

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

---

**С.И. Кузнецов**

**КУРС ФИЗИКИ  
С ПРИМЕРАМИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ**

**ЧАСТЬ III**

**Геометрическая и волновая оптика.  
Элементы атомной и ядерной физики.  
Основы физики элементарных частиц**

*Допущено Научно-методическим советом по физике  
Министерства образования и науки Российской Федерации  
в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений,  
обучающихся по техническим направлениям подготовки и специальностям*

Издательство  
Томского политехнического университета  
2015

УДК 53(075.8)

ББК 22.3я73

К89

**Кузнецов С.И.**

К89 Курс физики с примерами решения задач: учебное пособие. Часть III. Геометрическая и волновая оптика. Элементы атомной и ядерной физики. Основы физики элементарных частиц / С.И. Кузнецов; Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2015. – 302 с.

ISBN 978-5-4387-0428-7 (ч. III)

ISBN 978-5-4387-0299-3

В пособии рассматриваются законы геометрической и волновой оптики, обсуждаются квантовые свойства излучения, основы квантовой оптики, элементы квантовой механики, атомной и ядерной физики и физики элементарных частиц. Учитываются наиболее важные достижения в современной науке и технике, уделяется большое внимание физике различных природных явлений.

Цель книги – помочь освоить материал программы, научить активно применять теоретические основы физики как рабочий аппарат, позволяющий решать конкретные задачи, связанные с повышением ресурсоэффективности.

Предназначено для межвузовского использования преподавателями и студентами технических специальностей очной и дистанционной форм обучения.

**УДК 53(075.8)**

**ББК 22.3я73**

### *Рецензенты*

Доктор физико-математических наук, профессор  
заведующий кафедрой теоретической физики ТГУ  
*А.В. Шаповалов*

Доктор физико-математических наук, профессор  
заведующий кафедрой общей информатики ТГПУ  
*А.Г. Парфенов*

ISBN 978-5-4387-0428-7 (ч. III)

ISBN 978-5-4387-0299-3

© ФГАОУ ВО НИ ТПУ, 2015

© Кузнецов С.И., 2015

© Оформление. Издательство Томского  
политехнического университета, 2015

# ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ .....	8
КАК ПОЛЬЗОВАТЬСЯ КНИГОЙ .....	10
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ .....	12
ОБОЗНАЧЕНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН .....	14
ВВЕДЕНИЕ .....	16
1. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ И ВОЛНОВАЯ ОПТИКА .....	17
1.1. Корпускулярно-волновая теория света .....	17
1.1.1. Оптика и ее виды .....	17
1.1.2. Геометрическая оптика .....	18
1.1.3. Развитие взглядов на природу света .....	25
Вопросы к читателю. Упражнения .....	29
1.2. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА .....	30
1.2.1. Интерференция световых волн .....	30
1.2.2. Опыт Юнга .....	33
1.2.3. Когерентность и монохроматичность .....	35
1.2.4. Методы наблюдения интерференции .....	37
1.2.5. Интерференция в тонких пленках .....	40
1.2.6. Применение интерференции света .....	45
Вопросы к читателю. Упражнения .....	48
1.3. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА .....	49
1.3.1. Принцип Гюйгенса – Френеля .....	49
1.3.2. Метод зон Френеля .....	50
1.3.3. Дифракция Френеля от простейших преград .....	52
1.3.4. Дифракция в параллельных лучах (дифракция Фраунгофера) .....	54
1.3.5. Дифракция на пространственных решетках. Дифракция рентгеновских лучей .....	57
1.3.6. Понятие о голографии .....	60
Вопросы к читателю. Упражнения .....	63
1.4. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СВЕТА С ВЕЩЕСТВОМ .....	64
1.4.1. Дисперсия света .....	64

1.4.2. Нормальная и аномальная дисперсия .....	66
1.4.3. Классическая теория дисперсии .....	67
1.4.4. Поглощение (абсорбция) света .....	70
1.4.5. Излучение Вавилова – Черенкова .....	73
Вопросы к читателю. Упражнения .....	76
1.5. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА. ЭЛЕМЕНТЫ КРИСТАЛЛООПТИКИ .....	77
1.5.1. Естественный и поляризованный свет .....	77
1.5.2. Поляризация при отражении и преломлении .....	80
1.5.3. Двойное преломление света .....	81
1.5.4. Закон Малюса .....	84
1.5.5. Искусственная анизотропия .....	86
Вопросы к читателю. Упражнения .....	88
Примеры решения задач .....	89
Задачи для самостоятельного решения .....	102
2. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ .....	105
2.1. КВАНТОВАЯ ПРИРОДА ИЗЛУЧЕНИЯ .....	105
2.1.1 Люминесценция и тепловое излучение .....	105
2.1.2. Закон Кирхгофа .....	106
2.1.3. Закон Стефана – Больцмана .....	109
2.1.4. Закон смещения Вина .....	109
2.1.5. Формула Рэлея – Джинса .....	110
2.1.6. Формула Планка. Гипотеза о квантах .....	111
Вопросы к читателю. Упражнения .....	113
2.2. КВАНТОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ОПТИКЕ .....	114
2.2.1. Фотоэффект и его виды .....	114
2.2.2. Законы внешнего фотоэффекта .....	116
2.2.3. Фотонная теория света. Масса, энергия и импульс фотона .....	117
2.2.4. Эффект Комптона .....	121
2.2.5. Тормозное рентгеновское излучение .....	122
2.2.6. Характеристическое рентгеновское излучение .....	123
2.2.7. Давление света .....	124
2.2.8. Двойственная природа света .....	126
Вопросы к читателю. Упражнения .....	128
2.3. КОРПУСКУЛЯРНО-ВОЛНОВОЙ ДУАЛИЗМ МИКРОЧАСТИЦ ...	129
2.3.1. Гипотеза де Бройля .....	129

2.3.2. Дифракция частиц .....	130
2.3.3. Двойственность микрочастиц вещества .....	134
Вопросы к читателю. Упражнения .....	137
2.4. КВАНТОВО-МЕХАНИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ СВОЙСТВ МИКРОЧАСТИЦ ВЕЩЕСТВА .....	138
2.4.1. Физический смысл волн де Бройля .....	138
2.4.2. Соотношение неопределенностей Гейзенберга .....	139
2.4.3. Вероятностный подход к описанию микрочастиц .....	142
2.4.4. Уравнение Шредингера .....	144
Вопросы к читателю. Упражнения .....	146
2.5. ЧАСТИЦА В ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЯМЕ .....	147
2.5.1. Движение свободной частицы .....	147
2.5.2. Частица в одномерной прямоугольной яме .....	148
2.5.3. Гармонический осциллятор в квантовой механике .....	151
2.5.4. Потенциальный барьер. Туннельный эффект .....	153
Вопросы к читателю. Упражнения .....	156
Примеры решения задач .....	157
Задачи для самостоятельного решения .....	165
3. ОСНОВЫ АТОМНОЙ ФИЗИКИ .....	168
3.1. МОДЕЛИ АТОМОВ. АТОМ ВОДОРОДА ПО ТЕОРИИ БОРА .....	168
3.1.1. Закономерности в атомных спектрах .....	168
3.1.2. Ядерная модель атома (модель Резерфорда) .....	170
3.1.3. Элементарная теория Бора .....	171
3.1.4. Опыт Франка и Герца .....	175
Вопросы к читателю. Упражнения .....	177
3.2. ВОДОРОДОПОДОБНЫЕ СИСТЕМЫ В КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ .....	178
3.2.1. Квантово-механическая картина строения атома .....	178
3.2.2. Квантовые числа .....	180
3.2.3. Пространственное квантование .....	184
3.2.4. Спин электрона. Опыт Штерна и Герлаха .....	186
Вопросы к читателю. Упражнения .....	190
3.3. МНОГОЭЛЕКТРОННЫЕ АТОМЫ .....	191
3.3.1. Принципы неразличимости тождественных частиц. Фермионы и бозоны .....	191

3.3.2. Принцип Паули.	
Распределение электронов в атоме по состояниям .....	192
3.3.3. Периодическая система химических элементов	
Д.И. Менделеева .....	195
Вопросы к читателю. Упражнения .....	199
Примеры решения задач .....	200
Задачи для самостоятельного решения .....	211
<b>4. ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА</b>	
<b>И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ .....</b>	<b>213</b>
<b>4.1. СТРОЕНИЕ И ВАЖНЕЙШИЕ СВОЙСТВА ЯДЕР .....</b>	<b>213</b>
4.1.1. Заряд, масса, размер и состав атомного ядра .....	213
4.1.2. Энергия связи ядер. Дефект массы .....	215
4.1.3. Ядерные силы .....	218
4.1.4. Радиоактивность .....	219
4.1.5. Ядерные реакции и их основные типы .....	222
4.1.6. Деление ядер .....	224
4.1.7. Синтез ядер .....	229
4.1.8. Управляемый синтез .....	231
4.1.9. Радиационная безопасность .....	233
Контрольные вопросы. Упражнения .....	237
<b>4.2. ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ .....</b>	<b>238</b>
4.2.1. Общие сведения об элементарных частицах .....	238
4.2.2. Виды взаимодействий .....	239
4.2.3. Краткая классификация и свойства частиц .....	240
4.2.4. Странные частицы .....	243
4.2.5. Кварки и глюоны .....	244
4.2.6. Виды взаимодействий и их великое объединение .....	248
Вопросы к читателю. Упражнения .....	253
Примеры решения задач .....	254
Задачи для самостоятельного решения .....	263
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....</b>	<b>265</b>
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....</b>	<b>266</b>
<b>ГЛОССАРИЙ .....</b>	<b>267</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЯ .....</b>	<b>273</b>
<b>РАЗЛИЧНЫЕ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ .....</b>	<b>273</b>

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ .....	288
1. Геометрическая оптика .....	288
2. Волновая оптика .....	289
Интерференция света .....	289
Дифракция света .....	290
Взаимодействие света с веществом .....	290
Поляризация света .....	290
3. Элементы квантовой механики, атомной и ядерной физики .....	291
Квантовая природа излучения .....	291
Квантовые явления в оптике .....	291
Корпускулярно-волновой дуализм микрочастиц .....	292
Квантово-механическое описание микрочастиц .....	292
Частица в одномерной потенциальной яме .....	293
Модели атомов. Атом водорода по теории Бора .....	294
Водородоподобные системы в квантовой механике .....	295
Физика атомного ядра и элементарных частиц .....	296
СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ .....	298
Фундаментальные физические постоянные .....	298
Греческий алфавит .....	298
Внесистемные единицы измерений и их перевод в единицы СИ .....	299
Диаметры атомов и молекул $d$ , нм .....	299
Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименований .....	300
Основные характеристики элементарных частиц .....	300

*Посвящается моим любознательным студентам, которые подвигли меня к переизданию этой книги.*

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Курс физики в высших технических учебных заведениях охватывает все важнейшие разделы классической и современной физики. Выпускник технического университета обязан владеть одной из основных фундаментальных дисциплин – физикой, твердо усвоить принципы и подходы естественных наук, обеспечившие, особенно в последнее время, невиданный технический прогресс и резкое сокращение сроков между научными открытиями и их внедрением в жизнь.

Все это приводит к повышению требований, которые предъявляются к современному курсу физики в вузе. Эти требования находят свое выражение в обновлении материала по сравнению с традиционными курсами, в повышении научно-технического уровня и в использовании инновационных технологий.

Задача общей физики, не вдаваясь глубоко в подробности рассматриваемых теорий и не увлекаясь математикой, дать общее представление о физической картине мира, установить действующие в нем законы, изучить основные методы физических исследований и обозначить области применения этих законов и методов.

Цель книги – помочь студентам освоить материал программы, научиться активно применять теоретические основы физики как рабочий аппарат, позволяющий решать конкретные задачи и приобрести уверенность в самостоятельной работе.

Учебное пособие представляет собой систематическое изложение четырех разделов, в которых рассматриваются законы геометрической и волновой оптики, обсуждаются квантовые свойства излучения, основы квантовой оптики, элементы квантовой механики, атомной и ядерной физики и физики элементарных частиц.

При этом:

- содержание теоретического материала охватывает все темы третьей части физики, изучаемые в технических вузах;
- учитываются наиболее важные достижения в развитии современной науки и техники;
- уделяется большое внимание физике различных явлений природы;



- анализируются решения большого количества физических задач, связанных с повышением ресурсоэффективности.
- приводятся задачи для самостоятельного решения и ответы к ним.

По способу представления изучаемого материала предлагаемый курс физики можно назвать двухуровневым. Главы и разделы, содержащие материал повышенной сложности, отмечены звездочкой (\*). Студент, желающий получить хорошую оценку на экзамене, должен освоить материал как первого, так и второго уровня сложности.

Небольшой объем учебного пособия достигнут путем тщательного отбора и лаконичного изложения материала. Ввиду краткости курса устранены излишние разъяснения, повторения и промежуточные выкладки.

В пособии приведено большое количество рисунков, схем, графиков и гистограмм, способствующих лучшему восприятию прочитанного материала.

Пособие разработано в соответствии с действующей программой курса общей физики и предназначено для студентов, обучающихся по направлениям и специальностям технических наук, техники и технологии.

Подготовлено на кафедре общей физики Томского политехнического университета и соответствует программе курса физики высших технических учебных заведений.

Предназначено для межвузовского использования студентами технических специальностей, изучающими курс физики по очной и дистанционной программам образования в течение трех семестров.

За помощь в подготовке пособия и целый ряд полезных советов автор благодарен профессорам кафедры общей физики ТПУ: Ю.И. Тюрину, И.П. Чернову, Ю.Ю. Крючкову; доцентам Э.Б. Шошину, Л.И. Семкиной, Н.Д. Толмачевой. Особая признательность за редактирование пособия профессору В.А. Ларионову.

Наиболее полно материал курса изложен на сайте преподавателя <http://portal.tpu.ru/SHARED/s/SMIT>, в Web course tools ТПУ, в среде электронного обучения LMS <http://lms.tpu.ru> и в электронном читальном зале НТБ ТПУ <http://www.lib.tpu.ru>.

Надеюсь, что книга сможет послужить студентам разных специальностей, действительно интересующихся проблемами точного знания.

Автор с благодарностью примет все замечания и пожелания читателей, способствующие улучшению курса, по адресу: [smit@tpu.ru](mailto:smit@tpu.ru).

Для удобства работы с данным пособием в приложении приведены фундаментальные физические константы, таблицы физических величин и некоторые справочные данные.

Материал пособия основан на содержании учебных пособий «Курс лекций по физике», электронные версии которых размещены на сайте научно-технической библиотеки ТПУ <http://www.lib.tpu.ru>.

*Книга, господа, это множество нарезанных в четверку листов бумаги, напечатанных и собранных вместе, переплетенных и склеенных клейстером. Да-с.*

*Ярослав Гашек.  
«Похождения бравого солдата Швейка»*

## **КАК ПОЛЬЗОВАТЬСЯ КНИГОЙ**

Порядок изложения в книге – систематический, но это не значит, что читатель обязан читать ее подряд – страницу за страницей, главу за главой. Главы в значительной степени независимы друг от друга и представляют собой самостоятельные дидактические единицы. Часто начало раздела покажется легкодоступным, но потом дорога постепенно пойдет вверх, становясь круче в конце главы и в дополнениях к ней. Поэтому читатель, нуждающийся скорее в общей информации, чем в приобретении специальных знаний, поступит правильно, если удовлетворится таким отбором материала, который может быть осуществлен по принципу избегания более детализированных рассмотрений.

Студент с ограниченной математической подготовкой пусть выбирает по своему вкусу. Звездочками и мелким шрифтом отмечено то, что может быть опущено при первом чтении без серьезного ущерба для понимания последующего. Большой беды не будет, если при изучении книги читатель ограничится теми разделами или главами, которые представляют для него наибольший интерес.

Курсивом выделены основные определения и теоремы, которые необходимо запомнить. Жирным курсивом отмечены законы, новые термины и основные понятия, на которые необходимо обратить особое внимание. Для обозначения векторных величин на рисунках и в тексте используется прямой шрифт со стрелкой.

Материал курса подобран и структурирован таким образом, чтобы облегчить самостоятельную работу студентов. Лучшему усвоению материала способствуют:

- четкость и корректность определений и формулировок;
- большое количество рисунков, дающих возможность наглядно представить физическую сущность процесса;
- однотипность оформления задач;

- проведение сопоставительного анализа различных процессов в рамках единого естественнонаучного представления.

Каждый из разделов начинается с изложения теоретического материала. подача некоторых вопросов отличается от принятого в учебниках, чтобы избежать излишних математических выкладок при выводе формул. После прочтения теории следует проверить понимание и запоминание определений основных физических понятий и величин, понимание физического смысла формулировок и законов. Для этого в книге приведено большое количество вопросов и упражнений. Изучение каждого раздела курса физики рекомендуется завершить решением задач. Рассмотрены примеры решения задач, после тщательной проработки которых можно приступить к самостоятельному решению. Все задачи, предлагаемые для самостоятельной работы, снабжены ответами как в общем виде, так и в числовом.

Многие задачи предназначены, по существу, для углубления основного материала и даже порой частично заменяют длинные количественные выводы, не приводившиеся в тексте главы.

Большинство вопросов и задач не носит чисто формального характера; более трудные отмечены звездочкой. Не надо слишком огорчаться, если Вы не сумеете выполнить некоторые из них. Дополнительное собрание задач могло бы облегчить использование пособия при самоподготовке и на практических занятиях.

Примеры решений не имеют цели научить решению задач: научить нельзя – можно только научиться. Но для этого существует единственный путь – самостоятельное решение большого числа задач. Примеры решения типовых задач выполняют другую роль: они показывают последовательность физических рассуждений, применимость того или иного физического закона к данной задаче. Решение задач приводится в общем виде. Вычисления и проверка единиц измерений ради экономии места в ряде примеров опускаются.

Для удобства работы с данным пособием в приложении приведены фундаментальные физические константы, таблицы физических величин, некоторые справочные данные и сведения о размерностях физических величин.

Для настоящего курса физики реализовано его мультимедийное сопровождение и создан электронный учебник, размещенный на сайте <http://portal.tpu.ru/SHARED/s/SMIT>.

*Заставить человека думать – это значит сделать для него значительно больше, чем снабдить его определенным количеством инструкций.*

*Чарльз Бэббидж*

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ**

1. Внимательно прочитайте условия задачи. Сделайте сокращенную запись данных и искомых физических величин, предварительно представив их в интернациональной системе единиц (СИ).

СИ состоит из основных, дополнительных и производных единиц. Основными единицами являются: единица длины – метр (м); массы – килограммы (кг); времени – секунда (с); силы электрического тока – ампер (А); термодинамической температуры – кельвин (К); количества вещества – моль (моль); силы света – кандела (кд).

Дополнительные единицы: единица плоского угла – радиан (рад); единица телесного угла – стерadian (ср).

Производные единицы устанавливаются через другие единицы данной системы на основании физических законов, выражающих взаимосвязь между соответствующими величинами.

В условиях и при решении задач часто используются множители и приставки СИ для образования десятичных и дольных единиц (см. Приложение).

2. Вникните в смысл задачи. Представьте физическое явление, о котором идет речь; введите упрощающие предположения, которые можно сделать при решении. Для этого необходимо использовать такие абстракции, как материальная точка, абсолютно твердое тело, луч света.

3. Если позволяет условие задачи, выполните схематический чертеж.

4. С помощью физических законов установите количественные связи между заданными и искомыми величинами, то есть составьте замкнутую систему уравнений, в которой число уравнений равнялось бы числу неизвестных.

5. Найдите решение полученной системы уравнений в виде алгоритма, отвечающего на вопрос задачи.

6. Проверьте правильность полученного решения, используя правило размерностей.

7. Подставьте в полученную формулу численные значения физических величин и проведите вычисления. Обратите внимание на точность численного ответа, которая не может быть больше точности исходных величин.

## ОБОЗНАЧЕНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

- $a$  – расстояние между щелями решетки, активность препарата  
 $A$  – амплитуда волны, массовое число  
 $b$  – ширина щели, постоянная Вина  
 $c$  – скорость света в вакууме  
 $C$  – теплоемкость  
 $d$  – постоянная решетки  
 $D$  – дисперсия, оптическая сила линзы  
 $e$  – заряд электрона, необыкновенный луч  
 $E$  – энергия  
 $E_k$  – кинетическая энергия  
 $E_{св}$  – энергия связи  
 $\hat{E}$  – оператор энергии  
 $h, \hbar$  – постоянная Планка  
 $\hat{H}$  – оператор полной энергии – гамильтониан  
 $J$  – интенсивность света  
 $l$  – азимутальное квантовое число  
 $L$  – длина цуга, оптическая длина пути, собственный механический момент импульса  
 $m$  – натуральный ряд чисел, магнитное квантовое число  
 $m_\phi$  – масса фотона  
 $m_p$  – масса протона  
 $m_n$  – масса нейтрона  
 $m_e$  – масса электрона  
 $n$  – показатель преломления, главное квантовое число, нейтрон  
 $o$  – обыкновенный луч  
 $p_\phi$  – импульс фотона  
 $\hat{P}$  – оператор импульса  
 $r$  – спектральная плотность излучательности, или излучательная способность тела  
 $r_m$  – радиус колец Ньютона  
 $R$  – разрешающая способность, радиус линзы, излучательность тела, постоянная Ридберга  
 $s$  – длина пути, спин  
 $S$  – площадь, источник света  
 $U$  – внутренняя энергия

- $U_3$  – задерживающая разность потенциалов
- $Z$  – число протонов в ядре
- $\alpha$  – альфа-частицы, угол падения, коэффициент поглощения, поглощательная способность тела
- $\beta$  – бета-частицы, угол преломления
- $\gamma$  – гамма-кванты, угол отражения
- $\delta$  – разность фаз
- $\Delta$  – оптическая разность хода
- $\Delta m$  – дефект массы
- $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость, энергия кванта
- $\lambda$  – длина волны, постоянная радиоактивного распада
- $\lambda_m$  – длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости
- $\lambda_{\min}$  – коротковолновая граница рентгеновского спектра
- $\lambda_C$  – комптоновская длина волны
- $\mu_{\text{яд}}$  – ядерный магнетон
- $\mu_B$  – магнетон Бора
- $\nu$  – линейная частота, нейтрино
- $\nu_{\text{кр}}$  – красная граница фотоэффекта
- $\tilde{\nu}$  – антинейтрино
- $\pi$  – пи-мезоны
- $\rho$  – коэффициент отражения
- $\sigma$  – постоянная Стефана – Больцмана
- $\tau$  – время жизни атома в возбужденном состоянии
- $\Psi$  – волновая функция
- $\omega$  – циклическая частота
- $\omega_0$  – собственная частота колебаний
- $\Phi$  – фронт волны, поток фотонов

## ВВЕДЕНИЕ

Важнейшая задача курса физики – формирование у студентов представлений о современной физической картине мира. В классической физике, описывающей макромир, материя представлена в виде вещества и поля. Вещество состоит из атомов и молекул. Атомы и молекулы хотя и малы, но принадлежат к числу наиболее крупных по размеру представителей микромира, объекты которого имеют характерные размеры – меньше  $10^{-9}$  м.

Следующие, более мелкие по размерам, объекты микромира – составные части атомов: электроны и атомные ядра. Электроны и нуклоны (протоны и нейтроны, входящие в состав ядра) считаются по традиции элементарными частицами. Причем электроны относятся к так называемым фундаментальным элементарным частицам (неделимым), а протоны и нейтроны – составные частицы, они образованы из более мелких частиц, называемых кварками.

Какие мощные силы заставляют одноименно заряженные протоны притягиваться друг к другу в ядре, почему отрицательный электрон не падает на положительное ядро? Почему ядра атомов, состоящие из протонов (период полураспада которых  $\sim 10^{20}$  лет) и нейтронов (период полураспада – всего  $\sim 11$  минут), остаются стабильными на протяжении, по крайней мере для Земли,  $\sim 4,5$  млрд лет? Какие сильные и слабые взаимодействия осуществляются между элементарными частицами? Как связать их с гравитационным взаимодействием, присущим всем телам и частицам?

Эти и другие вопросы мы будем обсуждать в данном разделе общего курса физики. От решения этих вопросов во многом зависит ускорение развития науки и техники.



# 1. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ И ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

## 1.1. Корпускулярно-волновая теория света

### 1.1.1. Оптика и ее виды

**Оптика** (от греч. *optike* – наука о зрительных восприятиях) – *раздел физики, в котором изучаются оптическое излучение (свет), его распространение и явления, наблюдаемые при взаимодействии света и вещества.*

Оптическое излучение представляет собой электромагнитные волны, и поэтому оптика – часть общего учения об электромагнитном поле.

Оптический диапазон длин волн  $\lambda$  ограничен, с одной стороны, рентгеновскими лучами, а с другой – микроволновым диапазоном радиоизлучения.

**Оптику принято подразделять на геометрическую, физическую и физиологическую.**

**Геометрическая оптика**, не рассматривая вопрос о природе света, исходит из эмпирических законов его распространения и использует представление о световых лучах, отражающихся и преломляющихся на границах сред с разными оптическими свойствами и прямолинейных в оптически однородной среде.

Наибольшее значение геометрическая оптика имеет для расчета и конструирования оптических приборов – от очковых линз до сложных объективов и огромных астрономических инструментов.

**Физическая оптика** рассматривает проблемы, связанные с процессами испускания света, природой света и световых явлений.

Простейшие оптические явления, например возникновение теней и получение изображений в оптических приборах, могут быть поняты в рамках геометрической оптики. Для понимания более сложных явлений нужна **физическая оптика**. Она позволяет установить границы применимости законов геометрической оптики. Без знания этих границ формальное применение законов геометрической оптики может привести к результатам, противоречащим опыту.

**Физиологическая оптика** изучает строение и функционирование всего аппарата зрения – от глаза до коры мозга; разрабатывается теория зрения, восприятия света и цвета.

Результаты физиологической оптики используются в медицине, физиологии, технике при разработке разнообразных устройств – от осветительных приборов и очков до цветного кино и телевидения.

### 1.1.2. Геометрическая оптика

Основные законы геометрической оптики известны еще с древних времен. Платон (430 г. до н.э.) установил закон прямолинейного распространения света. В трактатах Евклида формулируется закон прямолинейного распространения света и закон равенства углов падения и отражения. Аристотель и Птолемей изучали преломление света. Но точных формулировок этих *законов геометрической оптики* греческим философам найти не удалось.

*Геометрическая оптика* является предельным случаем волновой оптики, когда *длина световой волны стремится к нулю*.

В основу формального построения геометрической оптики положены понятие *светового луча* и *четыре закона*, установленных опытным путем.

*Законы геометрической оптики:*

- прямолинейного распространения света;
- независимости световых лучей;
- отражения;
- преломления света.

Для анализа этих законов нидерландский ученый Х. Гюйгенс предложил простой и наглядный метод, названный впоследствии *принципом Гюйгенса*.

*Каждая точка, до которой доходит световое возбуждение, является, в свою очередь, центром вторичных волн; поверхность, огибающая в некоторый момент времени эти вторичные волны, указывает положение к этому моменту фронта действительно распространяющейся волны.*

Основываясь на своем методе, Гюйгенс объяснил *прямолинейность распространения света* и вывел *законы отражения и преломления*.

*Закон прямолинейного распространения света: свет в оптически однородной среде распространяется прямолинейно.*

Доказательством этого закона является наличие тени с резкими границами от непрозрачных предметов при освещении их источниками малых размеров.

Тщательные эксперименты показали, однако, что этот закон нарушается, если свет проходит через очень малые отверстия, причем отклонение от прямолинейности распространения тем больше, чем меньше отверстия.

Тень, отбрасываемая предметом, обусловлена *прямолинейностью распространения световых лучей* в оптически однородных средах.

Астрономической иллюстрацией *прямолинейного распространения света* и, в частности, образования тени и полутени может служить

затенение одних небесных тел другими, например *затмение Луны*, когда Луна попадает в тень Земли (рис. 1.1.1). Вследствие взаимного движения двух астрономических объектов тень Земли перемещается по поверхности Луны, и лунное затмение проходит через несколько частных фаз (рис. 1.1.2).

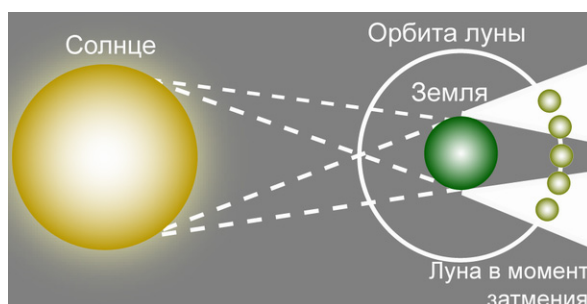


Рис. 1.1.1



Рис. 1.1.2

**Закон независимости световых пучков:**

- эффект, производимый отдельным пучком, не зависит от того, действуют ли одновременно остальные пучки или они устранены.

Разбивая световой поток на отдельные световые пучки (например, с помощью диафрагм), можно показать, что действие выделенных световых пучков независимо.

**Закон отражения** (рис. 1.1.3):

- отраженный луч лежит в одной плоскости с падающим лучом и перпендикуляром, проведенным к границе раздела двух сред в точке падения;
- угол падения  $\alpha$  равен углу отражения  $\gamma$ :  $\alpha = \gamma$ .

**Закон преломления (закон Снелиуса)**, рис. 1.1.4:

- луч падающий, луч преломленный и перпендикуляр, проведенный к границе раздела в точке падения, лежат в одной плоскости;
- отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина постоянная для данных сред:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c}{v} = \frac{n_1}{n_2} = n .$$

Здесь  $c$  – скорость распространения света в вакууме (воздухе);  $v$  – скорость распространения света в среде;  $n_1$  – абсолютный показатель прелом-

ления первой среды (для вакуума  $n_1=1$ );  $n_2$  – абсолютный показатель преломления второй среды;  $n$  – относительный показатель преломления.

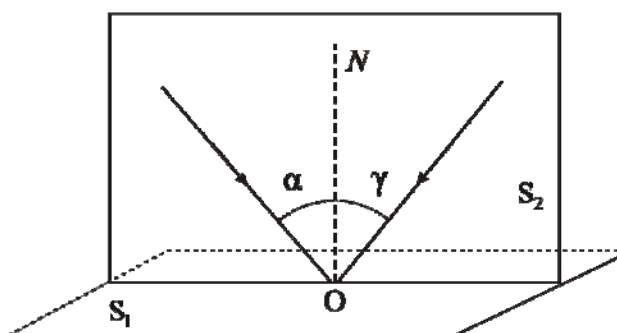


Рис. 1.1.3

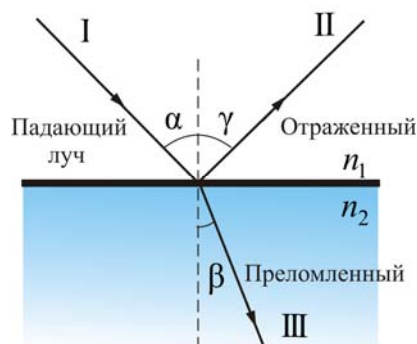


Рис. 1.1.4

Для вывода закона отражения воспользуемся рис. 1.1.5.

