

УТВЕРЖДАЮ
Директор ИШЭ

_____ А.С. Матвеев
«__» _____ 2021 г.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАТРОННЫХ СИСТЕМ

Практикум по курсу «Математическое и имитационное моделирование
мехатронных систем» для студентов IV курса,
обучающихся по направлению 13.03.02
«Электроэнергетика и электротехника»

Составитель **Н.Ю. Сипайлова**

Томский политехнический университет
2021

Математическое и имитационное моделирование мехатронных систем: практикум по курсу «Математическое и имитационное моделирование мехатронных систем» для студентов IV курса, обучающихся по направлению 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника» / сост. Н.Ю. Сипайлова; Томский политехнический университет. – Томск: Томский политехнический университет, 2021. – 77 с.

Руководитель ОЭЭ _____ *А.С. Ивашутенко*

Руководитель ООП _____ *П.В. Тютева*

Рецензент

Доктор технических наук, профессор ОЭЭ ИШЭ
А.Г. Гарганеев

© Составление. ФГАОУ ВО НИ ТПУ, 2021
© Сипайлова Н.Ю., составление, 2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	4
1. АНАЛИЗ МЕТОДОВ ОЦЕНКИ АДЕКВАТНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ.....	5
2. АНАЛИЗ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ НА УРОВНЕ МАКРОМОДЕЛИРОВАНИЯ.....	11
3. РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ТРАНСФОРМАТОРА ПО КАТАЛОЖНЫМ ДАНЫМ	21
4. РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ ПО ПАСПОРТНЫМ И КАТАЛОЖНЫМ ДАНЫМ.....	27
5. АНАЛИЗ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОБОБЩЕННОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ	31
6. РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК НЕУПРАВЛЯЕМОГО ВЫПРЯМИТЕЛЯ...	35
7. РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ЧАСТОТЫ	40
8. АНАЛИЗ СИСТЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ	44
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	46
ПРИЛОЖЕНИЕ I.....	48
ПРИЛОЖЕНИЕ II.....	55
ПРИЛОЖЕНИЕ III.....	61
ПРИЛОЖЕНИЕ IV	63

ПРЕДИСЛОВИЕ

Решение задач и выполнение заданий по курсу «Математическое и имитационное моделирование мехатронных систем» способствует повышению качества усвоения теоретического материала, более глубокому пониманию значения и сущности моделирования при исследованиях режимов работы мехатронных систем.

Приобретение навыков в расчетах основных характеристик элементов мехатронных систем позволяет студентам подготовиться к их разработке. Темы практических занятий охватывают основные этапы моделирования, связаны с темами лабораторных работ по курсу что способствует более эффективному формированию компетенций моделирования.

Актуальность практикума обусловлена надобностью обеспечения практических занятий и необходимостью акцентировать внимание на формировании практических навыков и умений при обучении студентов.

Настоящий практикум предназначен как для аудиторных занятий, так и для организации самостоятельной работы студентов.

Практикум включает задачи и задания по темам, предусмотренным рабочей программой дисциплины, а также необходимые методические рекомендации.

1. АНАЛИЗ МЕТОДОВ ОЦЕНКИ АДЕКВАТНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Задание № 1.1

1. Ознакомиться с теоретическими сведениями по оценке адекватности математических моделей.
2. Выявить достоинства и недостатки методов.
3. Изучить примеры оценки адекватности модели.
4. Провести проверку модели на адекватность по результатам расчетных и опытных данных (табл. 1.1).

В табл. 1.1 представлены расчетные и экспериментальные (опытные) данные авиационного асинхронного двигателя.

Таблица 1.1

Расчетные и экспериментальные данные асинхронного двигателя

Наименование параметра	Расчет	Опыт
Ток холостого хода, А	14	18
Потребляемая мощность XX, Вт		575
Коэффициент мощности XX		0,09
Номинальный ток, А	33,2	34
Потребляемая при номинальной нагрузке мощность, Вт		8670
Номинальная частота вращения, об/мин	11820	11680
Скольжение, %	2,25	2,66
КПД	0,91	0,91
Коэффициент мощности	0,79	0,74
Пусковой ток, А	125	122
Кратность пускового тока, А	3,9	3,58
Пусковой момент, Н·м	8,77	8,7
Кратность пускового момента	1,35	1,32
Максимальный момент, Н·м	13,9	11,2
Кратность максимального момента	2,1	1,7

Методические рекомендации

Для выполнения задания используйте многообразные информационные источники, приведенные ниже теоретические сведения и примеры, представленные в литературе и в Приложение I.

Теоретические сведения

Модель полезна, когда она хорошо согласуется с реальностью.

Построение модели в общем случае включает такие этапы, как:

- составление математического описания;
- решение уравнений математического описания;
- проверку адекватности модели;
- окончательный выбор модели (при наличии нескольких моделей).

Под *адекватностью* понимается способность математической модели отображать заданные свойства объекта с погрешностью не выше заданной. Как правило, адекватность модели имеет место лишь в ограниченной области изменения внешних параметров – области адекватности. Модель считается адекватной, если отображает заданные свойства объекта с заданной точностью. *Точность* определяется как степень совпадения значений выходных параметров модели и оригинала (объекта). Точность модели различна в разных условиях функционирования объекта (при разных внешних параметрах).

Принято говорить, что модель адекватна оригиналу, если она верно отражает интересующие свойства оригинала и может быть использована для предсказания его поведения. При этом адекватность модели зависит от целей моделирования и принятых критериев. Например, модель, адекватная на этапе поискового проектирования, при детализации проекта теряет это свойство и становится слишком «грубой». Учитывая изначальную неполноту модели, можно утверждать, что идеально адекватная модель в принципе невозможна.

Проблема соответствия модели реальному объекту очень значима, обоснование правильности решения и анализ результатов – важная часть исследования. Следует проверить, не выходит ли полученное решение за границы достоверности модели; необходимо подтвердить, что решение модели является качественным и достаточно точным для целей, ради которых оно выполняется.

Как правило, математическая модель справедлива при принятых допущениях. Однако если каждое из допущений считается приемлемым, то сочетание их может привести к ошибке, а модель оказаться не адекватной. Это говорит об обязательном анализе влияния допущений на результаты моделирования.

В связи с этим, после построения модели ее следует подвергнуть проверке на адекватность. *Проверка адекватности* – это оценка достоверности построенной математической модели, исследование ее соответствия изучаемому объекту в отношении отражения заданных свойств объекта.

В рамках каждой научной дисциплины разрабатывается совокупность приемов и правил, следование которым позволяет создавать отвечающее исходным гипотезам описание и получать предварительную оценку его адекватности рассматриваемому явлению. Окончательный анализ данной оценки осуществляется на этапе проверки модели, на котором устанавливается правомерность исходных посылок в соответствии с целью исследования реального явления и определяется степень соответствия ему полученной модели.

Приближенность модели к действительному объекту можно рассматривать в следующих аспектах:

с точки зрения корректности связи «вход-выход»;

с точки зрения корректности декомпозиции модельного описания применительно к целям исследования и использования моделей.

Степень соответствия моделей в первом случае принято называть собственно адекватностью, во втором – аутентичностью. В последнем случае требуется, чтобы все подмодели и их элементы были адекватны соответствующим прототипам реального объекта. Проблема аутентичности значительно сложнее адекватности и может рассматриваться лишь при получении математической модели классическим способом, т. е. «изнутри». Первая проблема допускает строгий анализ, однако также является актуальной, сложной и далекой от полного разрешения.

Различают качественное и количественное совпадение результатов сравнения. При качественном сравнении требуется лишь совпадение некоторых характерных особенностей в распределении исследуемых параметров (например, наличие экстремальных точек, положительное или отрицательное значение параметра, его возрастание или убывание и т.д.). Фактически при качественном сравнении оценивается совпадение лишь вида функции распределения параметров (убывающая или возрастающая, с одним экстремумом или с несколькими). Вопрос о количественном сравнении можно ставить лишь после удовлетворительного ответа на вопрос о качественном соответствии результатов. При количественном сравнении большое значение следует придавать точности исходных данных для моделирования и соответствующих им значений сравниваемых параметров.

Существует несколько аспектов проверки адекватности. Во-первых, сама математическая основа модели должна быть непротиворечивой и подчиняться обычным законам математической логики. Во-вторых, справедливость модели зависит от ее способности адекватно описывать реальный объект. В действительности адекватность модели до некоторой степени проверяется обычно в ходе постановки задачи. Уравнения или другие математические соотношения, сформулированные в модели, постоянно сопоставляются с исходным реальным объектом.

Неадекватность результатов моделирования возможна, по крайней мере, по трем причинам:

значения задаваемых параметров модели не соответствуют допустимой области этих параметров, определяемой принятой системой гипотез;

принятая система гипотез верна, но константы и параметры в использованных определяющих соотношениях установлены не точно; неверна исходная совокупность гипотез.

Проверка адекватности математической модели проводится в порядке, обратном ее построению. Оцениваются возможности ЭВМ, соответствие алгоритму решаемой задачи, проверяется устойчивость и точность численного решения уравнений, анализируется степень влияния физических законов, принятых к рассмотрению.

Иногда точность модели вообще нельзя оценить, а можно лишь судить о точности некоторых описывающих ее уравнений.

Можно выделить два способа оценки адекватности, один из которых используется, если есть возможность сравнить модель и объект, другой – если такой возможности нет.

Экспериментальное исследование, опыт, практика являются критериями истины.

Проверка разработанной математической модели выполняется путем сравнения с имеющимися экспериментальными данными о реальном объекте или с результатами других, созданных ранее и хорошо себя зарекомендовавших моделей. В первом случае говорят о проверке путем сравнения с экспериментом, во втором – о сравнении с результатами решения тестовой задачи.

Единственным критерием оценки качества модели может служить достоверность полученных на модели прогнозов поведения реальной системы. Естественно, что наиболее строгой проверкой обоснованности математической модели является ***сопоставление результатов с данными эксперимента***. Этот способ представляет собой разовую процедуру, основанную на сравнении данных, наблюдаемых на реальном объекте, с результатами вычислительного эксперимента, проведенного с моделью. Модель считается адекватной, если отражает исследуемые свойства с приемлемой точностью, где под точностью модели понимается количественный показатель, характеризующий степень различия модели и изучаемого явления. Таким образом, в этом способе мера адекватности является количественной. Ею может быть значение некой функции несогласованности между моделью и измерениями.

Проверка адекватности осуществляется на тестовых экспериментах путем сравнения результатов расчета по модели с результатами эксперимента на изучаемом объекте при одинаковых условиях. Это позволяет установить границы применимости построенной модели. Возможна также вариация данного подхода, когда объект заменяется эталонной моделью, заведомо более точной, чем исследуемая. Использование ко-

личественной характеристики позволяет сравнивать различные модели по степени их адекватности.

Процедура оценки адекватности моделей, основанная на сравнении измерений на реальной системе и результатов экспериментов на моделях, может проводиться различными способами.

Наиболее значимые из них:

по средним значениям данных откликов модели и системы;

по дисперсиям отклонений данных откликов модели от среднего значения данных откликов системы;

по максимальному значению относительных отклонений откликов модели от откликов системы.

Названные способы оценки достаточно похожи, поэтому ограничимся рассмотрением метода сравнения по средним значениям данных откликов модели и системы. При этом способе проверяется гипотеза о близости среднего значения наблюдаемой переменной среднему значению отклика реальной системы. В результате экспериментов на модели получают множество значений наблюдаемой переменной (предиктора), затем из числа опытов на реальной системе выбирают множество значений (выборку). Вычисляются оценки математического ожидания и дисперсии откликов модели и системы, после чего выдвигается гипотеза о близости средних значений величин (в статистическом смысле). Базой для проверки гипотезы является t-статистика (распределение Стьюдента). Ее значение, вычисленное по результатам испытаний, сравнивается с критическим значением, взятым из справочной таблицы.

Однако, на стадии апробации и отработки математической модели, провести эксперимент не представляется возможным. Поэтому требуется опыт и интуиция исследователя, чтобы сделать правильное заключение об адекватности модели оригиналу.

Если нет возможности проверить модель экспериментально, например, объект находится в стадии проектирования, либо эксперименты с объектом невозможны, используются перманентные процедуры, основанные на применении верификационного подхода, нацеленного на формирование определенного уровня доверия к модели – приобретение уверенности в том, что модель ведет себя как реальная система и установление того, что выводы, полученные на ее основе, справедливы и корректны.

При этом для проверки модели могут использоваться разные приемы: проверка физического смысла (соблюдение физических законов); проверка размерности и знаков; проверка пределов; проверка тренда, т.е. тенденции изменения выходных переменных в зависимости от внутренних и внешних переменных, и т. п.

Для того, чтобы доверять решению, нужно на интуитивном уровне понять причины, почему переменные в решении получили именно такие значения. Существует подход, направленный на выявление сущности задачи, который состоит в *использовании упрощенных моделей*. Могут быть использованы несколько моделей, каждая из которых отражает некоторые из основных факторов или свойств полной модели или системы.

Модель, включающую нелинейные функции, можно считать предпочтительнее линейной модели лишь при условии, что нелинейная модель более точно описывает реальную систему.

В то же время адекватность модели часто невозможно строго оценить и поэтому выбор той или иной модели в значительной степени субъективен. Например, одна модель может оказаться более адекватной, чем другая в определенном диапазоне переменных, но менее точной в другом диапазоне.

Решение вопроса о точности моделирования зависит от требований, предъявляемых к модели, и ее назначения. При этом должна учитываться точность получения экспериментальных результатов или особенности постановок тестовых задач. В моделях, предназначенных для выполнения оценочных и прикидочных расчетов, удовлетворительной считается точность 10 – 15 %. В моделях, используемых в управляющих и контролирующих системах, требуемая точность может быть 1 – 2 % и даже больше.

2. АНАЛИЗ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ НА УРОВНЕ МАКРОМОДЕЛИРОВАНИЯ

Задание № 2.1

Для электромагнитной системы электрического аппарата, изображенной на рис. 2.1, требуется:

1. Определить параметры и фазовые переменные, используемые при моделировании тепловой подсистемы.
2. Построить схему замещения тепловой подсистемы.
3. Записать компонентные и топологические уравнения, описывающие тепловую подсистему.

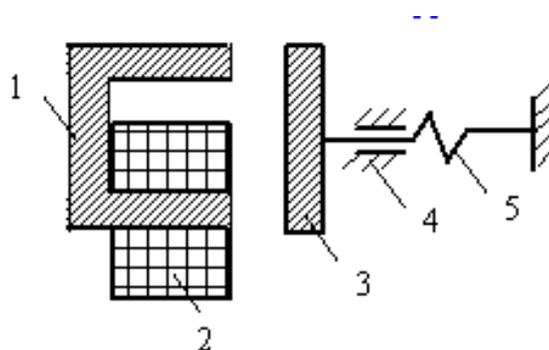


Рисунок 2.1. Электромагнитная система электрического аппарата

Методические рекомендации

Прежде чем приступить к выполнению практического задания, ознакомьтесь с технологией построения функциональной модели на макроуровне и примером её реализации.

Теоретические сведения

С точки зрения уровня моделирования мехатронные системы являются системами с сосредоточенными параметрами и относятся к макроуровню, на котором исследуемый объект имеет сложную неоднородную структуру, включающую элементы различной физической природы, взаимодействующие друг с другом через энергетические и информационные связи. В связи с этим интерес представляют возможные подходы к структурированию подобных объектов.

Поведение большинства технических подсистем можно описать с помощью фазовых переменных. **Фазовые переменные** характеризуют физическое или информационное состояние объекта, а их изменения во времени – переходные процессы в объекте. В различных литературных источниках фазовые переменные называются также переменными, ба-

зисными или обобщенными координатами, координатным базисом или базисом метода.

Например, в электрической подсистеме фазовыми переменными являются токи и напряжения, в механической – силы и скорости, в магнитной – магнитный поток и магнитное напряжение, в тепловой – температуры и тепловые потоки.

Величины, характеризующие свойства системы в целом, отдельных элементов системы и внешней среды, называются соответственно выходными, внутренними и внешними **параметрами**.

Например, для электрического двигателя как системы выходными параметрами являются скорость, момент; внутренними – момент инерции, сопротивления обмоток; внешними – напряжение источника питания и момент нагрузки.

Математические модели можно классифицировать по степени адекватности описания поведения реальной системы, т.е. по степени детализации описываемых свойств и процессов объекта. Уровень абстрагирования в описании объекта определяет иерархический уровень. Моделирование большинства технических объектов можно выполнить на микро-, макро- и метауровнях.

Макромодель – это модель с сосредоточенными параметрами. В ней используются достаточно крупные элементы, которые рассматриваются в виде неделимой единицы.

Математическая модель электротехнической системы на макроуровне представляет систему обыкновенных дифференциальных и алгебраических уравнений, в которых независимой непрерывно изменяющейся переменной является время. С помощью таких моделей исследуются переходные (динамические) и установившиеся режимы работы объектов.

При формировании математической модели системы она представляется в виде совокупности физически однородных подсистем. Каждая подсистема описывает процессы определенной физической природы (механические, электрические, тепловые, гидравлические).

Названия простейших пассивных элементов для любой из подсистем соотносятся не с конструктивными особенностями, а с характером преобразования энергии. По аналогии с электрическими цепями выделяются следующие обобщенные элементы: R – резистор (безвозвратное рассеяние энергии); L – индуктивность (накапливается кинетическая энергия); C – конденсатор (накапливается потенциальная энергия).

Уравнения, входящие в математические модели элементов, называются **компонентными**. Компонентные уравнения отражают физический закон функционирования каждого элемента системы и связывают

разнородные фазовые переменные. Например для электрического резистора R справедлив закон Ома $I = U / R$, связывающий такие фазовые переменные, как ток ветви I и напряжение на участке ветви U ; для электрической катушки индуктивности $L - U = L di / dt$; для электрического конденсатора справедливо соотношение $I = C dU / dt$.

Компонентные уравнения могут быть линейными или нелинейными, алгебраическими, обыкновенными дифференциальными уравнениями. Эти уравнения получаются на основе знаний в предметной области либо теоретически, либо физическим моделированием, либо математическим моделированием на микроуровне. Следует отметить, что для большинства элементов такие уравнения уже получены в прикладных дисциплинах.

При получении математических моделей сложных систем необходимо: выделить в объекте однородные физические подсистемы, получить эквивалентные схемы каждой из подсистем (эквивалентные схемы изображают структуру технического объекта), установить связи между подсистемами.

Для описания состояния одной подсистемы, как правило, достаточно использовать фазовые переменные двух типов – потенциала и потока. Например, при анализе распределения теплоты фазовые переменные типа потока – это тепловой поток, а типа потенциала – температура.

Активными элементами модели будут независимые или зависимые источники фазовых переменных: источники типа потока (источник тока в электрических цепях) и источники типа потенциала (источник ЭДС в электрических цепях).

Связи элементов в системе описываются **топологическими уравнениями**. Топологические уравнения связывают однотипные фазовые переменные различных элементов объекта и отражают структуру связей между различными элементами в подсистеме и в целом в системе. Топологические уравнения записываются отдельно для потоков и потенциалов.

