot R$
Объем сферы радиусом <i>R</i>	$V=4/3\pi\cdot R^3$
Объем цилиндра высотой <i>H</i> с радиусом основания <i>R</i>	$V = \pi \cdot R^2 \cdot H$
Объем куба с ребром а	$V = a^3$
Объем конуса высотой <i>H</i> с радиусом основания <i>R</i>	$V = \pi \cdot R^2 \cdot H/3$
Тригонометрические функции острого угла



Таблица 38

Основные тригонометрические тождества

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$	$1 + \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha$
$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$	$1 - \cos 2\alpha = 2\sin^2 \alpha$
$ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$	$1 + tg^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$
$tg\alpha = \frac{1}{ctg\alpha}$	$1 + ctg^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$

Тригонометрические функции двойного аргумента  $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \ \cos \alpha; \ \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha; \ tg 2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1 - tg^2\alpha}$ 

Таблица 39

Формулы приведения

α	$\alpha + (\pi/2)$	$\alpha + \pi$	$\alpha$ + (3 $\pi$ / 2)	$(\pi/2)-\alpha$	$\pi - \alpha$	$(3\pi/2)-\alpha$				
sin	$\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\cos \alpha$				
cos	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$				
tg	$-ctg\alpha$	tgα	$-ctg\alpha$	ctgα	-tgα	ctgα				
ctg	$-tg\alpha$	ctgα	$-tg\alpha$	$tg\alpha$	$-ctg\alpha$	tgα				

#### Справочные материалы

Таблица 40

Величин	a	Единица				
Наименование	Размерность	Наименование	Обозначение			
	иницы					
Длина	L	метр	М			
Macca	М	килограмм	КГ			
Время	Т	секунда	с			
Сила		ампер	А			
электрического тока	Ι					
Термодинамическая	Θ	кельвин	К			
температура						
Количество вещества	ν	моль	моль			
Сила света	J	кандела	КД			
	Дополнительны	е единицы				
Плоский угол	_	радиан	рад			
Телесный угол	_	стерадиан	ср			

#### Единицы СИ

#### Таблица 41

Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименования

Приставка	Множитель	
Наименование	обозначение	
пэта	П	10 <sup>15</sup>
тера	Т	$10^{12}$
гига	Γ	$10^{9}$
мега	М	$10^{6}$
кило	К	$10^{3}$
гекто	Г	$10^{2}$
санти	c	10 <sup>-2</sup>
МИЛЛИ	М	10 <sup>-3</sup>
микро	МК	10-6
нано	Н	10-9
пико	П	10 <sup>-12</sup>
фемто	ф	10 <sup>-15</sup>

#### Таблица 42

## Энергия ионизации (эВ)

Водород	13,6	Литий	75,6
Гелий	24,6	Ртуть	10,4

Таблица 43

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Ускорение свободного падения	g	9,81 м/с <sup>2</sup>
Гравитационная постоянная	G	$6,67 \cdot 10^{-11}  \text{m}^3 / (\kappa c \cdot c^2)$
Постоянная Авогадро	$N_A$	6,02 · 10 <sup>23</sup> моль <sup>-1</sup>
Молярная газовая постоянная	R	8,31 Дж/(моль·К)
Молярный объём идеального газа (при	V <sub>M</sub>	22,4 · 10 <sup>-3</sup> м <sup>3</sup> / моль
нормальных условиях)		, ,
Постоянная Фарадея	F	96485 Кл/моль
Постоянная Больцмана	k	1,38 · 10 <sup>-23</sup> Дж / К
Элементарный заряд	e	1,60 · 10 <sup>-19</sup> Кл
Скорость света в вакууме	С	$3,00 \cdot 10^8  \text{m/c}$
Постоянная Стефана-Больцмана	σ	$5,67\cdot10^{-8} Bm/(M^2\cdot K^4)$
Постоянная закона смещения Вина	b	$2,90 \cdot 10^{-3}  \text{m} \cdot K$
Постоянная Планка	h	6,63 · 10 <sup>-34</sup> Дж · с
Постоянная Планка	ħ	1,05 · 10 <sup>-34</sup> Дж · с
Постоянная Ридберга	R	$1,10\cdot 10^7  M^{-1}$
Радиус Бора	а	$0,529 \cdot 10^{-10} M$
Комптоновская длина волны электрона	Λ	$2,43 \cdot 10^{-12} M$
Магнетон Бора	$\mu_{\scriptscriptstyle B}$	$0,927 \cdot 10^{-23} A \cdot m^2$
Энергия ионизации атома водорода	$E_i$	2,18·10 <sup>-18</sup> Дж
		(13,6 эВ)
Электрическая постоянная	${\cal E}_0$	$8,85 \cdot 10^{-12} \Phi / M$
Магнитная постоянная	$\mu_0$	$4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн / м
Масса покоя электрона	9,	11·10 <sup>-31</sup> кг
Масса покоя протона	1,0	67·10 <sup>-27</sup> кг
Масса покоя нейтрона	1,	68·10 <sup>-27</sup> кг