**Вывод закона отражения** проведем с помощью принципа Гюйгенса. Предположим, что плоская волна (фронт волны  $AB$ ), распространяющаяся в вакууме вдоль направления I со скоростью  $c$ , падает на границу раздела двух сред (рис. 1.1.5). Когда фронт волны  $AB$  достигнет отражающей поверхности в точке  $A$ , эта точка начнет излучать **вторичную волну**.

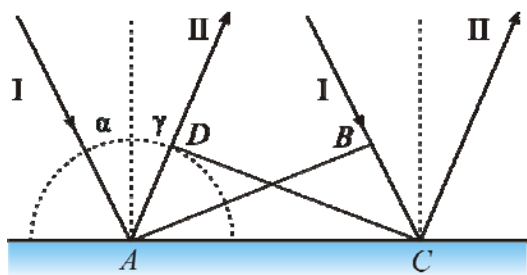


Рис. 1.1.5

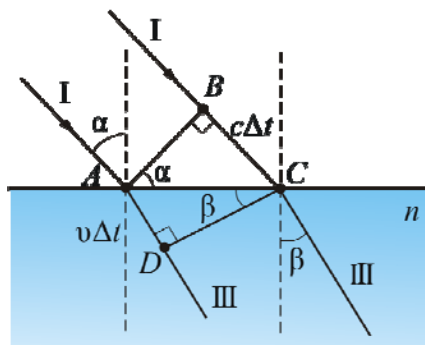


Рис. 1.1.6

Для прохождения волной расстояния  $BC$  требуется время  $\Delta t = BC/v$ . За это же время фронт вторичной волны достигнет точек полушеры, радиус  $AD$  которой равен  $v\Delta t = BC$ . Положение фронта отраженной волны в этот момент времени в соответствии с принципом Гюйгенса задается плоскостью  $DC$ , а направление распространения этой волны – лучом II. Из равенства треугольников  $ABC$  и  $ADC$  вытекает **закон отражения**: угол падения  $\alpha$  равен углу отражения  $\gamma$ .

**Вывод закона преломления.** Предположим, что плоская волна (фронт волны  $AB$ ), распространяющаяся в вакууме вдоль направления I со скоростью  $c$ , падает на границу раздела со средой, в которой скорость ее распространения равна  $v$  (рис. 1.1.6).

Пусть время, затрачиваемое волной для прохождения пути  $BC$ , равно  $\Delta t$ . Тогда  $BC = c\Delta t$ . За это же время фронт волны, возбуждаемой точкой  $A$  в среде со скоростью  $v$ , достигнет точек полусферы, радиус которой  $AD = v\Delta t$ . Положение фронта преломленной волны в этот момент времени в соответствии с принципом Гюйгенса задается плоскостью  $DC$ , а направление ее распространения – лучом  $AC$ . Из рис. 1.1.6 видно, что

$$AC = BC / \sin\alpha = AD / \sin\beta, \text{ т. е. } c\Delta t / \sin\alpha = v\Delta t / \sin\beta.$$

Отсюда следует **закон Снелиуса**:  $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c}{v} = n$ .

Несколько иная формулировка закона распространения света была дана французским математиком и физиком П. Ферма.

Согласно **принципу Ферма**, свет распространяется между двумя точками по пути, для прохождения которого необходимо **наименьшее время**.

Покажем применение этого принципа к решению той же задачи о преломлении света.

Луч от источника света  $S$ , расположенного в вакууме, идет до точки  $B$ , расположенной в некоторой среде за границей раздела (рис. 1.1.7).

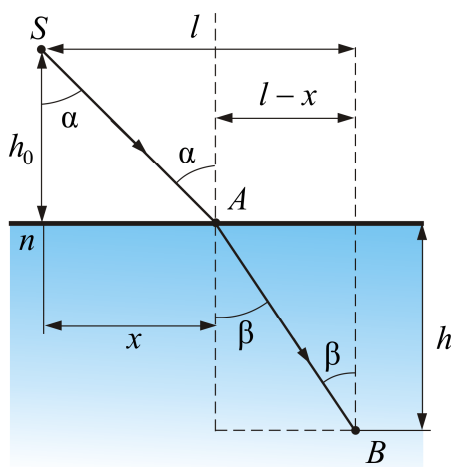


Рис. 1.1.7

В каждой среде кратчайшим путем будут прямые  $SA$  и  $AB$ . Точку  $A$  охарактеризуем расстоянием  $x$  от перпендикуляра, опущенного из источника на границу раздела. Определим время, затраченное на прохождение пути  $SAB$ :

$$\tau = \frac{SA}{c} + \frac{AB}{v} = \frac{\sqrt{h_0^2 + x^2}}{c} + \frac{\sqrt{h^2 + (l-x)^2}}{v}.$$

Для нахождения минимума найдем первую производную от  $\tau$  по  $x$  и приравняем ее к нулю:

$$\frac{dt}{dx} = \frac{2x}{2c\sqrt{h_0^2 + x^2}} - \frac{2(l-x) \cdot 1}{2v\sqrt{h^2 + (l-x)^2}} = \frac{\sin \alpha}{c} - \frac{\sin \beta}{v} = 0,$$

отсюда приходим к тому же выражению, что получено исходя из принципа Гюйгенса:  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c}{v}$ .

Принцип Ферма сохранил свое значение до наших дней и послужил основой для общей формулировки законов механики (в т. ч. теории относительности и квантовой механики).

Из принципа Ферма вытекает несколько следствий.

**Обратимость световых лучей:** если обратить луч III (рис. 1.1.4), заставив его падать на границу раздела под углом  $\beta$ , то преломленный луч в первой среде будет распространяться под углом  $\alpha$ , т. е. пойдет в обратном направлении вдоль луча I.

**Другой пример – мираж**, который часто наблюдают путешественники на раскаленных солнцем дорогах (рис. 1.1.8). Они видят впереди оазис, но, когда приходят туда, кругом оказывается песок. Суть в том, что мы видим в этом случае свет, прошедший над песком. Воздух сильно раскален над самой дорогой, а в верхних слоях холоднее. Горячий воздух, расширяясь, становится более разреженным и скорость света в нем больше, чем в холодном. Поэтому свет проходит не по прямой, а по траектории с наименьшим временем, заворачивая в теплые слои воздуха. На рис. 1.1.9 изображен так называемый верхний мираж.

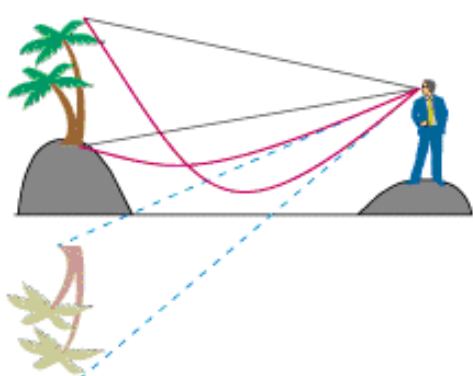


Рис. 1.1.8

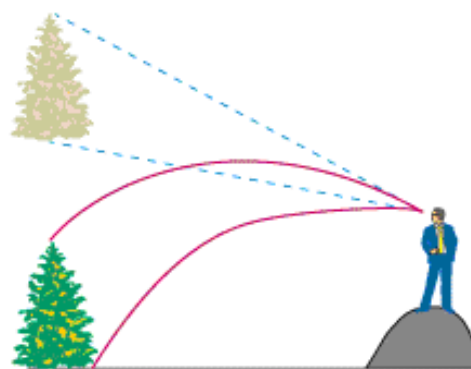


Рис. 1.1.9

Рассмотрим **явление полного отражения**.

Если свет распространяется из среды с большим показателем преломления  $n_1$  (оптически более плотной) в среду с меньшим показателем преломления  $n_2$  (оптически менее плотной), то при некотором угле падения свет не преломляется, а полностью отражается обратно в среду с большим показателем преломления.

**телом преломления**  $n_2$  (оптически менее плотной,  $n_1 > n_2$ ), например из стекла в воздух, то, согласно закону преломления, **преломленный луч удаляется от нормали** и угол преломления  $\beta$  больше, чем угол падения  $\alpha$  (рис. 1.1.10, а).

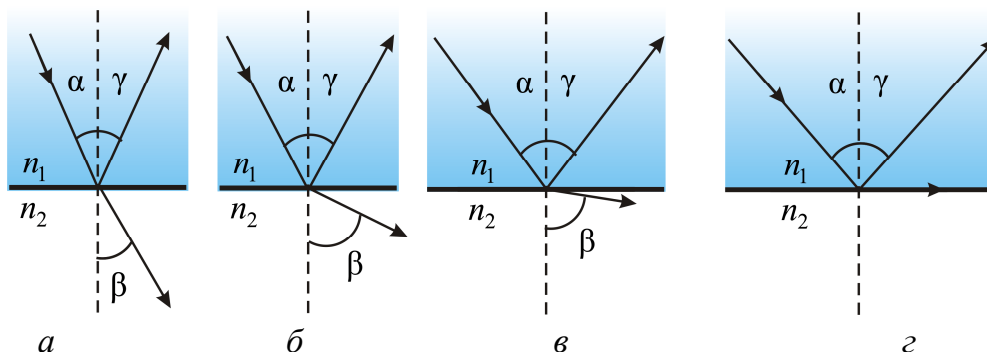


Рис. 1.1.10

С увеличением угла падения увеличивается угол преломления (рис. 1.1.10, б, в) до тех пор, пока при некотором угле падения ( $\alpha = \alpha_{\text{пр}}$ ) угол преломления не окажется равным  $\pi/2$ .

Угол  $\alpha_{\text{пр}}$  называется **предельным углом**. При углах падения  $\alpha > \alpha_{\text{пр}}$  весь падающий свет полностью отражается (рис. 1.1.10, г).

- По мере приближения угла падения к предельному интенсивность преломленного луча уменьшается, а отраженного – растет.
- Если  $\alpha = \alpha_{\text{пр}}$ , то интенсивность преломленного луча обращается в нуль, а интенсивность отраженного равна интенсивности падающего (рис. 1.1.10, г).
- Таким образом, при углах падения в пределах от  $\alpha_{\text{пр}}$  до  $\pi/2$  луч не преломляется, а полностью отражается в первую среду, причем интенсивности отраженного и падающего лучей одинаковы. Это явление называется **полным отражением**.

Предельный угол  $\alpha_{\text{пр}}$  определяется из формулы

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \pi / 2; \alpha_{\text{пр}} = \arcsin \frac{n_2}{n_1}.$$

Явление полного отражения используется в призмах полного отражения (рис. 1.1.11).

Показатель преломления стекла равен  $n \approx 1,5$ , поэтому предельный угол для границы *стекло – воздух*  $\alpha_{\text{пр}} = \arcsin (1/1,5) = 42^\circ$ .

При падении света на границу *стекло – воздух* при  $\alpha > 42^\circ$  всегда будет иметь место полное отражение.

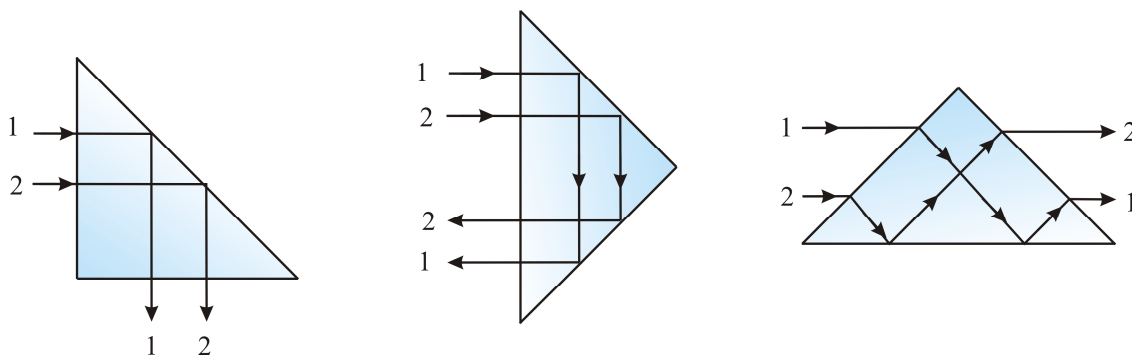


Рис. 1.1.11

На рис. 1.1.11 показаны призмы полного отражения, позволяющие:  
 а) повернуть луч на  $90^\circ$ ;  
 б) перевернуть изображение;  
 в) обернуть лучи.

**Призмы полного отражения применяются в оптических приборах** (например: в биноклях, перископах), а также в рефрактометрах, позволяющих определять показатели преломления тел (по закону преломления, измеряя  $\alpha_{\text{пр}}$ , определяем относительный показатель преломления двух сред, а также абсолютный показатель преломления одной из сред, если показатель преломления второй среды известен).

Явление полного отражения используется также в **световодах**, представляющих собой тонкие, произвольным образом изогнутые нити (волокна) из оптически прозрачного материала (рис. 1.1.12).

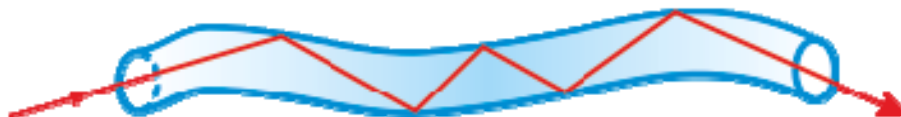


Рис. 1.1.12

Современные оптические волокна имеют разные модификации и бывают одномодовыми и многомодовыми. В волоконных деталях применяют стекловолокно, световедущая жила (сердцевина) которого окружается оболочкой из другого стекла с меньшим показателем преломления. Свет, падающий на торец световода **под углом больше предельного**, претерпевает на поверхности раздела сердцевины и оболочки **полное отражение** и распространяется только по световедущей жиле.

Световоды используются при создании **телеграфно-телефонных кабелей большой пропускной способности**. Кабель состоит из сотен и тысяч оптических волокон, тонких, как человеческий волос. По такому кабелю, толщиной в обычный карандаш, можно одновременно передавать до 80 000 телефонных разговоров.



Кроме того, световоды используются в оптоволоконных электронно-лучевых трубках, в ЭВМ, для кодирования информации, в медицине (например, диагностика желудка), в интегральной оптике.

### 1.1.3. Развитие взглядов на природу света

Первые представления *о природе света*, возникшие у древних греков и египтян, по мере изобретения и усовершенствования различных оптических приборов развивались и трансформировались.

В Средние века стали известны эмпирические правила построения изображений, даваемых линзами. В 1590 г. З. Янсен построил первый микроскоп, в 1609 г. Г. Галилей изобрел телескоп. Количественный закон преломления света при прохождении границы раздела двух сред установил в 1620 г. В. Снеллиус. Математическая запись этого закона в виде  $\sin \alpha / \sin \beta = \text{const}$  принадлежит Р. Декарту (1637). Он же попытался объяснить этот закон, исходя из *корпускулярной теории*. Впоследствии формулировкой принципа Ферма (1660) был завершён фундамент построения геометрической оптики.

Дальнейшее развитие оптики связано с открытиями *дифракции* и *интерференции* света (Ф. Гримальди, 1665), *двойного лучепреломления* (Э. Бартолин, 1669) и с работами И. Ньютона, Р. Гука, Х. Гюйгенса.

В конце XVII в. на основе многовекового опыта и развития представлений о свете возникли две мощные теории света – *корпускулярная* (Ньютон – Декарт) и *волновая* (Гук – Гюйгенс).

Корпускулярные воззрения на природу света И. Ньютон развил в стройную теорию истечения. *Свет – корпускулы*, испускаемые телами и летящие с огромной скоростью. К анализу движения световых корпускул Ньютон, естественно, применил сформулированные им законы механики. Из этих представлений он легко вывел законы отражения и преломления света (рис. 1.1.14).

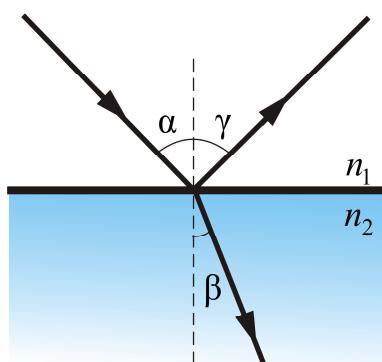


Рис. 1.1.14

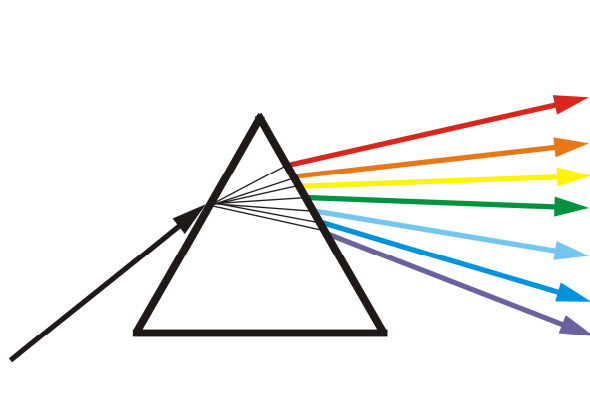


Рис. 1.1.15

Однако из рассуждений Ньютона следовало, что *скорость света в веществе больше скорости света в вакууме*:  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v}{c} = n$ .

Кроме того, в 1666 г. Ньютон показал, что белый свет является составным и содержит «чистые цвета», каждый из которых характеризуется своей преломляемостью (рис. 1.1.15), т. е. дал понятие дисперсии света. Эта особенность была объяснена различием масс корпускул.

В то же время, в XVII в. (наряду с концепцией Декарта – Ньютона) развивалась противоположная, **волновая, теория** Гука – Гюйгенса о том, что *свет есть процесс распространения продольных деформаций в некоторой среде, пронизывающей все тело, – в мировом эфире*.

К концу XVII в. в оптике сложилось весьма своеобразное положение вещей. И та, и другая теории объясняли основные оптические закономерности: прямолинейность распространения, законы отражения и преломления. Дальнейшие попытки более полного объяснения наблюдаемых фактов приводили к затруднению в обеих теориях.

Гюйгенс не смог объяснить физической причины наличия различных цветов и механизм изменения скорости распространения света в эфире, пронизывающем различные среды.

Ньютону трудно было объяснить, почему при падении на границу двух сред происходит частичное и отражение, и преломление, а также интерференцию и дисперсию света. Однако огромный авторитет Ньютона и незавершенность волновой теории привели к тому, что весь XVIII в. прошел под знаком корпускулярной теории.

Начало XIX в. характеризуется интенсивным развитием математической *теории колебаний и волн* и ее приложением к объяснению ряда оптических явлений. В связи с работами Т. Юнга и О. Френеля победа временно перешла к *волновой оптике*:

- 1801 г. – Т. Юнг формулирует принцип интерференции и объясняет цвета тонких пленок.
- 1818 г. – О. Френель объясняет явление дифракции.
- 1840 г. – О. Френель и Д. Арго исследуют интерференцию поляризованного света и доказывают поперечность световых колебаний.
- 1841 г. – О. Френель строит теорию кристаллооптических колебаний.
- 1849 г. – А. Физо измерил скорость света и рассчитал по волновой теории коэффициент преломления воды  $n = 1,33$ , что совпало с экспериментом.
- 1848 г. – М. Фарадей открыл вращение плоскости поляризации света в магнитном поле (эффект Фарадея).

- 1860 г. – Дж. Максвелл, основываясь на открытии Фарадея, пришел к выводу, что свет есть электромагнитные волны, а не упругие.
- 1888 г. – Г. Герц экспериментально подтвердил, что электромагнитное поле распространяется со скоростью света.
- 1899 г. – П.Н. Лебедев измерил давление света.

Казалось, что спор полностью решен в пользу волновой теории света, т. к. в середине XIX в. были обнаружены факты, указывающие на связь и аналогию оптических и электрических явлений. Фарадеем, Максвеллом и другими учеными было показано, что свет – частный случай электромагнитной волны с  $\lambda = 400 \dots 760$  нм. Только этот интервал длин волн оказывает воздействие на наш глаз и является собственно светом. Но и более длинные, и более короткие волны имеют одну и ту же природу, что и свет.

Однако, несмотря на огромные успехи в электромагнитной теории света, к концу XIX в. начали накапливаться новые факты, противоречащие волновой теории света. Волновая теория не смогла объяснить распределение энергии в спектре излучения абсолютно черного тела и явление фотоэффекта, которое в 1890 г. исследовал А.Г. Столетов.

В 1900 г. Макс Планк показал, что излучение абсолютно черного тела можно объяснить, если предположить, что свет излучается не непрерывно, а порциями, **квантами** с энергией  $E_0 = h\nu$ , где  $\nu$  – частота,  $h$  – постоянная Планка.

В 1905 г. Альберт Эйнштейн объяснил закономерности фотоэффекта на основе представления о световых частицах – **квантах** света, **фотонах**, масса которых

$$m_{\phi} = \frac{E_0}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{\lambda c}.$$

Это соотношение связывает *корпускулярные характеристики излучения, массу и энергию кванта, с волновыми – частотой и длиной волны.*

Работы Планка и Эйнштейна явились началом развития **квантовой физики**.

Итак, обе теории – и волновая, и квантовая – одновременно развивались, имея свои несомненные достоинства и недостатки, и как бы дополняли друг друга. Ученые уже начали приходить к мнению, что свет является одновременно и волнами, и корпускулами. И вот в 1922 г. А. Комптон окончательно доказал, что рентгеновские электромагнитные волны – одновременно и корпускулы (фотоны, кванты), и волны.

Таким образом, длительный путь исследований привел к современным представлениям о **двойственной корпускулярно-волновой природе света**.

Интерес к оптическим явлениям понятен. Около 80 % информации об окружающем мире человек получает через зрение. Оптические явления всегда наглядны и поддаются количественному анализу. Очень многие основополагающие понятия, такие как интерференция, дифракция, поляризация и др., в настоящее время широко используются в областях, далеких от оптики, благодаря их предметной наглядности и точности теоретических представлений.

Примерно до середины XX столетия казалось, что оптика как наука закончила развитие. Однако в последние десятилетия в этой области физики произошли революционные изменения, связанные как с открытием новых закономерностей (принципы квантового усиления, лазеры), так и с развитием идей, основанных на классических и хорошо проверенных представлениях.

Наиболее важное событие в современной оптике – экспериментальное обнаружение методов генерации вынужденного излучения атомов и молекул – создание оптического квантового генератора (лазера) (А.М. Прохоров, Н.Г. Басов и Ч. Таунс, 1954).

В современной физической оптике квантовые представления не противоречат волновым, а сочетаются на основе квантовой механики и квантовой электродинамики.

## Вопросы к читателю. Упражнения

1. В чем заключается смысл закона независимости световых пучков?
2. Что такое световой луч?
3. В чем суть принципа Гюйгенса? Применяя принцип Гюйгенса, выведите законы отражения и преломления света.
4. Чему равен угол падения, если угол между отраженным и падающим лучами составляет  $120^\circ$ ?
5. В чем физический смысл абсолютного показателя преломления?
6. Выразите относительный показатель преломления через их абсолютные показатели преломления.
7. Скорость распространения света в первой среде равна  $v_1$  во второй –  $v_2$ , причем  $v_2 > v_1$ . Для какой из сред абсолютный показатель преломления больше?
8. Как зависит угол отклонения лучей призмой от величины ее преломляющего угла?
9. При каких условиях наблюдается полное отражение?
10. Почему сверкает бриллиант?
11. Известны ли Вам какие-либо явления, наблюдаемые в природе, определяемые полным отражением света в атмосфере?
12. Почему в световоде сердцевину изготавливают из более плотного стекла, чем оболочку?
13. Каковы возможные применения световодов?
14. Сделайте рисунок двояковыпуклой и двояковогнутой линз. Изобразите на нем главную и побочную оптические оси линз. Укажите оптические центры линз, их фокусы, фокусные расстояния, а также фокальные плоскости. Какие фокусы являются действительными; мнимыми?
15. Постройте изображение произвольной точки  $S$ , лежащей на главной оптической оси собирающей линзы.
16. В каком случае с помощью собирающей линзы получается действительное изображение; мнимое изображение?
17. Как опытным путем найти главный фокус сферического вогнутого зеркала?
18. Почему на автомобилях с наружной стороны устанавливаются выпуклые сферические зеркала?
19. Каковы основные положения и выводы корпускулярной теории?
20. Почему возникло представление о двойственной корпускулярно-волновой природе света?

## 1.2. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

### 1.2.1. Интерференция световых волн

Волновые свойства света наиболее отчетливо обнаруживают себя в *интерференции* и *дифракции*. Эти явления характерны для волн любой природы и сравнительно просто наблюдаются на опыте для волн на поверхности воды или для звуковых волн. Наблюдать же интерференцию и дифракцию световых волн можно лишь при определенных условиях. Свет, испускаемый обычными (нелазерными) источниками, не бывает строго монохроматическим. Поэтому для наблюдения интерференции свет от одного источника нужно разделить на два пучка и затем наложить их друг на друга. Существующие экспериментальные методы получения когерентных пучков из одного светового пучка можно разделить на *два класса*.

В *методе деления волнового фронта* пучок пропускается, например, через два близко расположенных отверстия в непрозрачном экране (опыт Юнга). Такой метод пригоден лишь при достаточно малых размерах источника.

В другом методе пучок делится на одной (или нескольких) частично отражающей, частично пропускающей поверхности. Этот метод *деления амплитуды* может применяться и при протяженных источниках. Он обеспечивает большую интенсивность и лежит в основе действия разнообразных интерферометров. В зависимости от числа интерферирующих пучков различают двухлучевые и многолучевые интерферометры. Они имеют важные практические применения в технике, метрологии и спектроскопии.

Пусть две волны одинаковой частоты, накладываясь друг на друга, возбуждают в некоторой точке пространства колебания одинакового направления:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1);$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2),$$

где под  $x$  подразумевается напряженность электрического  $E$  и магнитного  $H$  полей волны, которые подчиняются принципу суперпозиции.

Амплитуда результирующего колебания при сложении колебаний, направленных вдоль одной прямой, находится по формуле

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1).$$

*Если разность фаз колебаний, возбужденных волнами в некоторой точке пространства, остается постоянной во времени, то такие волны называются когерентными.*

В случае *некогерентных* волн разность фаз  $\varphi_2 - \varphi_1$  непрерывно изменяется, принимая с равной вероятностью любые значения, вследствие чего среднее по времени значение  $\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$  равно нулю (изменяется от  $-1$  до  $+1$ ). Поэтому  $A^2 = A_1^2 + A_2^2$ .

Интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды:  $J = A^2$ . Отсюда можно сделать вывод, что *для некогерентных источников интенсивность результирующей волны всюду одинакова и равна сумме интенсивностей, создаваемых каждой из волн в отдельности*:

$$J = J_1 + J_2 = 2J_1. \quad (1.2.1)$$

В случае *когерентных* волн  $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \text{const}$  (для каждой точки пространства), так что

$$J = J_1 + J_2 + 2\sqrt{J_1 J_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (1.2.2)$$

Последнее слагаемое в этом выражении  $2\sqrt{J_1 J_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$  называется *интерференционным членом*.

В точках пространства, где  $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) > 0$ ,  $J > J_1 + J_2$  (в максимуме  $J = 4J_1$ ), где  $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) < 0$ , интенсивность  $J < J_1 + J_2$  (в минимуме  $J = 0$ ). Следовательно, при наложении двух (или нескольких) когерентных световых волн происходит пространственное перераспределение светового потока, в результате чего в одних местах возникают максимумы, а в других – минимумы интенсивности. Это явление называется *интерференцией света*.

Устойчивая интерференционная картина получается лишь при сложении когерентных волн. Некогерентность естественных источников света обусловлена тем, что излучение тела складывается из волн, испускаемых многими атомами. Фазы каждого *цуга волны* никак не связаны друг с другом. Атомы излучают хаотически.

*Периодическая последовательность горбов и впадин волн, образующихся в процессе акта излучения одного атома, называется цугом волн, или волновым цугом.*

Процесс излучения одного атома длится примерно  $10^{-8}$  с. При этом длина цуга  $l = ct = 3 \cdot 10^8 \cdot 10^{-8} = 3$  м.

В одном цуге укладывается примерно  $10^7$  длин волн.

### ***Условие максимума и минимума интерференции***

Пусть разделение на две когерентные волны происходит в точке  $O$  (рис. 1.2.1).

До точки  $P$  первая волна проходит в среде с показателем  $n_1$  расстояние  $s_1$ , а вторая – в среде с показателем преломления  $n_2$  – расстоя-

ние  $s_2$ . Если в точке  $O$  фаза колебаний  $\omega t$  ( $\varphi = 0$ ), то первая волна возбуждает в точке  $P$  колебание

$$x_1 = A_1 \cos \omega \left( t - \frac{s_1}{v_1} \right),$$

а вторая –

$$x_2 = A_2 \cos \omega \left( t - \frac{s_2}{v_2} \right),$$

где  $v_1 = \frac{c}{n_1}$ ,  $v_2 = \frac{c}{n_2}$  – фазовые скорости первой и второй волн. Следовательно, разность фаз возбуждаемых волнами колебаний в точке  $P$  равна

$$\delta = \omega \left( \frac{s_2}{v_2} - \frac{s_1}{v_1} \right) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_2 s_2 - n_1 s_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (L_2 - L_1).$$

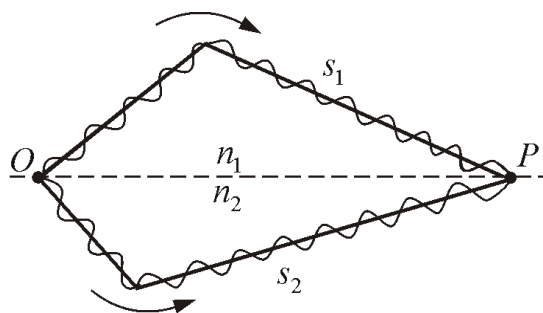


Рис. 1.2.1

Учитывая, что  $\frac{\omega}{c} = \frac{2\pi\nu}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ , получим выражение для разности фаз

двух когерентных волн:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta,$$

где  $\Delta = n_2 s_2 - n_1 s_1 = L_2 - L_1$  – оптическая разность хода;  $L$  – оптическая длина пути;  $s$  – геометрическая длина пути;  $\lambda_0$  – длина волны в вакууме.

Если разность хода равна целому числу длин волн в вакууме

$$\Delta = \pm m \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (1.2.3)$$

то  $\delta = \pm 2m\pi$  и колебания, возбуждаемые в точке  $P$  обеими волнами, будут происходить в одинаковой фазе. Следовательно, (1.2.3) является условием **интерференционного максимума**.