Вывод топологических уравнений производится на основе знаний о структуре подсистемы формальными методами. Структура технического объекта изображается с помощью **эквивалентной схемы** – изображения структуры с помощью условных изображений составляющих его элементов.

Математические записи физических законов в каждой подсистеме включают различные параметры и различны по форме. Использование понятий компонентных уравнений позволяет представить физические законы всех подсистем в одинаковой форме записи для соответствующих данной подсистеме простейших элементов R, L, C и фазовых пере-

менных. Такие преобразования возможны благодаря существующему подобию процессов различной физической природы по отношению к накоплению и рассеянию энергии конкретного вида (табл. 2.1).

Топологические уравнения могут выражать законы сохранения, условия неразрывности, равновесия и т.п. Например, топологическими уравнениями являются уравнения закона Кирхгофа.

Математическая модель системы получается объединением компонентных и топологических уравнений.

Взаимосвязь между различными подсистемами задается через зависимые источники фазовых переменных и зависимые параметры пассивных элементов – зависимые от переменных другой подсистемы.

Таблица 2.1
Подобие процессов различной физической природы

Подсистема	Фазовые переменные		Компоненты		
	типа потока	типа потенциала	типа R	типа C	типа L
Электрическая	Ток	Напряжение	Сопротивление	Емкость	Индуктивность
Магнитная	Магнитный поток	Магнитное напряжение	Магнитное сопротивление		Магнитная индуктивность
Механическая поступательная	Сила	Скорость	Трение	Масса	Упругость
Механическая вращательная	Момент	Угловая скорость		Момент инерции	Вращательная гибкость
Гидравлическая (пневматическая)	Расход	Давление	Трение	Гидравлическая емкость	Гидравлическая индуктивность
Тепловая	Тепловой поток	Температура	Тепловое сопротивление	Тепловая емкость	

Все методы формирования моделей основаны на использовании ранее полученных компонентных уравнений и получаемых для каждой конфигурации эквивалентной схемы технического объекта системы топологических уравнений. Различают методы *обобщенный, табличный, узловой, контурный* и *переменных состояния*. Методы формирования моделей отличаются друг от друга базисом и как следствие этого размерностью получаемой системы уравнений.

В качестве примера рассмотрим механическую подсистему.

При макро моделировании механических подсистем удобно рассматривать поступательное и вращательное движение элементов конструкции. При поступательном движении тел в качестве фазовых переменных используют силу и скорость, а при вращательном – моменты сил и угловые скорости. В зависимости от того, какая из них принимается за переменную типа потока, а какая за переменную типа потенциала, различают прямую или обращенную модели, одинаково пригодные для анализа.

В механической поступательной системе выберем в качестве переменных типа потока силу F , а потенциала – скорость v .

Уравнения для простейших элементов можно записать в следующем виде:

уравнение вязкого трения $F = v/R_{mex}$, где $R_{mex} = 1/k_{mp}$ – активное механическое сопротивление (элемент рассеяния механической энергии), аналог электрического сопротивления; k_{mp} – коэффициент вязкого трения;

уравнение массы (второй закон Ньютона) $F = am = C_{mex} dv/dt$, где $a = dv/dt$ – ускорение, $C_{mex} = m$ – аналог электрической емкости (масса);

уравнение пружины (закон Гука): $F = kx$, где k – жесткость (упругость) пружины, x – перемещение.

Продифференцировав обе части последнего уравнения по времени, получим $dF/dt = kv$, или $v = L_{mex}(dv/dt)$, где $L_{mex} = 1/k$ – аналог электрической индуктивности.

Для представления математических моделей систем на макроуровне используют три основные формы представления – нормальную $dV/dt = f(V, t)$ (здесь V – вектор зависимых переменных, t – независимая переменная), линеаризованную $D \frac{dV}{dt} + HV = B$ (здесь D и H – матрицы, B – вектор), алгебраизованную $Y_n V_n = B_n$ (где Y – матрица, B – вектор, обозначение n используется для значений переменных Y, V, B соответствующему моменту времени t_n).

Нормальную форму применяют при ориентации на последующее численное решение явными методами, линеаризованная используется в программах, открытых по отношению к методам интегрирования.

Для получения математической модели в нормальной форме наиболее приемлем метод переменных, характеризующих состояние системы, называемый методом переменных состояния.

Для получения уравнений в линеаризованной и алгебраизованной форме применяют методы узловых потенциалов и табличные методы. В этих методах для алгебраизации реализуют одну из неявных разностных формул численного интегрирования, линеаризацию выполняют с помощью разложения нелинейных элементов в ряд Фурье.

Несмотря на эвристический характер многих операций методика макромоделирования имеет достаточно общий характер.

Методика макромоделирования включает следующие этапы:

- определение свойств объекта, которые должны отражаться моделью (устанавливаются требования к степени универсальности модели);
- сбор априорной информации о свойствах оригинала (справочные данные, математические модели, результаты эксплуатации существующих аналогичных объектов);
- получение общего вида уравнений модели (структуры модели);
- определение численных значений параметров модели;
- оценка точности полученной модели и определение численных значений параметров модели;
- оценка точности полученной модели и определение области ее адекватности (при неудовлетворительных точностных оценках выполняют итерационное приближение к желаемому результату повторением этапов);
- представление полученной модели в форме, принятой в используемой библиотеке моделей.

Пример

В качестве примера рассмотрим формирование математической модели электромеханического устройства электрического аппарата (рис. 2.1) [18].

Одной из задач, имеющей наиболее важное значение при разработке электромеханической системы, является задача определения таких форм и размеров элементов конструкции, при которых обеспечивается наибольшая технико-экономическая эффективность. Решение этой задачи может быть получено только на базе достаточно совершенных методов расчета, что требует создания математических моделей электромагнитных механизмов. Математическая модель описывает связь между параметрами системы, прикладываемыми к ней воздействиями и протекающими процессами.

Параметры электромагнитной системы представляют собой геометрические размеры, обмоточные данные, массы подвижных частей и т.д. Управляющими воздействиями являются либо изменение тока в обмотке, либо прикладываемое напряжение. В результате протекающих в системе процессов изменяется распределение магнитного потока в маг-

нитопроводе, совершается механическая работа. Работа электромеханической системы сопровождается тепловыми процессами, нагревом или охлаждением обмотки.

На рис. 2.1 приведена конструкция электромеханического устройства, состоящего из электромагнита: неподвижного П-образного стального магнитопровода 1 с катушкой 2, к которой подключается напряжение, и подвижного якоря 3 в виде стальной пластины, соединенного штоком в скользящей опоре 4 с закрепленной на неподвижном основании пружиной 5.

Принцип действия, как известно, заключается в притяжении якоря к магнитопроводу. При подключении катушки к источнику напряжения в ней появляется ток, возникает магнитный поток в деталях электромагнита и усилие на якоре, которому противодействует инерционная сила, сила трения штока в опоре и упругая сила пружины. Под действием этих сил якорь совершает поступательное движение, т.е. электрическая энергия преобразуется в механическую. Часть энергии источника преобразуется в тепловую при протекании тока в проводе катушки и возбуждения вихревых токов в стальном магнитопроводе.

Электромеханическая система электрического аппарата включает электрическую, магнитную, механическую и тепловую подсистемы.

В графическом отображении математическая модель представляется эквивалентными схемами цепей, содержащими активные и пассивные элементы.

Использование макромоделей на основе эквивалентных схем предоставляет удобную возможность записать топологические уравнения на основе законов равновесия (через переменные типа потенциала) и непрерывности (через фазовые переменные типа потока). Форма уравнений одинакова для любой подсистемы.

Макромодель электрической подсистемы представляется в виде постоянного или переменного электрического тока, где в качестве фазовых переменных используются токи в ветвях и напряжения на участках электрической цепи. В электрической подсистеме уравнения определяются первым и вторым законом Кирхгофа. Первичными источниками энергии в электрических цепях являются источники тока и ЭДС (напряжения).

Аналогичные соотношения справедливы для других подсистем при замене на соответствующие фазовые переменные.

Макромодель магнитной подсистемы строится на основе понятий магнитной цепи (каждая трубка потока заменяется эквивалентной цепью с сосредоточенными параметрами, содержащими источник магнитодвижущей силы или потока и магнитные активные и реактивные со-

противления). Первичные источники энергии представляются в виде источников МДС и источников магнитного потока. В магнитной подсистеме используются законы Кирхгофа для магнитной цепи: сумма магнитных потоков в точке разветвления равна нулю, сумма магнитных напряжений в замкнутом контуре равна нулю.

Элементы механической системы: массы, пружины, элементы трения объединяются общим уравнением движения, которое и является математической моделью.

Для каждого отдельного элемента хорошо известны законы функционирования, легко интерпретируемые через простейшие элементы. При этом, активное механическое сопротивление – элемент рассеяния механической энергии. Для модели, где сила – поток, а скорость – потенциал, пружина является элементом накопления кинетической энергии, а масса – потенциальной энергии.

В механической поступательной подсистеме модель основана на принципе д'Аламбера: сумма действующих на тело сил, включая инерционные, равна нулю (переменные типа потока). Для векторов и координатных составляющих абсолютных скоростей справедливо соотношение (переменные типа потенциала): $\sum v_j = 0$.

В тепловой подсистеме сумма тепловых потоков в узле разветвления равна нулю, сумма разностей температур при обходе по замкнутому контуру равна нулю.

Эквивалентная схема электрической подсистемы изображена на рис. 2.2. В ней последовательно соединены: источник постоянного напряжения U , выключатель B , активное сопротивление R и катушка индуктивности L_s , связанная с магнитными потоками рассеяния и некоторая ЭДС, определяемая рабочим потоком электромагнита. Обычно допускается постоянство индуктивности рассеяния. Активное сопротивление зависит от температуры провода, т.е. от параметров тепловой подсистемы, а ЭДС от временной функции магнитного потока, который в свою очередь определяется параметрами магнитной и механической подсистем (положение якоря).

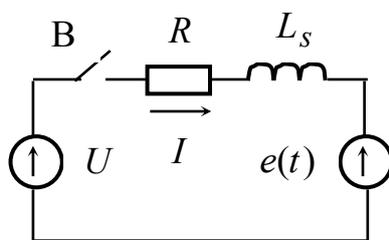


Рисунок 2.2. Эквивалентная схема электрической подсистемы

Эквивалентная схема магнитной подсистемы приведена на рис. 2.3. Она состоит из источника магнитодвижущей силы F_M , сопротивлений стальных магнитопровода и якоря и сопротивления немагнитного зазора между сердечником и якорем R_δ , а также индуктивности L_M , определенной вихревыми токами в проводящих деталях электромагнита. Магнитодвижущая сила зависит от параметров электрической подсистемы, а магнитное сопротивление R_δ – от параметров механической подсистемы. Рабочий магнитный поток и магнитные напряжения на участках цепи определяются аналогично токам и напряжениям в электрической цепи с такой же схемой.

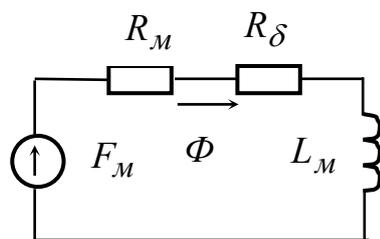


Рисунок 2.3. Эквивалентная схема магнитной подсистемы

В эквивалентной схеме механической подсистемы (рис. 2.4) на якорь электромагнита действует усилие, определяемое источником ЭДС P_ε , а элементы: масса якоря, жесткость пружины и трение в опоре представляются последовательным соединением индуктивности, конденсатора и активного сопротивления. Ток в такой схеме эквивалентен скорости якоря, а напряжение на элементах – составляющим результирующей силы якоря. Зависимым параметром будет электромагнитное усилие, пропорциональное квадрату магнитного потока.

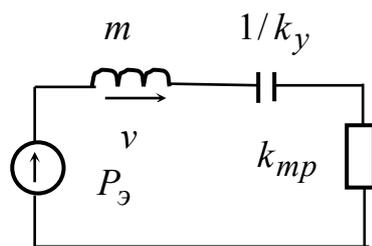


Рисунок 2.4. Эквивалентная схема механической подсистемы

В реальной рассматриваемой электромеханической системе есть два источника тепловой энергии – это катушка (рассеиваемая электрическая мощность на активном сопротивлении катушки P_{T1} пропорциональна квадрату тока) и магнитопровод (мощность электрических потерь в магнитопроводе и якоре P_{T2} пропорциональна в первом приближении квадрату магнитного потока). Выделением тепла из-за трения в опоре скольжения пренебрегаем. Тепловые потери катушки (аналоги

токов в электрических цепях) нагревают её, проникают от катушки через сопротивление теплопроводности к магнитопроводу, нагревая его, и рассеиваются в воздухе теплопроводностью и конвекцией. Вторым источником теплового потока P_{T2} подключается параллельно тепловой емкости магнитопровода. Схема тепловой цепи только приближенно отражает характер процессов в тепловом поле. Определение конкретных параметров эквивалентной схемы и уточнение ее конфигурации производится на основе анализа пространственного распределения теплового и электромагнитного полей (расчетом полей на ЭВМ, т.е. решением задачи микро моделирования).

В описанных эквивалентных схемах все подсистемы взаимосвязаны через зависимые источники фазовых переменных и зависимые параметры пассивных элементов (активное сопротивление провода катушки, магнитное сопротивление зазора между магнитопроводом и якорем).

Непосредственно математическая модель представляет собой запись системы дифференциальных уравнений по составленным эквивалентным схемам всех подсистем и выражения для зависимых параметров:

для электрической подсистемы
 $RI + L_s dI / dt = U - e(t),$

для магнитной подсистемы
 $(R_M + R_\delta)\Phi + L_M d\Phi / dt = F_M;$

для механической подсистемы
 $k_{mp}v + mdv / dt + k_y x = F_y, dx / dt = v.$

Зависимые источники:

$e(t) = -d\Phi / dt; F_M = Iw; P_{T1} = f(I^2); P_{T2} = f(\Phi^2); P_y = \Phi^2 / (\mu_0 S),$

где S – площадь полюса электромагнита.

Зависимые параметры:

электрическое сопротивление провода катушки $R = R_0(1 + \alpha\theta_1),$

где α – температурный коэффициент сопротивления;

магнитное сопротивление зазора между якорем и магнитопроводом электромагнита $R_\delta = 2 / (\delta_0 + x) / (\mu_0 S),$ где δ_0 – начальный воздушный зазор, x – перемещение якоря.

Для решения систем дифференциальных уравнений используют численные методы (например метод Рунге-Кутты).

Для сложных технических объектов размерность математической модели становится чрезмерно высокой, и для моделирования приходится переходить на метаяровень.

3. РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ТРАНСФОРМАТОРА ПО КАТАЛОЖНЫМ ДАННЫМ

Задание № 3.1

Рассчитать параметры трансформатора по каталожным данным (табл. 3.1).

Трансформаторы силовые трехфазные ТС310СО4А, ТС310СО4Б, ТС320СО4А и ТС330СО4Б предназначены для питания потребителей трехфазным переменным током.

Трансформатор силовой трехфазный ТС315СО4Б предназначен для понижения напряжения при работе в системе навигации.

ТС310СО4А применяется на самолетах и вертолетах 26, ВМ, ВМУ, 24Т, 400.

ТС310СО4Б применяется на самолетах и вертолетах Ан-24, Ан-28, Ми-8, Ка-226Т, Ан-6, Як-36, Ан-124, (Ан-124, Ан- 225, Т-6, Ми-28).

ТС315СО4Б применяется на самолетах и вертолетах Ми-14, Ил-62М, Ан-12.

ТС320СО4А применяется на самолетах и вертолетах Ил-76, Ил-86, Як-42, Ми-26, Ан-72, Ан-74, Ил-76, Т-6.

ТС330СО4Б применяется на самолетах и вертолетах Ту-154, 4503, ВП-021, Ми-24.

Таблица 3.1

Каталожные данные авиационных трансформаторов

№ варианта	1, 8	2, 9	3, 10	4, 11	5, 12	6, 13	7, 14
Наименование изделия	ТС310СО4А	ТС310СО4Б	ТС315СО4Б	ТС320СО4А	ТС330СО4Б	ТС-10	Т - 1,5/02
Напряжение на первичной обмотке, В	115	200	206	200	200	200	200
Напряжение на вторичной обмотке, В	36	36	37	36 или 37	36	36	37
Выходная мощность, кВА	1000	1	1,5	2	3	10	1,5
Потребляемый ток, А, не более	6,5	3,7	5,6	7,5	10,5		5,2
Ток нагрузки, А	16,2	16	23,4	31	48		
Частота, Гц	400±8	400	400±28	400	400	400	
Число фаз	3	3	3	3	3	3	
Коэффициент мощности, не менее	0,85	0,6	0,7	0,6	0,8		
Напряжение короткого замыкания, %	3,8	не более 3	-	не более 3	не более 5		

Методические рекомендации

Теоретические сведения

При реализации математической модели и проведении расчетных экспериментов важное значение имеет подготовка входных данных, а именно, подготовка параметров объекта, характеристик (в частности, характеристики намагничивания), выбор системы относительных единиц.

Под параметрами электрической машины понимается совокупность взаимоиндуктивностей, индуктивностей и активных сопротивлений цепей машины, определяющая поведение машины в энергосистеме, а также протекание процессов в самой машине. Умение точно рассчитать основные параметры имеет большое значение в теории и практике электрических машин. Знание параметров позволяет предопределить условия статической и динамической устойчивости и параллельной работы машин, величины и скорости затухания токов и электромагнитных вращающих моментов при внезапных коротких замыканиях, характер пуска при включении двигателей в сеть, перенапряжения на обмотках при переходных режимах, поведение машины при сбросах и набросах нагрузки и т.д. Особенно важное значение приобретает знание параметров современных машин, характеризующихся весьма высоким удельным использованием активных материалов.

В последнее время продолжается развитие теоретических и экспериментальных методов исследования параметров электрических машин на базе современной математики и новых способов измерений. Получили распространение методы физического и математического моделирования процессов в электрических машинах. Физическое моделирование позволяет уточнить наши представления о характере процесса в электрических машинах при различных условиях работы. Математическое моделирование позволяет решить систему уравнений электрической машины, не прибегая к снижающим точность допущениям. Этот путь исследования, наряду с систематизацией опытных данных по параметрам, позволит свести к минимуму приближения и неточности, допускаемые при решении системы уравнений электрической машины переменного тока с учетом насыщения, вытеснения тока и подобных факторов, которые при ручном численном интегрировании не удастся учесть в полной мере из-за чисто вычислительных трудностей.

Параметры можно получить экспериментально, расчетным путем с использованием приближенных аналитических формул, учитывающих ряд факторов (насыщения, вытеснения тока) путем введения корректирующих коэффициентов. Интерес представляет также получение параметров по каталожным данным, так как достаточно часто информация о

параметрах в каталогах отсутствует. Особую актуальность оценка параметров по каталожным данным приобретает при использовании электрических машин зарубежного производства.