#### Основные физические постоянные (округленные значения)

Некоторые внесистемные единицы физических величин 1 год = 365,25 сут = 3,16  $\cdot 10^7$  с; 1 сут = 86400 с; 1°= 1,75  $\cdot 10^{-2}$  рад; 1' = 2,91  $\cdot 10^{-4}$  рад; 1'' = 4,85  $\cdot 10^{-6}$  рад.

<u>Нормальные условия:</u> давление 10<sup>5</sup> Па, температура 0 °С.

## Продолжение приложения

#### Таблица 44

ческих величин
l

1 год = $365,25$ сут = $3,16 \cdot 10^7$ с	1 мм. рт. ст. = 133,3 Па
1  cyr = 86400  c	1 атм. = 760 мм. рт. ст. $\approx 10^5  \Pi a$
$1^{\circ}=1,75 \cdot 10^{-2}$ рад.	$1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ м.}$ (ангстрем)
$1' = 2,91 \cdot 10^{-4}$ рад.	1 эB = 1,6 $\cdot 10^{-19}$ Дж
$1'' = 4,85 \cdot 10^{-6}$ рад.	1 кал = 4,19 Дж
	$1 P = 2,58 \cdot 10^{-4} $ Кл/кг (Рентген)
1 л.с. = 736 Вт	1 а.е.м. = 1,66·10 <sup>-27</sup> кг

<u>Нормальные условия:</u> давление 10<sup>5</sup> Па, температура 0 °С.

#### Таблица 45

# Работа выхода электронов из металла, 10<sup>-19</sup>Дж

Вольфрам	7,2	Платина	8,5
Калий	3,2	Серебро	7,5
Литий	3,8	Цезий	3,2
Натрий	4,0	Цинк	6,6

#### Таблица 46

## Период полураспада радиоактивных изотопов

Изотоп	Символ изотопа	Период полураспада
Актиний	$^{225}_{89}{ m Ac}$	10 сут
Иод	$^{131}_{53}$ I	8 сут
Иридий	$^{192}_{77}$ Ir	75 сут
Кобальт	$^{60}_{27}$ Co	5,3 года
Магний	$^{27}_{12}{ m Mg}$	10 мин
Радий	$^{219}_{88}$ Ra	$10^{-3} c$
Радий	$^{226}_{88}$ Ra	1,62·10 <sup>3</sup> лет
Радон	$^{222}_{86}$ Rn	3,8 сут
Стронций	$^{90}_{38}$ Sr	28 лет
Торий	$^{229}_{90}$ Th	7·10 <sup>3</sup> лет
Уран	$^{238}_{92}{ m U}$	4,5·10 <sup>9</sup> лет
Фосфор	$^{32}_{15}\mathbf{P}$	14,3сут
Натрий	$^{22}_{11}$ Na	2,6 года