Если оптическая разность хода

$$\Delta = \pm (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (1.2.4)$$



то  $\delta = \pm(2m + 1)\pi$ , и колебания, возбуждаемые в точке  $P$  обеими волнами, будут происходить в противофазе. Следовательно, (1.2.4) является *условием интерференционного минимума*.

### 1.2.2. Опыт Юнга

Как было уже показано, для наблюдения интерференции света необходимо иметь когерентные световые пучки, для чего применяются различные приемы. В опыте Т. Юнга когерентные пучки получали разделением и последующим сведением световых лучей, исходящих из одного и того же источника (*метод деления волнового фронта*).

Рассмотрим интерференционную картину, полученную методом Юнга (рис. 1.2.2).

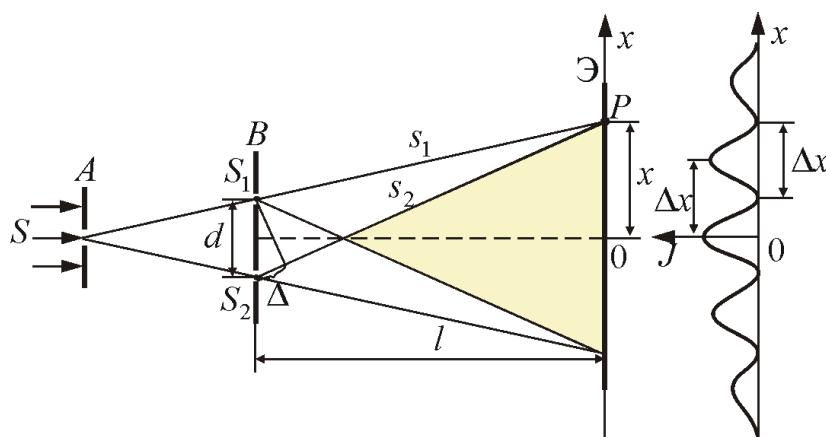


Рис. 1.2.2

Свет от источника  $S$ , прошедший через узкую щель в экране  $A$ , падает на экран  $B$  с двумя щелями  $S_1$  и  $S_2$ , расположенными достаточно близко друг к другу на расстоянии  $d$ . Эти щели являются когерентными источниками света. Интерференция наблюдается в области, в которой *перекрываются волны от этих источников (поле интерференции)*. На экране  $\mathcal{E}$  мы видим чередование полос с максимумом и минимумом интенсивности света.

Экран расположен на расстоянии  $l$  от щелей, причем  $l \gg d$ .

Рассмотрим две световые волны, исходящие из точечных источников  $S_1$  и  $S_2$ . Показатель преломления среды равен  $n$ .

Вычислим ширину полос интерференции (темных и светлых).

Интенсивность в произвольной точке  $P$  экрана, лежащей на расстоянии  $x$  от  $0$ , определяется (для вакуума, когда  $n = 1$ ) оптической разностью хода  $\Delta = s_2 - s_1$ .

Из рис. 1.2.1 имеем

$$s_2^2 = l^2 + (x + d/2)^2; s_1^2 = l^2 + (x - d/2)^2,$$

отсюда  $s_2^2 - s_1^2 = 2xd$ , или

$$\Delta = s_2 - s_1 = \frac{2xd}{s_1 + s_2}.$$

Из условия  $l \gg d$  следует, что  $s_1 + s_2 \approx 2l$ , поэтому

$$\Delta = \frac{xd}{l}. \quad (1.2.5)$$

Отсюда получим, что **максимумы интенсивности** будут наблюдаться в случае, если

$$x_{\max} = \pm m \frac{l}{d} \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (1.2.6)$$

а **минимумы** – в случае, если

$$x_{\min} = \pm (m + \frac{1}{2}) \frac{l}{d} \lambda_0. \quad (1.2.7)$$

Расстояние между двумя соседними максимумами (или минимумами) равно

$$\Delta x = \frac{l}{d} \lambda_0, \quad (1.2.8)$$

не зависит от порядка интерференции (величины  $m$ ) и является постоянной величиной для данных  $l, d$ .

*Расстояние между двумя соседними максимумами называется **расстоянием между интерференционными полосами**, а расстояние между соседними минимумами – **шириной интерференционной полосы**.*

Так как  $\Delta x$  обратно пропорционально  $d$ , то при большом расстоянии между источниками, например при  $d \approx l$ , отдельные полосы становятся неразличимыми, сравнимыми с длиной волны  $\lambda_0 \approx 10^{-7}$  м. Поэтому необходимо выполнять условие  $l \gg d$ .

Этот опыт показывает, что интерференционная картина, создаваемая на экране двумя когерентными источниками света, представляет собой чередование светлых и темных полос. *Главный максимум*, соответствующий  $m = 0$ , проходит через точку  $O$ . Вверх и вниз от него располагаются максимумы (минимумы) первого ( $m = 1$ ), второго ( $m = 2$ ) порядков и т. д.

Из перечисленных формул видно, что ширина интерференционной полосы и расстояние между ними зависят от длины волны  $\lambda_0$ . Только

в центре картины, при  $x = 0$ , совпадут максимумы всех волн. По мере удаления от центра максимумы разных цветов смещаются друг относительно друга все больше и больше. Это приводит, при наблюдении в *белом свете*, к все большему размытию интерференционных полос. Интерференционная картина будет окрашенной, но нечеткой (смазанной).

Измерив  $\Delta x$ , зная  $l$  и  $d$ , можно вычислить длину волны  $\lambda_0$ . Именно так вычисляют длины волн разных цветов в спектроскопии.

### 1.2.3. Когерентность и монохроматичность

Итак, необходимым условием интерференции волн является их **когерентность**, т. е. согласованное протекание во времени и пространстве нескольких колебательных (или волновых) процессов. Этому условию удовлетворяют **монохроматические волны** – неограниченные в пространстве волны одной определенной и строго постоянной частоты. Так как ни один реальный источник не дает строго монохроматического света, то волны, излучаемые любыми независимыми источниками света, всегда некогерентны. Спектр частот реальной волны имеет конечную ширину  $\Delta\omega$ . Если в какой-то момент времени волны были в фазе, через некоторое время  $\tau_{\text{ког}}$  разность фаз будет уже равна  $\pi$  (волны в противофазе). Такую волну можно приближенно считать монохроматической только в течение времени

$$\Delta t \ll \tau_{\text{ког}} = \frac{\pi}{\Delta\omega},$$

где  $\tau_{\text{ког}}$  – **время когерентности** некогерентной волны.

За промежуток времени  $\tau_{\text{ког}}$  разность фаз колебаний изменится на  $\pi$ .

**Время когерентности** – время, по истечении которого разность фаз волны в некоторой, но одной и той же точке пространства, изменится на  $\pi$ .

Волна с циклической частотой  $\omega$  и фазовой скоростью  $v$  распространяется за это время на расстояние

$$l_{\text{ког}} = v\tau_{\text{ког}} = \frac{\pi v}{\Delta\omega},$$

где  $\Delta x \Delta p \geq h$ , – **длина когерентности**, т. е. **длина гармонического цуга**, образующегося в процессе излучения одного атома, – **расстояние между точками, разность фаз в которых равна  $\pi$** .

Таким образом, длина когерентности есть расстояние, при прохождении которого две или несколько волн утрачивают когерентность. Отсюда следует, что наблюдение интерференции света возможно лишь

при оптических разностях хода, которые меньше длины когерентности для используемого источника света.

Чем *ближе волна к монохроматической*, тем меньше ширина  $\Delta\omega$  и тем больше длина когерентности  $l_{\text{ког}}$ , а следовательно, и время когерентности  $\tau_{\text{ког}}$ .

Например, для видимого света  $\nu_1 = 4 \cdot 10^{14}$  Гц;  $\nu_2 = 7 \cdot 10^{14}$  Гц,

$$\tau_{\text{ког}} = \frac{\pi}{2\pi\Delta\nu} = \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 10^{14}} = 1,7 \cdot 10^{-15} \text{ с};$$

$$l_{\text{ког}} = c\tau = 3 \cdot 10^8 \cdot 1,7 \cdot 10^{-15} \approx 0,5 \text{ мкм}.$$

*Когерентность колебаний, определяемая степенью монохроматичности волн, которая совершается в одной и той же точке пространства, называется **временной когерентностью**.*

Интерференционная картина не будет наблюдаться, если максимум  $m$ -порядка для  $\lambda + \Delta\lambda$  будет совпадать с минимумом  $(m + 1)$ -порядка для  $\lambda$ . *Условие неразличимости интерференционной картины –*

$$m(\lambda + \Delta\lambda) = (2m + 1)\frac{\lambda}{2},$$

отсюда найдем *критический максимум*:

$$m_{\text{кр}} = \frac{\lambda}{2\Delta\lambda}.$$

Мы можем четко наблюдать интерференционные максимумы при  $m \ll m_{\text{кр}}$ .

Для критического максимума оптическая разность хода  $\Delta = m\lambda$ , следовательно,

$$\Delta_{\text{ког}} = \frac{\lambda^2}{2\Delta\lambda},$$

где  $\Delta_{\text{ког}}$  – *такая оптическая разность хода, при которой исчезает интерференционная картина.*

Чтобы наблюдать интерференционную картину, необходимо, чтобы оптическая разность хода была много меньше длины когерентности для данного источника света:

$$\Delta_{\text{ког}} \ll l_{\text{ког}}, \text{ или } \frac{\lambda^2}{2\Delta\lambda} \ll \frac{\pi\nu}{\Delta\omega}.$$

Наряду с временной когерентностью для описания когерентных свойств волн в плоскости, перпендикулярной направлению их распро-

странения, вводится понятие *пространственной когерентности*. Два источника, размеры и взаимное расположение которых позволяют наблюдать интерференцию, называются *пространственно-когерентными*. *Радиусом когерентности* (или длиной пространственной когерентности) называется максимальное поперечное направлению распространения волны расстояние, на котором возможно проявление интерференции.

Таким образом, пространственная когерентность определится радиусом когерентности:

$$r_{\text{ког}} \sim \frac{\lambda}{\varphi},$$

где  $\lambda$  – длина волны света;  $\varphi$  – угловой размер источника.

Для того чтобы увеличить радиус когерентности или длину пространственной когерентности, необходимо световые лучи пропускать через очень малое отверстие в непрозрачном экране  $A$  (рис. 1.2.2).

#### 1.2.4. Методы наблюдения интерференции

Свет, испускаемый обычными источниками, можно рассматривать как хаотическую последовательность отдельных цугов синусоидальных волн. Длительность отдельного цуга не превышает  $10^{-8}$  с даже в тех случаях, когда атомы источника не взаимодействуют (газоразрядные лампы низкого давления). Любой регистрирующий прибор имеет значительно большее время разрешения, поэтому наблюдение интерференции невозможно.

#### *Опыт Юнга*

Образование интерференционной картины можно наблюдать в опыте Юнга, использующем метод деления волнового фронта (см. рис. 1.2.3).

Прошедший через узкую длинную щель  $S$  свет вследствие дифракции образует расходящийся пучок, который падает на второй экран  $B$  с двумя параллельными между собой узкими щелями  $S_1$  и  $S_2$ , расположенными близко друг к другу на равных расстояниях от  $S$ . Эти щели действуют как вторичные синфазные источники, и исходящие от них волны, перекрываясь, создают интерференционную картину, наблюдаемую на удаленном экране  $C$ . Расстояние между соседними полосами равно

$$\Delta x = \frac{\lambda l}{d}.$$

Измеряя ширину интерференционных полос, Юнг в 1802 г. впервые определил длины световых волн для разных цветов, хотя эти измерения и не были точными.

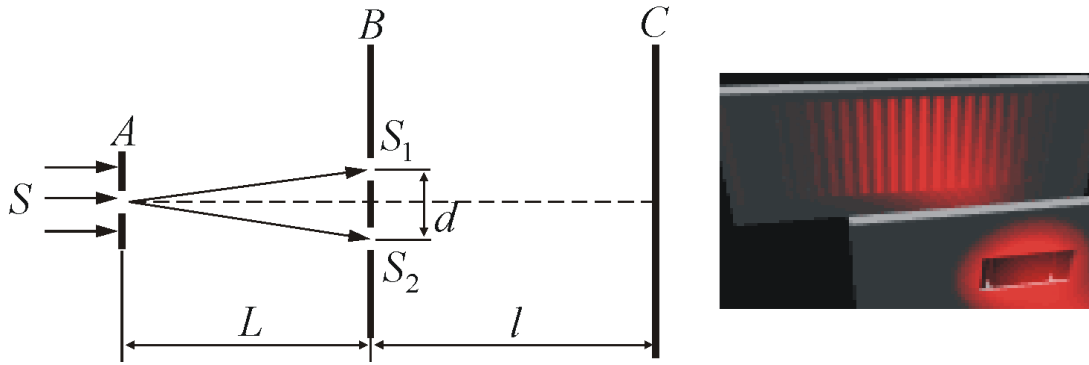


Рис. 1.2.3

### Зеркала Френеля

Другой интерференционный опыт, аналогичный опыту Юнга, но более светосильный, был осуществлен О. Френелем в 1816 г. Две когерентные световые волны получают в результате отражения от двух зеркал ( $M$  и  $N$ ), плоскости которых наклонены под небольшим углом  $\varphi$  друг к другу (рис. 1.2.4).

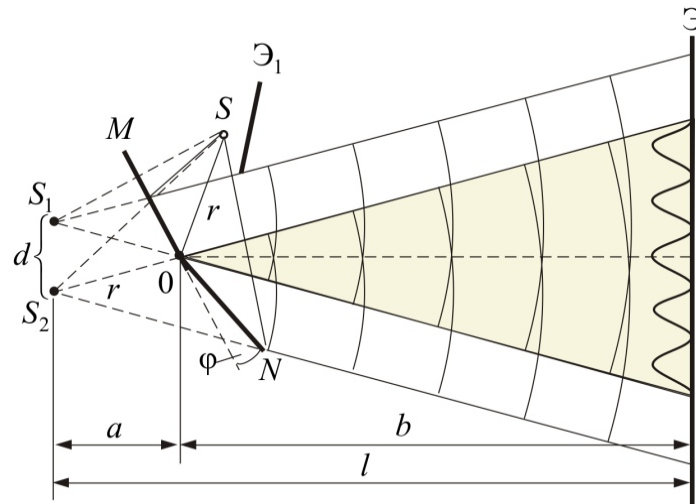


Рис. 1.2.4

Источником служит узкая, ярко освещенная щель  $S$ , параллельная ребру между зеркалами. Отраженные от зеркал пучки падают на экран, и в той области, где они перекрываются (*поле интерференции*), возникает интерференционная картина. От прямого попадания лучей от источника  $S$  экран защищен ширмой  $\mathcal{E}_1$ . Для расчета освещенности  $J$  экрана можно считать, что интерферирующие волны испускаются вторичными источниками –  $S_1$  и  $S_2$ , представляющими собой мнимые изображения щели  $S$  в зеркалах. Поэтому  $J$  будет определяться формулой двулучевой интерференции, в которой расстояние  $l$  от источников

до экрана следует заменить на  $a + b$ , где  $a \approx r$  – расстояние от  $S$  до ребра зеркал;  $b$  – расстояние от ребра до экрана (рис. 1.2.4). Расстояние  $d$  между вторичными источниками равно  $d \approx 2a\varphi$ . Поэтому ширина интерференционной полосы на экране равна

$$\Delta x \approx \frac{\lambda l}{d} = \frac{\lambda(a+b)}{2a\varphi}.$$

### **Бипризма Френеля**

В данном интерференционном опыте, также предложенном Френелем, для разделения исходной световой волны на две используют призму с углом при вершине, близким к  $180^\circ$ .

Источником света служит ярко освещенная узкая щель  $S$ , параллельная преломляющему ребру бипризмы (рис. 1.2.5).

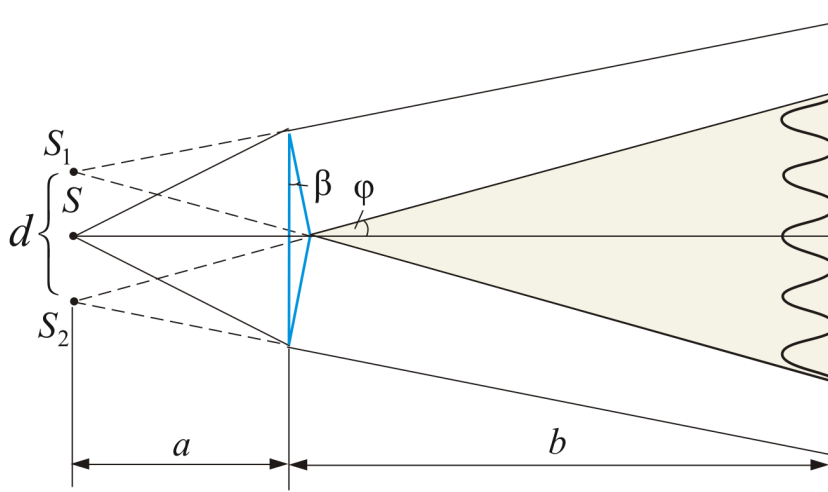


Рис. 1.2.5

Можно считать, что здесь образуются два близких мнимых изображения –  $S_1$  и  $S_2$  – источника  $S$ , т. к. каждая половина бипризмы отклоняет лучи на небольшой угол  $\varphi = (n - 1)\beta$ .

### **Билинза Бийе**

Аналогичное бипризме Френеля устройство, в котором роль когерентных источников играют действительные изображения ярко освещенной щели, получается, если собирающую линзу разрезать по диаметру и половинки немного раздвинуть (рис. 1.2.6).

Прорезь закрывается непрозрачным экраном  $A$ , а падающие на линзу лучи проходят через действительные изображения щели  $S_1$  и  $S_2$  и дальше перекрываются, образуя интерференционное поле.

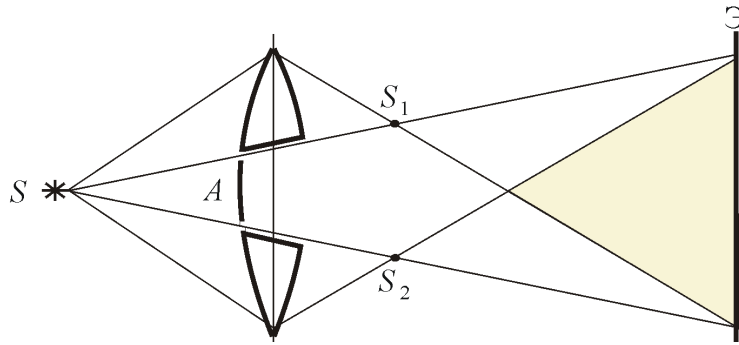


Рис. 1.2.6

### 1.2.5. Интерференция в тонких пленках

Интерференцию света по *методу деления амплитуды* во многих отношениях наблюдать проще, чем в опытах с *делением волнового фронта*. Один из способов, использующих такой метод, – *опыт Поля*.

В опыте Поля свет от источника  $S$  отражается двумя поверхностями тонкой прозрачной плоскопараллельной пластинки (рис. 1.2.7).

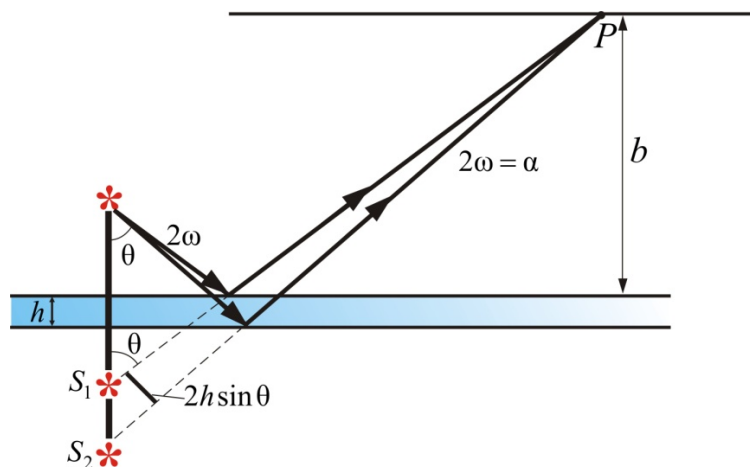


Рис. 1.2.7

В любую точку  $P$ , находящуюся с той же стороны от пластинки, что и источник, приходят два луча. Эти лучи образуют интерференционную картину.

Для определения вида полос можно представить себе, что лучи выходят из мнимых изображений  $S_1$  и  $S_2$  источника  $S$ , создаваемых поверхностями пластинки. На удаленном экране, расположенном параллельно пластинке, интерференционные полосы имеют вид концентрических колец. Этот опыт предъявляет менее жесткие требования к размерам источника  $S$ , чем рассмотренные выше опыты. Поэтому можно в качестве  $S$  применить ртутную лампу без вспомогательного экрана с малым отвер-



стием, что обеспечивает значительный световой поток. С помощью листочка слюды (толщиной 0,03...0,05 мм) можно получить яркую интерференционную картину прямо на потолке и на стенах аудитории. Чем тоньше пластинка, тем крупнее масштаб интерференционной картины, т. е. больше расстояние между полосами.

### ***Полосы равного наклона***

Особенно важен частный случай интерференции света, отраженно-го двумя поверхностями плоскопараллельной пластинки, когда точка наблюдения  $P$  находится в бесконечности, т. е. наблюдение ведется либо глазом, аккомодированным на бесконечность, либо на экране, расположенном в фокальной плоскости собирающей линзы (рис. 1.2.8).

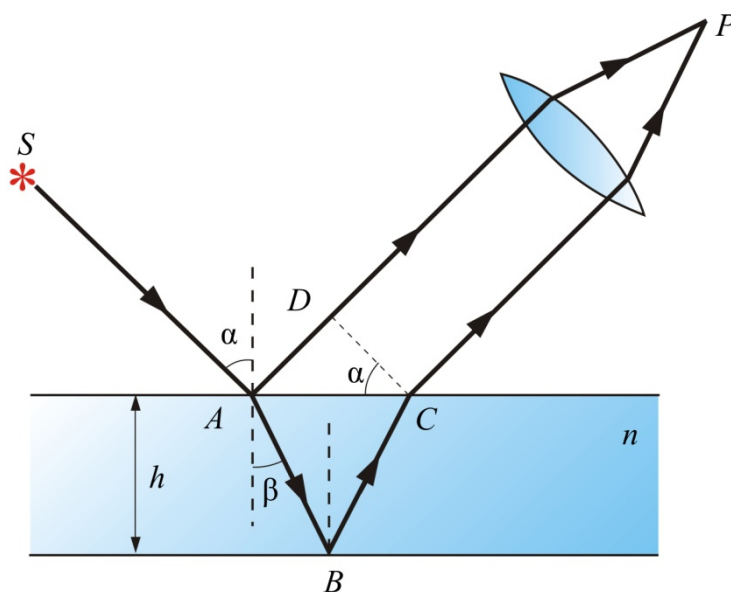


Рис. 1.2.8

В этом случае оба луча, идущие от  $S$  к  $P$ , порождены одним падающим лучом и после отражения от передней и задней поверхностей пластинки параллельны друг другу. Оптическая разность хода между ними в точке  $P$  такая же, как на линии  $DC$ :

$$\Delta = n(AB + BC) - AD \pm \frac{\lambda}{2}.$$

Здесь  $n$  – показатель преломления материала пластинки. Предполагается, что над пластинкой находится воздух, т. е.  $n \approx 1$ .

Так как  $AB = BC = \frac{2h}{\cos\beta}$ ,  $AD = 2htg\beta\sin\alpha$  ( $h$  – толщина пластинки;

$\alpha$  и  $\beta$  – углы падения и преломления на верхней грани;  $\sin\alpha = n\sin\beta$ ), то для разности хода получаем

$$\Delta = 2nh \cos\beta.$$

С учетом потери полуволны при отражении от среды

$$\Delta = 2nh \cos\beta \pm \frac{\lambda_0}{2} = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \pm \frac{\lambda_0}{2},$$

где  $\lambda_0$  – длина волны в вакууме.

В соответствии с предыдущими рассуждениями в точке  $P$  будет светлая полоса, т. е. интерференционный максимум, если

$$\Delta = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \pm \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0 = 2m \frac{\lambda_0}{2},$$

и минимум, если

$$\Delta = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \pm \frac{\lambda_0}{2} = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2}.$$

Здесь  $m$  – *порядок интерференции*. Полоса, соответствующая данному порядку интерференции, обусловлена светом, падающим на пластинку под вполне определенным углом  $\alpha$ . Поэтому такие полосы называют *интерференционными полосами равного наклона*. Если ось объектива расположена перпендикулярно пластинке, полосы имеют вид концентрических колец с центром в фокусе, причем в центре картины порядок интерференции максимален.

Полосы равного наклона можно получить не только в отраженном свете, но и в свете, прошедшем сквозь пластинку. В этом случае один из лучей проходит прямо, а другой – после двух отражений на внутренней стороне пластинки. Однако видимость полос при этом низкая.

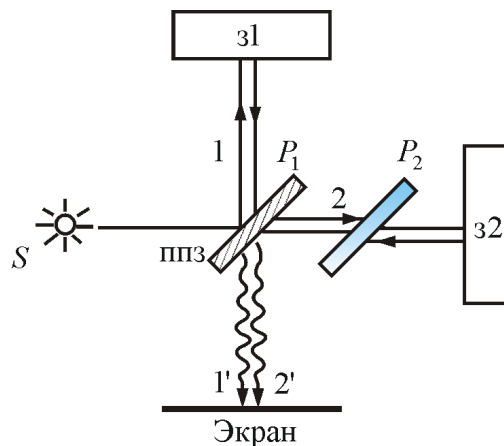


Рис. 1.2.9

Для наблюдения полос равного наклона вместо плоскопараллельной пластинки удобно использовать *интерферометр Майкельсона* (рис. 1.2.9). Рассмотрим схему интерферометра Майкельсона: 31 и 32 –

зеркала. Полупрозрачное зеркало  $P_1$  посеребрено и делит луч на две части – луч 1 и 2. Луч 1, отражаясь от  $z_1$  и проходя  $P_1$ , дает  $1'$ , а луч 2, отражаясь от  $z_2$  и далее от  $P_1$ , дает  $2'$ . Пластины  $P_1$  и  $P_2$  одинаковы по размерам;  $P_2$  ставится для компенсации разности хода второго луча. Лучи  $1'$  и  $2'$  когерентны и интерферируют.

### ***Интерференция от клина. Полосы равной толщины***

Выше были рассмотрены интерференционные опыты, в которых деление амплитуды световой волны от источника происходило в результате частичного отражения на поверхностях плоскопараллельной пластинки. Локализованные полосы при протяженном источнике можно наблюдать и в других условиях.

Оказывается, что для достаточно тонкой пластинки или пленки (поверхности которой не обязательно должны быть параллельными и вообще плоскими) можно наблюдать интерференционную картину, локализованную вблизи отражающей поверхности. Возникающие при этих условиях полосы называют ***полосами равной толщины***. В белом свете интерференционные полосы окрашены. Поэтому такое явление называют *цветами тонких пленок*. Его легко наблюдать на мыльных пузырях, на тонких пленках масла или бензина, плавающих на поверхности воды, на пленках окислов, возникающих на поверхности металлов при закалке, и т. п.

Рассмотрим интерференционную картину (рис. 1.2.10, 1.2.11), получаемую от пластинок переменной толщины (от клина).

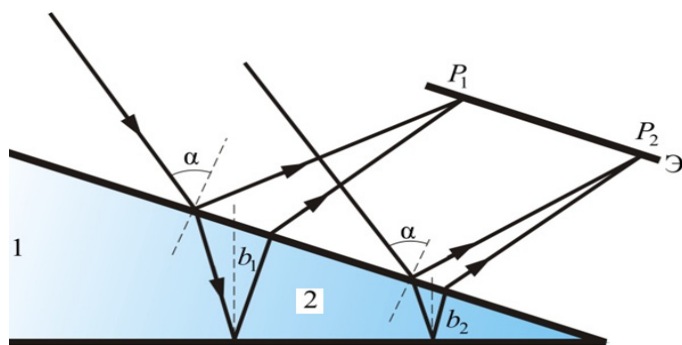


Рис. 1.2.10

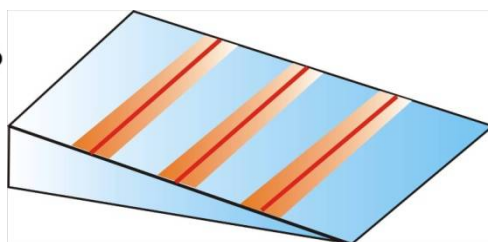


Рис. 1.2.11

Направления распространения световой волны, отраженной от верхней и нижней границы клина, не совпадают.

Интерференция будет наблюдаться только во 2-й области клина, т. к. в 1-й области оптическая разность хода будет больше длины когерентности.

Результат интерференции в точках  $P_1$  и  $P_2$  экрана определяем по известной формуле  $\Delta = 2b\sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)} \pm \frac{\lambda_0}{2}$ , подставляя в нее толщину пленки в месте падения луча ( $b_1$  или  $b_2$ ). Световые лучи обязательно должны быть параллельными ( $\alpha = \text{const}$ ): если одновременно будут изменяться два параметра,  $b$  и  $\alpha$ , то устойчивой интерференционной картины не будет.

Поскольку разность хода лучей, отразившихся от различных участков клина, будет неодинаковой, освещенность экрана будет неравномерной, на экране будут темные и светлые полосы (или цветные при освещении белым светом, как показано на рис. 1.2.11). Каждая из таких полос возникает в результате отражения от участков клина с одинаковой толщиной, поэтому их называют **полосами равной толщины**.

### Кольца Ньютона

**Кольцевые полосы равной толщины**, наблюдаемые в воздушном зазоре между соприкасающимися выпуклой сферической поверхностью линзы малой кривизны и плоской поверхностью стекла (рис. 1.2.12), называют **кольцами Ньютона**.