Методика расчета параметров трансформатора по каталожным данным

Исходными данными для расчета параметров силового трансформатора по каталожным данным являются:

1. тип трансформатора;
2. число фаз трансформатора m ;
3. схема соединения обмоток;
4. номинальная мощность S_n , кВА;
5. номинальное напряжение первичной обмотки $U_{н1}$, кВ;
6. номинальное напряжение вторичной обмотки $U_{н2}$, кВ;
7. потери короткого замыкания P_k , кВт;
8. потери холостого хода P_x , кВт;
9. напряжение короткого замыкания u_k , %;
10. ток холостого хода i_x , %.

Расчет параметров трансформатора в относительных и именованных единицах осуществляется следующим образом.

1. Номинальная мощность фазы трансформатора

$$P_n = S_n \cdot 10^3 / m, \text{ ВА.}$$

2. Номинальный фазный ток первичной обмотки

$$I_{н1} = P_n / U_{\phi 1}, \text{ А,}$$

где $U_{\phi 1}$ – номинальное фазное напряжение первичной обмотки ($U_{\phi 1} = U_{н1} \cdot 10^3 / \sqrt{3}$, В при схеме соединения звезда, $U_{\phi 1} = U_{н1} \cdot 10^3$, В при соединении фазных обмоток в треугольник).

3. Номинальное напряжение короткого замыкания

$$U_k = u_k \cdot U_{\phi 1} / 100, \text{ В.}$$

4. Полное сопротивление короткого замыкания в относительных единицах

$$z_k = u_k / 100, \text{ о.е.,}$$

в именованных единицах

$$Z_k = U_k / I_{н1}, \text{ Ом.}$$

5. Активное сопротивление короткого замыкания в относительных единицах

$$r_k = P_k / S_n, \text{ о.е.,}$$

в именованных единицах

$$R_k = Z_k \cos \varphi_k, \text{ Ом,}$$

где $\cos \varphi_k = P_k / (3 \cdot U_k \cdot I_k)$, $I_k = I_{н1}$ – коэффициент мощности короткого замыкания.

6. Активные сопротивления обмоток
в относительных единицах

$$r_1 = r_2 = r_k / 2, \text{ о.е.,}$$

в именованных единицах

$$R_1 = R_2 = R_k / 2, \text{ Ом.}$$

7. Индуктивные сопротивления рассеяния обмоток
в относительных единицах

$$x_{\sigma 1} = x_{\sigma 2} = x_{\sigma k} / 2 = \sqrt{z_k^2 - r_k^2} / 2, \text{ о.е.,}$$

в именованных единицах

$$X_{\sigma 1} = X_{\sigma 2} = X_{\sigma k} / 2 = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} / 2, \text{ Ом.}$$

8. Индуктивности рассеяния обмоток
в относительных единицах

$$l_{\sigma 1} = l_{\sigma 2} = x_{\sigma 1} = x_{\sigma 2}, \text{ о.е.,}$$

в именованных единицах

$$L_{\sigma 1} = L_{\sigma 2} = X_{\sigma 1} / (2\pi f), \text{ Гн,}$$

где f , Гц – частота питающей сети.

9. Полное сопротивление холостого хода
в относительных единицах

$$z_x = 1 / (i_x / 100) = 100 / i_x, \text{ о.е.,}$$

в именованных единицах

$$Z_x = U_{\phi 1} / I_x, \text{ Ом,}$$

где $I_x = i_x \cdot I_{н1} / 100$, А – ток холостого хода в именованных единицах.

10. Активное сопротивление холостого хода
в относительных единицах

$$r_x = (P_x / S_n) \cdot 100^2 / i_x^2, \text{ о.е.,}$$

в именованных единицах

$$R_x = P_x / (3 \cdot I_x^2), \text{ Ом.}$$

11. Индуктивное сопротивление холостого хода
в относительных единицах

$$x_x = \sqrt{z_x^2 - r_x^2}, \text{ о.е.,}$$

в именованных единицах

$$X_x = \sqrt{Z_x^2 - R_x^2}, \text{ Ом.}$$

12. Индуктивность ветви намагничивания

в относительных единицах

$$l_m = x_x, \text{ о.е.},$$

в именованных единицах

$$L_m = X_x / (2\pi f), \text{ Гн.}$$

13. Активное магнитное сопротивление (при параллельном соединении активного и реактивного магнитных сопротивлений)

в относительных единицах

$$r_m = S_n / P_x, \text{ о.е.},$$

в именованных единицах

$$R_m = X_x^2 / R_x, \text{ Ом.}$$

Также параметры в относительных единицах можно рассчитать, используя базисные величины.

14. Базисные величины:
сопротивлений

$$R_0 = U_{\phi 1}^2 / P_n, \text{ Ом,}$$

индуктивностей

$$L_0 = R_0 / (2\pi f), \text{ Гн.}$$

15. Величины в относительных единицах рассчитываются следующим образом

$$X = X(\text{и.е.}) / X_0, \text{ о.е.},$$

где $X, \text{ о.е.}$ – значение любой величины в относительных единицах, $X(\text{и.е.})$ – значение величины в именованных единицах, $X_0, \text{ и.е.}$ – базисное значение соответствующей величины.

4. РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ ПО ПАСПОРТНЫМ И КАТАЛОЖНЫМ ДАННЫМ

Задание № 4.1

Рассчитать параметры асинхронного двигателя по паспортным и каталожным данным. Сравнить результаты.

Авиационный асинхронный двигатель, предназначенный для привода насосной станции, питается напряжением 115/200 В частотой 400 Гц от бортовой системы электроснабжения.

Двигатель имеет следующие паспортные данные:

номинальная мощность – 8 кВт,

потребляемая в номинальном режиме мощность – 8670 Вт,

номинальный ток – 34 А,

номинальная частота вращения – 11680 об/мин,

номинальное скольжение – 2,66 %,

КПД – 0,91,

номинальный коэффициент мощности – 0,74,

ток ХХ – 18 А,

мощность ХХ – 575 Вт,

коэффициент мощности ХХ – 0,09,

пусковой ток – 122 А,

кратность пускового тока – 3,58,

пусковой момент – 8,7 Н·м,

кратность пускового момента – 1,32,

максимальный момент – 11,2 Н·м,

кратность максимального момента – 1,71.

Задача № 4.2

Рассчитать параметры трехфазного асинхронного двигателя (табл. 4.1) по каталожным данным (табл.П.1 Приложения II).

Таблица 4.1

Варианты заданий

№	1, 11	2, 12	3, 13	4, 14	5, 15
Тип АД	ДАТ 31461	ДАТ 32461	ДАТ 32671	ДАТ 41461	ДАТ 42461
№	6, 16	7, 17	8, 18	9, 19	10, 20
Тип АД	ДАТ 42561	ДАТ 42671	ДАТ 52461	ДАТ 53671	ДАТ 61571

Методические рекомендации

Методика расчета параметров асинхронного двигателя

Параметры АД могут быть определены расчетным или опытным путем. Более точно параметры могут быть рассчитаны на основе данных приемосдаточных испытаний, в программу которых входят: измерение омического сопротивления обмотки статора в «холодном» состоянии; опыт холостого хода; опыт короткого замыкания; определение кривой выбега.

Активные сопротивления обмоток являются функциями температуры. Измеренное активное сопротивление фазы обмотки статора в холодном состоянии пересчитывается в сопротивление при конкретной температуре по выражению

$$R_{\theta} = \frac{1 + \alpha \theta}{1 + \alpha \theta_x} R_x,$$

где R_{θ} – искомое значение сопротивления обмотки, Ом; α – температурный коэффициент; θ – температура, к которой должно быть приведено измеренное сопротивление, °С; θ_x – температура обмотки при измерении в практически холодном состоянии, °С; R_x – сопротивление обмотки в холодном состоянии, Ом.

Для определения момента инерции вращающихся частей может применяться метод самоторможения.

Момент инерции (J) исследуемой вращающейся части для невозбужденной машины вычисляют по формуле

$$J = \frac{P_{\text{мех.н}} \Delta t}{\omega_n \Delta \omega},$$

где $P_{\text{мех.н}}$ – механические потери при номинальной частоте вращения, Вт; Δt – время, в течение которого частота вращения машины изменяется на $\Delta \omega$, с; ω_n – номинальная угловая частота вращения, с⁻¹; $\Delta \omega$ – разность между верхним и нижним значениями угловой частоты вращения, с⁻¹.

Методика определения момента инерции приведена в Приложении II.

При определении параметров АД принимаются следующие допущения:

1. индуктивное сопротивление статорной обмотки равно приведенному индуктивному сопротивлению роторной обмотки;
2. активные сопротивления статорной и роторной обмоток пола-

гаются независимыми от режима работы двигателя;

3. не учитываются эффекты вытеснения тока в обмотках.

Эти допущения являются общепринятыми и не вносят заметных погрешностей при исследовании нормальных и близких к ним режимов, когда ток двигателя $I \leq (1,0 - 1,5) I_n$ и скольжение $s \leq 0,05 - 0,08$.

Исходными данными для расчета параметров асинхронного двигателя по результатам приемо-сдаточных испытаний являются:

1. мощность АД, кВт;
2. номинальные (линейное) напряжения обмотки статора, В;
3. номинальный ток двигателя, А
4. номинальная частота питающего напряжения, Гц
5. скорость идеального холостого хода, об/мин;
6. номинальное скольжение, %;
7. номинальный коэффициент мощности и КПД
8. активное сопротивление фазы обмотки статора, Ом;
9. номинальные (линейное) напряжения обмотки статора, В;
10. ток короткого замыкания, А
11. мощность КЗ, кВт
12. ток холостого хода, А
13. потери холостого хода, кВт
14. потери в стали, кВт
15. потери механические, кВт;
16. кривая выбега ротора.

Определение параметров асинхронного двигателя осуществляется аналогично расчёта параметров трансформатора.

1. Синхронная угловая частота вращения, рад/с

$$\omega_0 = \frac{\pi}{30} n.$$

2. Номинальная угловая частота вращения, рад/с

$$\omega_H = \omega_0 (1 - s_H).$$

3. Активное сопротивление обмотки статора, приведенное к определенной температуре, Ом

$$R_\theta = \frac{1 + \alpha \theta}{1 + \alpha \theta_x} R_x.$$

4. Полное сопротивление КЗ, Ом

$$Z_{КЗ} = \frac{U_{нф}}{I_{КЗф}}.$$

5. Активное сопротивление КЗ, Ом

$$R_{K3} = \frac{P_{K3}}{3(I_{K3\phi})^2}.$$

6. Активное сопротивление обмотки ротора, Ом

$$R_2 = R_{K3} - R_{1\ominus K3}.$$

7. Индуктивное сопротивление КЗ, Ом

$$X_{K3} = \sqrt{Z_{K3}^2 - R_{K3}^2}.$$

8. Индуктивные сопротивления обмоток, Ом

$$X_1 = X_2 = X_{K3} / 2.$$

9. Полное сопротивление XX, Ом

$$Z_{XX} = \frac{U_{нф}}{I_{XX\phi}}.$$

10. Активное сопротивление XX, Ом

$$R_{XX} = \frac{P_{XX}}{3(I_{XX\phi})^2}.$$

11. Реактивное сопротивление XX, Ом

$$X_{XX} = \sqrt{Z_{XX}^2 - R_{XX}^2}.$$

12. Активное сопротивление ветви намагничивания, Ом

$$R_m = R_{XX} - R_{1\ominus XX}.$$

13. Реактивное сопротивления ветви намагничивания, Ом

$$X_m = X_{XX} - X_1.$$

Данные испытаний не всегда бывают доступны. В этом случае расчеты ведутся по каталожным данным. Расчетные формулы приведены в Приложении II (табл. П.2).

5. АНАЛИЗ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОБОБЩЕННОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

Задание № 5.1

Для обобщенного электромеханического преобразователя выполнить следующие задания.

1. Записать общее уравнение обобщенного электромеханического преобразователя (1) в виде, разрешённом относительно потоков и токов в непреобразованной системе координат для линейной модели.
2. Записать общее уравнение обобщенного электромеханического преобразователя (1) в виде, разрешённым относительно потоков и токов в преобразованной системе координат для линейной модели.
3. Из уравнения обобщенного электромеханического преобразователя в развернутом виде (3) вывести уравнение для однофазного трансформатора в системе координат α, β .

Методические рекомендации

Для выполнения задания используйте информационные источники и приведенные ниже теоретические сведения.

Теоретические сведения

При моделировании электрических машин наибольшее распространение получила модель преобразователя с двумя парами ортогональных обмоток, расположенных на статоре и роторе (рис. 5.1). Такая модель проста и удобна для математического описания электрических машин в различных системах координат, использующихся при преобразовании реальных многофазных машин к двухфазным.

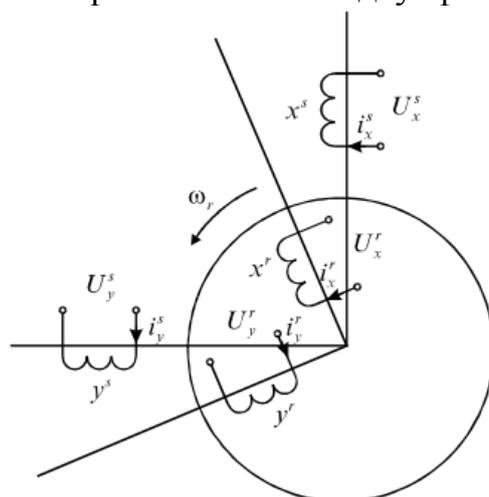


Рисунок 5.1. Схема модели обобщенного электромеханического преобразователя

Математическое описание модели представляет собой дифференциальные уравнения электрического (1) и механического (2) равнове-

сия, дополненные алгебраическими уравнениями электромагнитных связей обмоток – линейных $[\Psi] = [L][i]$ или нелинейных $[\Psi] = [L_c][i]$

$$\frac{d[\Psi]}{dt} = [U] - [r][i] + [\omega][K][\Psi], \quad (1)$$

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{(M_\vartheta - M_c)}{J_r}. \quad (2)$$

В этих уравнениях фигурируют:

матрицы переменных – потокосцеплений, напряжений и токов в произвольной системе координат (x, y) , содержащие по четыре элемента, соответствующих обмоткам статора s и ротора r

$$[\Psi] = \begin{bmatrix} \Psi_x^s \\ \Psi_y^s \\ \Psi_x^r \\ \Psi_y^r \end{bmatrix}, \quad [U] = \begin{bmatrix} U_x^s \\ U_y^s \\ U_x^r \\ U_y^r \end{bmatrix}, \quad [i] = \begin{bmatrix} i_x^s \\ i_y^s \\ i_x^r \\ i_y^r \end{bmatrix};$$

квадратная диагональная матрица активных сопротивлений обмоток

$$[r] = \begin{bmatrix} r_x^s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_y^s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_x^r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_y^r \end{bmatrix};$$

матрица частот вращения, содержащая элементы, изменяющиеся в зависимости от системы координат согласно табл. 5.1

$$[\omega] = \begin{bmatrix} \omega_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\omega_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega_2 \end{bmatrix};$$

матрица коэффициентов, определяющая наличие составляющих ЭДС вращения в уравнениях электрического равновесия в зависимости от системы координат

$$[K] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix};$$

матрица индуктивностей $[L]$ и $[L_c]$ матрица статических индуктивностей,

момент инерции ротора – J , момент сопротивления – M_c , электромагнитный вращающий момент преобразователя – $M_э$,

Уравнения обобщенного преобразователя может быть записано в различных формах: в матричном и развернутом виде, в различных системах координат, разрешенных относительно токов или потокосцеплений, в относительных или именованных единицах.

Для формирования систем дифференциальных уравнений электрических машин различных типов относительно токов в преобразованных координатах необходимо представить матричное уравнение в развернутом виде (3).

Таблица 5.1

Частоты вращения в различных системах координат

Частота вращения	Система координат			
	a, b	α, β	d, q	u, v
Координат ротора относительно координат статора	$\omega = \omega_r$	$\omega = 0$	$\omega = 0$	$\omega = 0$
Общей системы координат	—	$\omega_k = 0$	$\omega_k = \omega_r$	ω_k
Координат статора относительно статора	$\omega_1 = 0$	$\omega_1 = 0$	$\omega_1 = \omega_r$	$\omega_1 = \omega_k$
Координат ротора относительно ротора	$\omega_2 = 0$	$\omega_2 = -\omega_r$	$\omega_2 = 0$	$\omega_2 = \omega_k - \omega_r$

$$\begin{bmatrix} \frac{di_x^s}{dt} \\ \frac{di_y^s}{dt} \\ \frac{di_x^r}{dt} \\ \frac{di_y^r}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M + L_{\sigma x}^s & 0 & M & 0 \\ 0 & M + L_{\sigma y}^s & 0 & M \\ M & 0 & M + L_{\sigma x}^r & 0 \\ 0 & M & 0 & M + L_{\sigma y}^r \end{bmatrix}^{-1} \times$$

$$\times \left\{ \begin{bmatrix} U_x^s \\ U_y^s \\ U_x^r \\ U_y^r \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} r_x^s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_y^s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_x^r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_y^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \omega_1(M + L_{\sigma y}^s) & 0 & \omega_1 M \\ -\omega_1(M + L_{\sigma x}^s) & 0 & -\omega_1 M & 0 \\ 0 & \omega_2 M & 0 & \omega_2(M + L_{\sigma y}^r) \\ -\omega_2 M & 0 & -\omega_2(M + L_{\sigma x}^r) & 0 \end{bmatrix} \right\} \times \begin{bmatrix} i_x^s \\ i_y^s \\ i_x^r \\ i_y^r \end{bmatrix} \quad (3)$$

6. РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК НЕУПРАВЛЯЕМОГО ВЫПРЯМИТЕЛЯ

Задание № 6.1

Для схем неуправляемого выпрямителя (рис. 6.1) требуется выполнить следующие задания:

1. Определить параметры схем неуправляемого выпрямителя с емкостным фильтром.
2. Рассчитать и построить внешние характеристики.
3. Провести сравнительный анализ схем выпрямителей (рис. 6.1).

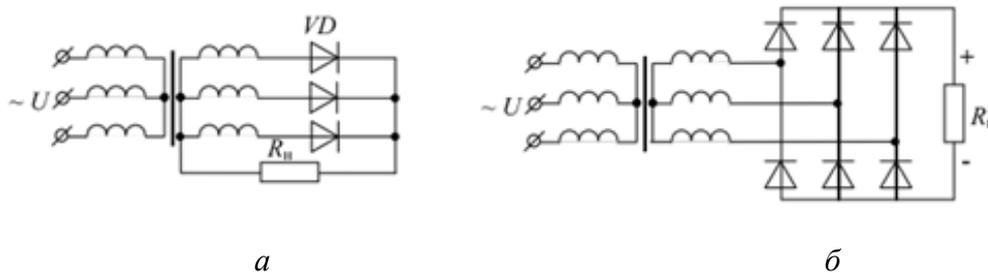


Рисунок 6.1. Схемы неуправляемых выпрямителей:
а – трехфазная нулевая; б – трехфазная мостовая

Примечания.