## Таблица 47

Элемент	Порядковый	Изотоп	Масса, а.е.м.
Волород	1	<sup>1</sup> TT	1.00783
Бодород	1		2 01410
		-H 311	3 01605
ΓΥ	2	<u>H</u>	2,01(02
т елии	2	<sup>3</sup> He	3,01603
		<sup>4</sup> He	4,00200
Литий	3	<sup>6</sup> Li	6,01513
		<sup>7</sup> Li	7,01601
Бериллий	4	<sup>7</sup> Be	7,01693
		<sup>9</sup> Be	9,01219
		$^{10}$ Be	10,01354
Бор	5	<sup>9</sup> P	9.01333
Dop		$10 \mathbf{p}$	10.01294
		11 D	11.00931
Vглерол	6	10 C	10,00168
этлерод	0	C	12 00000
		<sup>12</sup> C	13 00335
		<sup>13</sup> C	14 00324
		$^{14}\mathrm{C}$	11,00521
Азот	7	<sup>13</sup> N	13,00574
		$^{14}$ N	14,00307
		$^{15}{ m N}$	15,00011
Кислород	8	<sup>16</sup> O	15,99491
		$^{17}$ O	16,99913
		<sup>18</sup> O	17,99916
Фтор	9	<sup>19</sup> F	18,99840
Натрий	11	<sup>22</sup> Na	21,99444
Ĩ		<sup>23</sup> Na	22,98977
Магний	12	<sup>23</sup> Mg	22,99414
Алюминий	13	<sup>30</sup> Al	29,99817
Кремний	14	<sup>31</sup> Si	30,97535
Фосфор	15	<sup>31</sup> P	30,97376
Калий	19	41K	40,96184
Кальций	20	<sup>44</sup> Ca	43,95549
Свинец	82	<sup>206</sup> Pb	205,97446
Полоний	84	<sup>210</sup> Po	209,98297