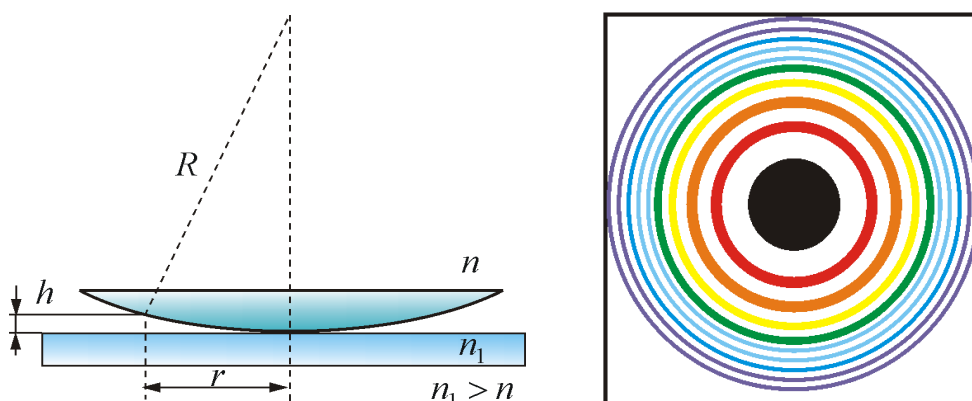


Рис. 1.2.12

Общий центр колец расположен в точке касания. В отраженном свете центр темный, т. к. при толщине воздушной прослойки, намного меньшей, чем длина волны  $\lambda$ , разность фаз интерферирующих волн обусловлена различием в условиях отражения на двух поверхностях и близка к  $\pi$ . Толщина  $h$  воздушного зазора связана с расстоянием  $r$  до точки касания (рис. 1.2.12):

$$h = R - \sqrt{R^2 - r^2} = r \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{r^2}{R^2}} \right) \approx \frac{r^2}{2R}.$$

Здесь использовано условие  $\left(\frac{r}{R}\right)^2 \ll 1$ . При наблюдении по нормали темные полосы соответствуют толщине  $h = \frac{m\lambda}{2}$ , поэтому для радиуса  $r_m$   $m$ -го темного кольца получаем

$$r_m = \sqrt{mR\lambda} \quad (m=0, 1, 2, \dots).$$

Выражение для радиуса светлого кольца –

$$r_m = \sqrt{\left(m - \frac{1}{2}\right)R\lambda_0} \quad (m=1, 2, 3, \dots).$$

Если линзу постепенно отодвигать от поверхности стекла, то интерференционные кольца будут стягиваться к центру. При увеличении расстояния на  $\lambda / 2$  картина принимает прежний вид, т. к. место каждого кольца будет занято кольцом следующего порядка. С помощью колец Ньютона, как и в опыте Юнга, можно сравнительно простыми средствами приближенно определить длину волны света.

Полосы равной толщины можно наблюдать и с помощью интерферометра Майкельсона, если одно из зеркал  $z_1$  или  $z_2$  (рис. 1.2.9) отклонить на небольшой угол.

*Итак, **полосы равного наклона** получаются при освещении пластинки постоянной толщины ( $b = \text{const}$ ) рассеянным светом, в котором содержатся лучи разных направлений. **Полосы равной толщины** наблюдаются при освещении пластинки переменной толщины (клина) ( $b \neq \text{const}$ ) параллельным пучком света. Полосы равной толщины локализованы вблизи пластинки.*

### 1.2.6. Применение интерференции света

Явление интерференции волн находит разнообразное применение. Рассмотрим лишь некоторые примеры применения интерференции.

- Тот факт, что расположение интерференционных полос зависит от длины волны и разности хода лучей, позволяет по виду интерференционной картины (или их смещению) проводить точные измерения расстояний при известной длине волны или, наоборот, определять спектр интерферирующих волн (**интерференционная спектроскопия**). Для осуществления таких измерений разработаны различные схемы высокоточных измерительных приборов, называемых интерферометрами (двух- и многолучевые), рис. 1.2.9. Незначительное перемещение одного из зеркал интерферометра приводит к смещению интерференционной картины, что можно использовать для из-

мерения длин с точностью до  $10^{-9}$  м. Измерения с помощью интерферометра Майкельсона привели к фундаментальным изменениям представлений о пространстве и времени; доказали отсутствие эфира; послужили основой специальной теории относительности.

- **По интерференционной картине можно выявлять и измерять неоднородности среды** (в т. ч. фазовые), в которой распространяются волны, или отклонения формы поверхности от заданной.
- Явление интерференции волн, рассеянных от некоторого объекта (или прошедших через него) с «опорной» волной, лежит в основе **голографии** (в т. ч. оптической, акустической или СВЧ-голографии).
- Интерференционные волны от отдельных «элементарных» излучателей используются **при создании сложных излучающих систем** (антенн) для электромагнитных и акустических волн.
- **Просветление оптики и получение высокопрозрачных покрытий и селективных оптических фильтров.**

Для уменьшения потерь на отражение используется покрытие оптических деталей (линз) 3 пленкой 2 со специальным образом подобранными толщиной  $\delta$  и показателем преломления  $n$  (рис. 1.2.13).

Идея уменьшения интенсивности отраженного света от поверхности оптических деталей состоит в интерференционном гашении волны, отраженной от внешней поверхности детали 1, волной, отраженной от внутренней поверхности 2. Для осуществления этого амплитуды обеих волн должны быть равны, а фазы отличаться на  $180^\circ$ . В этом случае обеспечивается гашение отраженной волны. Необходимое соотношение между фазами  $\Delta\varphi$  отраженных волн обеспечивается выбором толщины пленки  $d$ , кратной нечетному числу четвертей длины волны проходящего через рассматриваемую деталь света:

$$d = (2m + 1)\lambda / 4.$$

Таким образом, если выполняется это условие, то в результате интерференции наблюдается гашение отраженных лучей. Так как добиться одновременного гашения для всех длин волн невозможно, то его делают для  $\lambda_0 = 0,55$  мкм. Поэтому объективы с просветленной оптикой кажутся голубыми.

- **Получение высокоотражающих диэлектрических зеркал.**

Значительно повысить коэффициент отражения  $R$  зеркал можно, используя последовательность чередующихся диэлектрических слоев с высоким  $n_1$  и низким  $n_2$  показателями преломления (рис. 1.2.14).

Если оптическая толщина всех слоев одинакова и равна  $\lambda_0 / 4$  ( $n_1 l_1 = n_2 l_2 = \lambda_0 / 4$ ), то отраженные их границами волны находятся, как

легко заметить, в одинаковой фазе и в результате интерференции усиливают друг друга. Такие многослойные диэлектрические покрытия дают высокую отражательную способность только в ограниченной области длин волн вблизи значения  $\lambda_0$ , для которого оптическая толщина слоев равна  $\lambda_0 / 4$ . Обычно наносят от 5 до 15 слоев сульфида цинка ( $n_1 = 2,3$ ) и криолита ( $n_2 = 1,35$ ). С семью слоями легко добиться  $R = 0,9$  в спектральной области шириной порядка 50 нм. Для получения коэффициента отражения  $R = 0,99$  надо нанести 11–13 слоев. Такие зеркала используются в лазерных резонаторах (рис. 1.2.15).

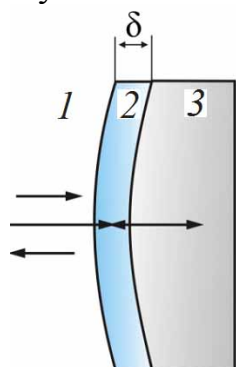


Рис. 1.2.13

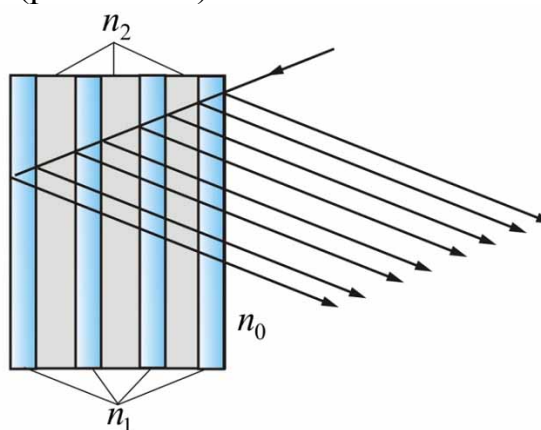


Рис. 1.2.14

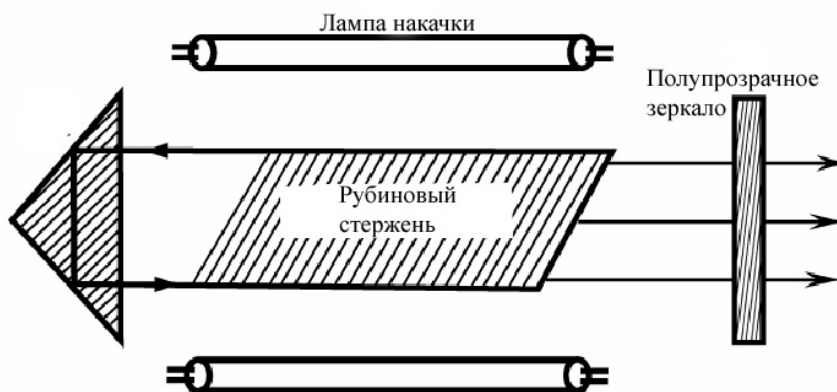


Рис. 1.2.15

## Вопросы к читателю. Упражнения

1. Каковы основные положения и выводы корпускулярной и волновой теорий света?
2. Почему возникло представление о двойственной корпускулярно-волновой природе света?
3. Какую величину называют временем когерентности? длиной когерентности? Какова связь между ними?
4. Для чего вводятся понятия временной и пространственной когерентностей?
5. Что такое оптическая длина пути? оптическая разность хода?
6. Почему интерференцию можно наблюдать от двух лазеров и нельзя от двух электроламп?
7. Как изменится интерференционная картина в опыте Юнга, если эту систему поместить в воду?
8. Будут ли отличаться интерференционные картины от двух узких, близко лежащих параллельных щелей при освещении их монохроматическим и белым светом? Почему?
9. Что такое полосы равной толщины и равного наклона? Где они локализованы?
10. Проанализируйте, предварительно записав, условия интерференционного максимума и интерференционного минимума.
11. Почему существование интерференционных минимумов не противоречит закону сохранения энергии?
12. Можно ли наблюдать интерференцию от двух горящих свечей; от двух электрических лампочек; от двух лазеров? Почему?
13. Как можно создать условия, необходимые для возникновения интерференции световых волн?
14. Почему явление интерференции света является доказательством его волновой природы?
15. Два когерентных световых пучка с оптической разностью хода  $\Delta = 3\lambda/2$  интерферируют в некоторой точке. Максимум или минимум наблюдается в этой точке? Почему?
16. На экране наблюдается интерференционная картина от двух когерентных щелей, освещаемых монохроматическим светом. Как изменится интерференционная картина, если: а) отодвинуть экран; б) уменьшить расстояние между щелями?



## 1.3. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

### 1.3.1. Принцип Гюйгенса – Френеля

*Дифракция света* в узком, но наиболее употребительном смысле – огибание лучами света границы непрозрачных тел (экранов); проникновение света в область геометрической тени. Наиболее рельефно дифракция света проявляется в областях резкого изменения плотности потока лучей (вблизи каустик, фокуса линзы, границ геометрической тени и др.); дифракция волн тесно переплетается с явлениями распространения и рассеяния волн в неоднородных средах.

*Дифракцией* называется совокупность явлений, наблюдаемых при распространении света в среде с резкими неоднородностями, размеры которых сравнимы с длиной волны, и связанных с отклонениями от законов геометрической оптики.

Огибание препятствий звуковыми волнами (дифракция звуковых волн) наблюдается нами постоянно (мы слышим звук за углом дома), потому что длина звуковой волны сравнима с размером препятствия. Для наблюдения дифракции световых лучей нужны особые условия, это связано с малой длиной световых волн.

Между интерференцией и дифракцией нет существенных физических различий. Оба явления заключаются в перераспределении светового потока в результате суперпозиции волн.

Явление дифракции объясняется с помощью *принципа Гюйгенса*, согласно которому *каждая точка, до которой доходит волна, служит центром вторичных волн, а огибающая этих волн задает положение волнового фронта в следующий момент времени.*

Пусть плоская волна нормально падает на отверстие в непрозрачном экране (рис. 1.3.1). Каждая точка участка волнового фронта, выделенного отверстием, служит источником вторичных волн (в однородной изотропной среде они сферические).

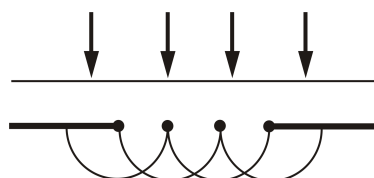


Рис. 1.3.1

Построив огибающую вторичных волн для некоторого момента времени, видим, что фронт волны заходит в область геометрической тени, т. е. волна огибает края отверстия.

Принцип Гюйгенса решает лишь задачу о направлении распространения волнового фронта, но не затрагивает вопроса об амплитуде и интенсивности волн, распространяющихся по разным направлениям.

Решающую роль в утверждении волновой природы света сыграл О. Френель в начале XIX в. Он объяснил явление дифракции и дал метод ее количественного расчета.

Френель вложил в принцип Гюйгенса физический смысл, дополнив его идеей интерференции вторичных волн.

При рассмотрении дифракции Френель исходил из нескольких основных положений, принимаемых без доказательства. Совокупность этих утверждений и называется принципом Гюйгенса – Френеля.

Согласно *принципу Гюйгенса*, каждую *точку фронта* волны можно рассматривать как источник вторичных волн.

Френель существенно развил этот принцип:

- *Все вторичные источники фронта волны, исходящей из одного источника, когерентны между собой.*
- *Равные по площади участки волновой поверхности излучают **равные интенсивности** (мощности).*
- *Каждый вторичный источник излучает свет преимущественно **в направлении внешней нормали** к волновой поверхности в этой точке. Амплитуда вторичных волн в направлении, составляющем угол  $\alpha$  с нормалью, тем меньше, чем больше угол  $\alpha$ , и равна нулю при  $\alpha \geq \pi / 2$ .*
- *Для вторичных источников справедлив принцип суперпозиции: **излучение одних участков волновой поверхности не влияет** на излучение других (если часть волновой поверхности прикрыть непрозрачным экраном, вторичные волны будут излучаться открытыми участками так, как если бы экрана не было).*

Используя эти положения, Френель уже мог сделать количественные расчеты дифракционной картины.

### 1.3.2. Метод зон Френеля

Френель предложил оригинальный метод разбиения волновой поверхности  $S$  на зоны, позволивший сильно упростить решение задач, – *метод зон Френеля*.

Границей первой (центральной) зоны служат точки поверхности  $S$ , находящиеся на расстоянии  $l + \lambda/2$  от точки  $M$  (рис. 1.3.2). Точки сферы  $S$ , находящиеся на расстояниях  $l + 2\lambda/2$ ,  $l + 3\lambda/2$  и т. д. от точки  $M$ , образуют 2, 3 и т. д. зоны Френеля.

Колебания, возбуждаемые в точке  $M$  между двумя соседними зонами, противоположны по фазе, т. к. разность хода от этих зон до точ-

ки  $M$  равна  $\Delta = \lambda/2$ , поэтому при сложении этих колебаний они должны ослаблять друг друга:

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots + A_i,$$

где  $A$  – амплитуда результирующего колебания;  $A_i$  – амплитуда колебаний, возбуждаемая  $i$ -й зоной Френеля.

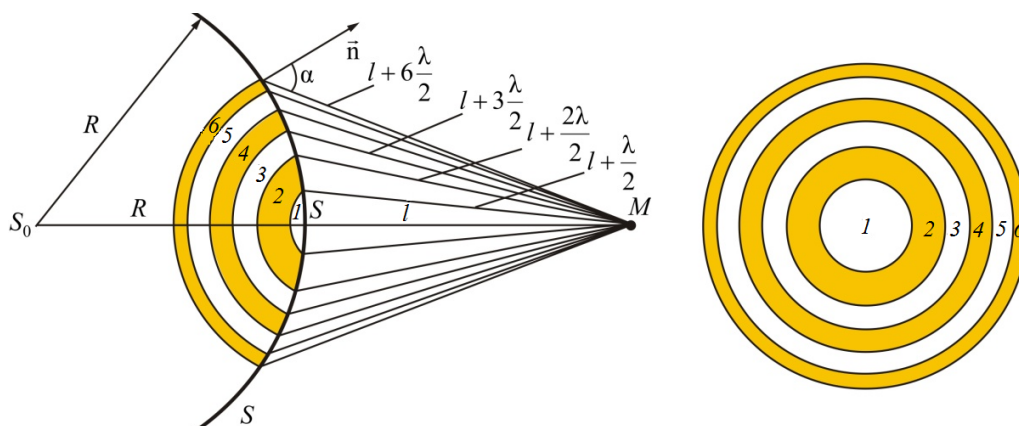


Рис. 1.3.2

Величина  $A_i$  зависит от площади  $S_i$  зоны и угла  $\alpha_i$  между нормалью к поверхности и прямой, направленной в точку  $M$ .

Площадь одной зоны

$$\Delta S_i = S_i - S_{i-1} = \frac{\pi R l \lambda}{R + l} (i - i + 1) = \frac{\pi R l \lambda}{R + l}.$$

Отсюда видно, что площадь зоны Френеля не зависит от номера зоны  $i$ . Это значит, что *при не слишком больших  $i$  площади соседних зон одинаковы*.

В то же время с увеличением номера зоны возрастает угол  $\alpha_i$  и, следовательно, уменьшается интенсивность излучения зоны в направлении точки  $M$ , т. е. уменьшается амплитуда  $A_i$ . Она уменьшается также из-за увеличения расстояния до точки  $M$ :

$$A_1 > A_2 > A_3 > \dots > A_i > \dots$$

Общее число зон Френеля, уместяющихся на части сферы, обращенной в сторону точки  $M$ , очень велико: при  $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$  м = 500 нм,  $R = l = 0,1$  м число зон  $N \approx 3 \cdot 10^5$ , а радиус первой зоны  $r_1 \approx 0,16$  мм.

Отсюда следует, что углы между нормалью к зоне и направлением на точку  $M$  у соседних зон примерно равны, т. е. что **амплитуды волн, приходящих в точку  $M$  от соседних зон, примерно равны**.

Так как площади соседних зон одинаковы, то выражения в скобках равны нулю, значит, результирующая амплитуда  $A = \frac{A_1}{2}$ .

Интенсивность излучения  $J \sim A^2$ .

Таким образом, *результатирующая амплитуда, создаваемая в некоторой точке  $M$  всей сферической поверхностью, равна половине амплитуды, создаваемой одной лишь центральной зоной, а интенсивность  $J = J_1/4$ .*

Так как радиус центральной зоны мал ( $r_1 \approx 0,16$  мм), можно считать, что свет от точки  $P$  до точки  $M$  **распространяется прямолинейно**, вдоль математической линии, называемой **световым лучем**.

Если на пути волны поставить непрозрачный экран с отверстием, оставляющим открытой только центральную зону Френеля, то амплитуда в точке  $M$  будет равна  $A_1$ . Соответственно, интенсивность в точке  $M$  будет в 4 раза больше, чем при отсутствии экрана (т. к.  $J = 4J_1$ ). *Интенсивность света увеличивается, если закрыть все четные зоны.*

Таким образом, принцип Гюйгенса – Френеля позволяет объяснить прямолинейное распространение света в однородной среде.

Правомерность деления волнового фронта на зоны Френеля подтверждена экспериментально. Для этого используются зонные пластинки – система чередующихся прозрачных и непрозрачных колец.

Опыт подтверждает, что с помощью зонных пластинок можно увеличить освещенность в точке  $M$  подобно собирающей линзе.

### 1.3.3. Дифракция Френеля от простейших преград

Рассмотрим дифракцию в сходящихся лучах, или дифракцию Френеля, осуществляемую в том случае, когда дифракционная картина наблюдается на конечном расстоянии от препятствия, вызвавшего дифракцию.

#### *Дифракция от круглого отверстия*

Поставим на пути сферической световой волны непрозрачный экран с круглым отверстием радиуса  $r_0$ . Экран расположен так, что перпендикуляр, опущенный из  $S$  на непрозрачный экран, попадает точно в центр отверстия (рис. 1.3.3).

На продолжении этого перпендикуляра возьмем точку  $M$  и посмотрим, что будет наблюдаться на экране.

Разобьем открытую часть волновой поверхности на зоны Френеля. *Вид дифракционной картины зависит от числа зон Френеля, открываемых отверстием.* Амплитуда результирующего колебания, возбуждаемого в точке  $M$  всеми зонами,

$$A = \begin{cases} 1/2(A_1 + A_m), & m - \text{нечетное;} \\ 1/2(A_1 - A_m), & m - \text{четное.} \end{cases}$$

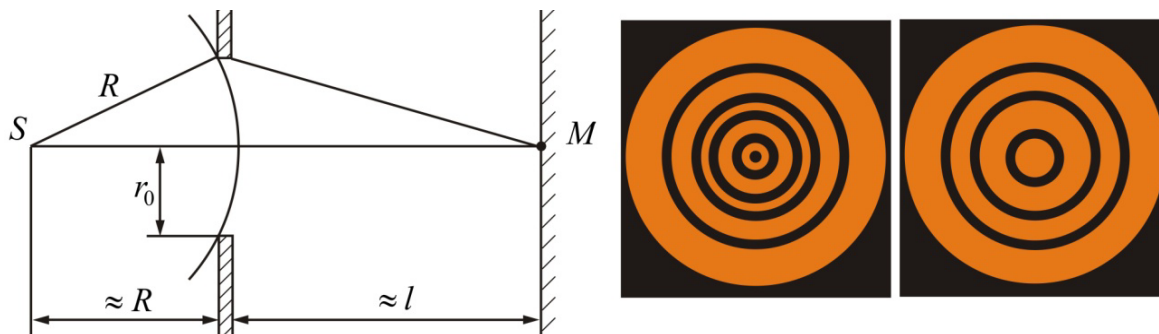


Рис. 1.3.3

Таким образом, когда отверстие открывает **нечетное число** зон Френеля, то амплитуда (интенсивность) в точке  $M$  будет больше, чем при свободном распространении волны; если **четное**, то амплитуда (интенсивность) будет равна нулю, как показано на рис. 1.3.3.

Естественно, что если  $r_0 \gg \lambda$ , то никакой дифракционной картины не будет.

### Дифракция от диска

Сферическая волна, распространяющаяся от точечного источника  $S$ , встречает на своем пути диск (рис. 1.3.4).

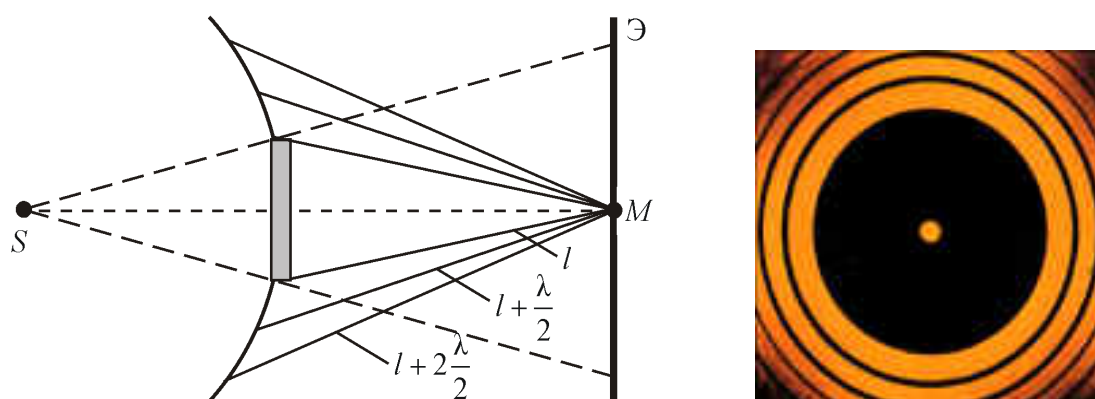


Рис. 1.3.4

Точка  $M$  лежит на перпендикуляре к центру диска. Первая зона Френеля строится от края диска и т. д.

Амплитуда световых колебаний в точке  $M$  равна половине амплитуды, обусловленной первой открытой зоной. Если размер диска невелик (охватывает небольшое число зон), то действие первой зоны немногим отличается от действия центральной зоны волнового фронта. Таким образом, освещенность в точке  $M$  будет такой же, как и в отсутствие экрана. Вследствие симметрии центральная светлая точка будет окружена кольцами света и тени (вне границ геометрической тени).

Парадоксальное на первый взгляд заключение, в силу которого в самом центре геометрической тени может находиться светлая точка, было выдвинуто Пуассоном в 1818 г. и впоследствии было названо его именем. Пятно Пуассона подтверждает правильность теории Френеля.

### 1.3.4. Дифракция в параллельных лучах (дифракция Фраунгофера)

До сих пор мы рассматривали *дифракцию сферических волн*, изучая дифракционную картину в точке наблюдения, лежащей на конечном расстоянии от препятствия (*дифракция Френеля*).

Тип дифракции, при котором дифракционная картина образуется *параллельными пучками*, называется *дифракцией Фраунгофера*. Параллельные лучи проявятся, если источник и экран находятся в бесконечности. Практически используется две линзы: в фокусе одной – источник света, а в фокусе другой – экран.

Хотя принципиально дифракция Фраунгофера не отличается от дифракции Френеля, но практически этот случай важен, т. к. именно этот тип дифракции используется во многих дифракционных приборах (дифракционная решетка, например). Кроме того, здесь математический расчет проще и позволяет решать количественную задачу до конца (дифракцию Френеля мы рассматривали качественно).

#### *Дифракция света на одной щели*

Пусть в непрерывном экране есть щель: ширина щели  $AB = b$ , длина щели (перпендикулярно плоскости листа)  $l \gg b$  (рис. 1.3.5). На нее падают параллельные лучи света. Для облегчения расчета считаем, что в плоскости щели  $AB$  амплитуды и фазы падающих волн одинаковы.

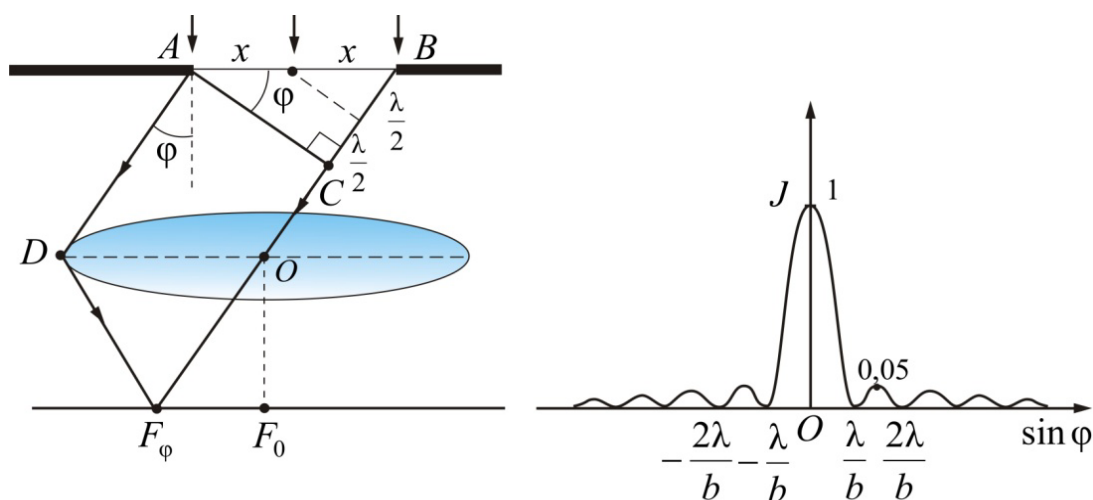


Рис. 1.3.5

Разобьем щель на зоны Френеля так, чтобы оптическая разность хода между лучами, идущими от соседних зон, была равна  $\lambda/2$ .

Если на ширине щели укладывается четное число таких зон, то в точке  $F_\phi$  (**побочный фокус** линзы) будет наблюдаться минимум интенсивности; если нечетное число зон, то максимум интенсивности:

$$b \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} - \text{условие минимума интенсивности};$$

$$b \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2} - \text{условие максимума интенсивности}.$$

Картина будет симметричной относительно **главного фокуса** точки  $F_0$ . Знаки плюс и минус соответствуют углам, отсчитанным в ту или иную сторону.

Интенсивность света  $J \sim A^2$ . Как видно из рис. 1.3.5, центральный максимум по интенсивности превосходит все остальные.

Рассмотрим влияние ширины щели.

Условие минимума имеет вид  $b \sin \varphi = \pm m\lambda$ , отсюда

$$\sin \varphi = \frac{m\lambda}{b}.$$

Из этой формулы видно, что с увеличением ширины щели  $b$  положения минимумов сдвигаются к центру, центральный максимум становится резче.

При уменьшении ширины щели  $b$  вся картина расширяется, расплывается, центральная полоска тоже расширяется, захватывая все большую часть экрана, а интенсивность ее уменьшается.

### **Дифракция света на дифракционной решетке**

Одномерная дифракционная решетка представляет собой систему из большого числа  $N$  одинаковых по ширине и параллельных друг другу щелей в экране, разделенных также одинаковыми по ширине непрозрачными промежутками (рис. 1.3.6).

Дифракционная картина на решетке определяется как результат взаимной интерференции волн, идущих от всех щелей (рис. 1.3.7), т. е. в **дифракционной решетке осуществляется многолучевая интерференция когерентных дифрагированных пучков света, идущих от всех щелей**.

Обозначим:  $b$  – ширина щели решетки;  $a$  – расстояние между щелями;  $a + b = d$  – постоянная дифракционной решетки.

Линза собирает все лучи, падающие на нее под одним углом, и не вносит никакой дополнительной разности хода.

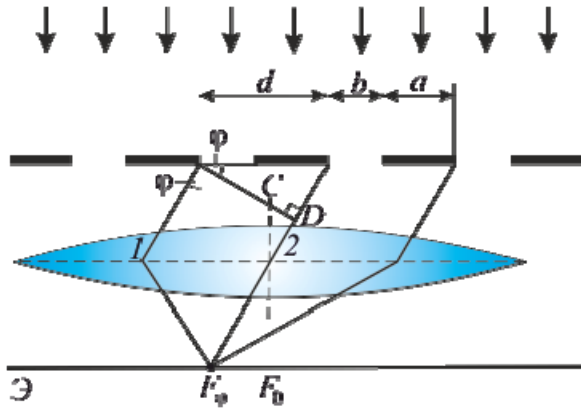


Рис. 1.3.6

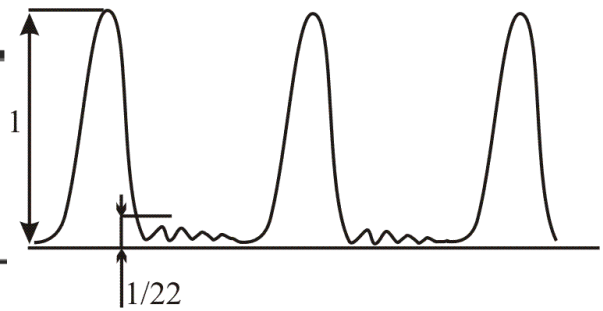


Рис. 1.3.7

Пусть луч  $1$  (рис. 1.3.6) падает на линзу под углом  $\varphi$  (**угол дифракции**). Световая волна, идущая под этим углом от щели, создает в точке  $F_\varphi$  максимум интенсивности. Второй луч, идущий от соседней щели под этим же углом  $\varphi$ , придет в ту же точку  $F_\varphi$ . Оба эти луча придут в фазе и будут усиливать друг друга, если оптическая разность хода будет равна  $m\lambda$ :

$$\Delta = CD = d \sin \varphi.$$

**Условие максимума** для дифракционной решетки будет иметь вид

$$d \sin \varphi = \pm m\lambda, \quad (1.3.1)$$

где  $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

Максимумы, соответствующие этому условию, называются **главными максимумами**. Значение величины  $m$ , соответствующее тому или иному максимуму, называется **порядком дифракционного максимума**.