1. Варианты заданий представлены в табл. 6.1.
2. Данные по трансформаторам содержатся в Приложении III.
3. Нагрузка выпрямителя – чисто активная.
4. Индуктивное сопротивление рассеяния обмотки трансформатора принять равным нулю.
5. Коэффициент пульсаций $k_{\text{П}}$ принять равным 0,1.

Методические рекомендации

Выпрямительные схемы достаточно широко применяются на ЛА. Рассмотрим выпрямитель на примере ВУ-6А. Это устройство представляет собой комбинированный агрегат, состоящий из трехфазного выпрямителя, собранного по мостовой схеме, трехфазного понижающего трансформатора и электродвигателя с вентилятором. Все элементы размещены в одном корпусе.

Технические данные

Напряжение питания, В – 208;

Число фаз – 3;

Частота питающей сети, Гц – 400;

Потребляемый ток, А – 25;

Напряжение на выходе, В – 28,5;

Ток на выходе, А – 200;

Диапазон изменения напряжения на выходе устройства при изменении напряжения питания в пределах 200–210 В и частоты 400 Гц $\pm 5\%$ и нагрузки в пределах 20–200 А, В – от 25 до 30;

Допустимые перегрузки:

Ток нагрузки в течение 2 мин, А – 300;

Напряжение на выходе, В, не ниже –23,5;

Ток нагрузки в течение 5 с, А – 400;

Напряжение на выходе, В – не ниже 22;

Максимальное напряжение на выходе устройства при напряжении питания 206 В частотой 400 Гц $\pm 5\%$, токе нагрузки 2 А, В – не более 30,5.

Принцип работы

При подсоединении ВУ-6А к источнику трехфазного переменного тока напряжением 208 В 400 Гц трансформатор Тр1 устройства понижает входное напряжение 208 В до 28,5 В.

Трехфазное напряжение 28,5 В выпрямляется выходными силовыми вентилями, собранными по трехфазной мостовой схеме. Полученное на выходе выпрямительного моста пульсирующее напряжение постоянного тока сглаживается резонансным Г-образным фильтром.

Трансформатор Тр1 – силовой, трехфазный, двухобмоточный, его первичная обмотка соединена в «треугольник», вторичная – в «звезду».

Конденсаторы фильтруют помехи со стороны переменного тока, а дроссели и два конденсатора сглаживают пульсации выпрямленного тока.

Для расчетов используйте формулы, приведенные в табл. 6.2 и графики (рис. 6.1, 6.2).

К п.1. Для выбора вентиля определяют значения среднего прямого тока вентиля, обратного напряжения на вентиле и максимальное значение тока через вентиль, которые находятся в зависимости от схемы выпрямителя и характера нагрузки. При этом используют точные или приближенные формулы, в последнем случае по ходу расчета эти значения уточняются. По результатам расчетов на основе полученных данных выбираются выпрямительные диоды.

При расчете выпрямителя большое значение имеет коэффициент использования трансформатора по мощности, который определяется как

$$k_{\text{исп}} = \frac{P_d}{S_{\text{габ}}} = \frac{2U_d I_d}{U_1 I_1 + U_2 I_2},$$

где I_d, U_d – средние значения выпрямленного тока и напряжения, I_1, U_1 – действующие значения первичного тока и напряжения, I_2, U_2 – действующие значения вторичного тока и напряжения.

По значениям ST, U_1, U_2 ф из каталога выбирается тип трансформатора и определяются его параметры.

Величину емкости фильтра можно определить по формуле

$$C = \frac{1}{2\pi m f_1 R_d k_{\text{п}}}, \quad R_d = U_d / I_d.$$

Таблица 6.1

Параметры неуправляемого выпрямителя

Вариант	Напряжение источника питания U_1 , В	Частота источника питания, f_1	Номинальный ток нагрузки, I_d	Номинальное напряжение нагрузки, U_d
1	200	400	20	27
2	200	400	50	24
3	200	400	60	36
4	200	400	175	28
5	220	500	80	28,5
6	380	50	100	24
7	200	400	95	27
8	200	400	150	30
9	220	400	180	27
10	220	400	65	27
11	220	400	85	27
12	200	400	50	24
13	200	400	190	36
14	380	60	200	28
15	220	50	350	28,5
16	208	200	60	24
17	220	400	75	27
18	200	400	170	30
19	200	200	75	28
20	380	60	300	27

Таблица 6.2

Формулы для расчета неуправляемого выпрямителя с емкостным фильтром

Схема выпрямителя	Трехфазная нулевая	Трехфазная Мостовая
Средний ток через диод	$I_{VD} = I_d / 3$	$I_{VD} = I_d / 3$
Максимальное обратное напряжение	$U_{\max \text{ обр}} = 2\sqrt{2}E_2 \approx \approx 3U_d$	$U_{\max \text{ обр}} = \sqrt{6}E_2 \approx \approx 1,5U_d$
Максимальный прямой ток	$I_{\text{пр max}} = F_0 I_d / 3 \approx \approx 2,3I_d$	$I_{\text{пр max}} = F_0 I_d / 6 \approx \approx 1,15I_d$
Действующее значение тока вторичной обмотки трансформатора	$I_2 = D_0 I_d / 3$	$I_2 = D_0 I_d / 3$
ЭДС на вторичной обмотке трансформатора	$E_2 = B_0 U_d$	$E_2 = B_0 U_d / \sqrt{3}$
Активное сопротивление фазы	$r = R_{\text{Тр}} + R_{VD}$	$r = 2R_{\text{Тр}} + 2R_{VD}$

К п.2. Внешнюю (нагрузочную) характеристику выпрямителя, т.е. зависимость выпрямленного напряжения от тока нагрузки, рассчитывают по формуле

$$U_d = E_2 \cos\psi \sqrt{2}.$$

Задаваясь различными значениями I_d , определяют коэффициент

$$\gamma_0 = I_d \cdot r / (mE_2).$$

Значения величины E_2 определяют с использованием табл. 6.2 и рис. 6.1 ($A_0 = \frac{r}{mR_d}$).

Значения $\cos\psi \sqrt{2}$ находят в зависимости от коэффициента γ_0 и угла φ (угол $\varphi=0$) по графику (рис. 6.2).

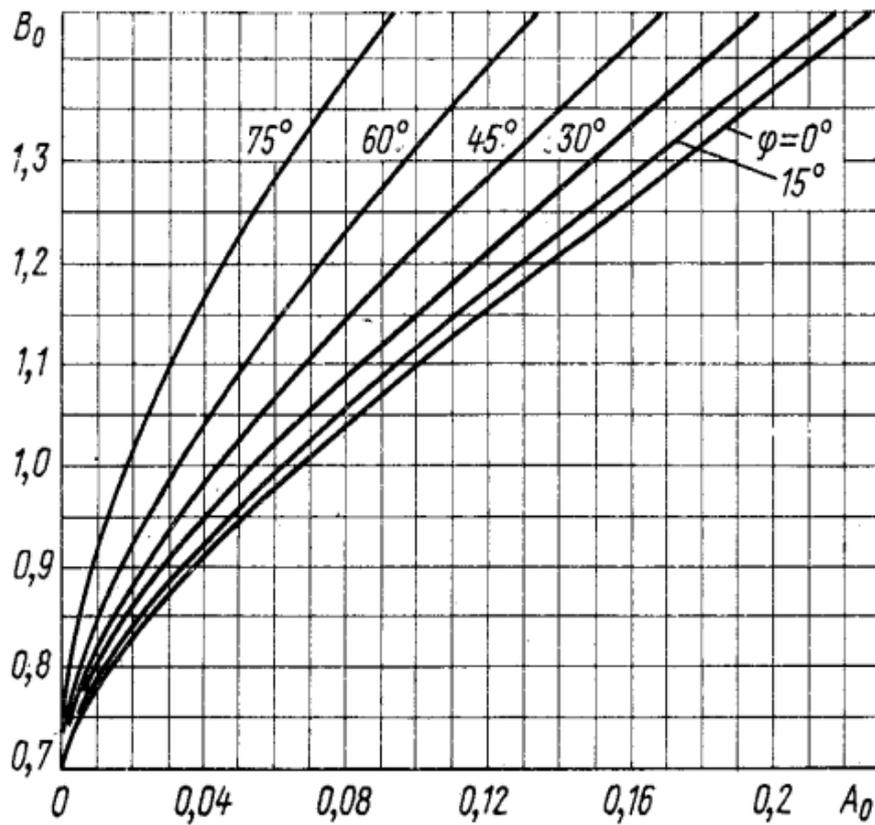


Рисунок 6.1. Зависимость B_0 от коэффициента A_0 при различных значениях φ

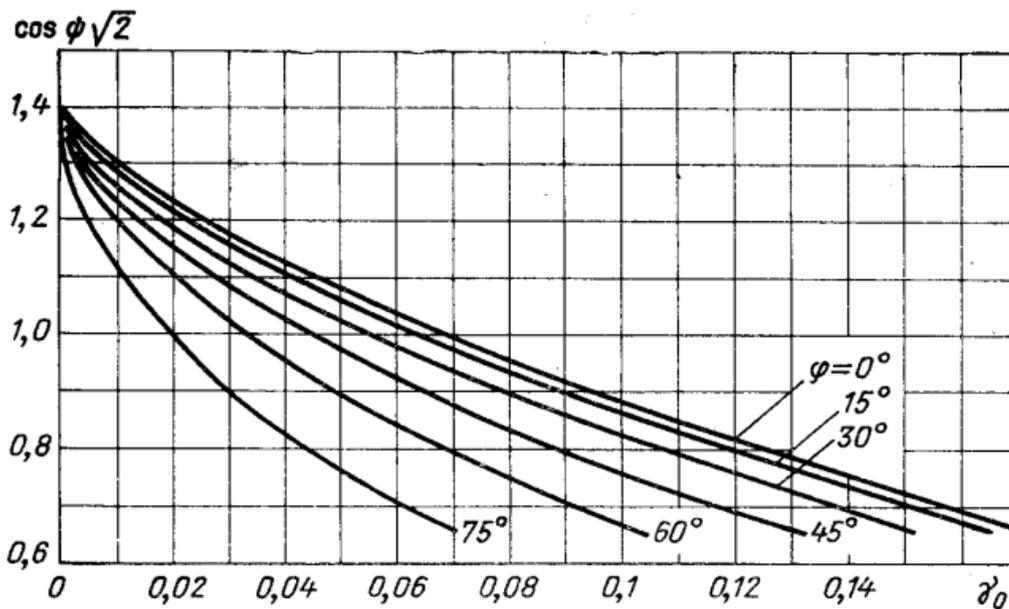


Рисунок 6.2. Зависимость $\cos \psi \sqrt{2}$ от коэффициента γ_0 при различных значениях φ

7. РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ЧАСТОТЫ

Задание № 7.1

Для двухзвенного транзисторного преобразователя частоты (ДПЧ) с неуправляемым выпрямителем (НВ) на входе и автономным инвертором напряжения с широтно-импульсной модуляцией на выходе (АИН с ШИМ) (рис. 7.1) выполнить следующие задания.

1. Описать работу двухзвенного преобразователя частоты.
2. По заданным модулю активно-индуктивной нагрузки и ее $\cos \varphi$ определить параметры нагрузки R и L (табл. 7.1). 134
3. Рассчитать максимальное выпрямленное напряжение и ожидаемое его значение под нагрузкой.
4. Построить временные диаграммы ЭДС сети, напряжения сети, выпрямленного напряжения, выпрямленного тока, тока, потребляемого из сети, тока и напряжения вентиля. По построенным временным диаграммам определить амплитудные значения напряжений и токов в схеме.
5. Определить амплитуду тока, потребляемого из сети в момент включения.
6. Рассчитать максимальное действующее значение первой гармоники линейного напряжения на нагрузке ДПЧ.
7. Рассчитать коэффициент модуляции.
8. Рассчитать действующее значение первой гармоники линейного напряжения на нагрузке.
9. Определить КПД НВ и АИН.

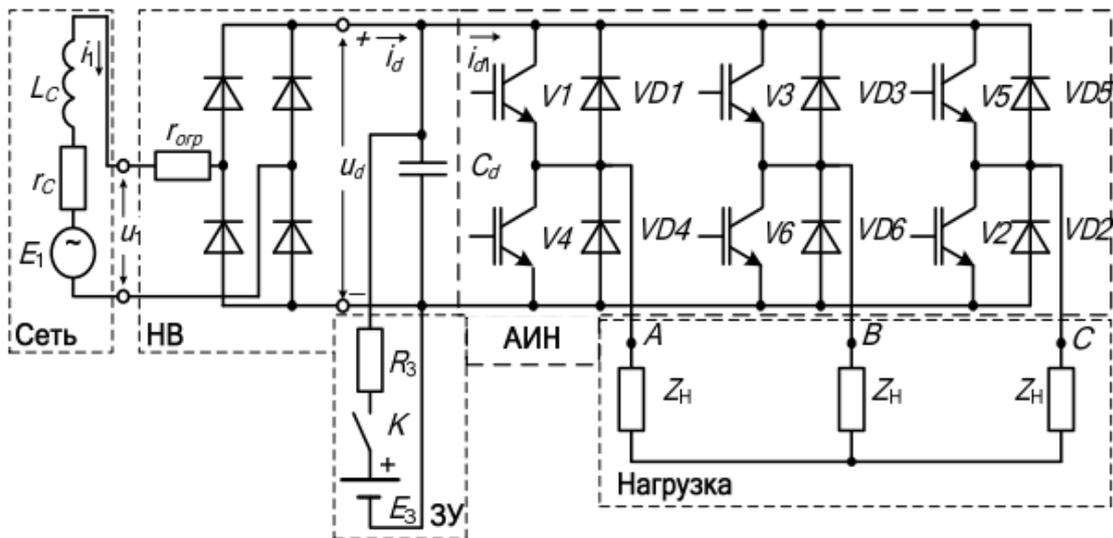


Рисунок 7.1. Преобразователь частоты

Таблица 7.1

Варианты заданий

№ вар.	$ Z_H , \text{Ом}$	$\cos\varphi$	$f, \text{Гц}$	$E_1, \text{В}$
1	10	0,9	400	115
2	15	0,85	400	115
3	20	0,8	400	115
4	25	0,75	400	115
5	30	0,7	400	115
6	35	0,65	400	115
7	40	0,6	400	115
8	45	0,9	400	115
9	50	0,85	400	115
10	55	0,8	400	115
11	60	0,75	400	115
12	65	0,7	400	115
13	70	0,65	400	115
14	75	0,6	400	115
15	80	0,5	400	115

Методические рекомендации

НВ работает на емкостной фильтр. Для ограничения пусковых токов на входе НВ включен токоограничивающий резистор $r_{огр}$, либо может применяться предварительный заряд конденсатора фильтра.

Формулы для расчета приведены ниже.

К п.3. Максимальное выпрямленное напряжение

$$U_{d\max} = E_1.$$

Ожидаемое значение выпрямленного напряжения под нагрузкой

$$U_d = kU_{d\max}.$$

Здесь E_1 – ЭДС сети, k – коэффициент снижения выпрямленного напряжения под нагрузкой (для ориентировочных расчетов можно принимать $k=0,8 - 0,9$).

К п.4. Требуемые построения провести по аналогии с рис. 7.2. При этом вентили считаются идеальными, сопротивление в цепи активным, а емкость фильтра C_d бесконечно большой.

Амплитуду тока, потребляемого из сети, можно приближенно оценить по формуле

$$I_{1\max} = \frac{\sqrt{2}E_1 - U_d}{\sqrt{x_C^2 + (r_C + r_T)^2}},$$

где x_c и r_c – индуктивное и активное сопротивление сети, r_T – сопротивление токоограничивающего резистора.

Принять для нечетных вариантов $L_c=0,006$ Гн и $r_c=0,2$ Ом, для четных – $L_c=0,01$ Гн и $r_c=0,4$ Ом.

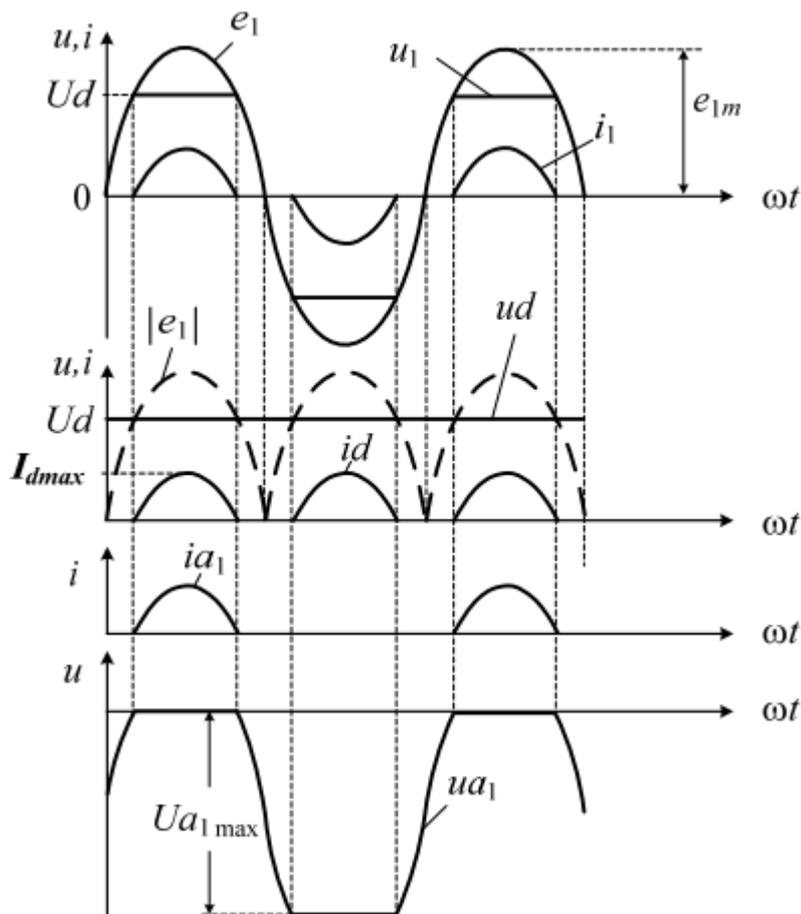


Рисунок 7.2. Временные диаграммы

К п.5. Если вентили считать идеальными, а емкость фильтра C_d бесконечно большой, тогда приближено («с запасом») можно рассчитать амплитуду тока, потребляемого из сети в момент включения:

$$I_{1\max \text{ пуск}} = \frac{\sqrt{2}E_1}{\sqrt{x_c^2 + (r_c + r_T)^2}}.$$

К п.6. Максимальное действующее значение первой гармоники линейного напряжения на нагрузке ДПЧ

$$U_{\text{нл}(1)\max} = U_d / \sqrt{2}.$$

К п.7. Коэффициент модуляции μ рекомендуется определить из соотношения

$$\mu = f / f_{\max},$$

где f, f_{\max} – заданная и максимальная частота на выходе ДПЧ соответственно.