Масса нейтральных атомов

## Окончание приложения

## Таблица 48

Периодь	Ряды						Г	РУГ	1 П	ιы	эл	E	ΜE	ΗТ	ОВ						
			I	I			11	IV		۷	/		VI		VII			VIII			_
Ι	1	1 вод 1.00	н цород 1794(7)															2 Не гели 4.00260	<b>ต</b> ที 2(2)	)	
Π	2	3 ли 6.9	3 <b>Li</b> итий 141(2)	і 4 <b>Ве</b> <sub>ій верилий</sub> (2) 9.012182(3)		5 ნი 10.8	<b>В</b> ор 11(7)	6 С 7 N углерод азот 12.0107(8) 14.0065		<b>N</b> от 67(2)	ки 15.	8 <b>О</b> 9 кислород ф 15.9994(3) 18.998		Э <b>F</b> отор 84032(5	)	10 <b>Ne</b> неон 20.1797(6)					
III	3	11 на 22.98	<b>Na</b> трий 9770(2)	12 <b>Mg</b> магний а 24.3050(6) 26		13 алюм 26.981	<b>АІ</b> іиний 538(2)	14 <b>Si</b> кремний ) 28.0855(3)		15 <b>P</b> фосфор 30.973761(2) 3		32	16 <b>S</b> cepa 2.065(5)	17 <b>СІ</b> хлор 5) 35.453(2)			18 <b>Аг</b> аргон 39.948(1)				
IV	4	19 ка 39.0	9 <b>К</b> алий 1983(1)	20 каль 40.07	<b>Са</b> ьций 78(4)	21 скан 44.955	<b>Sc</b> ндий 910(8)	22 <b>Ті</b> 23 <b>V</b> титан ванади ) 47.867(1) 50.9415		<b>V</b> дий 15(1)	2 51.	24 <b>Сг</b> 25 <b>Мп</b> хром марганея 51.9961(6) 54.938049		5 <b>Mn</b> оганец 88049(9)	26 <b>Fe</b> 27 железо коба 55.845(2)58.933		27 <b>Со</b> кобаль 58.93320	<b>)</b> лт 0(9)	28 I нике 58.693	<b>Ni</b> ль 34(2)	
	5	29 м 63.5	) <b>Си</b> іедь 546(3)	30 ци 65.40	<b>Zn</b> нк 09(4)	31 гал 69.73	<b>Ga</b> лий 23(1)	32 Ge германи 72.64(1	е ий  )	33 мыц 74.921	<b>Аѕ</b> іьяк 60(2)	3 ( 78	34 <b>Se</b> селен 8.96(3)	35 б 79.9	5 <b>Br</b> ром 904(1)			36 <b>К</b> крипто 83.798	Кr тон 8(2)		
v	6	37 <b>Rb</b> рубидий 85.4678(3)		37 <b>Rb</b> 38 рубидий стр 85.4678(3) 87		38 стро 87.6	<b>Sr</b> нций 2(1)	39 <b>Y</b> 40 <b>Zr</b> й иттрий цирконий ) 88.90585(2) 91.224(2)		ий 2)	41 Nb 42 Mo ниобий молибден 92.90638(2) 95.94(2)		43 <b>Тс</b> технеций [97.9072]		44 <b>Ru</b> рутений 101.07(2)1(		45 <b>Rł</b> родий 102.9055	n 1 0(2)	46 <b>F</b> палад 106.42	<b>&gt;d</b> ций 2(1)	
	7	47 cep 107.8	47 <b>Ag</b> 48 <b>Cd</b> серебро кадмий 107.8682(2) 112.411(8)		49 ин 114.8	<b>In</b> дий (18(3)	In 50 Sn ий олово 18(3) 118.710(7)		51 <b>Sb</b> 52 <b>Te</b> сурьма теллур 121.760(1) 127.60(3)		53 I йод 126.90447(3)		54 <b>Хе</b> ксенон 131.293(6)								
VI	8	55 <b>Cs</b> 56 <b>Ва</b> цезий барий 132.90545(2) 137.327(		<b>Ва</b> рий 27(7)	57–71 <b>La–</b> <b>Lu</b> лантаноиды 138.9055(2) 72 <b>Нf</b> гафний 178.49(2)		: й 2)	73 <b>Та</b> 74 тантал вольс 180.9479(1) 183.8		74 <b>W</b> 75 <b>Re</b> зольфрам рений 183.84(1) 186.207(1		5 <b>Re</b> ений .207(1)	76 <b>Os</b> 77 Ir осмий иридий 190.23(3) 192.217(		lr 78 Pt дий платина (17(3) 195.078(2)						
	9	79 30. 196.9	) <b>Аи</b> лото 6655(2)	и 80 <b>Hg</b> о ртуть 55(2) 200.59(2)		81 <b>TI</b> таллий 204.3833(2)		82 <b>Рb</b> свинец 207.2(1)		83 висі 208.98	<b>Ві</b> мут 038(2)	е по [20	84 <b>Ро</b> олоний )8.9824]	89 a [209	5 <b>Аt</b> стат ).9871]	86 <b>Rn</b> радон [222.0176]					
VII	10	<sup>10</sup> 87 Fr франций [223.0197] [2		87 Fr 88 Ra 89–103 Ac- франций радий Lr [223.0197] [226.0254] актиноиды		3 <b>Ас–</b> . <b>r</b> юиды	104 <b>Ки</b> курчатовий [261.1088]		105 <b>Ns</b> нильсборий [262.1141]		1 sea [26	106 Sg         107 Bh           seaborgium         bohrium           [266.1219]         [264.12]		7 <b>Bh</b> hrium 64.12]	108 <b>Hs</b> 1 хассий ме [277] [26		109 <b>М</b> мейтнер [268.138	<b>t</b> ий 38]	110 дармс [27 <i>1</i>	<b>Ds</b> татй 1]	
								ла	нта	ноидь	ы										
57 <b>Lа–Lи</b> лантан 138.905 5(2)	58 Се церий 140.11 6(1)	59 Р праз ди 140. 65(	9 у <b>г</b> – Нес им 144 907 (2)	60 <b>Nd</b> 0дим 4.24(3 )	61 Рт пром тий [144.9 7	6 19- cal 1912 150 (3	2 <b>m</b> ег ий г ).36 15 3)	63 ( Eu ( вро-га лийли 1.964 157 (1) ;	64 <b>Эd</b> ний 7.25( 3)	65 <b>Тb</b> • тербий й 158.9253 5( 4(2) <sup>-</sup>		66 <b>Dy</b> дис іроз 62.{ (1)	6 6 <b>у Н</b> с- голь вий 164. 500 2( )	57 Іо 9303 (2)	68 Er эрбий 167.259 (3)	69 <b>Тг</b> тул 168.9 1(2	9 <b>m</b> 9342 2)	70 <b>Үb</b> иттерби 173.04(3	й 5) 1	71 <b>Lu</b> люте- ций 74.967 (1)	
								ai	стин	юиды	1										
89 <b>Ас</b> актиний [227.027 7]	90 <b>Th</b> тори 232.038	ій 31(1) 2	91 Ра протак- тиний 231.0358 8(2)	9 9 9 238. 8 1(	92 Ј ан 0289 (3)	93 <b>Np</b> непту- ний [237.0 482	94 Ри плуто- ний [244.00 42]	95 Ат амери- ций 6 [243.06 14]	кк [24	96 С <b>т</b> орий 7.070 4]	97 Вк берклі [247.0 3]	ий 70 [	98 Сf кали- форний [251.079 6]	99 Ез эй⊦ штей [252.( 0]	11 <b>F</b> н- фер ний [257 083	00 <b>m</b> 7.095 1]	101 <b>Мd</b> менд леви [258.0 4]	102 No нобе ий лий 198 [259. 10]	2 i 10 [	103 Lr лоурен урен- сий 262.10 97]	