В точке  $F_0$  всегда будет наблюдаться **нулевой**, или **центральный, дифракционный максимум**.

Так как свет, падающий на экран, проходит только через щели в дифракционной решетке, то условие **минимума** для щели и будет **условием главного дифракционного минимума** для решетки:

$$b \sin \varphi = \pm m\lambda.$$

Конечно, при большом числе щелей в точки экрана, соответствующие главным дифракционным минимумам, от некоторых щелей свет будет попадать и там будут образовываться **побочные дифракционные максимумы и минимумы** (рис. 1.3.7). Но их интенсивность по сравнению с главными максимумами мала ( $\approx 1/22$ ).

При условии

$$\Delta = d \sin \varphi = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$$



волны, посылаемые каждой щелью, будут гаситься в результате интерференции, и появятся **дополнительные минимумы**.

Количество щелей определяет световой поток через решетку. Чем их больше, тем большая энергия переносится волной через нее. Кроме того, чем больше число щелей, тем больше дополнительных минимумов помещается между соседними максимумами. Следовательно, максимумы будут более узкими и более интенсивными (рис. 1.3.8).

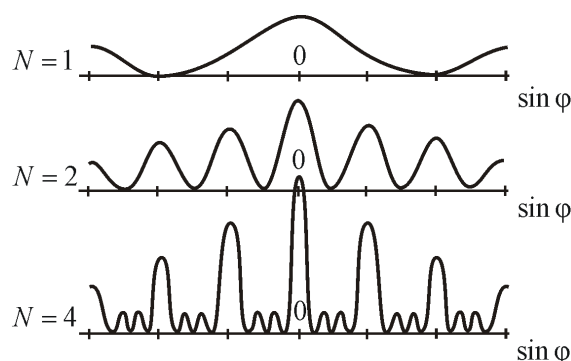


Рис. 1.3.8

Из (1.3.1) видно, что угол дифракции пропорционален длине волны  $\lambda$ . Значит, дифракционная решетка разлагает белый свет на составляющие, причем отклоняет свет с большей длиной волны (красный) на больший угол (в отличие от призмы, где все происходит наоборот).

Это свойство дифракционных решеток используется для определения спектрального состава света (дифракционные спектрографы, спектрометры, спектрометры).

### 1.3.5. Дифракция на пространственных решетках.

#### Дифракция рентгеновских лучей

*Пространственной, или трехмерной, дифракционной решеткой называется такая оптически неоднородная среда, в которой неоднородности периодически повторяются при изменении всех трех пространственных координат.*

Условия прохождения света через обычную дифракционную решетку периодически изменяются только в одном направлении, перпендикулярном к оси щели. Поэтому такую решетку называют *одномерной*.

Простейшую двумерную решетку можно получить, сложив две одномерные решетки так, чтобы их щели были взаимно перпендикулярны.

**Главные максимумы** двумерной решетки должны одновременно удовлетворять условию **максимума** для каждой из решеток:

$$d_1 \sin \varphi_1 = \pm m_1 \lambda \quad \text{и} \quad d_2 \sin \varphi_2 = \pm m_2 \lambda,$$

где  $\varphi$  – угол между направлением на главный максимум (направление луча) и нормалью к решетке;  $m$  – порядок дифракционного максимума.

Дифракционная картина представляет собой систему светлых пятен, расположенных в определенном порядке на плоскости экрана. Размеры этих пятен уменьшаются при увеличении числа щелей, а яркость возрастает. Такая же картина получается, если на одно стекло нанести ряд взаимно перпендикулярных полос.

Дифракция наблюдается также и на трехмерных структурах. Всякий монокристалл состоит из упорядоченно расположенных атомов (ионов), образующих пространственную трехмерную решетку (естественная пространственная решетка).

Период атомной решетки – порядка  $10^{-10}$  м; длина волны света –  $10^{-7}$  м. При таких условиях никаких дифракционных явлений на атомных дифракционных решетках с видимым светом не будет. Нужно излучение с меньшей длиной волны, например рентгеновское. Для рентгеновских лучей кристаллы твердых тел являются идеальными дифракционными решетками.

В 1913 г. русский физик Г.В. Вульф и английские ученые отец и сын Генри и Лоуренс Брэгги независимо друг от друга предложили простой метод расчета дифракции рентгеновских лучей в кристаллах. Они полагают, что дифракцию рентгеновских лучей можно рассматривать как результат отражения рентгеновских лучей *от плоскостей кристалла*. Это отражение, в отличие от обычного, происходит *лишь при таких условиях падения лучей на кристалл, которые соответствуют максимуму интерференции для лучей, отраженных от разных плоскостей*.

Направим пучок рентгеновских лучей  $1$  и  $2$  на две соседние плоскости кристалла  $AA'$  и  $BB'$  (рис. 1.3.9).

Абсолютный показатель преломления всех веществ для рентгеновских лучей равен 1. Поэтому оптическая разность хода между лучами  $1'$  и  $2'$

$$\Delta = ED + DF = 2d \sin \theta,$$

где  $\theta$  – угол между падающими и отраженными лучами и плоскостью кристалла (угол скольжения).

Интерференционные максимумы должны удовлетворять **условию Вульфа – Брэггов**:

$$2d \sin \theta = m\lambda \quad (m = 1, 2, 3, \dots). \quad (1.3.2)$$

Из формулы (1.3.2) видно, что дифракция будет наблюдаться лишь при  $d > \lambda/2$ , т. е. при условии  $\lambda \geq 2d$  будут отсутствовать дифракционные максимумы. Поэтому условие  $\lambda \geq 2d$  называют **условием оптической однородности кристалла**.

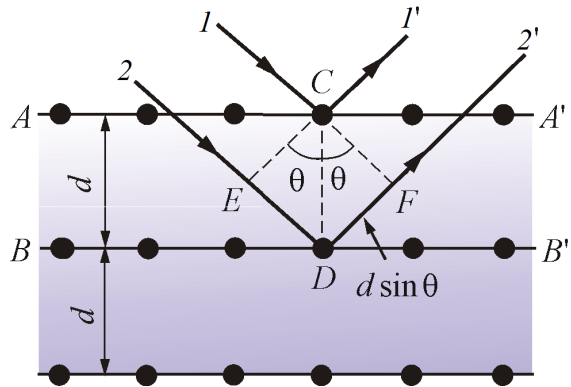
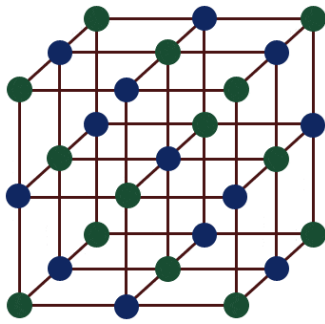


Рис. 1.3.9

Из (1.3.2) следует, что наблюдение дифракционных максимумов возможно только при определенных соотношениях между  $\lambda$  и  $\theta$ . Этот результат лежит в основе *спектрального анализа* рентгеновского излучения, т. к. длину волны определяют по известным  $d$ ,  $m$  и измеренному на опыте углу.

Исследуя дифракцию рентгеновских лучей, можно решить и обратную задачу: если известна длина волны  $\lambda$  рентгеновских лучей, можно определить период кристаллической решетки  $d$  и ориентацию атомных плоскостей в пространстве. Эта идея была высказана немецким физиком М. Лауэ в 1912 г. и явилась существенным вкладом в развитие физики твердого тела.

Поликристаллические образцы представляют собой множество мелких кристалликов, ориентированных хаотически в пространстве. Если направить на кристалл  $O$  монохроматический пучок рентгеновских лучей от источника  $S$  с известной длиной волны  $\lambda$ , то всегда найдутся кристаллы, ориентированные под нужным углом, в которых выполнено условие Вульфа – Брэггов, а рефлексы (светлые точки на фотопластинке  $P$ ) от разных кристаллов образуют концентрические окружности  $D_1, D_2, D_3$  (рис. 1.3.10).

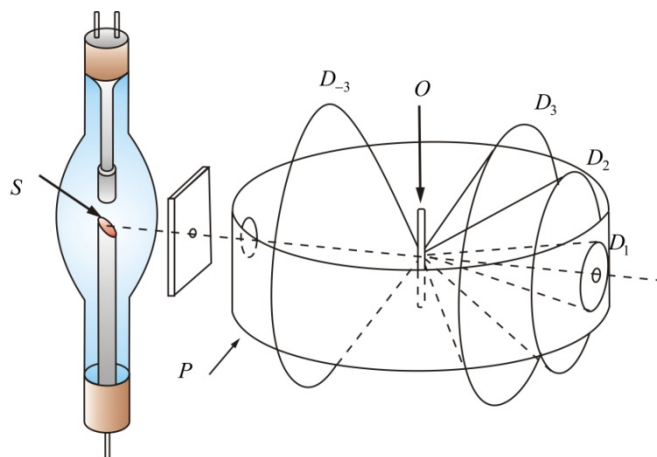


Рис. 1.3.10

Этот метод был предложен в 1926 г. П. Дебаем и П. Шеррером (*метод Дебая – Шеррера*).

На рис. 1.3.11 показана *дебаеграмма* в методе *рентгеноструктурного анализа Дебая – Шеррера*.



Рис. 1.3.11

### 1.3.6. Понятие о голографии

Голография (от греч. *holos grapho* – полная запись) – особый способ записи информации. В 1948 г. английский физик (венгр по национальности) Денис Габор высказал идею принципиально нового метода получения объемных изображений объектов. Он предложил регистрировать с помощью фотопластинки не только амплитуды и интенсивности, как с помощью обычной фотографии, но и фазы рассеянных объектом волн, воспользовавшись для этого явлением интерференции волн. Это позволяет избавиться от потери информации при фиксировании оптических изображений. Однако практическое применение этот способ нашел только после изобретения лазеров – источников света высокой степени когерентности (временной и пространственной). В 1963 г. были получены первые лазерные голограммы.

Советский ученый Ю.Н. Денисюк в 1962 г. предложил оригинальный способ фиксирования голограмм на толстослойной эмульсии. Этот метод дает цветное изображение, и восстанавливается оно обычным белым светом.

Рассмотрим элементарный способ получения голограмм на толстослойной эмульсии (простейшая голографическая схема изображена на рис. 1.3.12, где BS – светоделитель; M1–M3 – глухие зеркала; L – короткофокусная линза; С – коллиматор; Н – голограмма).

Испускаемый лазером луч расширяется и делится на две части. Одна часть падает на фотопластинку, отразившись от зеркала (*опорный луч*), другая часть отражается от предмета (*предметный луч*). Оба пучка лучей должны быть когерентными. Опорный и предметный лучи складываются на фотопластинке, образуя интерференционную картину. В местах максимумов интенсивности эмульсия засвечивается сильнее, минимумов – слабее.

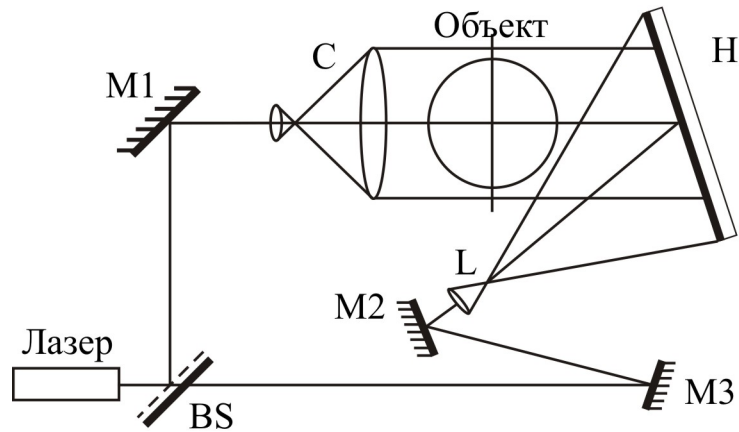


Рис. 1.3.12

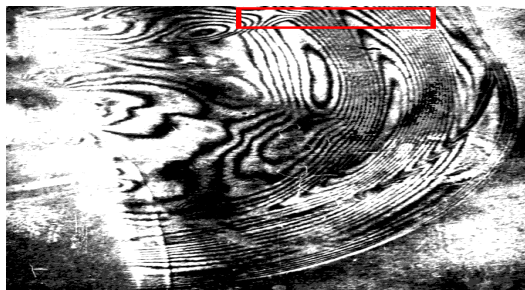
Для восстановления изображения проявленную фотопластинку помещают в то самое место, где она находилась при фотографировании, и освещают опорным пучком света (часть лазерного пучка, которая освещала предмет, перекрывается). Опорный пучок *дифрагирует* на голограмме, в результате возникает волна точно такая же, как волна, отраженная предметом. Эта волна дает мнимое изображение предмета, которое воспринимается глазом наблюдателя.

Необходимо отметить, что обычная фотопластинка фиксирует только интенсивность, а голограмма – зависимость интенсивности от фазы.

Голограммы обладают следующими особенностями, отличающими их от фотографий:

- Голограмма дает объемное изображение.
- Голограмму можно разбить, и каждый осколок даст изображение. Объясняется это тем, что каждая точка пластинки при экспонировании подвергается действию волн, отраженных от всех точек предмета. При отделении части голограммы уменьшается число «штрихов» своеобразной дифракционной решетки. Поэтому уменьшается разрешающая способность и интенсивность изображения при восстановлении, но картинка сохраняется.
- При воспроизведении изображения возможно его увеличение или уменьшение. Для увеличения необходимо при воспроизведении использовать излучение с большей частотой, чем при экспозиции. В этом случае масштаб увеличения можно определить по формуле.
- Цветные голограммы получают на толстослойных эмульсиях. При этом экспозиция проводится несколько раз с монохроматическим излучением. На голограмме фиксируется не плоская, а пространственная интерференционная картина и формируется пространственная решетка. Для воспроизведения голограмму освещают белым светом, и максимумы волн различной длины располагаются в раз-

личных точках пространства, формируя объемное цветное изображение, парящее в пространстве (рис. 1.3.13). На рис. 1.3.14 показан сильно увеличенный участок голографического негатива.



*Рис. 1.3.13*



*Рис. 1.3.14*

Хотя голографию изобрели в 1948 г., она получила широкое распространение лишь с начала 60-х годов, после изобретения лазера. В настоящее время голография представляет собой одно из главных направлений в оптических исследованиях. Ведутся исследования и разработки по применению голографии в медицине. Например, при получении оптических голограмм глаза, обеспечивающих единое трехмерное изображение хрусталика и сетчатки, или акустических голограмм тела, которые могут иметь важное преимущество по сравнению с двумерными рентгенограммами. К другим применениям голограммы относятся исследования и разработки по созданию видеозаписи, ЭВМ, а также способов неразрушающих испытаний материалов.

## Вопросы к читателю. Упражнения

1. В чем заключается принцип Гюйгенса?
2. Каковы дополнения Френеля к принципу Гюйгенса?
3. Чем отличается дифракция звука от дифракции света?
4. Какая теория объясняет принцип Гюйгенса – Френеля?
5. В чем заключается принцип построения зон Френеля?
6. В чем заключается принцип действия зонных пластинок?
7. В чем отличие дифракции Френеля на круглом отверстии при освещении его монохроматическим и белым светом?
8. Когда наблюдается дифракция Френеля? дифракция Фраунгофера?
9. Почему дифракция не наблюдается на больших отверстиях и больших дисках?
10. Чем определяется, будет ли число зон Френеля, открываемых отверстием, четным или нечетным? Ответ обосновать.
11. Каковы характерные особенности дифракционной картины, получающиеся при дифракции на малом непрозрачном диске?
12. Что называют пятном Пуассона?
13. Найдите направления на точки экрана в случае дифракции на щели, в которых интенсивность равна нулю; интенсивность максимальна.
14. Отличается ли дифракция на щели при освещении ее монохроматическим и белым светом?
15. Какова предельная ширина щели, при которой еще будут наблюдаться минимумы интенсивности?
16. Как влияет на дифракцию Фраунгофера от одной щели увеличение длины волны и ширины щели?
17. Почему дифракционная решетка разлагает белый свет в спектр?
18. Как определить наибольший порядок спектра дифракционной решетки?
19. Как изменится дифракционная картина при удалении экрана от решетки?
20. Почему при использовании белого света только центральный максимум белый, а боковые максимумы радужно окрашены?
21. Почему штрихи на дифракционной решетке должны быть тесно расположены друг к другу? Почему их должно быть большое число?
22. Запишите условия дифракционных минимумов для одной щели и главных максимумов для решетки. Каков характер этих дифракционных картин?

## 1.4. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СВЕТА С ВЕЩЕСТВОМ

### 1.4.1. Дисперсия света

Одним из результатов взаимодействия света с веществом является его дисперсия.

*Дисперсией света* называется зависимость показателя преломления  $n$  вещества от частоты  $\nu$  (длины волн  $\lambda$ ) света, или зависимость фазовой скорости световых волн  $v$  от их частоты.

Дисперсия света представляется в виде зависимости

$$n = f(\nu), \text{ или } n = f(\lambda).$$

Следствием дисперсии является разложение в спектр пучка белого света при прохождении его через призму (рис. 1.4.1). Первые экспериментальные наблюдения дисперсии света проводил в 1672 г. И. Ньютон. Он объяснил это явление различием масс корпускул.

Рассмотрим дисперсию света в призме. Пусть монохроматический пучок света падает на призму с *преломляющим углом*  $A$  и показателем преломления  $n$  (рис. 1.4.2) под углом  $\alpha_1$ .

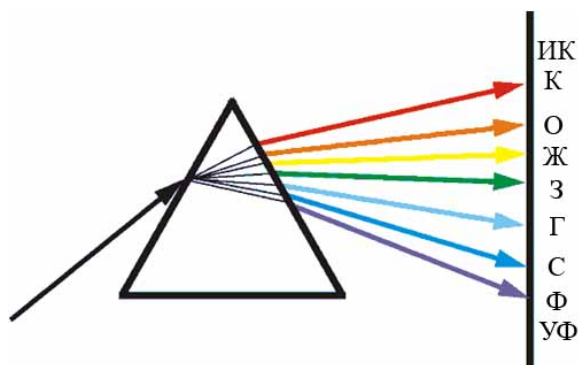


Рис. 1.4.1

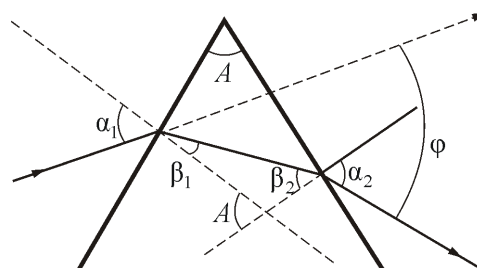


Рис. 1.4.2

После двукратного преломления (на левой и правой гранях призмы) луч оказывается преломлен от первоначального направления на угол  $\varphi$ . Из рис. 1.4.2 следует, что

$$\varphi = (\alpha_1 - \beta_1) + (\alpha_2 - \beta_2) = \alpha_1 + \alpha_2 - A.$$

Предположим, что углы  $A$  и  $\alpha_1$  малы, тогда углы  $\alpha_2$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  будут также малы и вместо синусов этих углов можно воспользоваться их значениями. Поэтому  $\alpha_1 / \beta_1 = n$ ,  $\beta_2 / \alpha_2 = 1/n$ , а т. к.  $\beta_1 + \beta_2 = A$ , то  $\alpha_2 = \beta_2 n = n(A - \beta_1) = n(A - \alpha_1 / n) = nA - \alpha_1$ , или  $\alpha_1 + \alpha_2 = nA$ .

Отсюда следует, что

$$\varphi = A(n - 1), \tag{1.4.1}$$



т. е. угол отклонения лучей призмой тем больше, чем больше преломляющий угол призмы.

Из выражения (1.4.1) вытекает, что угол отклонения лучей призмой зависит от показателя преломления  $n$ , а  $n$  – функция длины волны, поэтому *лучи разных длин волн после прохождения призмы отклоняются на разные углы*. Пучок белого света за призмой разлагается в спектр, который называется *дисперсионным*, или *призматическим*, что и наблюдал Ньютон. Таким образом, с помощью призмы, так же как с помощью дифракционной решетки, разлагая свет в спектр, можно определить его спектральный состав.

Рассмотрим различия в дифракционном и призматическом спектрах.

- *Дифракционная решетка разлагает свет непосредственно по длинам волн*, поэтому по измеренным углам (по направлениям соответствующих максимумов) можно вычислить длину волны (частоты). Разложение света в спектр в призме происходит по значениям показателя преломления, поэтому для определения частоты или длины волны света надо знать зависимость  $n = f(\nu)$ , или  $n = f(\lambda)$ .
- *Составные цвета в дифракционном и призматическом спектрах располагаются различно*. Известно, что синус угла в дифракционной решетке пропорционален длине волны  $\left(d \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2}\right)$ . Следовательно, красные лучи, имеющие большую длину волны, чем фиолетовые, отклоняются дифракционной решеткой сильнее. Призма же разлагает лучи света в спектре по значениям показателя преломления, который для всех прозрачных веществ с увеличением длины волны (т. е. с уменьшением частоты) уменьшается (рис. 1.4.3).

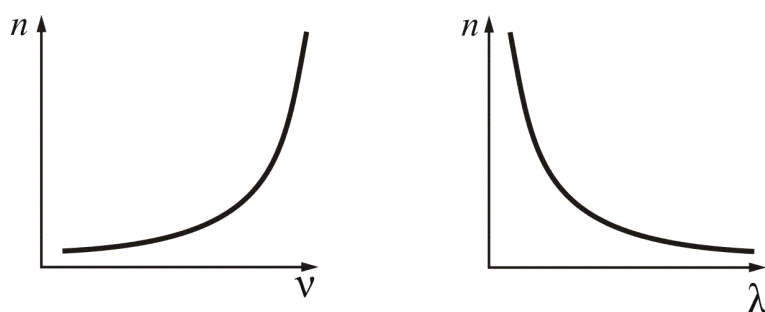


Рис. 1.4.3

Поэтому красные лучи отклоняются призмой слабее, в отличие от дифракционной решетки.

Величина  $D = \frac{dn}{d\nu}$  (или  $D = \frac{dn}{d\lambda}$ ), называемая **дисперсией вещества**, показывает, как быстро меняется показатель преломления с длиной волны.

### 1.4.2. Нормальная и аномальная дисперсия

Зависимость  $n = f(\nu)$  не линейная и не монотонная. Области значения  $\nu$ , в которых

$$\frac{dn}{d\nu} > 0 \text{ (или } \frac{dn}{d\lambda} < 0 \text{),}$$

соответствуют **нормальной дисперсии света** (с ростом частоты  $\nu$  показатель преломления  $n$  увеличивается). Нормальная дисперсия наблюдается у веществ, прозрачных для света. Например, обычное стекло прозрачно для **видимого света**, и в этой области частот наблюдается **нормальная дисперсия света в стекле**. На основе явления нормальной дисперсии основано «разложение» света стеклянной призмой монохроматоров.

Дисперсия называется **аномальной**, если

$$\frac{dn}{d\nu} < 0 \text{ (или } \frac{dn}{d\lambda} > 0 \text{),}$$

т. е. с ростом частоты  $\nu$  показатель преломления  $n$  уменьшается. Аномальная дисперсия наблюдается в областях частот, соответствующих полосам интенсивного поглощения света в данной среде. Например, у обычного стекла в инфракрасной и ультрафиолетовой частях спектра наблюдается аномальная дисперсия.

Зависимости  $n$  от  $\nu$  и  $\lambda$  показаны на рис. 1.4.4 и 1.4.5.

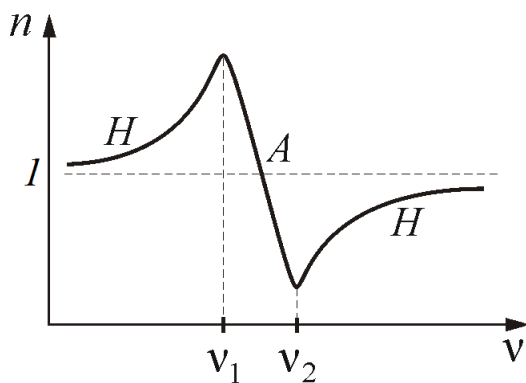


Рис. 1.4.4

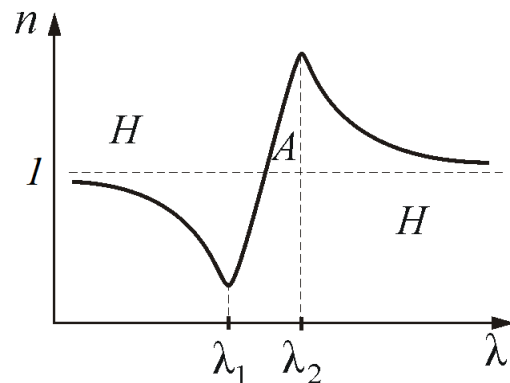


Рис. 1.4.5

В зависимости от характера дисперсии **групповая скорость** (скорость распространения центра волнового пакета  $u$ ) в веществе может

быть как больше, так и меньше *фазовой скорости* (скорости распространения фазы волны  $v$ ) В недиспергирующей среде  $u = v$ .

Групповая скорость  $u$  связана с циклической частотой  $\omega$  и волновым числом  $k$  соотношением  $u = \frac{d\omega}{dk}$ , где  $\omega = 2\pi\nu$ ;  $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\nu n}{c}$ . Тогда

$$u = \frac{v}{1 + \frac{v}{n} \frac{dn}{dv}}. \quad (1.4.2)$$

Таким образом, *при нормальной дисперсии*  $u < v$  и  $\frac{dn}{dv} > 0$ .

При *аномальной дисперсии*  $u > v$ , и, в частности, если  $n + v \frac{dn}{dv} < 1$ , то  $u > c$ . Этот результат не противоречит специальной теории относительности. Понятие групповой скорости правильно описывает распространение только такого сигнала (волнового пакета), форма которого не изменяется при перемещении сигнала в среде. (Строго говоря, это условие выполняется только для вакуума, т. е. в недиспергирующей среде). В области частот, соответствующих аномальной дисперсии, групповая скорость не совпадает со скоростью сигнала, т. к. вследствие значительной дисперсии форма сигнала так быстро изменяется, что не имеет смысла говорить о групповой скорости.

### 1.4.3. Классическая теория дисперсии

Классическую теорию, рассматривающую процессы, протекающие при условии  $E_m \ll E_A$ , называют *линейной оптикой*. (Здесь  $E_m$  – амплитудное значение напряженности электрического поля волны;  $E_A$  – напряженность такой волны, энергия которой равна энергии связи частицы в структуре). Законы линейной оптики справедливы при  $E_m = 10 \dots 10^3$  В/м. Если амплитудное значение  $10^9 \dots 10^{11}$  В/м, то  $E_m \geq E_A$  и соответствующий раздел теории относят к нелинейной оптике.

*Дисперсия света является результатом взаимодействия электромагнитной волны с заряженными частицами, входящими в состав вещества.* Теория Максвелла не могла объяснить это явление, так как тогда не было известно о сложном строении атома. Классическая теория была разработана Х.А. Лоренцем лишь после создания им же электронной теории строения вещества. Он показал, что  $n = \sqrt{\epsilon}$ , а  $\epsilon$  тоже зависит от частоты.

Для видимого света  $\nu \approx 10^{15}$  Гц существует только поляризация электрически упругого смещения. Смещаются в основном валентные электро-

ны. В процессе *вынужденных* (под действием падающей световой волны) колебаний электронов с частотой  $\nu$  (частота вынуждающей силы) *периодически изменяются* дипольные электрические моменты атомов, частота которых тоже равна  $\nu$ . Среднее расстояние между атомами вещества много меньше протяженности одного цуга волн. Следовательно, вторичные волны, излучаемые большим числом соседних атомов, когерентны как между собой, так и с первичной волной. При сложении этих волн они интерферируют, в результате чего и получаются все наблюдаемые оптические явления, связанные со взаимодействием света с веществом. Фаза вторичной волны другая (сказывается запаздывание смещения электрона, которое происходит только при достижении определенной величины электрического поля), но разность фаз первичной и вторичной волн постоянна. Скорость распространения фронта волны (фазовая скорость) зависит от результата сложения, т. е. от фазы результирующей волны.

В однородном изотропном веществе в результате интерференции образуется проходящая волна, направление распространения которой совпадает с направлением первичной волны.

В *оптически неоднородной среде* (с разным  $n$ ) сложение первой и второй волн приводит к рассеянию света.

При падении света на *границу раздела* двух сред в результате интерференции возникает не только проходящая (преломленная), но и отраженная волна. Отражение происходит не от геометрической поверхности раздела, а от более или менее значительного слоя частиц среды, прилегающих к границе раздела.

Мы рассмотрим только элементарную теорию дисперсии в однородном изотропном диэлектрике. Найдем интересующую нас зависимость  $n = n(\omega)$ , где  $\omega$  – циклическая частота колебаний.

Известно, что диэлектрическая проницаемость вещества

$$\varepsilon = 1 + \chi = 1 + \frac{P}{\varepsilon_0 E}, \quad (1.4.3)$$

где  $E$  – мгновенное значение напряженности электрического поля световой волны;  $\chi$  – диэлектрическая восприимчивость среды;  $P$  – вектор поляризации (в данном случае – его проекция на направление внешнего поля  $E$ ), мы называли его электрическим моментом единицы объема.

Примем, что поляризация обусловлена смещением только валентных (оптических) электронов. Для атомов с одним оптическим электроном  $p = -er$ , тогда  $P = pn_0 = -n_0er$ , где  $p$  – дипольный электрический момент атома;  $n_0$  – концентрация атомов;  $e$  – заряд электрона;  $r$  – смещение электрона. Тогда из (1.4.3), имея в виду, что  $n = \sqrt{\varepsilon}$ , получим

$$n^2 = 1 - \frac{n_0 e r}{\varepsilon_0 E}. \quad (1.4.4)$$

Оптический электрон совершает вынужденные колебания под действием следующих сил:

- возвращающей квазиупругой силы  $F_b = -m\omega_0^2 r$ , где  $m$  и  $\omega_0$  – масса и частота свободных незатухающих колебаний электрона;
- силы сопротивления (со стороны других атомов)  $F_{\text{сопр}} = -2\beta m \frac{dr}{dt}$ , где  $\beta$  – коэффициент затухания;
- вынуждающей силы  $F = -eE$ .