К п.8. Действующее значение первой гармоники линейного напряжения на нагрузке

$$U_{\text{нл}(1)} = \mu U_{\text{нл}(1)\text{max}}.$$

К п.9. Расчетные значения КПД определяются по формулам:

коэффициент полезного действия НВ

$$\eta_{\text{НВ}} = P_d / P_1,$$

коэффициент полезного действия АИН

$$\eta_{\text{АИН}} = P_{\text{н}} / P_d.$$

8. АНАЛИЗ СИСТЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ

Задание № 8.1 (форма организации занятия – командная работа).

1. Ознакомиться с описаниями систем компьютерной математики. (Приложение IV). Результаты представить в виде таблицы (табл. 8.1).
2. Выявить критерии оценки качества систем компьютерной математики.
3. Обсудить результаты работы. Составить список наиболее значимых критериев (не более 10 критериев).
4. Провести оценку каждой системы в соответствии с разработанными критериями качества систем компьютерной математики (по 5-ти балльной шкале, табл. 8.2).
5. Провести аргументированный сопоставительный анализ оценок, выставленных разными группами.
6. Определить программы, наиболее подходящие для решения задач моделирования мехатронных систем.

Таблица 8.1

Характеристики систем компьютерной математики

Система	Назначение и достоинства	Ограничения и недостатки
<i>Derive</i> 4.01/4.11	Обучение функциональному программированию Аналитические вычисления Скромные требования к аппаратным ресурсам Наличие русифицированной версии	Слабая графика и визуализация Отсутствие средств операторного программирования Слабая поддержка специальных функций в символьных расчетах
<i>Mathcad</i>		
<i>Maple</i>		
<i>Mathematica</i>		
<i>MatLab</i>		

Таблица 8.2

Оценка систем компьютерной математики

Система	Критерии качества СКМ					Итоговая оценка
	1	2	3	...	n	
Mathcad						
Maple						
Mathematica						
MatLab						

Методические рекомендации

Под *системой компьютерной математики* (СКМ) подразумевается совокупность теоретических, алгоритмических, аппаратных и программных компонентов, предназначенных для эффективного решения на компьютерах всех видов математических задач с высокой степенью визуализации вычислений.

Основными функциями СКМ являются:

1. научные исследования;
2. решение инженерных задач;
3. решение учебных задач;
4. визуализация вычислений;
5. предоставление справки.

Производители СКМ – *MathSoft Inc. (MathCad)*, *Wolfram Research Inc. (Mathematica)*, *Waterloo Maple Inc. (Maple)*, *MathWorks Inc (MatLab)* ориентируются на «непрограммирующего пользователя» и интегрирование функций (удобная оболочка, редактор, вычислитель, графический программный процессор).

В Приложении IV представлены тексты по теме занятия. Изучив информацию, выполните практическую часть задания (п. 2), работая в группах. Пункты 3, 5 Задания выполняется в форме обсуждения всем коллективом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аюпов В. В. Математическое моделирование технических систем: учебное пособие / В. В. Аюпов; М-во с.-х. РФ, федеральное гос. бюджетное образов. учреждение высшего образования «Пермская гос. с.-х. акад. им. акад. Д.Н. Прянишникова». – Пермь: ИПЦ «Прокрость», 2017. – 242 с.
2. Борисов П.А., Томасов В.С. Расчет и моделирование выпрямителей. Учебное пособие по курсу «Элементы систем автоматики» (Часть I) . – СПб: СПб ГУ ИТМО, 2009 – 169 с.
3. Брылина О. Г. Силовая электроника: учебное пособие к виртуальным лабораторным работам / О. Г. Брылина, М. В. Гельман, М. М. Дудкин. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2012. – 144 с.
4. Введение в математическое моделирование: Учеб. пособие / Под. Ред. П.В. Трусова. – М.: Логос, 2005. – 440 с.
5. Герман-Галкин С. Г. Компьютерное моделирование полупроводниковых систем в MATLAB 6.0: учебное пособие / С. Г. Герман-Галкин. – СПб.: Корона принт, 2010. – 320 с.
6. Гладков Л.А., Гладкова Н.В. Модели и методы анализа проектных решений: Конспект лекций. – Таганрог: Изд-во ЮФУ, 2014. – 105 с.
7. Зарубин В. С. Математическое моделирование в технике: учеб. для втузов - 3-е изд. – М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2010. – 495 с.
8. Конспект лекций по дисциплине «Потребители электрической энергии. Ч.1. Преобразовательные устройства (силовые преобразователи)» для студентов дневной и заочной форм обучения специальности 6.090603 – Электротехнические системы электропотребления /Составитель Л. И. Коляда. – Мариуполь: ПГТУ, 2009. – 100 с.
9. Коптев А. Н. Авиационное и радиоэлектронное оборудование воздушных судов гражданской авиации. Кн. 1 [Электронный ресурс]: [учеб. пособие] / Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. акад. С. П. Королева (нац. исслед. ун-т), А. Н. Коптев. – Самара : Изд-во СГАУ, 2011 – 248 с.
10. Лурье М.С., Лурье О.М. Имитационное моделирование схем преобразовательной техники. Для студентов всех форм обучения специальностей 150405, 240801, 220301, 230105, 240403, 240502, 240701, 240702, 250401, 250403, 240406, 250201, 050501, 280201. – Красноярск: СибГТУ, 2007. – 138 с.

11. Математическое моделирование в электромеханике: учебное пособие / А. И. Чучалин; Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во ТПУ, 1997. – 170 с..
12. Никитин В. В. Расчет электронных устройств: методические указания к выполнению расчетно-графических работ / В. В. Никитин, Е. Г. Середя, Б. А. Трифонов. – Санкт-Петербург: ФГБОУ ВПО ПГУПС. – 2014.
13. Расчет неуправляемого выпрямителя с фильтром и управляемого выпрямителя в режиме стабилизации выходного напряжения: метод. указания к выполнению расчет.-граф. задания и контрол. работы / сост. И. А. Патракова, С. В. Бутаков. – Архангельск: Изд-во ФГАОУ ВПО «Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова». – 2011. – 43 с.
14. Расчет основных параметров и выбор элементов управляемых выпрямителей: методические указания / Е. В. Тумаева, Д. В. Горбунова. – Нижнекамск: Нижнекамский химико-технологический институт (филиал) ФГБОУ ВПО «КНИТУ», 2014. – 16 с.
15. Сайт «Компьютерная математика», обзор основных математических пакетов [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://users.kaluga.ru/math>, свободный.
16. Томашевский, Д. Н. Автономные инверторы: учебное пособие / Д. Н. Томашевский. — Екатеринбург: Изд-во Урал. Ун-та, 2019. — 120 с.
17. Усольцев А. А. Электрические машины автоматических устройств /Учебное пособие. СПб: СПбГУ ИТМО, 2011, – 213 с.
18. Электрические и электронные аппараты: Учебник для вузов/Под ред. Ю.К. Розанова. – М.: Энергоатомиздат,1998. – 752 с.: ил/

УДК 629.735.015:531.5:681.3:001.891.573

ПРОВЕРКА АДЕКВАТНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

М.С. КУБЛАНОВ

Предлагаются формулировки основных терминов, устоявшихся в практике математического моделирования задач динамики полета летательных аппаратов. Обсуждаются способы проверки адекватности.

Ключевые слова: математическое моделирование, технические системы, динамика полета, адекватность.

Введение

В последние годы математическое моделирование как метод исследования сложных систем находит широкое применение для различных задач. Как показала практика, понятие адекватности математических моделей (ММ) и сопутствующие термины нуждаются в том, чтобы их уточненная формулировка была единообразно понимаемой и продуктивной. Именно из-за различий в понимании этой терминологии, к сожалению, появляются исследования, претендующие на научность, но таковыми не являющиеся ввиду отсутствия адекватности.

Терминология

В теории моделирования [1-7] под *адекватностью модели* понимают соответствие результатов, полученных на модели, поведению реального объекта. (В [8] дается определение адекватности ММ как соответствия ММ экспериментальным данным по выбранному критерию.) Это соответствие следует оценивать с точки зрения целей исследования, поэтому для моделей в различных областях знаний могут использоваться совершенно непохожие приемы, методы и критерии проверки адекватности.

Общее понятие модели сводится к тому, что *модель* – это заместитель оригинала, позволяющий изучить некоторые его свойства в определенных условиях. Заметим, что в этом определении оговаривается не только назначение модели, но и ее заведомо ограниченные возможности – ограниченные целями исследования.

Особенностью ММ является то, что получение с их помощью каких-либо результатов связано с вычислениями, т.е. с получением результатов *вычислительного эксперимента* (ВЭ). ВЭ – это получение результатов с помощью ММ для какого-либо конкретного случая исследований. Таким образом, *адекватность ММ* – это соответствие результатов ВЭ поведению реального объекта. Для проверки адекватности ММ служит *контрольный ВЭ*, воспроизводящий реальный известный случай поведения оригинала в конкретных условиях.

Что касается иностранизмов, то они не вносят в теорию никаких принципиально новых понятий. Так, например, *верификация* – это процесс проверки адекватности модели (независимо от результата). *Валидация модели* – установление факта удовлетворения модели заявленным свойствам (самой модели, может быть независимо от оригинала). Это понятие, скорее, административное, чем научное.

При проверке соответствия модели оригиналу (проверке адекватности, верификации) для технических систем и процессов, характеризующихся измеримыми величинами – параметрами – необходимо провести сравнение соответствующих параметров модели и оригинала в одних и тех же условиях. Какими критериями оценивать это соответствие (или несоответствие, ошибочность), подсказывает определение ММ как заместителя оригинала. ММ должна быть инструментом получения информации в виде числовых данных и функциональных зависимостей, характеризующих поведение оригинала. Полная аналогия с теорией ошибок измерений, которая на основании центральной предельной теоремы теории вероятностей [9] утверждает, что ошибка при многократных измерениях распределена по нормальному закону – закону ошибок. Итак,

если мы покажем, что рассогласование ММ и оригинала ведет себя как простая малая ошибка измерений, то тем самым положительно ответим на вопрос об адекватности. Поэтому для адекватности ММ поведению оригинала достаточно убедиться в выполнении двух свойств: *точности* и *непротиворечивости* [4-6].

Приведенные выше термины применимы для любых моделей в любых областях деятельности человека. Однако для применения на практике необходима конкретизация этих понятий для определенных видов задач.

Точность

Точность в технических задачах означает, что обобщенная характеристика рассогласования соответствующего параметра модели и оригинала ($\Delta u = u_{\text{модели}} - u_{\text{оригинала}}$) должна быть не больше, чем заранее заданное значение приемлемой погрешности. В качестве такой характеристики может выступать наибольшее по модулю значение рассогласования, среднее значение рассогласования, но чаще всего используется доверительный интервал для математического ожидания рассогласования [4-6]. Заметим, что доверительный интервал дает только оценку разброса значений рассогласования с заданной вероятностью, например, рассогласование результатов ВЭ с поведением реального объекта не выходит за границы ($-0,52$ км/ч; $+0,27$ км/ч) с вероятностью 0,99 или в относительных величинах – за границы ($-0,104$ %; $+0,054$ %) в 99 % случаев.

Очевидно, что доверительный интервал не дает единой жесткой числовой характеристики адекватности, как хотелось бы авторам работы [10], предложившим понятие "степени адекватности" в виде дополнительной величины в процентах к относительной приведенной погрешности (при молчаливом задании доверительной вероятности) $A_i = (1 - \Delta m_i / m_{i\text{max}}) \times 100\%$, где A_i – степень адекватности ММ по i -му параметру; Δm_i – максимальное отклонение i -го расчетного параметра от математического ожидания с заданной вероятностью $P = 0,95$; $m_{i\text{max}}$ – максимальное значение i -го расчетного параметра в исследуемом диапазоне времени. Универсальной такая оценка "степени адекватности" быть не может, т.к. в некоторых задачах величина $m_{i\text{max}}$, стоящая в знаменателе, может обращаться в ноль, а доверительная вероятность 0,95 может не удовлетворять исследователя.

Простейший пример проверки адекватности на основании одной только точности и одновременно пример единственной числовой оценки точности приведен в статье [11], выдержки из которой приведены ниже.

Необходимость расширить возможности модели на случаи прерванного взлета и посадки с учетом отказов систем самолета, оказывающих влияние на параметры движения по ВПП, наталкивается на непреодолимые трудности получения результатов качественных данных линейных испытаний (ЛИ). Практически единственным источником информации для этого оказывается Руководство по летной эксплуатации самолета (РЛЭ) [12].

Проверку адекватности ММ и решение задачи идентификации приходится проводить на основе точечных данных о значениях некоторых нормируемых показателей движения воздушного судна (ВС), т.к. зависимостей параметров полета от времени в РЛЭ нет. В этих условиях в качестве сравниваемых параметров можно использовать данные о дистанциях исследуемых этапов, а в качестве идентифицируемых параметров модели – законы управления, также регламентированные РЛЭ.

При проверке адекватности по единичным значениям параметров требование непротиворечивости отпадает, и адекватность становится эквивалентной точности, которую единственно и следует оценить.

Расчет дистанций прерванного взлета в РЛЭ [12] проводится с помощью номограмм для угла отклонения закрылков $\delta_z = 28^\circ$. Для проверки адекватности были выбраны крайние случаи для продолженного взлета самолета массой 110 т и 90 т. Дистанция прерванного взлета по номограммам определяется с точностью до 50 м. Расчетные условия ВЭ соответствовали

РЛЭ. Совпадение дистанций обеспечено лишь соблюдением предписанного РЛЭ порядка процедур прерванного взлета. Результаты ВЭ представлены в табл. 1.

Таблица 1

Сравнение расчетов дистанций прерванного взлета самолета Ту-154М с данными РЛЭ

Расчетные варианты				Взлетная дистанция	
температура	высота	масса	$V_{отк}$	РЛЭ	ВЭ
МСА – 15°	3000 м	110 т	259 км/ч	3860 м	3889 м
МСА + 30°	0 м	110 т	259 км/ч	3800 м	3834 м
МСА + 30°	2500 м	90 т	239 км/ч	3800 м	3815 м
МСА + 20°	3000 м	90 т	239 км/ч	3570 м	3578 м

Представленные результаты своим рассогласованием, не превосходящим 0,8 %, свидетельствуют о высокой степени адекватности математической модели прерванного взлета самолета Ту-154М данным РЛЭ.

Конец выдержки из работы [11].

Следует особо отметить, что в приведенном примере достигается погрешность не более 34 м, что существенно меньше, чем погрешность данных РЛЭ в 50 м. При таком итоге оценки погрешности безусловно достаточно для доказательства адекватности ММ.

Итак, ранее мы отметили, что одной характеристики точности для проверки адекватности недостаточно. Только в случаях выражения результатов ВЭ в виде одного числа (а не функции) точность может служить единственной проверкой адекватности. В подавляющем большинстве современных задач требуется воспроизведение в ММ сложных функциональных зависимостей, причем подчас важнее, чтобы эти зависимости имели логическое объяснение, а точность – вопрос второстепенный.

Более того, точность не может быть самоцелью, т.к. существует множество причин, оправдывающих существование значительных систематических погрешностей, как например, в летной эксплуатации при нерегистрируемом изменении высоты местности, эксплуатационной потере тяги двигателей и т.п. [6]. Ниже приводится фрагмент раздела 7.5 этой работы, включая графики (об упоминаемых понятиях идентификации и эвристического метода см. далее).

В 1994 г. была проведена идентификация ММ движения самолета Ил-76ТД № 76473 по записи системы регистрации полета реального рейса 7257 от 16.03.94 г. Вообще говоря, записи системы регистрации полета не годятся в качестве данных для идентификации, т.к. большое количество информации об условиях полета в них не содержится. Однако отобранная запись была разъяснена и дополнена экипажем.

В ММ использованы характеристики самолета, предоставленные АК им. С.В. Ильюшина. Конфигурация самолета (отклонения стабилизатора $\delta_{ст}$, закрылков δ_z , предкрылков $\delta_{пр}$) и способы пилотирования (моменты и скорости перекладки руля высоты и режима работы двигателей) принимались такими же, как в реальном полете.

Идентификация ММ проводилась только в продольном канале управления по значениям следующих параметров полета: H_r – высота по радиовысотомеру; $V_{пр}$ – скорость полета по прибору; ϑ – угол тангажа; n_y – вертикальная перегрузка; δ_h – угол отклонения руля высоты.

Как выявили результаты контрольного ВЭ, взлет был осуществлен с "роллинг-старта" (без остановки на исполнительном старте на ВПП после руления), причем зарегистрированному взлетному режиму соответствовала тяга двигателей примерно на 10 % меньшая стеновой. В последствии пилоты подтвердили правоту этих фактов.

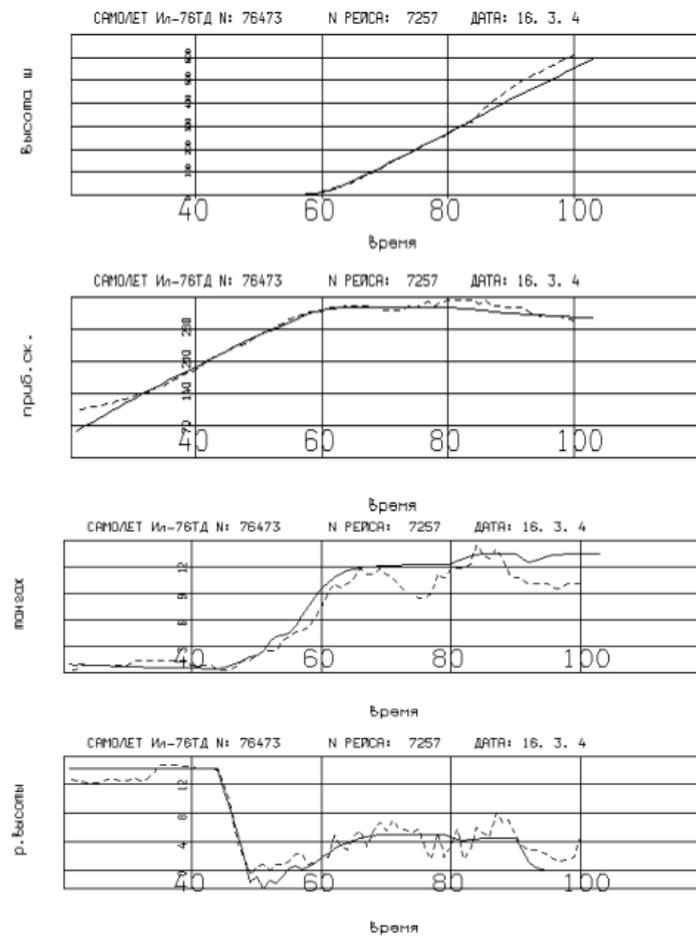


Рис. 1

В момент времени 16.53.21 (на рис. 1 – 21 с) на скорости около 60 км/ч режим работы двигателей был переведен с номинального на взлетный, и начался разбег. С этого момента времени и до 16.54.40 (до высоты 600 м) осуществлялось воспроизведение всех упомянутых выше процедур пилотирования с целью получения идентифицируемых параметров с максимально возможной точностью. Однако согласно алгоритму эвристического метода идентификации это возможно не всегда, но всегда нуждается в логическом объяснении. Так по данным системы регистрации полета характеры поведения угла тангажа ϑ и угла атаки α на высоте более 120 м противоречат друг другу, что может объясняться влиянием внешних атмосферных условий. На высоте более 300 м наблюдается значительный перепад высоты (замеренной радиовысотомером), находящийся в явном противоречии с поведением ϑ , что в последствии оказалось связанным с профилем местности.