## Периодическая таблица элементов Д.И. Менделеева

#### Список литературы

1. Детлаф А.А. Курс физики: / Детлаф А.А., Яворский Б.М. – М.: Академия, 2005. – 720 с.

2. Трофимова Т. И. Курс физики / Трофимова Т.И. – М.: Высшая школа, 1999. – 542 с.

3. Трофимова Т.И. Физика в таблицах и формулах / Трофимова Т.И. – 3-е изд., испр. – М.: Издательский Центр «Академия», 2006. – 448 с.

4. Открытая физика // www. physics.ru/courses.

5. Википедия: свободная энциклопедия // www. ru. wikipedia. org/wik.

6. Сафронов В.П. Часть третья. Оптика. Атом. Ядро / Сафронов В.П. – Ростов н/Д: Издательство, 2005. – 65 с.

7. Энциклопедия кругосвет. Оптика // www.krugosvet.ru/ enc/nauka\_i\_tehnika/fizika/OPTIKA.

8. Орлов В.А., Кабардин О.Ф. Таблицы по физике // www.mymark.narod.ru/pic/physics1.html.

9. Огурцов А.Н. Оптика. Лекции по физике // www.sites.google.com/site/anogurtsov.

10. Огурцов А.Н. Колебания и волны. Лекции по физике // www.sites.google.com/site/anogurtsov.

11. Огурцов А.Н. Ядерная физика. Лекции по физике // www.sites.google.com/site/anogurtsov.

12. Львовский М.Б. Рисунки по физике // www.gannalv.narod.ru.

Учебное издание

ПОЛИЦИНСКИЙ Евгений Валериевич СОБОЛЕВА Эльвира Гомеровна

## ЛЕКЦИИ ПО ФИЗИКЕ

### ЧАСТЬ 2

Учебное пособие

Научный редактор кандидат педагогических наук, доцент Л.Б. Гиль

Редактор Т.В. Казанцева Компьютерная верстка Э.Г. Соболева Дизайн обложки Е.В. Полицинский

# Отпечатано в Издательстве ТПУ в полном соответствии с качеством предоставленного оригинал-макета

Подписано к печати \_\_\_\_\_. Формат 60х84/16. Бумага «Снегурочка». Печать XEROX. Усл.печ.л. 19,30. Уч.-изд.л. 17,47. Заказ \_\_\_\_. Тираж 100 экз.



Национальный исследовательский Томский политехнический университет Система менеджмента качества Томского политехнического университета сертифицирована NATIONAL QUALITY ASSURANCE по стандарту ISO 9001:2008



издательство Тлу. 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30 Тел./факс: 8(3822)56-35-35, www.tpu.ru