Уравнение вынужденных колебаний примет вид

$$\frac{d^2 r}{dt^2} + 2\beta \frac{dr}{dt} + \omega_0^2 r = -\frac{eE}{m}. \quad (1.4.5)$$

В случае линейно-поляризованного монохроматического света, с циклической частотой  $\omega$ ,  $E = E_0 \cos \omega t$ . Тогда уравнение (1.4.5) примет вид

$$\frac{d^2 r}{dt^2} + 2\beta \frac{dr}{dt} + \omega_0^2 r = -\frac{eE_0 \cos \omega t}{m}.$$

Его решение: 
$$r = -\frac{eE_0 \cos(\omega t + \varphi_0)}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}; \quad \text{tg } \varphi_0 = -\frac{2\beta \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Если среда не поглощает свет ( $\beta = 0$ ), то 
$$r = -\frac{eE}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}.$$

Подставим в (1.4.4) и получим

$$n^2 = 1 + \frac{n_0 e^2}{\varepsilon_0 m(\omega_0^2 - \omega^2)}, \quad \text{или} \quad n = \sqrt{1 + \frac{n_0 e^2}{\varepsilon_0 m(\omega_0^2 - \omega^2)}}. \quad (1.4.6)$$

Для того чтобы понять, как зависит показатель преломления от частоты, проанализируем последний член в уравнении (1.4.6). При значениях частоты распространяющейся волны от  $\omega = 0$  до  $\omega = \omega_0$  этот член будет увеличиваться с увеличением частоты волны  $\omega$ . При значениях  $\omega$ , близких к  $\omega_0$ , он стремится к бесконечности (условие резонанса). При малых значениях  $\omega$  последний член в уравнении (1.4.6) стремится к нулю, а показатель преломления близок к единице. Качественная зависимость  $n(\omega)$  показана на рис. 1.4.6.

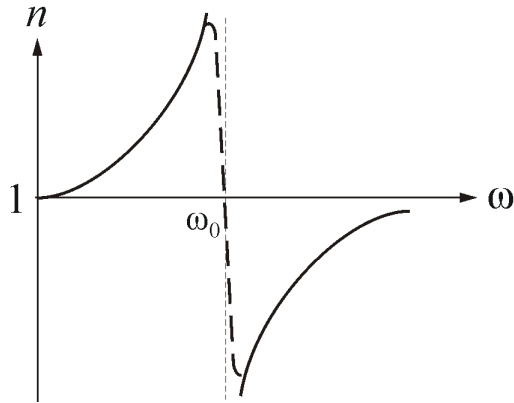


Рис. 1.4.6

В области значений  $\omega > \omega_0$  последний член в уравнении (1.4.6) отрицателен, но по модулю он увеличивается с ростом  $\omega$ . При этом значения показателя преломления изменяется от  $-\infty$  (при  $\omega = \omega_0$ ) до 1 (при  $\omega = \infty$ ).

#### 1.4.4. Поглощение (абсорбция) света

*Поглощением (абсорбцией) света называется явление потери энергии световой волной, проходящей через вещество.*

Свет поглощается в тех случаях, когда проходящая волна затрачивает энергию на различные процессы. Среди них: преобразование энергии волны во внутреннюю энергию (при нагревании вещества); затраты энергии на вторичное излучение в другом диапазоне частот (фотолюминесценция); затраты энергии на ионизацию (при фотохимических реакциях) и т. п. При поглощении света колебания затухают, и амплитуда электрической составляющей уменьшается по мере распространения волны.

Интенсивность волны будет изменяться *по закону Бугера* [П. Бугер (1698–1758) – французский ученый]:

$$J(x) = J_0 e^{-\alpha x},$$

где  $J_0$  – интенсивность волны на входе в среду;  $x$  – толщина слоя среды;  $\alpha$  – коэффициент поглощения.

При  $\alpha = 1/x$   $J = J_0 / e$ . Следовательно, *коэффициент поглощения – физическая величина, численно равная обратному значению толщины слоя вещества, в котором интенсивность волны убывает в  $e = 2,72$  раза.*

Зависимость коэффициента поглощения от длины волны определяет спектр поглощения материала. В веществе (например, в газе) может присутствовать несколько сортов частиц, участвующих в колебаниях под действием распространяющейся электромагнитной волны. Если эти частицы слабо взаимодействуют, то коэффициент поглощения мал для широкого спектра частот, и лишь в узких областях он резко возрастает (рис. 1.4.7, а).

Эти области соответствуют частотам собственных колебаний оптических электронов в атомах разных видов. Спектр поглощения таких веществ линейчатый и представляет собой темные полосы на радужной окраске спектра, если это видимая область. При увеличении давления газа полосы поглощения уширяются. В жидком состоянии они сливаются, и спектр поглощения принимает вид, показанный на рис. 1.4.7, б. Причиной уширения является усиление связи атомов (молекул) в среде.

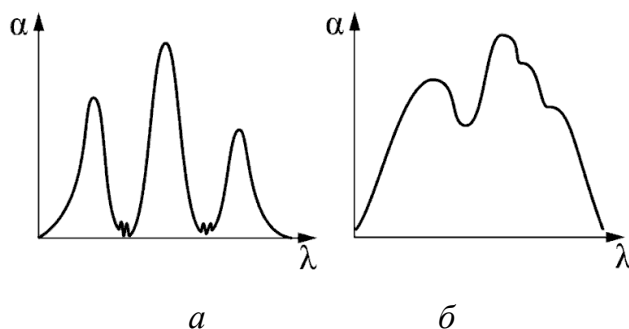


Рис. 1.4.7

Коэффициент поглощения, зависящий от длины волны  $\lambda$  (или частоты  $\omega$ ), для разных веществ различен. Например, одноатомные газы и пары металлов (т. е. вещества, в которых атомы расположены на значительных расстояниях друг от друга и их можно считать изолированными) обладают близким к нулю коэффициентом поглощения, и лишь для очень узких спектральных областей (примерно  $10^{-12} \dots 10^{-11}$  м) наблюдаются резкие максимумы (так называемый линейчатый спектр поглощения). Эти линии соответствуют частотам собственных колебаний электронов в атомах. Спектр поглощения молекул, определяемый колебаниями атомов в молекулах, характеризуется полосами поглощения (примерно  $10^{-10} \dots 10^{-7}$  м).

Коэффициент поглощения для диэлектриков невелик (примерно  $10^{-3} \dots 10^{-5} \text{ см}^{-1}$ ), однако у них наблюдается селективное поглощение света в определенных интервалах длин волн, когда  $\alpha$  резко возрастает и наблюдаются сравнительно широкие полосы поглощения (примерно  $10^{-7} \dots 10^{-6}$  м), т. е. диэлектрики имеют сплошной спектр поглощения. Это связано с тем, что в диэлектриках нет свободных электронов, и поглощение света обусловлено явлением резонанса при вынужденных колебаниях электронов в атомах и атомов в молекулах диэлектрика.

Коэффициент поглощения для металлов имеет большие значения (примерно  $10^3 \dots 10^4 \text{ см}^{-1}$ ), и поэтому металлы практически непрозрачны для света. В металлах из-за наличия свободных электронов, движущихся под действием электрического поля световой волны, возникают быс-

тропеременные токи, сопровождающиеся выделением джоулевой теплоты. Поэтому энергия световой волны быстро уменьшается, превращаясь во внутреннюю энергию металла. Чем выше проводимость металла, тем сильнее в нем поглощение света.

На рис. 1.4.8 представлена типичная зависимость коэффициента поглощения  $\alpha$  от частоты света  $\nu$  и зависимость показателя преломления  $n$  от  $\nu$  в области полосы поглощения. Из рисунка следует, что внутри полосы поглощения наблюдается аномальная дисперсия ( $n$  убывает с увеличением  $\nu$ ). Однако поглощение вещества должно быть значительным, чтобы повлиять на ход показателя преломления.

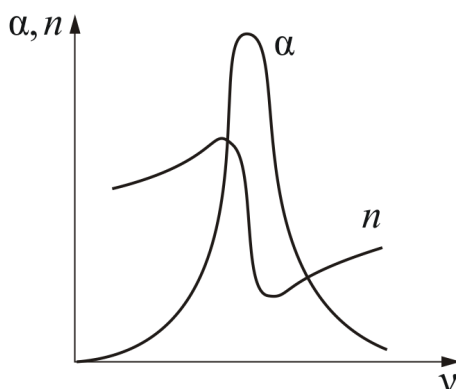


Рис. 1.4.8

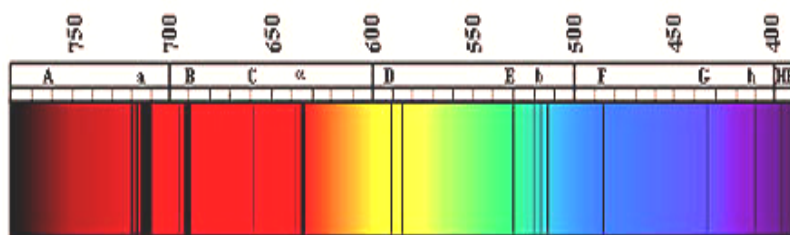
Зависимость коэффициента поглощения от частоты (длины волны) объясняется окрашенностью поглощающих тел. Например, стекло, слабо поглощающее красные и оранжевые лучи и сильно поглощающее зеленые и синие, при освещении белым светом будет казаться красным. Если на такое стекло направить зеленый и синий свет, то из-за сильного поглощения света этих длин волн стекло будет казаться черным. Это явление используется для изготовления светофильтров, которые в зависимости от химического состава (стекла с присадками различных солей; пленки из пластмасс, содержащие красители; растворы красителей и т. д.) пропускают свет только определенных длин волн, поглощая остальные. Разнообразие пределов селективного (избирательного) поглощения у различных веществ объясняет разнообразие и богатство цветов и красок, наблюдающееся в окружающем мире.

Спектральный анализ позволяет получить информацию о составе Солнца, поскольку определенный набор спектральных линий исключительно точно характеризует химический элемент. Так, с помощью наблюдений спектра Солнца был открыт гелий.

Видимая часть солнечного излучения при изучении с помощью спектроанализирующих приборов оказывается неоднородной – в спек-



тре наблюдаются **линии поглощения**, впервые описанные в 1814 г. И. Фраунгофером (рис. 1.4.9).



Фраунгоферовы линии в спектре солнечного излучения

Рис. 1.4.9

С помощью спектрального анализа узнали, что звезды состоят из тех же самых элементов, которые имеются и на Земле.

Явление поглощения широко используется в абсорбционном спектральном анализе смеси газов, основанном на измерениях спектров частот и интенсивностей линий (полос) поглощения. Структура спектров поглощения определяется составом и строением молекул, поэтому изучение спектров поглощения является одним из основных методов количественного и качественного исследования веществ.

### 1.4.5. Излучение Вавилова – Черенкова

В 1934 г. П.А. Черенков, работавший тогда под руководством С.Н. Вавилова, изучая действие электромагнитного излучения на вещество, обнаружил **особый вид свечения жидкости** под действием  $\gamma$ -лучей радия. Подобное излучение света было обнаружено и под действием других заряженных частиц, например электронов.

Характерные особенности этого излучения:

- 1) *свечение имело голубоватый цвет* и наблюдалось у всех чистых прозрачных жидкостей, причем яркость и цвет свечения мало зависели от химического состава жидкости;
- 2) *в отличие от люминесценции*, не наблюдалось ни температурного, ни примесного ослабления свечения;
- 3) излучение имеет *поляризацию и направленность* вдоль направления движения частицы.

Вавилов предположил, что обнаруженное явление не является люминесценцией, **свет излучают быстрые электроны, движущиеся в жидкости**. В 1937 г. И.Е. Тамм и И.М. Франк объяснили механизм свечения и создали количественную теорию, основанную на уравнениях классической электродинамики. В 1940 г. В.Л. Гинзбург создал квантовую теорию, которая привела к тем же результатам.

**Излучение Вавилова – Черенкова – это излучение электрически заряженной частицы, движущейся в среде со скоростью  $v$ , превышающей скорость света в этой среде  $u = c/n$ :**

$$\frac{c}{n} < v < c.$$

Согласно электромагнитной теории, заряд, движущийся равномерно, не излучает электромагнитной волны. Однако Тамм и Франк показали, что это справедливо лишь для скоростей частиц, не превышающих фазовую скорость волны в данной среде. В процессе излучения Вавилова – Черенкова энергия и скорость излучающей свободной частицы уменьшаются, то есть частица тормозится.

Заряженная частица вызывает кратковременную поляризацию вещества в окрестности тех точек, через которые она проходит при своем движении. Поэтому молекулы среды, лежащие на пути частицы, становятся кратковременно действующими когерентными источниками элементарных электромагнитных волн, которые интерферируют друг с другом.

При движении заряженной частицы в изотропной среде со скоростью  $v < u = c/n$  элементарные волны будут представлять собой сферы, распространяющиеся со скоростью  $u = c/n$  (рис. 1.4.10).

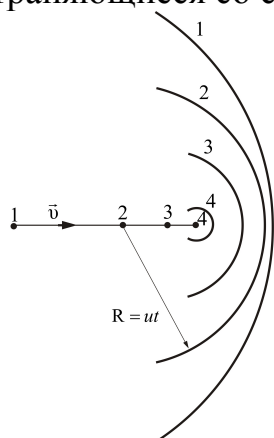


Рис. 1.4.10

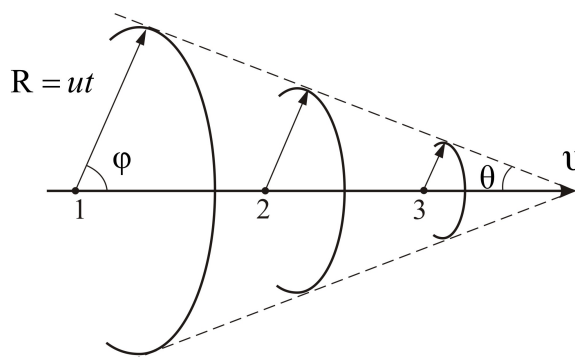


Рис. 1.4.11

Согласно принципу Гюйгенса – Френеля, в результате интерференции элементарные волны гасят друг друга всюду, за исключением их общей огибающей. А при движении частицы со скоростью  $v < u$  общей огибающей волн нет: все окружности лежат одна в другой. Поэтому заряд, движущийся равномерно прямолинейно со скоростью  $v < u$ , свет не излучает.

Если частица движется быстрее, чем распространяются волны в среде ( $v > u$ ), то соответствующие элементарным волнам сферы пересекаются и их общая огибающая (волновая поверхность) представляет собой конус

с вершиной в точке, совпадающей с мгновенным положением движущейся частицы (рис. 1.4.11). В данном случае в результате интерференции элементарные волны усиливают друг друга. Нормали к образующим конуса определяют волновые векторы, т. е. направления распространения света. Угол  $\varphi$ , который составляет волновой вектор с направлением движения частицы, удовлетворяет соотношению  $\cos \varphi = \frac{u}{v} = \frac{c}{nv}$ .

В этих направлениях вторичные волны будут усиливаться и формировать излучение Вавилова – Черенкова. Свет, возникающий на каждом малом участке траектории частицы, распространяется вдоль образующей конуса, ось которого совпадает с направлением движения свободного электрона  $v_e$ , а угол при вершине равен  $2\varphi$  (рис. 1.4.12).

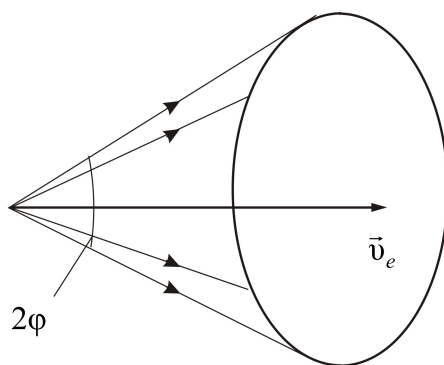


Рис. 1.4.12

В жидкостях и твердых телах условие  $u > v$  начинает выполняться для электронов при энергиях  $W > 10^5$  эВ, а для протонов при  $W > 10^8$  эВ.

Описанный эффект используют в счетчиках Черенкова, предназначенных для регистрации заряженных микрочастиц (электронов, протонов, мезонов и т. п.). В них световая вспышка, возникающая при движении частицы, преобразуется в электрический сигнал с помощью фотоумножителя, который и регистрируется. В некоторых черенковских счетчиках можно определить угол  $\varphi$  по условию  $\cos \varphi = c / (nv_e)$ , оценить скорость частицы и, зная массу, определить ее энергию (что было использовано Э. Сегре при открытии антипротона в 1955 г.).

### Вопросы к читателю. Упражнения

1. Дайте определение дисперсии света. Наблюдается ли дисперсия при прохождении света в вакууме?
2. Приведите зависимость показателя преломления от длины волны, от частоты.
3. Почему в вакууме скорости лучей различного цвета одинаковы?
4. Как связаны между собой преломляющий угол призмы и угол отклонения лучей ею?
5. Чем отличается нормальная дисперсия от аномальной?
6. Следствием чего является разложение в спектр пучка белого света при прохождении его сквозь призму?
7. Лучи какого цвета преломляются в призме меньше; больше?
8. В чем различие спектров, полученных с помощью призм с одинаковыми преломляющими углами, но изготовленных из разных материалов?
9. По каким признакам можно отличить спектры, полученные с помощью призмы и дифракционной решетки?
10. Приведите примеры проявления дисперсии света в природе.
11. Изменится ли цвет лучей при переходе их из воздуха в оптически менее плотную среду? Почему?
12. Длина волны красного света в воде равна длине зеленого света в воздухе. Какой цвет Вы увидите под водой, если воду освещать красным светом? Почему?
13. В чем заключаются основные положения и выводы электронной теории дисперсии света?
14. Почему металлы, в отличие от диэлектриков, сильно поглощают свет?
15. Как с помощью зависимости коэффициента поглощения от частоты объяснить окрашенность поглощающих тел?
16. Излучает ли заряд, движущийся равномерно прямолинейно, электромагнитные волны?
17. Когда возникает излучение Черенкова – Вавилова?
18. Каково практическое использование эффекта Черенкова – Вавилова?
19. Опишите принцип работы черенковского счетчика.

## 1.5. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА. ЭЛЕМЕНТЫ КРИСТАЛЛООПТИКИ

### 1.5.1. Естественный и поляризованный свет

Основное свойство электромагнитных волн – **поперечность** колебаний векторов напряженности электрического и магнитного полей по отношению к направлению распространения волны (рис. 1.5.1).

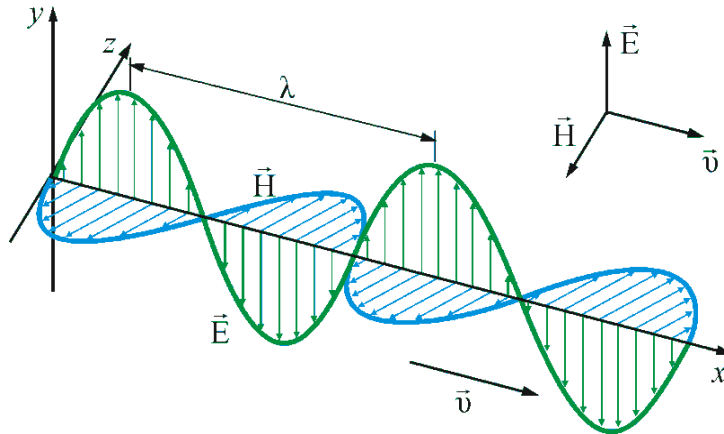


Рис. 1.5.1

В каждом отдельном случае (для каждого цуга волн) имеется та или иная ориентация векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  в пространстве по отношению к распространению (направлению луча). Такая **асимметрия** характерна только для **поперечных волн**. Продольная волна всегда симметрична относительно направления распространения.

Как правило, излучение естественных источников представляет собой пример электромагнитных волн со всевозможными равновероятными ориентациями вектора  $\vec{E}$ , т. е. с неопределенным состоянием поляризации. Такой свет называют **неполяризованным**, или **естественным** (рис. 1.5.2, а).

Свет с преимущественным (но не исключительным) направлением колебаний вектора  $\vec{E}$  называют **частично поляризованным светом** (рис. 1.5.2, б).

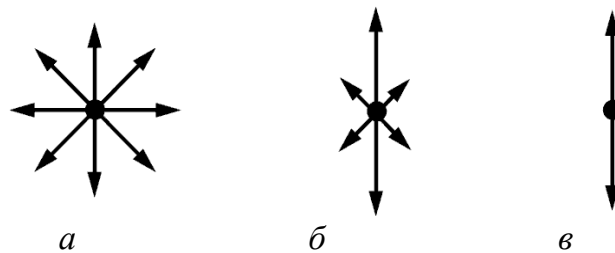


Рис. 1.5.2

В природе существует обширный класс электромагнитных волн, в которых колебания электрического и магнитного полей совершаются в строго определенных направлениях. Такое свойство определяет состояние **поляризации** электромагнитной волны. Если вектор напряженности электрического поля электромагнитной волны колеблется вдоль некоторого направления в пространстве, говорят о **линейной поляризации** рассматриваемой электромагнитной волны (рис. 1.5.2, в). Электромагнитная волна в этом случае называется **полностью поляризованной**.

Из уравнений Максвелла следует существование полностью поляризованных электромагнитных волн, у которых по мере распространения волны векторы напряженности электрического и магнитного полей изменяются таким образом, что траектория их движения в плоскости, поперечной направлению распространения волны, представляет собой эллипс или окружность. В этом случае говорят соответственно об **эллиптической** или **круговой поляризации** электромагнитной волны (рис. 1.5.3).

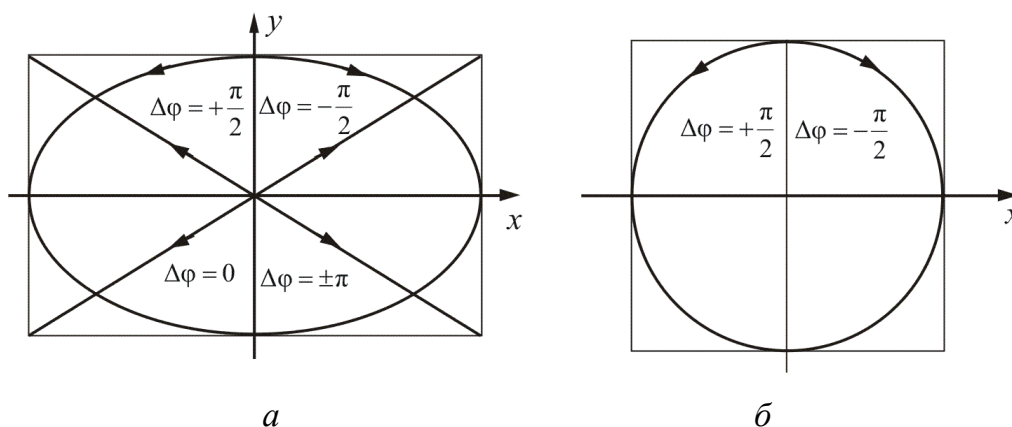


Рис. 1.5.3

Пространственную структуру эллиптически поляризованных волн поясняет рис. 1.5.4.

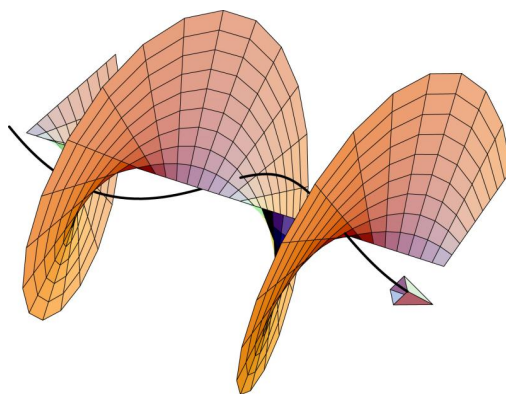


Рис. 1.5.4

Винтовая линия, изображенная на этом рисунке, есть геометрическое место концов вектора  $\vec{E}$ , относящихся к различным значениям  $z$  в один и тот же момент времени  $t$ . Шаг винта равен длине волны  $\lambda$ . С изменением  $t$  эта винтовая линия, не деформируясь, перемещается со скоростью света в направлении распространения волны. При этом мы получим поле  $\vec{E}$ , вращающееся по часовой стрелке (если смотреть навстречу волне).

Как показывает опыт, реальные световые волны во многих случаях можно описывать с помощью рассмотренных выше моделей эллиптически поляризованных волн.

При распространении электромагнитной волны в реальных средах возможно превращение неполяризованных волн в полностью поляризованные и наоборот, если среда либо неоднородна, либо анизотропна. Примером такого превращения является **поляризация электромагнитной волны при отражении**.

Другой практически важный способ поляризации электромагнитных волн, в частности световых, представляет рассматриваемое в этой теме распространение электромагнитных волн в **оптически анизотропных средах**.

Естественно, что инструментом для исследования асимметрии поперечных волн может служить система, сама являющаяся асимметричной. Газ, жидкость, твердые аморфные тела изотропны.

Асимметрией обладают кристаллические тела. Их свойства могут различаться в различных направлениях. Они **анизотропны**. Отсюда следует, что **асимметрию поперечных световых лучей можно изучать, пропуская свет через анизотропные кристаллы**.

Устройства, позволяющие получать линейно поляризованный свет, называют **поляризаторами**. Когда те же самые приборы используют для анализа поляризации света, их называют **анализаторами**. Через такие устройства проходит только та часть волны, у которой вектор  $\vec{E}$  колеблется в определенном направлении. Это направление называют **главной плоскостью поляризатора (анализатора)**.

Пусть естественный свет падает на кристалл поляризатора  $P$  (рис. 1.5.5).

После прохождения поляризатора он будет линейно поляризован в направлении  $OO'$ . Интенсивность света при этом уменьшится наполовину. Это объясняется тем, что при случайных ориентациях вектора  $\vec{E}$  все направления равновероятны.

Если вращать поляризатор вокруг светового луча, то никаких особых изменений не произойдет. Если же на пути луча поставить еще и второй

кристалл – анализатор  $A$ , то интенсивность света будет изменяться в зависимости от того, как ориентированы друг относительно друга обе пластины. *Интенсивность* света будет *максимальна*, если *оси* обоих кристаллов *параллельны*, и *равна нулю*, если *оси перпендикулярны* друг другу.

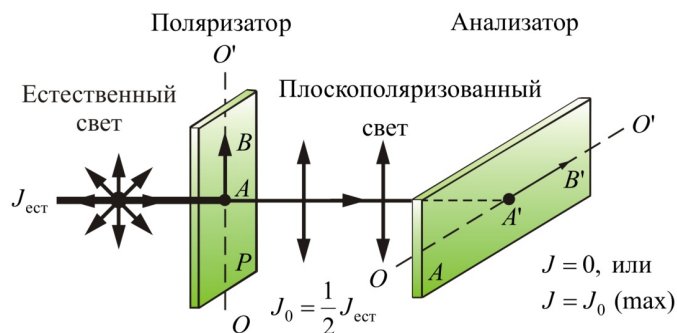


Рис. 1.5.5

Все это можно объяснить следующим образом:

- *световые волны поперечны*, однако в естественном свете нет преимущественного направления колебаний;
- *кристалл поляризатора* пропускает лишь те волны, вектор  $\vec{E}$  которых имеет составляющую, *параллельную оси кристалла* (именно поэтому поляризатор ослабляет свет в два раза);
- *кристалл анализатора*, в свою очередь, пропускает свет, когда его *ось параллельна оси поляризатора*.

### 1.5.2. Поляризация при отражении и преломлении

Свет поляризуется при **отражении** от границы двух сред и при **прохождении** границы – при **преломлении**.

Если угол падения света на границу раздела двух диэлектриков (например, воздух – стекло) *отличен от нуля*, то *отраженный и преломленный свет оказывается частично поляризованным*. (При отражении света от проводящей поверхности свет получается эллиптически поляризованным).

В отраженном луче преобладают колебания, **перпендикулярные** плоскости падения, а в преломленном луче – колебания, **параллельные** плоскости падения (рис. 1.5.6, а).

Степень поляризации зависит от угла падения.

Если луч падает на границу двух сред под углом  $\alpha$ , удовлетворяющим условию  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$ , где  $n_{21}$  – показатель преломления второй среды относительно первой, то **отраженный луч оказывается полностью поляризованным**. **Преломленный луч поляризован частично** (рис. 1.5.6, б).



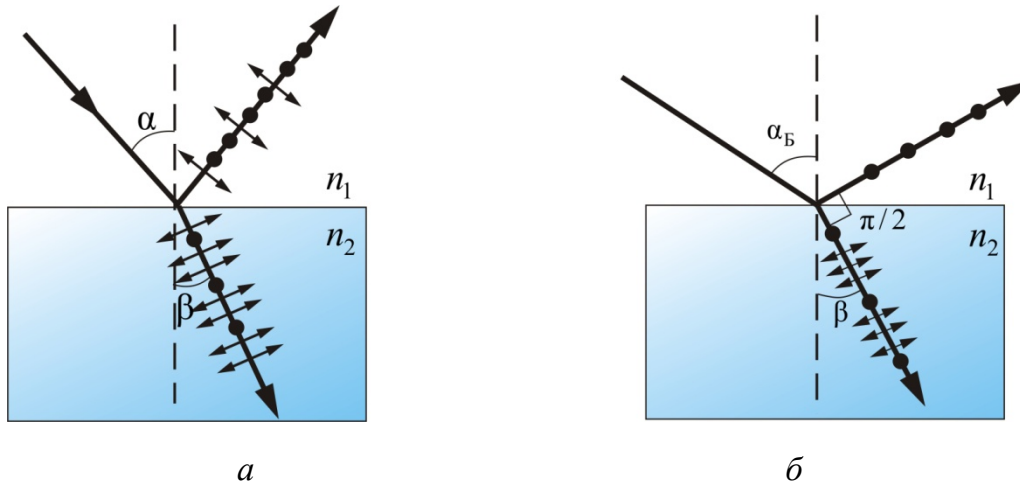


Рис. 1.5.6

Угол  $\alpha$ , удовлетворяющий условию  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{n_2}{n_1}$ , называется **углом Брюстера**.

При  $\alpha = \alpha_B$  угол между отраженным и преломленным лучами равен  $\pi/2$ , а отраженный луч полностью поляризован.

При отражении естественного света от диэлектрика (диэлектрического зеркала) используется **формула Френеля** для расчета степени поляризации:

$$P = \frac{J_x - J_y}{J_x + J_y},$$

где  $J_x$  и  $J_y$  – интенсивности света по осям  $x$  и  $y$ .

Таким образом, пластинка прозрачного диэлектрика *сортирует* лучи естественного света, отражая лучи с одним направлением колебаний и преломляя с другим.

### 1.5.3. Двойное преломление света

В 1669 г. датский ученый Эразм Бартолин опубликовал работу, в которой сообщил об открытии нового физического явления – **двойного преломления света**. Рассматривая преломление света в кристалле исландского шпата ( $\text{CaCO}_3$ ), Бартолин обнаружил, что луч внутри кристалла расщепляется на два луча (рис. 1.5.7). Если кристалл поворачивать относительно направления первоначального луча, то поворачиваются оба луча, прошедшие через кристалл. Один из лучей вел себя согласно известному закону преломления света, а второй совершенно необычно. Поэтому Бартолин первый луч назвал **обыкновенным**, а второй – **необыкновенным**.