Анализ степени адекватности ММ реальному взлету удобно проводить с помощью графического представления параметров полета, совмещенных по времени на общих осях координат.

Пунктирной линией на графиках изображены данные системы регистрации полета, а сплошной – результаты ВЭ.

Как нетрудно убедиться, даже чисто визуальное сравнение параметров полета свидетельствует о достаточно высокой степени адекватности результатов ММ данным реального полета, по крайней мере, до высоты 120 м. Следует учесть, что зубцы в записях системы регистрации полета отвечают дискретности записи и вполне характеризуют точность регистрации параметров полета. Расхождения заметны только по приборной скорости на ВПП и по углу атаки на ВПП и небольшой высоте. Это объясняется тем, что приборная скорость менее 170 км/ч – 200 км/ч и угол атаки в пределах аэродинамического влияния поверхности земли регистрируются с очень большой погрешностью.

Конец фрагмента раздела 7.5 [6].

Таким образом, точность в технических задачах следует оценивать с помощью доверительного интервала для величины рассогласования значений соответствующих параметров, полученных на ММ и в эксперименте на оригинале. Удобство такой оценки точности заключается в том, что даются одновременно и диапазон погрешности, который удобно сравнивать с "нормативом" типа допустимой погрешности, и вероятность ее (оценки) выполнения. Недостаток такой оценки кроется в том, что для построения доверительного интервала необходимо знание закона распределения оцениваемой случайной величины, в данном случае рассогласования. То есть перед оценкой точности необходимо провести другую процедуру. Но для оценки точности с помощью доверительного интервала не всегда достаточно данных, в этих случаях приходится довольствоваться простейшими грубыми оценками, например, по максимуму.

Непротиворечивость

Непротиворечивость подразумевает идентичный характер изменения соответствующих параметров, т.е. идентичный вид основных свойств функциональных зависимостей на отдельных участках, как-то: возрастание, убывание, экстремумы, выпуклость и т.п. При более глубоком рассмотрении этого понятия становится очевидным многообразие возможных критериев проверки непротиворечивости.

Однако центральная предельная теорема подсказывает универсальный метод проверки непротиворечивости – с помощью проверки подчиненности рассогласования закону ошибок. То есть для того чтобы рассогласование между оригиналом и моделью не описывало бы какую-либо закономерность, рассогласование должно вести себя вполне хаотически, иначе говоря, подчиняться нормальному закону распределения с нулевым математическим ожиданием. Для такой проверки существуют известные статистические критерии, в частности, критерий Пирсона χ^2 . Такой подход оправдан для технических систем и процессов: регистрация параметров на оригинале часто сопряжена с наложением шума – влиянием неучитываемых факторов, в том числе и погрешностей регистрирующей аппаратуры.

Если будет доказана вышеупомянутая подчиненность нормальному закону распределения такого интегрального рассогласования, то тем самым, с одной стороны, будет доказана непротиворечивость ММ, а, с другой стороны, проверенный закон распределения можно будет использовать при построении доверительного интервала для рассогласования. Таким образом, в итоге будет доказана адекватность ММ, т.е. модель будет находиться в поле "хорошего измерительного инструмента".

Статистическая проверка адекватности

Пример проверки адекватности ММ посадки самолета Ту-154Б записям параметров летных испытаний (ЛИ) с помощью статистических методов проверки непротиворечивости и точности приводится в [13; 5; 6]. Результаты показаны в табл. 2.

- 2) выбор данных ЛИ, соответствующих рассматриваемому виду движения;
 - 3) выявление и устранение возможных внутренних несогласованностей в данных ЛИ (устранение несогласованностей подразумевает не исправление данных, а лишь замену одних параметров другими, известным образом с ними связанными);
 - 4) выявление особенностей выполнения исследуемого этапа реального полета (характерных моментов времени и действий);
 - 5) выбор факторов ЛИ, по которым требуется обеспечить адекватность ММ (с их изменением по траектории должно быть качественно согласовано изменение результатов расчетов);
 - 6) выдвижение гипотез об идентифицируемых параметрах (возможных причинах их отклонения от штатных или зарегистрированных);
 - 7) проведение ВЭ (подбор идентифицируемых параметров методом последовательных приближений);
 - 8) анализ результатов расчетов и оценка проверяемых гипотез.
- Эвристическим методом идентификации ММ решено множество прикладных задач летной эксплуатации, в том числе для самолетов Ил-96 [16; 17], Ту-154 [18-21], вертолета Ми-8МТВ [22].

Заключение

В результате анализа опыта математического моделирования для решения задач ДП ЛА дана система терминов, их формулировки и рассмотрены способы проверки адекватности математических моделей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дыхненко Л.М., Кабаненко И.В., Кузьмин И.В. [и др.]. Основы моделирования сложных систем: учеб. пособие для вузов. – Киев: Вища школа, 1981.
2. Лебедев А.Н. Моделирование в научно-технических исследованиях. – М.: Радио и связь, 1989.
3. Ибрагимов И.А. и др. Моделирование систем: учеб. пособие. – Баку: Азинефтехим, 1989.
4. Кубланов М.С. Математическое моделирование. Методология и методы разработки математических моделей механических систем и процессов: учеб. пособие. - 4-е изд. – М.: МГТУ ГА, 2013. – Ч. I.
5. Кубланов М.С. Разработка теории и методов повышения уровня адекватности математических моделей на основе идентификации параметров движения для обеспечения летной эксплуатации самолетов гражданской авиации: дисс. ... док. техн. наук. – М., 2000.
6. Кубланов М.С. Математическое моделирование задач летной эксплуатации воздушных судов на взлете и посадке: монография. – М.: МГТУ ГА, 2013.
7. Кубланов М.С. Об адекватности математических моделей и задаче идентификации // Научный Вестник МГТУ ГА, серия Аэростроение и прочность. - 2009. - № 138. – С. 101-106.
8. ГОСТ 24026–80. Исследовательские испытания. Планирование эксперимента. Термины и определения. – М.: Изд-во стандартов, 1980.
9. Венгцель Е.С. Теория вероятностей: учебник для вузов. – 6-е изд., стер. – М.: Высшая школа, 1999.
10. Ермаков А.Л., Жеребятьев А.В. Разработка и применение адаптивной объектно-ориентированной математической модели повышенной степени адекватности // Научный Вестник МГТУ ГА, серия Аэростроение и прочность. - 2005. – № 81. – С. 96-101.
11. Гришин А.А., Стрелец И.В., Кубланов М.С. Идентификация математической модели взлета и посадки самолета Ту-154М по данным руководства по летной эксплуатации // Научный Вестник МГТУ ГА, серия Аэростроение и прочность. – 2003. – № 59. – С. 32-38.
12. Руководство по летной эксплуатации самолета Ту-154М. – М., 1986. – Кн. 1.
13. Кубланов М.С. Идентификация математической модели посадки самолета Ту-154Б по данным летных испытаний // Научный Вестник МГТУ ГА, серия Аэростроение и прочность. - 1999. - № 15. - С. 27-36.
14. Тихонов А.Н., Кальнер В.Д., Гласко В.Б. Математическое моделирование технологических процессов и метод обратных задач в машиностроении. – М.: Машиностроение, 1990.
15. Кубланов М.С. Идентификация математических моделей по данным летных испытаний самолета Ил-96-300 // Решение прикладных задач летной эксплуатации ВС методами математического моделирования: сб. науч. тр. – М.: МГТУ ГА, 1993. - С. 3-10.
16. Разработка общих рекомендаций по летной эксплуатации самолета Ил-96-300 в ожидаемых условиях эксплуатации и режимах, выходящих за ожидаемые условия эксплуатации, на этапах взлета, захода на посадку и по-

садки: отчет о НИР (заключительный) / Руководитель В.Г. Ципенко, ответственный исполнитель М.С. Кубланов. № ГР 01930010176; Инв. № 02940003177. – М.: МИИГА, 1993.

17. Обоснование рекомендаций и предложений по летной эксплуатации самолета Ил-96Т на этапах взлета и посадки вблизи минимально-эволютивных скоростей, на больших углах атаки, с учетом аэроупругости конструкции: отчет о НИР (заключительный) / Руководитель В.Г. Ципенко, ответственный исполнитель М.С. Кубланов. № ГР 01960000315. – М.: МГТУ ГА, 1996.

18. Применение системы математического моделирования динамики полета летательных аппаратов (СММ ДП ЛА) к исследованию эксплуатационных ограничений ВС при взлете и посадке: отчет о НИР (промежуточный) / Руководитель В.Г. Ципенко, Ответственный исполнитель М.С. Кубланов. – М.: МГТУ ГА, 2001.

19. Проведение вычислительных экспериментов по ослаблению эксплуатационных ограничений ВС при взлете и посадке в условиях высокогорья и высоких температур окружающего воздуха: отчет о НИР (промежуточный) / Руководитель В.Г. Ципенко, ответственный исполнитель М.С. Кубланов. – М.: МГТУ ГА, 2001.

20. Разработка предложений и рекомендаций по летной эксплуатации ВС при взлете и посадке в условиях высокогорья и высоких температур окружающего воздуха: отчет о НИР (заключительный) / Руководитель В.Г. Ципенко, ответственный исполнитель М.С. Кубланов. – М.: МГТУ ГА, 2002.

21. **Бехтина Н.Б.** Применение усовершенствованной математической модели работы шасси в системе математического моделирования для расследования инцидента при посадке самолета Ту-154 // Научный Вестник МГТУ ГА, серия Аэромеханика и прочность. - 2009. - № 138. - С. 183-190.

22. **Ефимов В.В., Ивчин В.А.** Оценка адекватности математической модели динамики вертолета Ми-8МТВ // Научный Вестник МГТУ ГА, серия Аэромеханика и прочность. - 2011. - № 172. - С. 57-64.

CHECK OF THE MATHEMATICAL MODEL ADEQUACY

Kublanov M.S.

The wording of key terms established in the practice of mathematical modeling of the aircraft flight dynamics is proposed. We discuss the methods for adequacy checking.

Keywords: mathematical modeling, engineering systems, flight dynamics, adequacy.

Сведения об авторе

Кубланов Михаил Семенович, 1945 г.р., окончил МГУ (1968), доктор технических наук, профессор кафедры аэродинамики, конструкций и прочности летательных аппаратов МГТУ ГА, автор более 130 научных работ, область научных интересов – механика, математические методы моделирования.

ПРИЛОЖЕНИЕ II

Таблица П.1

Данные АД серии ДАТ

Наименование параметра	Нормы для типа									
	ДАТ 31461	ДАТ 32461	ДАТ 32671	ДАТ 41461	ДАТ 42461	ДАТ 42561	ДАТ 42671	ДАТ 52461	ДАТ 53671	ДАТ 61571
Напряжение питания, В	200	200	220	200	200	200	220	200	220	220
Номинальная мощность, Вт	16	25	90	40	60	90	180	120	370	370
Синхронная частота вращения, об/мин	6000	6000	12000	6000	6000	8000	12000	6000	12000	8000
Номинальная частота вращения, об/мин	5000	5100	10900	5000	5100	7000	10800	5100	11400	7400
Номинальный момент, г*см	294	490	835	785	1175	1200	1620	2260	3240	4900
Отношение максимального вращающего момента к номинальному	2,5	2,5	3,5	2,0	2,1	2,3	3,0	1,9	2,7	4,0
Отношение начального пускового момента к номинальному	1,7	1,6	2,1	1,5	1,5	2,1	2,2	1,6	1,7	3,0
Потребляемый ток, А, не более	0,25	0,40	0,60	0,50	0,70	0,85	1,1	1,1	1,7	2,8
Пусковой ток, А	0,6	1	2,8	1,35	1,9	3,5	5	3,2	12	15
Коэффициент полезного действия	0,45	0,50	0,73	0,55	0,60	0,65	0,76	0,65	0,80	0,77
Момент инерции, г*см*см	55	90	90	180	270	270	270	770	810	1800

Таблица П.2

Методика расчёта параметров АД

Наименование величин	Формула	Принятые обозначения
Потребляемая активная мощность из сети, кВт	$P_1 = \sqrt{3} U_1 I_1 10^{-3} \cos \varphi$	U_1, I_1 — линейные значения напряжения, В, и тока двигателя, А;
Потребляемая реактивная мощность, квар	$Q_1 = \sqrt{3} U_1 I_1 10^{-3} \sin \varphi$	P_2 — полезная мощность на валу, кВт;
Полезная мощность на валу	$P_2 = P_1 \cdot \eta$	M, η — вращающий момент, кГм, КПД двигателя;
Потребляемый двигателем ток, А	$I_1 = \frac{P_2 \cdot 10^3}{\sqrt{3} U_1 \eta \cos \varphi}$	$n_{\text{ном}}$ — номинальная скорость вращения ротора, об/мин;
Вращающий момент двигателя, кГм	$M = 975 \frac{P_2}{n_{\text{ном}}}$	n_1 — скорость вращения магнитного поля статора, об/мин;
Синхронная скорость вращения поля, об/мин	$n_1 = \frac{60 f_1}{p}$	f_1 — частота питающего тока, Гц; p — число пар полюсов машины;
Скольжение двигателя	$s = \frac{n_1 - n}{n_1}$	n — скорость вращения ротора при нагрузке, об/мин;
Скорость вращения ротора, об/мин	$n = n_1(1 - s)$	$k_{\text{об.1}}, k_{\text{об.2}}$ — обмоточные коэффициенты статора и ротора, равные произведению коэффициентов укорочения k_y шага и распределения обмотки k_w ;
ЭДС обмоток статора и ротора, В	$E_1 = 4,44 k_{\text{об.1}} w_1 f_1 \Phi$ $E_2 = 4,44 k_{\text{об.2}} w_2 f_2 \Phi$	$k_{\text{об}} = k_y \cdot k_w$

Наименование величин	Формула	Принятые обозначения
Кoeffициенты трансформации по напряжению и по току	$k_e = \frac{w_1 k_{об. 1}}{w_2 k_{об. 2}}$ $k_i = \frac{m_1 w_1 k_{об. 1}}{m_2 w_2 k_{об. 2}}$	<p>w_1, w_2 — числа витков обмоток статора и ротора; m_1, m_2 — числа фаз в обмотках статора и ротора. У двигателей с фазным ротором $m_2 = 3$, у двигателей с короткозамкнутым ротором $m_2 = z_2$, т. е. числу пазов в роторе;</p>
Параметры схемы замещения, Ом	$z_k = \frac{U_{1\phi}}{I_k} = \frac{U_{1\phi}}{I_p}$ $r_k = \frac{\Delta P_k}{3I_{ном}^2}$ $x_k = \sqrt{z_k^2 - r_k^2}$ $r_k = r_1 + r_2'$ $x_k = x_1 + x_2'$ $r_2' = r_2 k_e k_i$ $x_2' = x_2 k_e k_i$	<p>z_k, r_k, x_k — полное, активное и индуктивное сопротивления КЗ двигателя, Ом; I_p — пусковой ток двигателя, А; ΔP_k — суммарные потери в меди статора и ротора двигателя, Вт; r_1, x_1 — активное и индуктивное сопротивления обмотки статора, Ом; r_2', x_2' — активные и индуктивные сопротивления ротора, приведенные к обмотке статора, Ом;</p>
Ток холостого хода, А	$I_x \approx I_{ном} \left(\sin \varphi - \frac{1}{2k_m} \cos \varphi \right)$	<p>$I_{ном}, \cos \varphi$ — номинальный ток и коэффициент мощности, определяемые по паспорту;</p>
Критическое скольжение	$s_k = s_{ном} (k_m + \sqrt{k_m^2 + 1})$ $k_m = \frac{M_{макс}}{M_{ном}}$	<p>$\sin \varphi$ — коэффициент реактивной мощности; k_m — коэффициент перегрузочной способности;</p>
Уравнение вращающего момента	$M = \frac{2 M_{макс}}{\frac{s}{s_{кр}} + \frac{s_{кр}}{s}}$	<p>$s_{ном}$ — скольжение при номинальной нагрузке;</p>

Расчетные формулы	Дагнные и обозначения
<p>Активное сопротивление статора (первое приближение)</p> $r_1 = \frac{U_1 I_n \cos \varphi - M_n \omega_1 / (m_1 z_p)}{I_n^2}$ <p>Приведенное активное сопротивление ротора</p> $r_2' \approx \frac{m_1 z_p U_1^2 s_n}{\omega_1 M_n}$ <p>Критическое скольжение</p> $s_m = \frac{s_n}{A} \left(\lambda + \sqrt{\lambda^2 - A} \right),$ $a = \frac{r_1}{c_1 r_2'} \text{ и } A = 1 - 2 a s_n (\lambda - 1)$ $1,02 < c_1 < 1,06$ <p>Активное сопротивление статора (уточненное значение)</p> $r_1 = \frac{m_1 z_p U_1^2}{2 \omega_1 \lambda M_n} - \frac{c_1 r_2'}{s_m},$ <p>Индуктивное сопротивление КЗ</p> $x_k = \sqrt{\left(\frac{c_1 r_2'}{s_m (a, c_1)} \right)^2 - r_1^2} = x_{1\sigma} + c_1 x_{2\sigma}'.$ <p>Индуктивное сопротивление рассеяния</p> $x_{1\sigma} = x_{2\sigma}' = \frac{x_k}{2}$	<p>механическая мощность P_n [Вт]; линейное или фазное напряжение питания U_n [В]; линейный или фазный ток I_n [А]; скорость вращения n_n [об/мин] или скольжение s_n; номинальный момент нагрузки M_n [Нм] коэффициент мощности $\cos \varphi$; коэффициент полезного действия η_n; кратность максимального момен- та $\lambda = M_m / M_n$; кратность пускового момента $k_s = M_s / M_n$; кратность пускового тока $k_i = I_s / I_n$.</p> <p>U_1 – фазное напряжение; m_1 – число фаз; $\omega_1 = 2\pi f_1$ – угловая частота z_p – число пар полюсов</p>
<p>Индуктивное сопротивление взаимоиנדуктивности</p> $x_m = \frac{1}{c_1 \left[I_n \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} / U_1 - b(s_n) \right]} = \frac{1}{I_n \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} / U_1 - b(s_n)} - x_{1\sigma}$ $g(s) = \frac{r_1 + c_1 r_2' / s}{c_1 \left[(r_1 + c_1 r_2' / s)^2 + x_k^2 \right]}; \quad b(s) = \frac{x_k}{c_1 \left[(r_1 + c_1 r_2' / s)^2 + x_k^2 \right]}$	

Методика определения момента инерции двигателя

Метод самоторможения

Метод самоторможения может применяться для определения момента инерции вращающихся частей электрических машин мощностью свыше 100 кВт. Согласно этому методу машина с испытуемой вращающейся частью приводится во вращение с частотой n выше номинальной при номинальном возбуждении или без него и затем отключается от источника питания. Для машин с фазным ротором и коллекторных машин испытание проводится с минимально необходимым количеством щеток, а остальные щетки надлежит поднять. После отключения определяется кривая самоторможения $n = f(t)$ в диапазоне частоты вращения от $1,2 n_{\text{ном}}$ до $0,8 n_{\text{ном}}$. Для достижения возможной точности при определении этой кривой снижение частоты вращения следует осциллографировать.