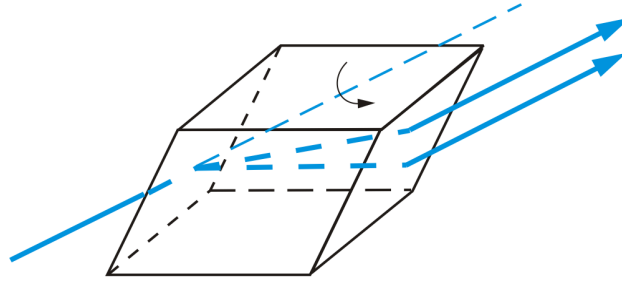


Рис. 1.5.7

Кроме того, Бартолин обнаружил, что луч света, падая в определенном направлении в кристалле исландского шпата, не раздваивается.

Объяснение этому явлению дал современник Бартолина – голландский ученый Христиан Гюйгенс. Он показал, что необычное поведение луча света, проходящего через исландский шпат, связано с **анизотропией кристалла**. Направление, вдоль которого падающий луч не раздваивается, Гюйгенс назвал **оптической осью**, и кристаллы, имеющие одну оптическую ось, – **одноосными кристаллами** (исландский шпат, турмалин). Оптические свойства одноосного кристалла одинаковы вдоль всех направлений, образующих один и тот же угол с оптической осью. Любая плоскость, проходящая через оптическую ось, называется **главным сечением кристалла**. Существуют кристаллы, у которых имеются две оптические оси. Такие кристаллы называют **двухосными** (гипс, слюда).

В своей книге «Трактат о свете», изданной в Лейдене в 1690 г., Гюйгенс подробно объяснил явление двойного преломления света. Благодаря своим исследованиям Гюйгенс подошел к открытию явления поляризации света, однако решающего шага он сделать не смог, поскольку световые волны в его теории предполагались продольными.

Рассмотрим подробнее явление двойного лучепреломления. Оно заключается в том, что луч внутри кристалла расщепляется на два луча. Один из них подчиняется известному закону преломления Снеллиуса:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1},$$

этот луч (*o*) **обыкновенный**, а другой не подчиняется –

**необыкновенный** луч (*e*). Выглядит это так, как показано на рис. 1.5.8, *а*.

Исследования показали, что обыкновенный и необыкновенный лучи являются полностью поляризованными во взаимно перпендикулярных направлениях.

Плоскость колебаний обыкновенного луча перпендикулярна главному сечению, а необыкновенного луча – совпадает с главным сечением. На выходе из кристалла оба луча распространяются в одинаковом направлении и различаются лишь направлением поляризации (рис. 1.5.8, *б*).

Явление двойного лучепреломления используется для получения поляризованного света.

В некоторых кристаллах один из лучей поглощается сильнее другого – *дихроизм*. Очень сильным дихроизмом в видимом свете обладает кристалл турмалина (прозрачное кристаллическое вещество зеленоватой окраски). В нем обыкновенный луч практически полностью поглощается на длине 1 мм, а необыкновенный луч выходит из кристалла. В кристалле сульфата йодистого хирина один из лучей поглощается на длине 0,1 мм. Это явление используется для создания поляроидов. На выходе поляроида получается один поляризованный луч.

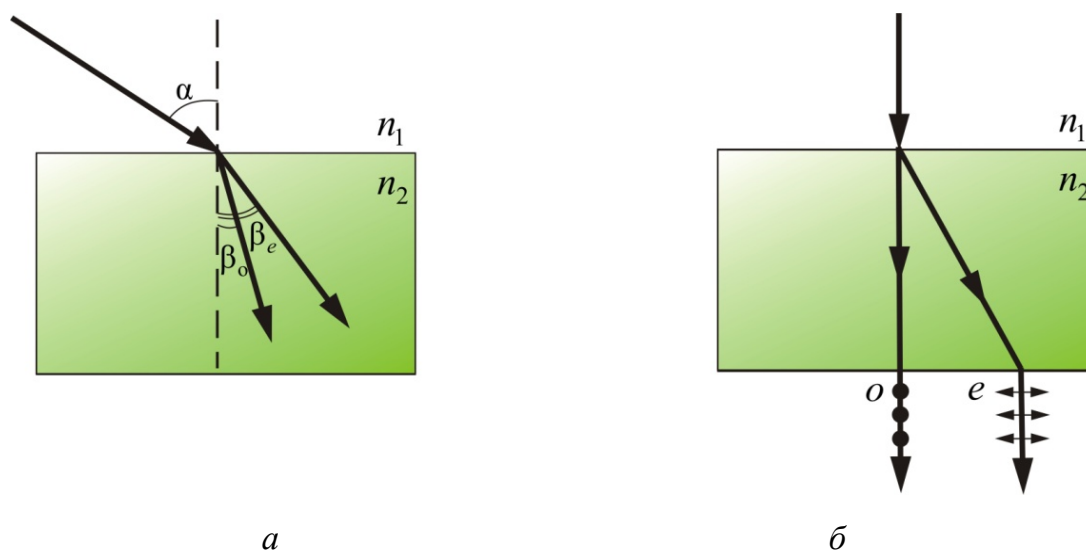


Рис. 1.5.8

Часто в качестве поляризатора используется так называемая призма Николя. Это призма из *исландского шпата*, разрезанная по диагонали и склеенная канадским бальзамом (рис. 1.5.9).

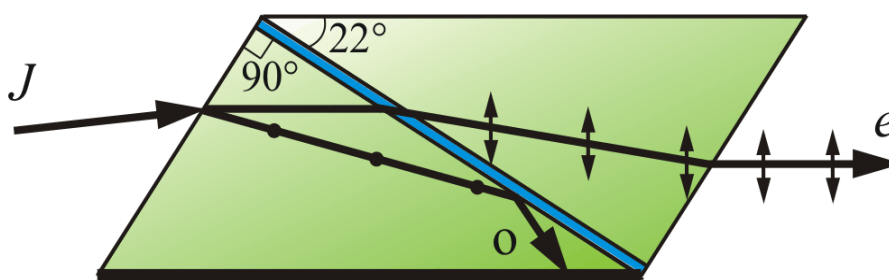


Рис. 1.5.9

Показатель преломления канадского бальзама лежит между значениями показателей  $n_o$  и  $n_e$  для обыкновенного и необыкновенного лучей в исландском шпате ( $n_o > n > n_e$ ). За счет этого обыкновенный луч

претерпевает на прослойке бальзама полное внутреннее отражение и отклоняется в сторону. Необыкновенный луч свободно проходит через эту прослойку и выходит из призмы.

Двойное лучепреломление объясняется анизотропией кристаллов. В таких кристаллах диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  зависит от направления. В одноосных кристаллах диэлектрическая проницаемость в направлении оптической оси  $\epsilon_x$  и в направлениях  $\epsilon_y$ , перпендикулярных к ней, имеет разные значения.

Поскольку  $n = \sqrt{\epsilon\mu}$ , а в диэлектриках  $\mu = 1$ , то  $n = \sqrt{\epsilon}$ . Следовательно, из анизотропии  $\epsilon$  вытекает, что электромагнитные волны разных направлений колебаний вектора  $\vec{E}$  имеют разный показатель преломления и, следовательно, разную скорость распространения. Скорость распространения обыкновенного луча  $v_o = c/\sqrt{\epsilon_y}$ , а необыкновенного —  $v_e = c/\sqrt{\epsilon_x}$ , причем необыкновенный луч распространяется перпендикулярно оптической оси кристалла.

В соответствии с этим одноосные кристаллы характеризуются показателем преломления обыкновенного луча  $n_o = c/v_o$  и показателем преломления необыкновенного луча  $n_e = c/v_e$ . В зависимости от того, какая из скоростей —  $v_o$  или  $v_e$  — больше, различают положительные и отрицательные одноосные кристаллы. При условии, когда  $v_o > v_e$ , кристалл **положительный**, когда  $v_o < v_e$  — **отрицательный**.

#### 1.5.4. Закон Малюса

В 1809 г. французский инженер Э. Малюс открыл закон, названный впоследствии его именем. В опытах Малюса свет последовательно пропусклся через две одинаковые пластинки из турмалина.

Пластинки могли поворачиваться друг относительно друга на угол  $\varphi$  (рис. 1.5.10).

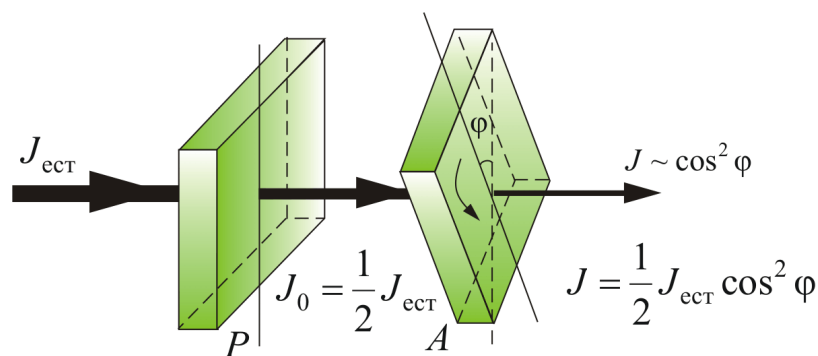


Рис. 1.5.10

Интенсивность прошедшего света оказалась прямо пропорциональной:  $\cos^2 \varphi$ :  $J \sim \cos^2 \varphi$ .

Уменьшение интенсивности волны можно пояснить на наглядном примере, изображенном на рис. 1.5.11. Из рисунка видно, что поворот щели  $S$  вызовет затухание волны.

Рассмотрим прохождение естественного света последовательно через два идеальных поляроида  $P$  и  $A$  (рис. 1.5.10), разрешенные направления которых развернуты на некоторый угол  $\varphi$ . Первый поляризатор играет роль *поляризатора*. Он превращает естественный свет в линейно-поляризованный. Вторым поляризатор (*анализатор*) служит для анализа падающего на него света. Здесь также используется явление *дихроизма*.

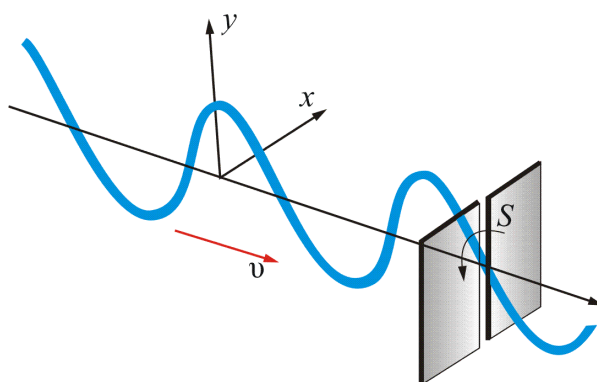


Рис. 1.5.11

В естественном свете все значения  $\varphi$  равновероятны, и среднее значение  $\langle \cos^2 \varphi \rangle = 1/2$ . Поэтому интенсивность естественного света, прошедшего один поляризатор, уменьшается в *два раза*.

Поставим на пути естественного света два поляризатора (рис. 1.5.10), плоскости которых образуют угол  $\varphi$ . Из первого поляризатора выйдет луч интенсивностью  $J_0 = \frac{1}{2} J_{\text{ест}}$ . Согласно *закону Малюса*, интенсивность света, прошедшего второй поляризатор,

$$J = J_0 \cos^2 \varphi = \frac{1}{2} J_{\text{ест}} \cos^2 \varphi.$$

Это без учета поглощения света в кристалле.

$$J = J_{\text{max}} = \frac{1}{2} J_{\text{ест}} \text{ при } \varphi = 0.$$

При  $\varphi = \pi/2$   $J = 0$  – скрещенные поляризаторы свет не пропускают.

В электромагнитной теории света закон Малюса находит естественное объяснение на основе разложения вектора  $\vec{E}$  на составляющие  $E_x$  и  $E_y$ .

### 1.5.5. Искусственная анизотропия

Двойное лучепреломление можно наблюдать и в изотропных средах (аморфных телах), если подвергнуть их механическим нагрузкам.

Изотропное тело, подвергнутое упругим деформациям, может стать анизотропным и изменить состояние поляризации проходящего света. Это явление, открытое в 1818 г. Брюстером, получило название фотоупругости, или пьзооптического эффекта. При одностороннем растяжении или сжатии тело становится подобным одноосному кристаллу с оптической осью, параллельной направлению приложенной силы. Мерой возникающей при этом оптической анизотропии служит разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей. Опыт показывает, что эта разность пропорциональна напряжению  $\sigma = \frac{dF}{dS}$

в данной точке тела. От этого напряжения будет зависеть разность показателей преломления  $n_o - n_e = k\sigma$ , где  $k$  – коэффициент пропорциональности, зависящий от свойств вещества.

Поместим стеклянную пластинку  $Q$  между двумя поляризаторами –  $P$  и  $A$  (рис. 1.5.12).

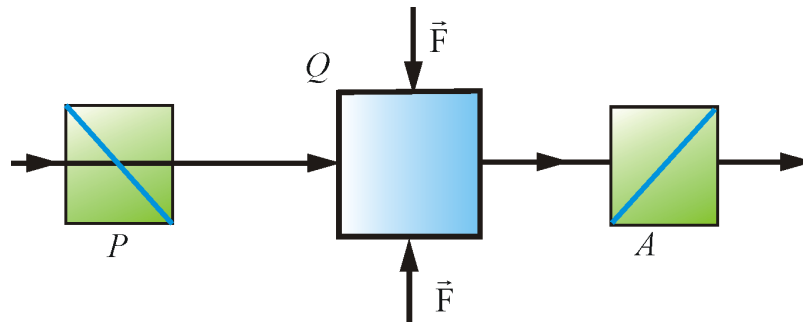


Рис. 1.5.12

В отсутствие механической деформации свет через них проходить не будет. Если же стекло подвергнуть деформации, то свет может пройти, причем картина на экране получится цветная. По распределению цветных полос можно судить о распределении напряжений в стеклянной пластинке (рис. 1.5.13).

Это явление широко используется для определения прочности деталей. Помещая прозрачные фотоупругие модели между поляризатором и анализатором и подвергая их различным нагрузкам, можно изучать распределения возникающих внутренних напряжений.

Явление искусственной анизотропии может возникать в изотропных средах под воздействием электрического поля – эффект Керра. На рис. 1.5.14 изображена так называемая ячейка Керра.

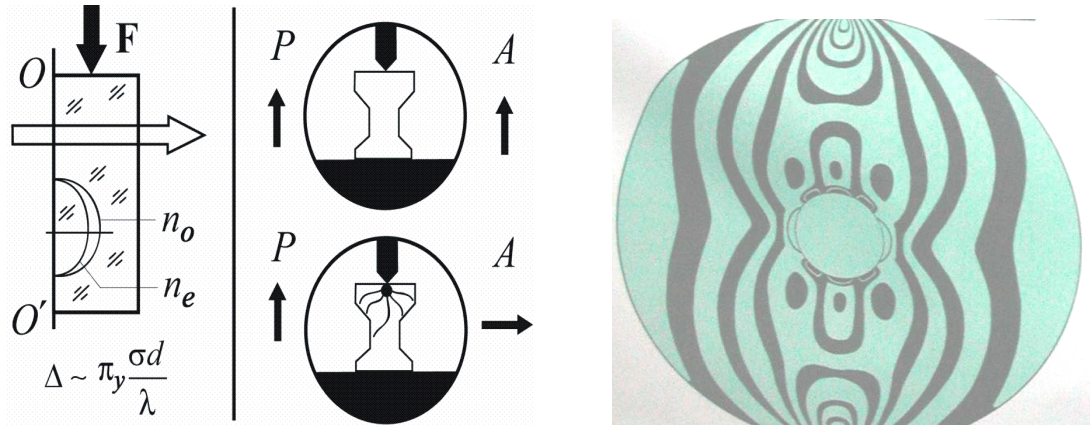


Рис. 1.5.13

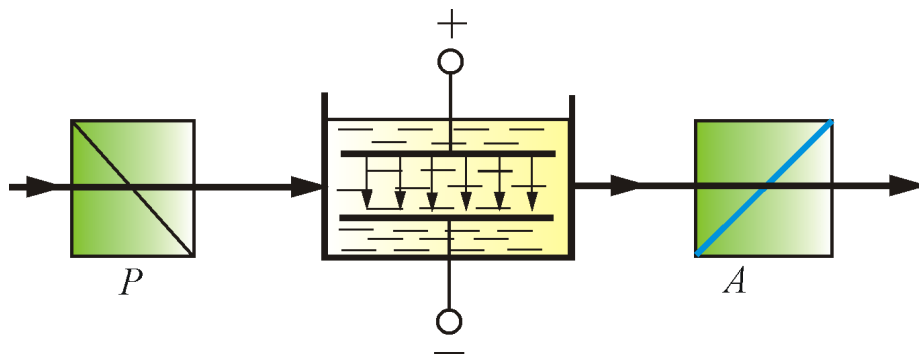


Рис. 1.5.14

Если поляризаторы скрещены, то в отсутствие поля свет через ячейку Керра не проходит. В электрическом поле между пластинками конденсатора жидкость (используется обычно нитробензол) становится анизотропной. Свет, прошедший через кювету, поворачивает плоскость поляризации, и система становится прозрачной. Ячейка Керра может служить затвором света, который управляется потенциалом одного из электродов конденсатора, помещенного в ячейку.

На основе ячеек Керра построены практически безынерционные затворы и модуляторы света с временем срабатывания до  $10^{-12}$  с.

Величина двойного лучепреломления прямо пропорциональна квадрату напряженности электрического поля:  $\Delta n = nkE^2$  (**закон Керра**). Здесь  $n$  – показатель преломления вещества в отсутствие поля;  $\Delta n = n_e - n_o$ , где  $n_e$  и  $n_o$  – показатели преломления для необыкновенной и обыкновенной волн;  $k$  – постоянная Керра.

Оптическая разность хода в эффекте Керра

$$\Delta l(n_o + n_e) = k_2 l E^2.$$

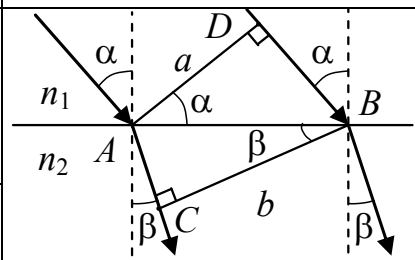
## Вопросы к читателю. Упражнения

1. Что называется естественным светом? плоскополяризованным светом? частично поляризованным светом? эллиптически поляризованным светом?
2. Как изменяется интенсивность света за поляризатором при его вращении вокруг пучка естественного света?
3. Как практически отличить плоскополяризованный свет от естественного?
4. Что такое угол Брюстера?
5. Покажите, что при выполнении закона Брюстера отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны.
6. Интенсивность естественного света, пропущенного через два поляризатора, уменьшилась вдвое. Как ориентированы поляризаторы?
7. Что называется оптической осью кристалла? Чем отличаются двухосные кристаллы от одноосных?
8. Чем обусловлено двойное преломление в оптически анизотропном одноосном кристалле?
9. Чем отличаются отрицательные кристаллы от положительных? Приведите построение волновых поверхностей для  $o$ - и  $e$ -лучей.
10. Какие поляризационные приборы Вы знаете? В чем заключается принцип их действия?
11. Что называется пластинкой в четверть волны? в полволны?
12. На поляризатор падает циркулярно поляризованный свет с интенсивностью  $J_0$ . Какова интенсивность света за поляризатором?
13. Как, используя пластинку в четверть волны и поляризатор, отличить циркулярно поляризованный свет от естественного?
14. Каково будет действие пластинки в полволны на естественный свет? на плоскополяризованный свет, плоскость поляризации которого составляет угол  $45^\circ$  с оптической осью пластинки?
15. Объясните действие светового затвора ячейки Керра в сочетании с поляризатором и анализатором.
16. Что такое эффект Керра? Какова физическая причина его возникновения? Где применяется?
17. Какие вещества называются оптически активными?
18. В чем отличие оптической активности от двойного лучепреломления?



## Примеры решения задач

**1.1.** Пучок параллельных световых лучей падает из воздуха на толстую стеклянную пластину под углом  $60^\circ$  и, преломляясь, переходит в стекло. Ширина пучка в воздухе 10 см. Определите ширину пучка в стекле. Показатель преломления стекла 1,51. Результат представьте в единицах СИ и округлите до сотых.

Дано:	Решение:	
$\alpha = 60^\circ$ $a = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$ $n_1 = 1$ $n_2 = 1,51$ $b = ?$		<p>Для решения задачи необходимо выполнить рисунок.</p> <p>Для падающего и преломленного лучей запишем закон преломления:</p>

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = n_2.$$

Отсюда определим угол преломления  $\beta$ :

$$\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n_2} = \frac{\sin 60^\circ}{1,51} \approx 0,574.$$

$$\beta = \arcsin 0,574 \approx 35^\circ.$$

Из рисунка видно, что прямоугольные треугольники  $ABC$  и  $ABD$  имеют общую гипотенузу  $AB$ .

$$AB = \frac{a}{\cos \alpha}; \quad AB = \frac{b}{\cos \beta}.$$

Приравнивая правые части уравнений, получим

$$\frac{a}{\cos \alpha} = \frac{b}{\cos \beta}.$$

Отсюда ширина пучка  $b$  в стекле будет равна

$$b = \frac{a \cos \beta}{\cos \alpha} = \frac{0,1 \cdot \cos 35^\circ}{\cos 60^\circ} = 0,16 \text{ (м)}.$$

**Ответ:**  $b = 0,16 \text{ м}$ .

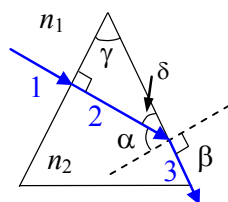
**1.2.** Каков преломляющий угол призмы из стекла с показателем преломления 1,56, если луч, упавший нормально на одну ее грань, выходит вдоль другой? Ответ представьте в градусах и округлите до целого числа.

**Дано:**

$$\begin{aligned} n_1 &= 1 \\ n_2 &= 1,56 \\ \beta &= 90^\circ \end{aligned}$$

$$\gamma = ?$$

**Решение:**



Преломляющий угол призмы – это угол между гранями призмы, на которую падает и из которой выходит луч. Из рисунка видно, что нам нужно определить угол  $\gamma$ .

По условию задачи первый луч падает из воздуха, показатель преломления которого равен 1, на грань призмы нормально. Следовательно, он проходит в стекло не преломляясь. Далее луч падает на границу раздела «стекло–воздух» под углом  $\alpha$ . Здесь луч преломляется и выходит вдоль другой грани. Следовательно, угол преломления  $\beta = 90^\circ$ .

Закон преломления

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_1}{n_2}.$$

Отсюда

$$\sin \alpha = \sin \beta \cdot \frac{n_1}{n_2}. \quad (1)$$

Найдем связь угла  $\alpha$  с преломляющим углом призмы  $\gamma$ :

$$\delta = 90^\circ - \alpha, \quad (2)$$

или из треугольника:

$$\delta = 180^\circ - 90^\circ - \gamma = 90^\circ - \gamma. \quad (3)$$

Приравниваем правые части уравнений (2) и (3):

$$90^\circ - \alpha = 90^\circ - \gamma, \text{ или } \alpha = \gamma.$$

Заменим в уравнении (1)  $\alpha$  на  $\gamma$  и рассчитаем его значение:

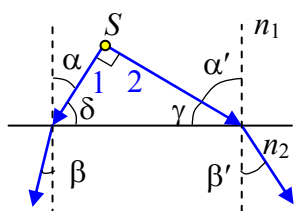
$$\sin \gamma = \sin \beta \cdot \frac{n_1}{n_2} = \sin 90^\circ \cdot \frac{1}{1,56} = 0,641.$$

Отсюда найдем преломляющий угол призмы:

$$\gamma = \arcsin 0,641 \approx 40^\circ.$$

**Ответ:**  $\gamma = 40^\circ$ .

**1.3.** Из одной точки, в которой находится точечный источник света  $S$ , на поверхность жидкости падают взаимно перпендикулярные лучи 1 и 2. Угол преломления первого луча  $30^\circ$ , угол преломления второго луча  $45^\circ$ . Определите показатель преломления жидкости. Ответ округлите до сотых.

Дано:	Решение:
$\beta = 30^\circ$ $\beta' = 45^\circ$ $n_1 = 1$	 <p data-bbox="885 515 1385 638">Запишем закон преломления для первого и второго лучей:</p>
$n_2 = ?$	$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}, \quad \frac{\sin \alpha'}{\sin \beta'} = \frac{n_2}{n_1}.$

В этих уравнениях правые части равны, приравняем и левые:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin \alpha'}{\sin \beta'}. \quad (1)$$

В полученном выражении два неизвестных:  $\alpha$  и  $\alpha'$ . Выразим одно неизвестное через другое. Из рисунка

$$\delta = 90^\circ - \alpha;$$

$$\gamma = 180^\circ - \delta - 90^\circ = 90^\circ - \delta = 90^\circ - 90^\circ + \alpha = \alpha;$$

$$\alpha' = 90^\circ - \gamma = 90^\circ - \alpha. \quad (2)$$

Подставим полученное выражение (2) в (1):

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin(90^\circ - \alpha)}{\sin \beta'} = \frac{\cos \alpha}{\sin \beta'}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sin \beta}{\sin \beta'} \quad \text{tg } \alpha = \frac{\sin \beta}{\sin \beta'} = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 45^\circ} = 0,707.$$

$$\alpha = \text{arctg } 0,707 \approx 35^\circ.$$

Полученное значение угла  $\alpha$  подставим в закон преломления и рассчитаем показатель преломления жидкости:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}. \quad n_2 = n_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 1 \cdot \frac{\sin 35^\circ}{\sin 30^\circ} \approx 1,15.$$

**Ответ:**  $n = 1,15$ .

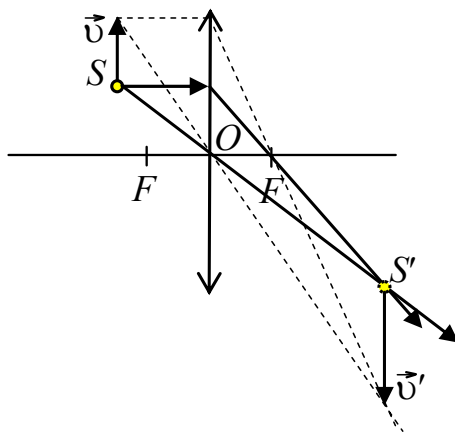
**1.4.** Точка  $A$  движется с постоянной скоростью  $2 \text{ см/с}$  в направлении, как показано на рисунке. С какой скоростью движется изображение этой точки, если расстояние этой точки от линзы  $0,15 \text{ м}$ , а фокусное расстояние линзы  $0,1 \text{ м}$ ? Ответ представьте в сантиметрах за секунду.

**Дано:**

$$\begin{aligned} v &= 2 \text{ см/с} = \\ &= 2 \cdot 10^{-2} \text{ м/с} \\ d &= 0,15 \text{ м} \\ F &= 0,1 \text{ м} \end{aligned}$$

$$v' = ?$$

**Решение:**



Коэффициент  
увеличения линзы

$$\Gamma = \frac{H}{h} = \frac{f}{d},$$

где  $h$  – высота предмета;  $H$  – высота изображения;  $d$  – расстояние от оптического центра линзы до предмета;

$f$  – расстояние от оптического центра линзы до изображения. В этой формуле  $h$  и  $H$  соответствуют скоростям  $v$  и  $v'$ , следовательно, ее можно записать в виде

$$\frac{v'}{v} = \frac{f}{d}.$$

Т. е. для определения скорости  $v'$  необходимо знать расстояние  $f$ , которое можно найти из формулы тонкой линзы. Для собирающей линзы

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f};$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{d} = \frac{d - F}{dF}; \quad f = \frac{dF}{d - F}.$$

Тогда скорость  $v'$ , с которой движется изображение точки, будет равна

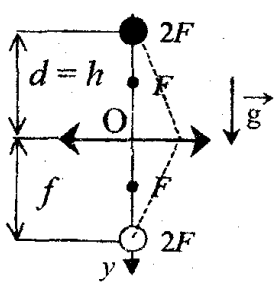
$$v' = v \frac{f}{d} = \frac{v d F}{d(d - F)} = \frac{v F}{d - F}.$$

Отсюда

$$v' = \frac{0,02 \cdot 0,1}{0,15 - 0,1} = 0,04 \text{ (м/с)} = 4 \text{ (см/с)}.$$

**Ответ:**  $v' = 4 \text{ см/с}$ .

**1.5.** Стальной шарик падает без начальной скорости с высоты  $h$ , равной 0,9 м, на собирающую линзу и разбивает ее. В начальный момент расстояние от шарика до линзы равнялось расстоянию от линзы до действительного изображения шарика. Сколько времени существовало мнимое изображение? Принять  $g = 10 \text{ м/с}^2$ . Ответ представьте в единицах СИ и округлите до сотых.

Дано:	Решение:
$v_0 = 0$ $h = 0,9 \text{ м}$ $g = 10 \text{ м/с}^2$ $d = f$	<div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>Формула тонкой собирающей линзы</p> <math display="block">\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}</math> <p>С учетом условия задачи</p> <math display="block">d = f</math> </div> </div>
$t = ?$	

имеем

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{2}{d}$$

Отсюда определим фокусное расстояние  $F$  линзы:

$$F = \frac{d}{2} = \frac{0,9}{2} = 0,45 \text{ (м)}.$$

Линза дает действительное изображение шарика на отрезке пути от  $2F$  до  $F$ , т. е. шарик прошел путь  $S_1$ , равный  $d/2$ . Движение в данном случае равноускоренное с ускорением  $g$ .

$$S_1 = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2g} = \frac{v_1^2}{2g}$$

Определим из этой формулы скорость  $v_1$ , которую приобретает шарик:

$$v_1 = \sqrt{2gS_1} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,45} = 3 \text{ (м/с)}.$$

На участке движения шарика от  $F$  до оптического центра линзы  $O$  линза дает мнимое изображение шарика. Выражение для расчета расстояния, пройденного на этом участке, можно записать в виде

$$S_2 = v_1 t + \frac{gt^2}{2}. \quad S_2 = F.$$

Подставим численные значения, в результате чего получим квадратное уравнение:

$$5t^2 + 3t - 0,45 = 0 \text{ или } t^2 + 0,6t - 0,09 = 0.$$

$$t = \frac{-0,6 \pm \sqrt{0,36 + 0,36}}{2}.$$

$$t_1 \approx 0,12 \text{ с}, t_2 \approx -0,72 \text{ с}.$$

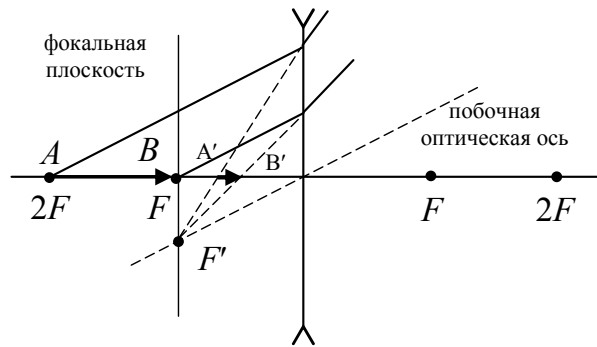
Второй корень не имеет смысла, т. е. время существования мнимого изображения  $t$  будет равно.

$$t = 0,12 \text{ с}.$$

**Ответ:**  $t = 0,12 \text{ с}.$

**1.6.** Найдите коэффициент увеличения изображения предмета  $AB$ , даваемого тонкой рассеивающей линзой с фокусным расстоянием  $F$ . Результат округлите до сотых.