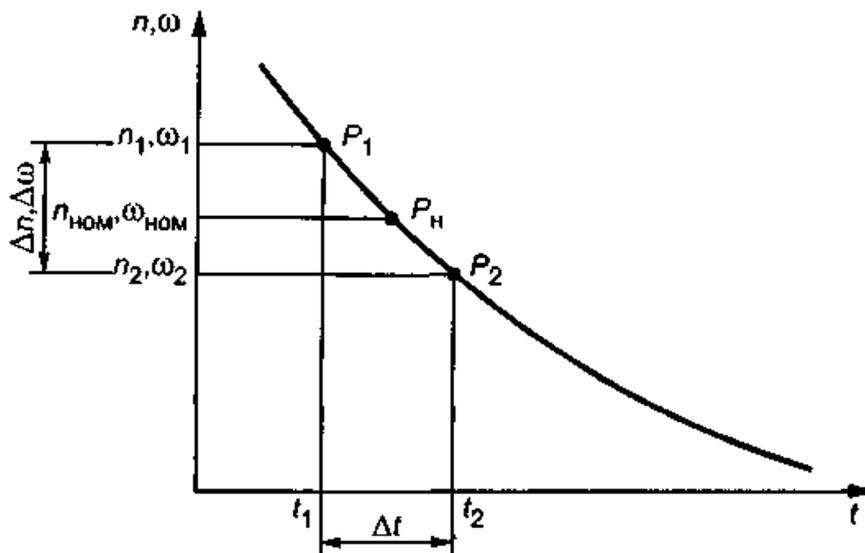


Рисунок П.1. Кривая самоторможения

В соответствии с рис. П.1 момент инерции I , Н·м², исследуемой вращающейся части для невозбужденной машины вычисляют по формуле

$$I = \left(\frac{30}{\pi} \right)^2 \frac{P_{\text{мех}} \Delta t}{n_{\text{ном}} \Delta n} = \frac{P_{\text{мех}} \Delta t}{\omega_{\text{ном}} \Delta \omega},$$

а для возбужденной машины по формуле

$$I = \left(\frac{30}{\pi} \right)^2 \frac{(P_{\text{мех}} + P_{\text{ст}}) \Delta t}{n_{\text{ном}} \Delta n} = \frac{(P_{\text{мех}} + P_{\text{ст}}) \Delta t}{\omega_{\text{ном}} \Delta \omega},$$

где $P_{\text{мех}}$ – механические потери при номинальной частоте вращения, Вт;

$P_{\text{ст}}$ – потери в стали при номинальной частоте вращения, Вт;

$n_{\text{ном}}$ – номинальная частота вращения, об/мин;

Δn – разность между верхним и нижним значениями частоты вращения в опыте, об/мин;

Δt – время, в течение которого частота вращения машины изменяется на Δn , с;

$\omega_{\text{ном}}$ – номинальная угловая частота вращения, с⁻¹;

$\Delta \omega$ – разность между верхним и нижним значениями угловой частоты вращения, с⁻¹.

За верхнюю точку частоты вращения принимают наивысшую возможную точку в опыте, но не менее 1,1 $n_{\text{ном}}$. Нижняя точка должна отличаться от номинальной на такую же величину частоты вращения.

В случае невозможности повышения частоты вращения сверх номинального значения вместо номинальной частоты вращения принимается частота вращения, лежащая на участке примерно от 0,9 до 0,8 номинальной частоты вращения. В этом случае потери должны быть измерены на данной частоте вращения.

Если для повышения частоты вращения машина должна быть соединена с приводным двигателем, который невозможно отсоединить на ходу, то в формулах под потерями следует понимать потери всего агрегата. Из полученного таким образом момента инерции I следует вычесть момент инерции вращающейся части приводного двигателя и соединительной муфты, подлежащей отдельному определению.

ПРИЛОЖЕНИЕ III

Таблица П.3

*Технические данные трехфазных преобразовательных трансформаторов
при частоте 50 Гц*

Обозначение трансформатора	Мощность S_T , кВА	Ток первичной обмотки I_1 , А	ЭДС вторичной обмотки $E_{2л}$, В	Ток вторичной обмотки I_2 , А	Напряжение короткого замыкания u_K , %	Потери короткого замыкания P_K , Вт
ТС(З)П-16/0,7-У3	16	24,3	83	111,4	5,5	550
			105	88,1		
			115			
			205	45,1		
			230	40,2		
			410	22,6		
ТС(З)П-25/0,7-У3	25	38	85	170	4,2	800
			105	137,6		
			160	90,3		
			205	70,5		
			230	62,8		
			410	35,2		
ТС(З)П-40/0,7-У3	40	60,8	85	272	3,6	1100
			105	220,2		
			160	144,5		
			205	112,8		
			230	100,5		
			410	56,4		
ТС(З)П-63/0,7-У3	63	95,8	85	428,4	3,6	1900
			105	346,8		
			205	177,6		
			230	158,3		
			350	104		
			410	88,8		
ТС(З)П-100/0,7-У3	100	152,1	85	680	3,3	2300
			105	550,5		
			170	340		
			205	282		
			230	251,3		
			350	165,2		

Примечание. Условное обозначение типа трансформатора ТСП-16/0,7-У3 (ТСЗП-16/0,7-У3): Т – трансформатор трехфазный, С – естественное воздушное охлаждение при открытом исполнении (сухой); СЗ – естественное воздушное охлаждение при защищенном исполнении в кожухе (сухой, защищенный), П – преобразовательный; 16 – номинальная (типовая) мощность, кВА; 0,7 – класс напряжения сетевой обмотки, кВ; У3 – климатическое

исполнение и категория размещения по ГОСТ 15150-69 и ГОСТ 15543.1-89. Напряжение первичной обмотки $U_{1л}=380$ В, схема соединения обмоток – Y/Yo.

Таблица П.4

*Трансформаторы трехфазные сухие частоты 400 Гц
многоцелевого назначения*

Тип	Номинальн. мощность, кВА	Номинальные напряжения обмоток, В *)		Схема и группа соединения обмоток
		первичной	вторичной (при х.х.)	
<u>ТСВМ-1,6-0,4-ОМ5</u>	1,6	380-220 380	230-133 400	У-Д/У _н -Д-0-11-1-0 У/У _н -0
<u>ТСВМ-2,5-0,4-ОМ5</u>	2,5	200 380-220 380 380	36 230-133 36 400	Д/Д-0 У-Д/У _н -Д-0-11-1-0 У/Д-11 У/У _н -0
<u>ТСВМ-4-0,4-ОМ5</u>	4,0	380-220 660 660-380	230-133 230-133 400	У-Д/У _н -Д-0-11-1-0 У/У-Д-0-11 У-Д/У _н -0-1
<u>ТСВМ-6,3-0,4-ОМ5</u>	6,3	200 380-220 380 660 660-380	36 230-133 36 230-133 400	Д/Д-0 У-Д/У _н -Д-0-11-1-0 У/Д-11 У/У-Д-0-11 У-Д/У _н -0-1
<u>ТСВМ-10-0,4-ОМ5</u>	10,0	380-220 660 660-380	230-133; 208-120 230-133 400	У-Д/У _н -Д-0-11-1-0 У/У-Д-0-11 У-Д/У _н -0-1
<u>ТСЗМ-16-0,4-ОМ5</u>	16,0	380-220 660 660-380	230-133 230-133 400	У-Д/У _н -Д-0-11-1-0 У/У-Д-0-11 У-Д/У _н -0-1
<u>ТСЗМ-25-0,4-ОМ5</u>	25,0	380-220 660 660-380	208-120; 230-133 230-133 400	У-Д/У _н -Д-0-11-1-0 У/У-Д-0-11 У-Д/У _н -0-1
<u>ТСЗМ-40-0,4-ОМ5</u>	40,0	220	230	У/У _н -0
<u>ТСЗМ-63-0,4-ОМ5</u>	63,0	380	133	У/Д-11
		380	208	У/У _н -0
		380	230	У/У-0
		380	400	У/У _н -0
		660 660	133 230; 400	У/Д-11 У/У-0
<u>ТСЗМ-100-0,4-74.ОМ5</u>	100,0	220	230	У/У _н -0
		380	208	У/У _н -0
		380	230	У/У-0
		380	400	У/У _н -0
		660	230; 400	У/У-0

Системы компьютерной математики

Необходимость автоматизации процессов моделирования технических объектов возникла практически одновременно с появлением вычислительных машин. Однако исторически разные этапы моделирования автоматизировались в разное время. Первым этапом следует считать создание библиотек численных методов исследования систем. Сами численные методы были разработаны задолго до появления ЭВМ и предназначались, прежде всего, для решения задач небесной механики. В связи с тем, что первоначально расчеты велись вручную, алгоритмы методов были хорошо отлажены и оптимизированы. К концу 70-х гг. XX в. были созданы специализированные коллекции численных методов практически для всех областей численного анализа.

Дальнейшие шаги на пути автоматизации моделирования были связаны с разработкой систем автоматизированного проектирования (САПР) и систем автоматизации вычислительного эксперимента – пакетов прикладных программ. Автоматизации подлежали стандартные расчеты и оформление результатов экспериментов. Как правило, эти системы создавались под определенную предметную область, прежде всего, в наукоемких отраслях (космос, авиация и т. д.). Для создания большинства пакетов прикладных программ для численных расчетов использовался язык Фортран, хорошо приспособленный именно для этих целей. Подобные пакеты создавались годами, их модификация и развитие требовали специальных знаний в предметной области, в численных методах и программировании.

Патриархом математических пакетов можно назвать *Derive* – DOS-программу с набором функций, реализующих численные методы и построение графиков.

Derive 5 (производитель – *Texas Instrument Inc*) имеет простой, дружелюбный, хорошо продуманный интерфейс, встроенный язык программирования, напоминающий как *Pascal*, так и *C*. Кроме того, *Derive 5* способен конвертировать свои файлы в наиболее распространенные языки программирования – *Basic*, *C*, *Fortran*, *Pascal*. Программа включает большое количество встроенных функций, начиная от простейших тригонометрических функций до статистических, описание которых представлено в *Help*. Однако, данный пакет предназначен только для численных расчетов.

Пакет *Macysma* (*Massachusetts computation symbolic algebra*) явился одной из первых математических программ, оперирующих символьной математикой, то есть предназначенных не только для численных, но

и для аналитических расчетов. Он начал разрабатываться еще в 1968 году в Массачусетском технологическом институте (США). До появления программ *Maple* и *Mathematica* пакет занимал лидирующую позицию среди универсальных математических пакетов. Свое второе рождение *Macsyma* получил в 1992 году, когда возникла компания *Macsyma Inc.*, представившая обновленную, удобную, эффективную программу *Macsyma* и сопутствующую ей программу *PDEase2D*.

Интерфейс *Macsyma* по удобству и функциональности не уступает интерфейсам программ *Maple* и *Mathematica*. Рабочим документом программы является научная тетрадь (*scientific notebook*), в которой содержатся доступные для редактирования поля текста, команд, формул и графиков. Программа имеет довольно хороший текстовый редактор. *Macsyma* допускает работу в интерактивном режиме (команды вводятся из командной строки и тут же получается результат). Почти все команды *Macsyma* в библиотечных файлах загружаются автоматически. Очень удобно окно просмотра (браузер) математических функций – оно позволяет легко найти необходимое средство из конкретной области математики, а также аналогичные задачи с готовыми шаблонами, легко переносимыми в документ. При помощи навигатора можно просмотреть заголовки рабочего документа, вводимые команды, графики, текстовые поля, сортировать наименования по алфавиту и перейти к нужному месту документа. Интерфейс содержит также устройство просмотра данных (*DataViewer*), которое располагается в рабочем документе. *DataViewer* представляет собой редактируемую таблицу, сходную по внешнему виду и некоторым функциям со специализированными электронными таблицами. Интерфейсный процессор обладает способностью вычислять, запоминать и просматривать данные, связанные с рабочим документом, а также строить графики. Каждый рабочий документ имеет собственный набор данных и имен для связи с интерфейсным процессором.

Macsyma уступает пакету *Maple* по количеству различных видов графиков, однако их достаточно для иллюстрации прикладных и научных расчетов. Программа предлагает двух- и трехмерные графики, включая параметрические графики кривых и поверхностей, а также графики векторных полей и анимацию. Графики и анимация, как и в программе *Maple*, редактируемые, однако число настраиваемых атрибутов в *Macsyma* гораздо больше. *Macsyma* предлагает различные, легко осуществляемые виды анимации. В рабочем документе можно производить анимацию положения камеры, цветов, освещения, планов и других атрибутов. В *Mathematica* и *Maple* имеется возможность анимации только формы заданной фигуры.

В отличие от *Maple V* и *Mathematica* программа *Macysma* ориентирована на прикладные математические расчеты и не предназначена для теоретических исследований в области математики. В то же время, числа в математических выражениях по умолчанию предполагаются действительными. Это позволяет получать аналитические решения для многих вычислений, встречающихся в прикладных задачах, таких как алгебраические преобразования и упрощения, интегрирование, решение дифференциальных уравнений и так далее, для которых в комплексной области решения не существуют.

Macysma включает большое количество команд и дополнительные пакеты комбинаторики, теории вероятностей, математической статистики и статистической обработки данных. По количеству специальных функций программа не уступает своим конкурентам. *Macysma* имеет сопоставимые с *Maple* и *Mathematica* средства для преобразования алгебраических выражений, для решения уравнений, неравенств и систем, вычисления интегралов, сумм и произведений. В то же время одно очень удобное средство – уточняющие запросы относительно переменных, от области определения которых зависит конечный результат – содержится только в *Macysma*. В *Maple* и *Mathematica* для устранения неоднозначного ответа необходимо предварительно задавать области изменения переменных.

Команды геометрического пакета программы *Macysma* позволяют вычислять длины кривых, площади и объемы двух-, трех- и многомерных фигур. Программа включает также элементы сферической и Римановой геометрий.

Линейная алгебра – один из наиболее мощных разделов *Macysma*. Алгоритмы для численного решения задач линейной алгебры почти полностью соответствуют популярному пакету матричной алгебры *MatLab*. Более того, почти все выполняемые подпрограммы *MatLab* транслируются и выполняются в *Macysma*. В то же время программа имеет возможности для выполнения аналитических вычислений, сопоставимые с *Maple* и *Mathematica*.

Macysma распознает 20 ортогональных систем координат и не уступает *Maple* и *Mathematica* по этим параметрам.

По количеству интегральных преобразований *Macysma* уступает конкурентам. *Macysma* содержит только возможности прямого и обратного преобразования Лапласа и Фурье, что достаточно для большинства прикладных задач.

Macysma содержит приближенные методы (разложение в ряд Тейлора и три метода возмущений для решения большого класса обыкновенных дифференциальных уравнений). Численные методы включают

классические алгоритмы Рунге-Кутты и алгоритмы решения жестких дифференциальных уравнений. Программа не имеет средств для аналитического решения дифференциальных уравнений выше второго порядка, как программы *Maple* и *Mathematica*, однако по другим параметрам не уступает им. Среди универсальных математических пакетов только *Macsyma* умеет решать интегральные уравнения – программа использует около десятка методов для интегральных уравнений первого и второго рода, с фиксированными и переменными пределами интегрирования.

Macsyma эффективно взаимодействует с другими программами по импорту и экспорту данных, а также имеет много функций для анализа, обработки и фильтрации больших массивов данных, графического представления и аппроксимации данных

Macsyma, как и другие пакеты символьной математики, имеет средства как процедурного программирования так и программирования по заданному правилу. Программа, как и ее главные конкуренты имеет открытую архитектуру, так что большинство команд, хранящихся в командных файлах (с расширением *.mac*) могут быть прочитаны и изменены пользователем. Разумеется, пользователь может программировать свои команды, пополняя библиотеку *Macsyma*.

Numkit (дополнительный пакет для *Macsyma* 2.2) существенно увеличивает скорость выполнения операций с действительными и комплексными числами с плавающей запятой.

Наиболее существенное преимущество *Macsyma* по сравнению с другими универсальными математическими пакетами – умение решать аналитически и численно большое количество видов уравнений в частных производных.

Система компьютерной алгебры **GAP** (*Groups, Algorithms and Programming*) была задумана как инструмент комбинаторной теории групп – раздела алгебры, изучающего группы, заданные порождающими элементами и определяющими соотношениями. С выходом каждой новой версии программы сфера ее применения охватывала все новые и новые разделы алгебры.

Изначально система *GAP* разрабатывалась под *Unix*, а затем была импортирована для работы в других операционных системах.

GAP является свободно распространяемой, открытой и расширяемой системой. Она распространяется в соответствии с *GNU Public License*. Система поставляется вместе с исходными текстами, которые написаны на двух языках: ядро системы написано на Си, а библиотека функций – на специальном языке, также называемом *GAP*, который по синтаксису напоминает *Pascal*, однако является объектно-

ориентированным языком. Пользователи могут создавать свои собственные программы на этом языке.

Система состоит из следующих основных компонент: ядра системы, обеспечивающего интерпретацию языка *GAP*, работу с системой в программном и интерактивном режиме; библиотеки функций, в которой реализованы разнообразные алгебраические алгоритмы (более 4000 пользовательских функций); библиотеки данных; обширной (около полутора тысяч страниц) документации.

Система охватывает разнообразные области алгебры, дает возможность производить вычисления с гигантскими целыми и рациональными числами, допустимые значения которых ограничены только объемом доступной памяти. Пользователю доступны различные функции, в том числе функции для работы с множествами и списками. Среди других областей применения системы – теория графов и их автоморфизмов, теория кодирования, теория полугрупп, кристаллография, и многое другое.

MathCad (САЕ-программа фирмы «MathSoft Inc.», США) давно завоевал популярность как непревзойденный редактор математических текстов. Он представляет собой универсальный математический пакет, предназначенный для выполнения инженерных и научных расчетов. Разработчики пакета совершенствуют пакет от версии к версии. Существуют оригинальная (англоязычная) и русифицированная версии программы.

Основное преимущество пакета перед типичными языками программирования – естественный математический язык, на котором формулируется решаемая задача.

MathCad обеспечивает вычисление с произвольной точностью, работу с различными типами данных (комплексные, векторы, матрицы), использование библиотеки математических функций (которая может быть дополнена программами на *Fortran*).

Пакет объединяет в себе: редактор математических формул, интерпретатор для вычислений, библиотеку математических функций, процессор символьных преобразований, текстовый редактор, графические средства представления результатов.

К положительным качествам следует отнести открытость – все приведенное в документе может быть воспроизведено, а интеграция в одном документе исходных данных, метода решения и результатов позволяет сохранить настройки для решения подобных задач.

В *MathCad* отсутствует как таковой язык программирования. Вычисления осуществляются на уровне визуальной записи выражений в общепотребительной математической форме. *MathCad* хорош для не-

большого объема вычислений, он предоставляет широкие возможности для оформления работы в привычном виде, импорта/экспорта данных, интеграции с *Internet*, работы с электронными таблицами *Excel* внутри *MathCad*-документа.

Mathcad 2001 характеризуется значительными усовершенствованиями: обладает большей производительностью и расширенными возможностями, отличается превосходными возможностями электронного опубликования и устанавливает новый стандарт для публикации технических документов.

Mathcad 2001 предлагает инструменты опубликования, поддерживаемые программой *Maverick*:

1. Сохранение *Mathcad* рабочих документов, в *HTML* формате с поддержкой *MathML*.

2. Чтение *HTML* и *MathML* документов.

3. Исключительные инструменты опубликования для создания динамической математики и динамической визуализации математики, наблюдаемой фактически всеми пользователями Интернет.

4. Включение последней версии *IBM techexplorer Professional Edition* для чтения и редактирования *MathML*, *TEX* и *Latex*.

5. Инструменты для создания приложений с использованием *Mathcad*.

Инструменты разработки приложений позволяют интегрировать *Mathcad* с другими приложениями, что позволяет достичь нового уровня расширяемости.

Функции преобразования координатных систем позволяют получать различные типы графиков. Поддерживаются следующие преобразования систем координат: от сферической к Евклидовой, от цилиндрической к Евклидовой, от Евклидовой к сферической, от Евклидовой к цилиндрической, от полярной к Евклидовой, от Евклидовой к полярной.

Mathcad известен легкостью, с которой «живые» математические уравнения, текст и графика могут быть объединены в один документ. Электронные книги (*Mathcad Electronic Books*) обеспечивают авторов и издателей замечательной издательской интерактивной средой.

Mathematica (компания *Wolfram Research*) является одной из самых мощных систем. Она широко внедрена в практику, имеет обширную область применения в научных и инженерных исследованиях а также в системе образования – ежемесячно выпускается журнал с обсуждением актуальных проблем, существует сайт в Интернете, ведется активная работа с пользователями, в некоторых странах (например в США) вузовская система образования тесно связана с системой *Mathematica*.

Пакет хорошо приспособлен к решению исследовательских и учебных задачам, обладает исключительно большой функциональной избыточностью (например, он предоставляет возможность синтезирования звука).

Mathematica имеет широкий набор средств, переводящих сложные математические алгоритмы в программы. По сути дела все алгоритмы, содержащиеся в курсе высшей математики ведущего технического вуза, содержатся в памяти этой компьютерной системы. Пакет позволяет осуществлять различные преобразования (включая, например, такие нетривиальные вещи как приведение квадратичных форм к каноническому виду, приведение линейного оператора к жордановой форме), вычислять интегралы (определенные и неопределенные), решать дифференциальные уравнения (численно и аналитически). При этом имеется возможность описания промежуточных вычислений (например, разложение правильной рациональной функции в сумму элементарных дробей, что требуется при интегрировании рациональных функций).

Mathematica может работать с числами сколь угодно большими (во многих компьютерных языках для действия с большими числами нужно предпринять дополнительные меры), содержит удобный инструмент работы с векторами и тензорами.

Огромное преимущество системы является возможность простой и естественной записи операторов и алгоритмов (как правило нет необходимости особенным образом заранее объявлять тип переменных, распределять память для хранения той или иной информации и т.д.). По простоте работы *Mathematica* превосходит *Basic*. Это происходит за счет укрупнения команд, которое делает написание программ в *Mathematica* более коротким и удобным.

Большим преимуществом пакета является высокая скорость численных вычислений.

Mathematica имеет мощный графический пакет, позволяющий строить графики сложных функций одного и двух переменных.

К недостаткам следует отнести необычный язык программирования, который, однако, компенсируется достаточно подробной системой помощи.

Программа *Maple* (пакет компьютерной алгебры) разработана исследовательской группой «*The Symbolic Computation Group*» (отделение вычислительной техники университета *Waterloo*, Канада), которая была образована в декабре 1980 Кейтом Геддом (*Keith Geddes*) и Гастоном Гонэ (*Gaston Gonnet*).

Пакет предоставляет широкие возможности символьных вычислений, легко осваиваемый структурный язык программирования и помощь

(Help). Разработчики других известных математических пакетов, таких как *MathCad* и *MatLab* используют символьный процессор *Maple V* в своих программах. Кроме того математические редакторы *Scientific WorkPlace* (на основе *Scientific Word*) и *MathOffice* (на основе *Microsoft Word*) для выполнения расчетов также дополнены символьным процессором *Maple V*.

Являясь средой для выполнения математических расчетов *Maple* позволяет решать большое количество математических задач без программирования, оперировать не только приближенными числами, но и точными целыми и рациональными числами, что позволяет получить решение с высокой точностью.

Программа *Maple* обладает обширным набором функций и вычислительных средств, позволяет выполнять сложные алгебраические преобразования и упрощения над полем комплексных чисел, находить конечные и бесконечные суммы, произведения, пределы и интегралы, решать в символьном виде и численно алгебраические (в том числе трансцендентные) системы уравнений и неравенств, находить все корни многочленов, решать (аналитически и численно) системы обыкновенных дифференциальных уравнений и некоторые классы уравнений в частных производных.

В *Maple* включены пакеты подпрограмм для решения задач линейной и тензорной алгебры, Евклидовой и аналитической геометрии, теории чисел, теории вероятностей и математической статистики, комбинаторики, теории групп, интегральных преобразований, численной аппроксимации и линейной оптимизации (симплекс метод) а также задач финансовой математики и многих других.

Maple V обладает также развитым языком программирования, что дает пользователю возможность самостоятельно создавать команды и таким образом расширять возможности *Maple* для решения специальных задач.

Хороший текстовый редактор и прекрасные графические средства позволяют профессионально оформить выполненную работу. Интерфейс пользователя поддерживает концепцию рабочих листов (*worksheets*, которые объединяют текст, входные команды, вывод и графику в одном документе).

Программа позволяет одновременно работать с несколькими рабочими листами и устанавливать между ними динамические связи (переводить вычисления с одного листа на другой), запускать несколько программ одновременно, что позволяет проводить сравнение вычислений при различных начальных значениях переменных.

Командную строку легко преобразовать в текстовую строку.

Текстовый редактор *Maple* позволяет форматировать отдельные знаки слова, параграфы, текст в целом. В тексте (но не в командах) можно использовать все шрифты инсталлированные в системе, в том числе кириллицу, изменять их начертания (наклонный, полужирный и т. д.). Имеются заготовки для создания заголовков и подзаголовков четырех уровней, возможность многоуровневой группировки командных полей и текстовых абзацев.

Программа достаточно легко осваивается, удобна в работе. Она содержит полную информацию по всем командам, функциям и интерфейсу пользователя, а также статьи обучающего характера для начинающего пользователя, снабженные примерами.

Maple обладает превосходной графикой – команды построения графиков и анимации *Maple* позволяют удовлетворить большинство научных и инженерных потребностей. Программа имеет большое количество функций и опций настроек для построения как двух- так и трехмерных графических объектов.

Версия 4 программы *Maple* поддерживает 45 систем координат, предоставляет пользователю возможность переходить от одной системы координат к другой (команды *changecoords* и *addcoords*), а также вводить другие системы координат.

Многие функции настройки осуществляются непосредственно с инструментальной панели программы (задание стиля, цвета, подсветки, перспективы, вида координатных осей), но могут вводиться непосредственно в команду.

Помимо команд, находящихся в основной библиотеке *Maple* большое количество команд, расширяющих функциональные характеристики программы в отдельных областях математики, находится в соответствующих специализированных пакетах *Maple*. Такими пакетами (версия 4.0) являются: *Detools* (пакет дополнительных средств для решения дифференциальных уравнений), *Domains* (пакет для разработки кодов сложных алгоритмов), *GF* (пакет «поля Галуа»), *GaussInt* (пакет Гауссовых целых чисел), *LRTools* (пакет для проведения расчетов с рекуррентными соотношениями), *combinat* (пакет комбинаторики), *combstrust* (пакет комбинаторных структур), *diffforms* (пакет дифференциальных форм), *finance* (пакет финансовой математики), *genfunc* (пакет для проведения расчетов с производящими функциями), *geometry* (геометрический пакет), *grobner* (набор процедур для нахождения базиса Гробнера), *group* (пакет групп перестановок и конечно-представимых групп), *inttrans* (пакет интегральных преобразований), *liesymm* (пакет симметрий Ли), *linalg* (пакет линейной алгебры), *logic* (пакет математической логики), *Networks* (пакет теории графов), *numapprox* (пакет численной

аппроксимации функций), *numtheory* (пакет теории чисел), *orthopoly* (пакет ортогональных полиномов), *padic* (пакет для оперирования *p*-адическими числами), *plots* (пакет команд графики и анимации), *plottools* (пакет вспомогательных инструментариев графики), *powseries* (пакет генерации и преобразования степенных рядов), *simplex* (пакет линейной оптимизации), *stats* (пакет статистики), *student* (пакет для изучения математики и программирования), *sumtools* (пакет для вычисления конечных и бесконечных сумм), *tensor* (пакет тензорной алгебры), *torder* (пакет полного упорядочения имен).

Система MatLab

Система *MatLab* прошла многолетний путь развития от узко специализированного матричного программного модуля, используемого только на больших ЭВМ, до универсальной СМК, ориентированной на массовые персональные компьютеры класса IBM PC и Macintosh и рабочие станции Unix.

Пакет предназначен для инженерных и научных вычислений и создания средств моделирования различных устройств и систем. *MatLab* позволяет строить сложные математические модели, создавать собственные программы, реализует технологию визуального моделирования.

Базируется на алгоритмах матричных вычислений с выполнением операций над наборами векторов, что определяет основное отличие этой системы от других известных пакетов – *MathCAD*, *Maple*, *Mathematika* и других. За счет матричного и векторного представления данных разработчикам удалось существенно повысить скорость вычислений, экономно использовать ресурсы памяти и обеспечить высокую точность расчетов. В *MatLab* реализован модульный принцип построения с широкими возможностями модификации и расширения, что подтверждает состав этого продукта, а именно: несколько десятков пакетов прикладных программ и более двух сотен приложений и расширений, богатейшая библиотека функций (свыше 800), а также огромный объем документации, насчитывающий десятки тысяч страниц.

Наиболее важные приложения *Simulink* и *SimPowerSystems* снабжены обширными библиотеками. Библиотека *Simulink* содержит блоки, в основном ориентированные на моделирование конкретных устройств в виде функциональных схем. В нее входят источники сигналов, масштабирующие, линейные и нелинейные блоки, квантователи, интеграторы, дифференциаторы, измерители и т. д. *Simulink* – мощный инструмент для моделирования, обеспечивающий быстрое построение и тестирование виртуальных прототипов, и дающий доступ к любому уровню детализации проекта с минимальными усилиями. Используя *Simulink* для

итеративного исправления проекта до построения прототипа, инженер может разработать проект быстро и эффективно.

В библиотеку *SimPowerSystems* входит набор блоков для имитационного моделирования электротехнических устройств в виде пассивных и активных электротехнических элементов, источников энергии, электродвигателей, трансформаторов, полупроводниковых элементов. С помощью *Simulink* и *SimPowerSystems* можно имитировать работу устройств во временной области, а также выполнять анализ их свойств – рассчитывать импеданс цепи, получать амплитудно- и фазочастотные характеристики, выполнять гармонический анализ токов и напряжений.

Несомненное достоинство *Simulink* и *Sim PowerSystems* состоит в возможности построения моделей сложных электротехнических систем на основе методов имитационного и функционального моделирования. Так для построения силовой части полупроводникового преобразователя используются блоки *SimPowerSystems*, имитирующие элементы и устройства, а в его системе управления – функциональные блоки *Simulink*, которые отражают алгоритм ее работы без представления электрической схемы. За счет такого подхода, в отличие от известных пакетов схемотехнического моделирования типа *OrCAD*, *PSpice*, *DesignLab*, *Workbench* и т. п., модель упрощается, экономится память, повышается скорость расчета и работоспособность ПК. Важно отметить, что после построения функциональной модели исключается сложный этап составления и решения алгебраических и дифференциальных уравнений и обеспечивается возможность визуального контроля поведения созданной модели и протекающих в ней процессов.

При построении моделей с применением элементов *SimPowerSystems* и блоков из библиотеки *Simulink* допустимо привлечение функций самой системы *MatLab*, что существенно расширяет возможности моделирования электротехнических систем и полупроводниковых устройств. Несмотря на обширность библиотеки *SimPowerSystems*, возможны случаи, когда нужный блок как таковой в библиотеке отсутствует. В этих случаях пользователь может разрабатывать свои собственные блоки, используя имеющиеся в библиотеке элементы и применяя созданные подсистемы в *Simulink*. Все указанное позволяет утверждать, что *SimPowerSystems* и *Simulink* – это современные постоянно развивающиеся пакеты с широкими возможностями моделирования устройств силовой электроники, электромеханических устройств и систем автоматического управления.

Открытость и расширяемость системы являются ее важными достоинствами. Большинство команд и функций системы реализованы в виде текстовых m-файлов (с расширением m) и файлов на языке C, при-

чем все файлы доступны для модификации. Пользователю предоставлена возможность создавать не только отдельные файлы, но и библиотеки файлов для реализации специфических задач

ELCUT™ – это мощный комплекс программ для инженерного моделирования электромагнитных, тепловых и механических задач методом конечных элементов.

Дружественный русскоязычный пользовательский интерфейс, простота описания даже самых сложных моделей, широкие аналитические возможности комплекса и высокая степень автоматизации всех операций позволяют разработчику полностью сосредоточиться на своей задаче.

Редактор модели позволяет легко и быстро описать геометрию модели. Также можно импортировать фрагменты модели из *AutoCAD* или других систем проектирования. При построении сетки конечных элементов можно использовать удобные средства управления ее плотностью или полностью довериться автоматической системе построения сетки. Источники и граничные условия полностью независимы от сетки, и могут быть изменены в любое время.

Интерактивный постпроцессор позволяет просмотреть результаты расчета в различных формах представления: линии поля, цветные карты, графики различных величин вдоль произвольных контуров и пр. Можно вычислять различные интегральные величины на заданных пользователем линиях, поверхностях или объемах. Постпроцессор обеспечивает вывод таблиц и рисунков в файлы для дальнейшей обработки или качественной графической печати.

Для ознакомления с возможностями программы существует бесплатная студенческая версия с примерами задач.

Модуль магнитостатика может быть использован для расчета и анализа устройств таких как соленоид, электрические машины, магнитные экраны, постоянные магниты, магнитные диски и т.п.

Модуль магнитные поля переменных токов может быть использован для анализа распределения вихревых токов. Для заданной частоты, он может анализировать магнитные поля от переменных токов, вихревых токов, индуцированных переменными магнитными полями. Этот модуль идеален для проектирования установок индукционного нагрева, трансформаторов, катушек, электрических машин, и многих типов индукторов.

Модуль растекание токов может быть использован для расчета различных проводящих систем.

Модуль теплопередача может быть использован для проектирования и анализа различных электрических и механических систем.

Модуль упругие деформации может быть использован для расчета и проектирования различных механических и электромеханических устройств.

FlexPDE – программа, предназначенная для построения сценарных моделей решения дифференциальных уравнений методом конечных элементов. По сценарию, написанному пользователем, *FlexPDE* производит операции, необходимые для того, чтобы преобразовать описание системы дифференциальных уравнений в частных производных в модель для расчета методом конечных элементов, находит решение этой системы уравнений и представляет результаты в графической форме.

FlexPDE позволяет решать системы дифференциальных уравнения в частных производных. Система дифференциальных уравнений может быть стационарной или нестационарной. В рамках одной задачи могут быть рассмотрены стационарные и нестационарные уравнения одновременно. Уравнения могут быть нелинейными.

FlexPDE выполняет роль вычислительной среды для решения задач, поскольку в этой программе заключен полный набор функций, необходимых для решения системы дифференциальных уравнений в частных производных: функция редактирования для подготовки сценариев, генератор сеток конечных элементов, функция подбора конечных элементов при поиске решения, графическую функцию, чтобы представить график результатов.

FlexPDE не ограничивает пользователя заранее заданным списком прикладных задач или видов уравнений. Выбор вида дифференциальных уравнений в частных производных полностью зависит от пользователя.

Язык сценария позволяет пользователю описывать математический аппарат его системы дифференциальных уравнений в частных производных и структуру области решений в целом в естественном формате.

FlexPDE достаточно прост в использовании, имеет несколько модулей, для обеспечения решения задач:

1. Модуль редактирования сценария (предоставляет средства для редактирования текста и предварительного просмотра графический результата).
2. Анализатор записи уравнения в виде символов (преобразует информацию, записанную в виде символов уравнения в набор переменных, параметров и их соотношений, понижает порядок интегрирования. Затем раскладывает эти уравнения матрицу Якоби).
3. Модуль генератора сетки (строит сетку треугольных конечных элементов в двумерной области решений. При решении трехмер-

ных задач, двумерная сетка преобразуется в тетраэдрическую, перекрывающую произвольное количество неплоских слоев).

4. Модуль численного анализа конечного элемента (осуществляет выбор соответствующей схемы решения для задач стационарных, нестационарных и поиска собственных значений, причем для линейных и нелинейных систем применяются отдельные процедуры расчета).

5. Процедура оценки погрешности (оценивает степень приближения сетки и уточняет координаты сетки в областях, где погрешность велика. Система осуществляет итеративное уточнение параметров сетки и решения до тех пор, пока не достигается заданный пользователем уровень погрешности).

6. Модуль графического вывода (принимает произвольные алгебраические функции из полученного решения и осуществляет построение графиков контура, поверхности и векторов).

7. Модуль внешнего вывода данных (предоставляет возможность распечатки отчетов в виде многих форматов, включая таблицы численных значений, данные сетки конечных элементов, а также в форматах совместимых с программами *CDF* или *TecPlot*).

В технике *FlexPDE* может быть использован для оптимизации проектов, оценки их выполнимости и концептуального анализа. Одно и то же программное обеспечение может применяться для моделирования всех деталей проекта и нет необходимости привлекать дополнительные инструменты для оценки отдельных эффектов.

В пакете имеется программа-редактор, с помощью которой можно создать сценарий для данной задачи. Этот сценарий можно отредактировать, запустить расчет, снова отредактировать, и снова произвести расчеты, пока результат не удовлетворит всем требованиям пользователя. Далее сценарий можно сохранить в виде файла для дальнейшего использования или в качестве основы для дальнейших модификаций.

Учебное издание

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАТРОННЫХ СИСТЕМ

Практикум
по курсу «Математическое и имитационное моделирование
мехатронных систем»
для студентов IV курса, обучающихся по направлению 13.03.02
«Электроэнергетика и электротехника»

Составитель
СИПАЙЛОВА Надежда Юрьевна