<b>Дано:</b>	<b>Решение:</b>
$AB$	Построим изображение предмета $AB$ в рассеивающей линзе. Изображение $A'B'$ – уменьшенное и мнимое.
$F$	
$\Gamma = ?$	



Запишем формулу тонкой рассеивающей линзы для точек  $A$  и  $B$ :

$$-\frac{1}{F} = \frac{1}{d_1} - \frac{1}{f_1}; \quad -\frac{1}{F} = \frac{1}{d_2} - \frac{1}{f_2}.$$

Из рисунка видно, что

$$d_1 = 2F; \quad d_2 = F.$$

Выразим расстояние от линзы до изображения  $f$ :

$$f_1 = \frac{d_1 F}{d_1 + F} = \frac{2F \cdot F}{2F + F} = \frac{2}{3}F; \quad f_2 = \frac{d_2 F}{d_2 + F} = \frac{F \cdot F}{F + F} = \frac{F}{2}.$$

Величина предмета  $AB$  и величина изображения  $A'B'$  согласно чертежу равны расстояниям

$$AB = d_1 - d_2 = F; \quad A'B' = f_2 - f_1 = \frac{F}{2} - \frac{2}{3}F = \frac{1}{6}F.$$

И тогда коэффициент увеличения линзы

$$\Gamma = \frac{A'B'}{AB} = \frac{F}{6F} = 0,17.$$

**Ответ:**  $\Gamma = 0,17$ .

**1.7.** В установке Юнга (см. рисунок), находящейся в воздухе, расстояние  $d$  между щелями  $S_1$  и  $S_2$  равно 1 мм, а расстояние  $L$  от щелей до экрана 3 м. Определите разность хода лучей, приходящих в точку экрана  $M$ , если расстояние  $l$  до нее от центра экрана 3 мм. Ответ представьте в микрометрах.

**Дано:**

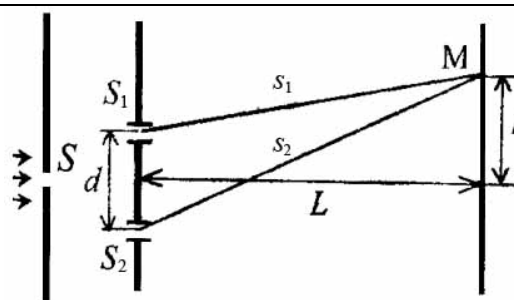
$$d = 1 \text{ мм} = 10^{-3} \text{ м}$$

$$L = 3 \text{ м}$$

$$l_k = 3 \text{ мм} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$\Delta = ?$$

**Решение:**



По условию задачи в точке  $M$  на экране наблюдается светлое пятно, т. е. должно выполняться условие максимума при интерференции:  $\Delta = k\lambda$ , где  $k$  – порядок максимума;  $\Delta$  – разность хода лучей. Из рисунка разность хода лучей равна

$$\Delta = r_2 - r_1.$$

Найдем  $r_1$  и  $r_2$  по теореме Пифагора:

$$r_1^2 = L^2 + \left(l_k - \frac{d}{2}\right)^2 = L^2 + l_k^2 - l_k d + \frac{d^2}{4}; \quad (1)$$

$$r_2^2 = L^2 + \left(l_k + \frac{d}{2}\right)^2 = L^2 + l_k^2 + l_k d + \frac{d^2}{4}. \quad (2)$$

Из второго уравнения вычтем первое:

$$r_2^2 - r_1^2 = L^2 + l_k^2 - l_k d + \frac{d^2}{4} - L^2 - l_k^2 + l_k d - \frac{d^2}{4} = 2l_k d.$$

Распишем разность квадратов в левой части уравнения:

$$r_2^2 - r_1^2 = (r_2 - r_1)(r_2 + r_1).$$

Здесь  $(r_2 - r_1) = \Delta$ , а  $(r_2 + r_1) \approx 2L$ . Тогда

$$\Delta \cdot 2L = 2l_k d, \text{ или } \Delta L = l_k d.$$

Отсюда

$$\Delta = \frac{l_k d}{L} = \frac{3 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3}}{3} = 10^{-6} \text{ (м)} = 1 \text{ (мкм)}.$$

**Ответ:**  $\Delta = 1$  мкм.

**1.8.** На поверхность стеклянной линзы нанесена тонкая пленка с показателем преломления  $n_{\text{пл}} < n_{\text{ст}}$  толщиной 112,5 нм (см. рис. 1.2.13). На пленку по нормали к ней падает свет с длиной волны 630 нм. При каком значении показателя преломления  $n_{\text{пл}}$  пленка будет «просветляющей»?

<b>Дано:</b>	<b>Решение:</b>
$n_{\text{пл}} < n_{\text{ст}}$ $d = 112,5 \text{ нм} = 1,125 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ $\lambda = 630 \text{ нм} = 6,3 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ $n_{\text{пл}} = ?$	Просветляющая пленка удовлетворяет условию максимума при интерференции: $\Delta = k\lambda.$

Луч света, отраженный от стекла, отстает от луча, отраженного от пленки на расстояние, равное разности хода лучей:

$$\Delta = 2dn_{\text{пл}} + \lambda/2.$$

Здесь поправка  $\lambda/2$  учитывает сдвиг фаз при отражении от оптически более плотной среды. Приравняем правые части полученных выражений:

$$k\lambda = 2dn_{\text{пл}} + \lambda/2.$$

Отсюда выразим показатель преломления  $n_{\text{пл}}$  пленки:

$$n_{\text{пл}} = \frac{k\lambda - \lambda/2}{2d} = \frac{\lambda(k - 0,5)}{2d}.$$

Подставим численные значения и рассчитаем показатель преломления  $n_{\text{пл}}$  пленки, при котором она будет «просветляющей»:

$$n_{\text{пл}} = \frac{630 \cdot 10^{-9} (1 - 0,5)}{2 \cdot 112,5 \cdot 10^{-9}} = 1,4.$$

**Ответ:**  $n_{\text{пл}} = 1,4$ .

**1.9.** В установке для наблюдения колец Ньютона свет с длиной волны  $\lambda = 0,5$  мкм падает нормально на плосковыпуклую линзу с радиусом кривизны  $R_1 = 1$  м, положенную выпуклой стороной на вогнутую поверхность плосковогнутой линзы с радиусом кривизны  $R_2 = 2$  м. Оп-



ределите радиус  $r_3$  третьего темного кольца Ньютона, наблюдаемого в отраженном свете.

**Дано:**

$$\lambda = 0,5 \text{ мкм} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$R_1 = 1 \text{ м}$$

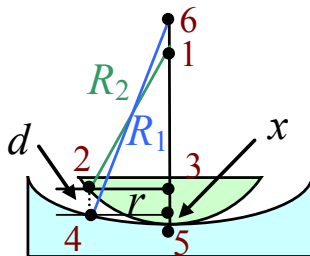
$$R_2 = 2 \text{ м}$$

$$n = 1$$

$$k = 3$$

$$r_3 = ?$$

**Решение:**



Из треугольника 123

$$\begin{aligned} r^2 &= R_1^2 - [R_1 - (d + x)]^2 = \\ &= R_1^2 - R_1^2 + 2R_1(d + x) - \\ &\quad - (d + x)^2 = 2R_1(d + x). \end{aligned}$$

Из треугольника 456

$$r^2 = R_2^2 - (R_2 - x)^2 = R_2^2 - R_2^2 + 2R_2x - x^2 = 2R_2x.$$

Приравняем правые части:

$$2R_1(d + x) = 2R_2x; \quad R_1d + R_1x = R_2x.$$

Отсюда

$$x = \frac{R_1d}{R_2 - R_1}.$$

Подставим полученное выражение в формулу для радиуса кольца Ньютона:

$$r^2 = 2R_2x = 2R_2 \frac{R_1d}{R_2 - R_1}.$$

Т. е. для определения радиуса кольца необходимо знать толщину прослойки  $d$  между линзами. Ее можно определить из разности хода лучей. Т. к. в задаче рассматривается радиус темного кольца Ньютона, то должно выполняться условие минимума при интерференции:

$$\Delta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}.$$

Кроме того, в отраженном свете один луч отстает от другого на расстояние, равное

$$\Delta = 2dn + \frac{\lambda}{2}.$$

Тогда

$$2dn + \frac{\lambda}{2} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad 2dn + \frac{\lambda}{2} = \frac{2k\lambda}{2} + \frac{\lambda}{2}.$$

$$2dn = k\lambda.$$

$$d = \frac{k\lambda}{2n}.$$

Тогда радиус  $r_3$  третьего темного кольца Ньютона

$$r_3 = \sqrt{2R_2 \frac{R_1}{R_2 - R_1} \cdot \frac{k\lambda}{2n}} = \sqrt{\frac{k\lambda R_1 R_2}{(R_2 - R_1)n}};$$

$$r_3 = \sqrt{\frac{3 \cdot 5 \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 2}{(2-1) \cdot 1}} = 1,73 \cdot 10^{-3} \text{ (м)} = 1,73 \text{ (мм)}.$$

**Ответ:**  $r_3 = 1,73 \text{ мм}$ .

**1.10.** На дифракционную решетку, содержащую  $n = 400$  штрихов на  $1 \text{ мм}$ , падает нормально монохроматический свет ( $\lambda = 0,6 \text{ мкм}$ ). Найдите общее число дифракционных максимумов, которые дает эта решетка. Определите угол  $\varphi$  дифракции, соответствующий последнему максимуму.

Дано:	Решение:
$n = 400$ $l = 1 \text{ мм} = 10^{-3} \text{ м}$ $\lambda = 0,6 \text{ мкм} = 6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ $N = ? \quad \varphi = ?$	<p>Запишем условие максимума для дифракционной решетки.</p> $d \sin \varphi = k\lambda.$

Чтобы найти общее число дифракционных максимумов, нужно знать номер последнего максимума ( $k_{\max}$ ):

$$d (\sin \varphi)_{\max} = k_{\max} \lambda.$$

$$(\sin \varphi)_{\max} = 1.$$

$$k_{\max} = \frac{d}{\lambda}.$$

Здесь  $d$  – период решетки:  $d = \frac{l}{n}$ . Тогда

$$k_{\max} = \frac{d}{\lambda} = \frac{l}{n\lambda} = \frac{10^{-3}}{400 \cdot 6 \cdot 10^{-7}} = 4,17.$$

Число максимумов может быть только целым числом, т. е.

$$k_{\max} = 4.$$

Общее число дифракционных максимумов

$$N = 2k_{\max} + 1 = 2 \cdot 4 + 1 = 9.$$

Тогда угол  $\varphi$  дифракции, соответствующий последнему максимуму,

$$\sin \varphi = \frac{k\lambda}{d} = \frac{k\lambda n}{l} = \frac{4 \cdot 6 \cdot 10^{-7} \cdot 400}{10^{-3}} = 0,96.$$

$$\varphi = \arcsin 0,96 = 73,7^\circ \approx 74^\circ.$$

**Ответ:**  $N = 9; \varphi = 74^\circ$ .

**1.11.** На дифракционную решетку, содержащую  $n = 500$  штрихов на 1 мм, падает в направлении нормали к ее поверхности белый свет. Спектр проецируется помещенной вблизи решетки линзой на экран. Определите ширину  $b$  спектра первого порядка на экране, если расстояние  $L$  линзы до экрана равно 3 м. Границы видимости спектра  $\lambda_{кр} = 780$  нм,  $\lambda_{\phi} = 400$  нм.

**Дано:**

$$n = 500$$

$$l = 1 \text{ мм} = 10^{-3} \text{ м}$$

$$L = 3 \text{ м}$$

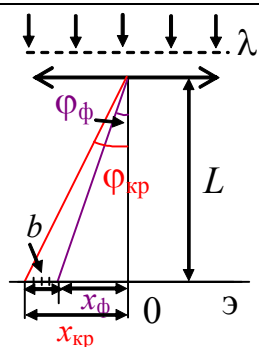
$$\lambda_{кр} = 780 \text{ нм} = 7,8 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$\lambda_{\phi} = 400 \text{ нм} = 4 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$k = 1$$

$$b = ?$$

**Решение:**



Ширину  $b$  спектра первого порядка на экране можно определить, используя рисунок:

$$b = x_{кр} - x_{\phi}. \quad (1)$$

Расстояния  $x$

$$x = L \operatorname{tg} \varphi, \quad (2)$$

где  $\varphi$  – угол дифракции. Для максимума первого порядка этот угол очень мал. А для малых углов выполняется соотношение

$$\operatorname{tg} \varphi \approx \sin \varphi.$$

Тогда уравнение (2) перепишем в виде

$$x = L \sin \varphi,$$

$\sin \varphi$  найдем из условия максимума на дифракционной решетке:

$$d \sin \varphi = k\lambda, \text{ откуда } \sin \varphi = \frac{k\lambda}{d}.$$

$$x = \frac{Lk\lambda}{d},$$

где  $d$  – период дифракционной решетки, который можно найти, зная длину решетки  $l$  и число штрихов на решетке  $n$ :

$$d = \frac{l}{n}.$$

Тогда

$$x = \frac{Lk\lambda n}{l}.$$

Ширину спектра (1) запишем в виде

$$b = \frac{Lk\lambda_{кр}n}{l} - \frac{Lk\lambda_{\phi}n}{l} = \frac{Lkn}{l} (\lambda_{кр} - \lambda_{\phi}).$$

После подстановки численных значений имеем

$$b = \frac{3 \cdot 1 \cdot 500}{10^{-3}} (7,8 \cdot 10^{-7} - 4 \cdot 10^{-7}) = 0,57 \text{ (м)}.$$

**Ответ:**  $b = 0,57 \text{ м}$ .

**1.12.** Между двумя плоскопараллельными стеклянными пластинками положили очень тонкую проволочку, расположенную параллельно линии соприкосновения пластинок и находящуюся на расстоянии  $l = 75 \text{ мм}$  от нее. В отраженном свете ( $\lambda = 0,5 \text{ мкм}$ ) на верхней пластинке видны интерференционные полосы. Определить диаметр  $d$  поперечного сечения проволочки (в мкм), если на протяжении  $a = 30 \text{ мм}$  насчитывается  $m = 16$  светлых полос.

**Дано:**

$$l = 75 \text{ мм} = 7,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

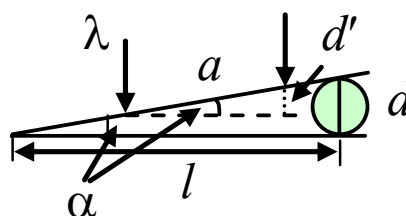
$$\lambda = 0,5 \text{ мкм} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$a = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$m = 16$$

$$d = ?$$

**Решение:**



Из рисунка видно, что диаметр проволоки  $d$  можно найти из прямоугольного треугольника:

$$\frac{d}{l} = \operatorname{tg} \alpha.$$

Т. к. угол  $\alpha$  очень мал, то для него выполняется соотношение  $\operatorname{tg} \alpha \approx \sin \alpha$ , тогда

$$\frac{d}{l} = \sin \alpha. \quad (1)$$

Необходимо определить  $\sin \alpha$ . Рассмотрим второй треугольник. Для него запишем соотношение

$$\frac{d'}{a} = \sin \alpha. \quad (2)$$

Приравняем уравнения (1) и (2):

$$\frac{d}{l} = \frac{d'}{a}. \quad (3)$$

На участке  $a$  насчитывается  $m = 16$  светлых полос. Запишем для границ участка условие максимума при интерференции:

$$\Delta = k\lambda.$$

Разность хода лучей на этом участке равна

$$\Delta = 2xn.$$

Тогда

$$k\lambda = 2xn.$$

Отсюда

$$x = \frac{k\lambda}{2n}. \quad (4)$$

Аналогично для второй границы:

$$\begin{aligned} \Delta &= 2(d' + x)n; \\ (k + m)\lambda &= 2(d' + x)n; \\ k\lambda + m\lambda &= 2n(d' + x). \end{aligned} \quad (5)$$

Подставим выражение для  $x$  (4) в полученное выражение (5):

$$\begin{aligned} k\lambda + m\lambda &= 2n\left(d' + \frac{k\lambda}{2n}\right) = 2nd' + k\lambda. \\ m\lambda = 2nd' &\Rightarrow d' = \frac{m\lambda}{2n}. \end{aligned} \quad (6)$$

Выражение (6) для  $d'$  подставим в уравнение (3):  $\frac{d}{l} = \frac{m\lambda}{2na}$ , отсюда

$$d = \frac{ml\lambda}{2na}.$$

Подставим численные значения и рассчитаем диаметр  $d$  поперечного сечения проволочки:

$$d = \frac{ml\lambda}{2na} = \frac{16 \cdot 7,5 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 10^{-2}} = 10 \cdot 10^{-6} \text{ (м)} = 10 \text{ (мкм)}.$$

**Ответ:**  $d = 10$  мкм.

### Задачи для самостоятельного решения

**1.13.** Свет падает на границу раздела двух сред под углом  $30^\circ$  и переходит во вторую среду. Показатель преломления первой среды 2,4. Определите показатель преломления второй среды, если отраженный и преломленный лучи перпендикулярны друг другу. Ответ округлите до десятых.

**Ответ:**  $n_2 = 1,4$ .

**1.14.** На грань стеклянной призмы под углом  $30^\circ$  падает луч света (см. рис. 1.4.2). Преломляющий угол призмы  $60^\circ$ . Показатель преломления стекла 1,5. На какой угол от первоначального направления отклоняется вышедший из призмы луч? Ответ представьте в градусах и округлите до целого числа.

**Ответ:**  $\varphi = 47^\circ$ .

**1.15.** На систему из двух линз – собирающей с фокусным расстоянием 25 см и рассеивающей с фокусным расстоянием 10 см, – главные оптические оси которых совпадают, со стороны собирающей линзы падает вдоль главной оптической оси параллельный пучок света. Пройдя систему линз, пучок остается параллельным. Определите расстояние между линзами. Ответ представьте в сантиметрах.

**Ответ:**  $L = 15$  см.

**1.16.** Изображение предмета на матовом стекле фотоаппарата с расстояния 14,9 м получилось высотой 30 мм, а с расстояния 9 м – высотой 50 мм. Определите высоту предмета. Ответ представьте в единицах СИ и округлите до сотых.

**Ответ:**  $H = 2,95$  м.

**1.17.** В воздухе длина волны монохроматического света равна 600 нм. При переходе в стекло длина волны меняется и становится равной 420 нм. Под каким углом падает свет на плоскую границу раздела воздух – стекло, если отраженный и преломленный лучи образуют прямой угол? Ответ (в градусах) округлите до целого числа.

**Ответ:**  $\alpha = 55^\circ$ .

**1.18.** На оптической скамье установлена лампочка Л, которую можно считать точечным источником света. От лампочки отодвигают с постоянной скоростью  $v_0$ , равной 1 м/с, собирающую линзу. С какой

скоростью и в какую сторону будет двигаться изображение  $L'$  лампочки относительно Земли в тот момент, когда линза окажется от нее на расстоянии  $1,5 F$ , где  $F$  – фокусное расстояние линзы? Лампочка все время остается на главной оптической оси линзы. Ответ представьте в единицах СИ.

**Ответ:**  $v = -3$  м/с; влево.

**1.19.** Высота изображения человека ростом 160 см на фотопленке 2 см. Найдите оптическую силу (в диоптриях) объектива фотоаппарата, если человек сфотографирован с расстояния 9 м.

**Ответ:**  $D = 9$  дптр.

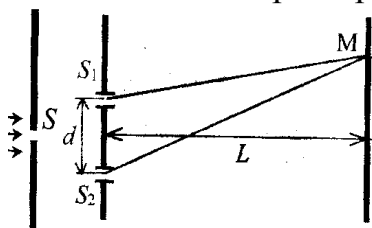
**1.20.** Линза с фокусным расстоянием 12 см формирует уменьшенное в три раза действительное изображение предмета. Другая линза, помещенная на место первой, формирует его увеличенное в три раза действительное изображение. Найдите фокусное расстояние (в см) второй линзы.

**Ответ:**  $F_2 = 36$  см.

**1.21.** Точечный источник находится на главной оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием 6 см на расстоянии 8 см от линзы. Линзу начинают смещать со скоростью 3 мм/с в направлении, перпендикулярном оптической оси. С какой скоростью (в мм/с) движется изображение источника?

**Ответ:**  $v = 12$  мм/с.

**1.22.** В установке Юнга, находящейся в воздухе, расстояние  $L$  от щелей  $S_1$  и  $S_2$  до экрана равно 2 м. Щель  $S$  освещается монохроматическим светом с длиной волны 500 нм. Определите расстояние  $d$  между щелями  $S_1$  и  $S_2$ , если на экране вблизи центра интерференционной картины расстояние между двумя соседними минимумами 2 мм. Ответ представьте в миллиметрах.



**Ответ:**  $d = 0,5$  мм.

**1.23.** Между краями двух хорошо отшлифованных тонких плоских стеклянных пластинок помещена тонкая проволочка. Противоположные концы пластинок плотно прижаты друг к другу. На верхнюю пластинку нормально к ее поверхности падает монохроматический пучок света длиной волны 600 нм. Определите угол  $\alpha$ , который образуют пластин-

ки, если расстояние между наблюдаемыми интерференционными полосами равно 0,6 мм. (Считать  $\operatorname{tg}\alpha \approx \alpha$ ). Ответ представьте в радианах.

**Ответ:**  $\alpha = 5 \cdot 10^{-4}$  рад.

**1.24.** Плосковыпуклая линза с оптической силой  $D=2$  дптр выпуклой стороной лежит на стеклянной пластинке. Радиус  $r_4$  четвертого темного кольца Ньютона в проходящем свете равен 0,7 мм. Определите длину световой волны.

**Ответ:**  $\lambda = 490$  нм.

**1.25.** При освещении дифракционной решетки белым светом спектры второго и третьего порядков отчасти перекрывают друг друга. На какую длину волны в спектре второго порядка накладывается фиолетовая граница ( $\lambda = 0,4$  мкм) спектра третьего порядка?

**Ответ:**  $\lambda = 0,6$  мкм.

**1.26.** На дифракционную решетку, содержащую  $n = 100$  штрихов на 1 мм, падает нормально монохроматический свет. Зрительная труба спектрометра наведена на максимум третьего порядка. Чтобы навести трубу на другой максимум того же порядка, ее нужно повернуть на угол  $\Delta\varphi = 20^\circ$ . Определите длину волны  $\lambda$  света.

**1.27. Ответ:**  $\lambda = 580$  нм.



## 2. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

### 2.1. КВАНТОВАЯ ПРИРОДА ИЗЛУЧЕНИЯ

#### 2.1.1 Люминесценция и тепловое излучение

*Тепловое излучение* – электромагнитное излучение, испускаемое веществом, возникающее за счет его внутренней энергии. *Единственным видом излучения, которое может находиться в равновесии с излучающими телами, является тепловое излучение.*

Все другие виды свечения (излучения света), возбуждаемые за счет любого другого вида энергии, кроме теплового, называются *люминесценцией*.

По определению С.И. Вавилова, *люминесценция* – излучение, избыточное над тепловым и имеющее длительность, значительно превышающую период световых колебаний.

Окисляющийся в воздухе фосфор, гнилушки, светлячки светятся за счет энергии химической реакции окисления – *хемилюминесценции*.

Свечение при протекании тока в газе, жидкости или в твердых телах – *электролюминесценция*.

Свечение под действием света – *фотолюминесценция* и т. д.

Тепловое излучение бывает при любой температуре, человек только не ощущает его при меньшей температуре, чем температура тела, а при  $\lambda > 0,8$  мкм мы его не видим.

Любое тело, имеющее температуру выше абсолютного нуля, излучает электромагнитные волны (тепловое излучение). Если взять адиабатически изолированное тело, внутри которого имеется полость, то внутри этой полости с течением времени тепловое излучение придет в равновесие с окружающим телом. Поэтому тепловому излучению можно приписать термодинамические характеристики тела, например температуру. Допустим, что равновесие нарушено и тело излучает больше, чем поглощает. Тогда внутренняя энергия будет убывать, это уменьшит температуру тела, что противоречит адиабатичности системы. Следовательно, и излучение не будет равновесным.

Все виды люминесценции оказываются неравновесными. Например, электролюминесценция будет продолжаться до тех пор, пока есть рекомбинирующие частицы, т. е. происходит процесс ионизации. Обычные температуры практически не влияют на этот процесс, т. е. неважно, сколько энергии поглощает тело от окружающей среды.

Итак, *равновесным может быть только тепловое излучение*, поэтому только к нему могут быть применены законы термодинамики.

### 2.1.2. Закон Кирхгофа

Введем некоторые характеристики теплового излучения.

*Поток энергии (любой частот), испускаемый единицей поверхности излучающего тела в единицу времени во всех направлениях (в пределах телесного угла  $4\pi$ ), называется **излучательностью тела** ( $R$ ),  $[R] = \text{Вт/м}^2$ .*

Излучение состоит из волн различной частоты ( $\nu$ ). Обозначим поток энергии, испускаемой единицей поверхности тела в интервале частот от  $\nu$  до  $\nu + d\nu$ , через  $dR_\nu$ . Тогда при данной температуре

$$dR_{\nu,T} = r_{\nu,T} d\nu,$$

где  $r_{\nu,T}$  – *спектральная плотность излучательности*, или *излучательная способность тела*.

Опыт показывает, что излучательная способность тела  $r_{\nu,T}$  зависит от температуры тела (для каждой температуры максимум излучения лежит в своей области частот). Размерность  $[r_{\nu,T}] = \text{Дж/м}^2$ .

Зная излучательную способность, можно вычислить излучательность (энергетическую светимость):

$$R = \int_0^\infty dR_{\nu,T} = \int_0^\infty r_{\nu,T} d\nu.$$

Пусть на элементарную площадку поверхности тела падает поток лучистой энергии  $d\Phi_\nu$ , обусловленный электромагнитными волнами, частоты которых заключены в интервале  $d\nu$ . Часть этого потока  $d\Phi'_\nu$  будет поглощаться телом. Безразмерная величина

$$\alpha_{\nu,T} = \frac{d\Phi'_\nu}{d\Phi_\nu}$$

называется *поглощательной способностью тела*. Она также сильно зависит от температуры.

По определению  $\alpha_{\nu,T}$  не может быть больше единицы. Для тела, полностью поглощающего излучения всех частот,  $\alpha_{\nu,T} = 1$ . Такое тело называется *абсолютно черным* (это идеализация).

*Тело, для которого  $\alpha_T = \text{const}$  и меньше единицы для всех частот, называется серым телом* (это тоже идеализация).

Спектры излучения *абсолютно черного* 1, *серого* 2 и *реального* 3 тел показаны на рис. 2.1.1.

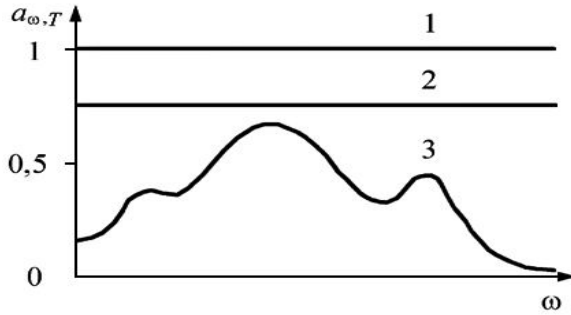


Рис. 2.1.1

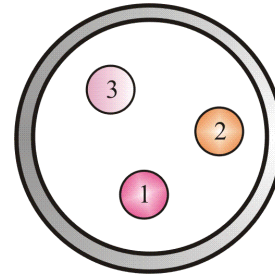


Рис. 2.1.2

Между излучательной и поглощательной способностью тела существует определенная связь. Мысленно проведем следующий эксперимент (рис. 2.1.2).

Пусть внутри замкнутой оболочки находятся три тела. Тела находятся в вакууме, следовательно, обмен энергией может происходить только за счет излучения. Опыт показывает, что такая система через некоторое время придет в состояние теплового равновесия (все тела и оболочка будут иметь одну и ту же температуру).

В таком состоянии тело, обладающее большей излучательностью, теряет в единицу времени и больше энергии, но  $T = \text{const}$ , следовательно, это тело должно обладать и большей поглощающей способностью:

$$\left( \frac{r_{\nu,T}}{\alpha_{\nu,T}} \right)_1 = \left( \frac{r_{\nu,T}}{\alpha_{\nu,T}} \right)_2 = \left( \frac{r_{\nu,T}}{\alpha_{\nu,T}} \right)_3 = \dots = \text{const}.$$

Немецкий физик Густав Кирхгоф в 1856 г. сформулировал *закон* и предложил *модель абсолютно черного тела*.

**Отношение излучательной к поглощательной способности не зависит от природы тела, оно является для всех тел одной и той же (универсальной) функцией частоты и температуры:**

$$\frac{r_{\nu,T}}{\alpha_{\nu,T}} = f(\nu, T),$$

где  $f(\nu, T)$  – *универсальная функция Кирхгофа*.

Эта функция имеет универсальный, или абсолютный, характер.

Сами величины  $r_{\nu,T}$  и  $\alpha_{\nu,T}$ , взятые отдельно, могут изменяться чрезвычайно сильно при переходе от одного тела к другому, но их отношение *постоянно* для всех тел (при данной частоте и температуре).

Для абсолютно черного тела  $\alpha_{\nu,T} \equiv 1$ , следовательно, для него  $r_{\nu,T} = f(\nu, T)$ , т. е. *универсальная функция Кирхгофа есть не что иное, как излучательность абсолютно черного тела*.

Абсолютно черных тел в природе не существует. Сажа или платиновая чернь имеют поглощающую способность  $\alpha_{\nu,T} \approx 1$ , но только в ограниченном интервале частот. Однако полость с малым отверстием очень близка по своим свойствам к абсолютно черному телу. Луч, попавший внутрь, после многократных отражений обязательно поглощается, причем луч любой частоты (рис. 2.1.3).

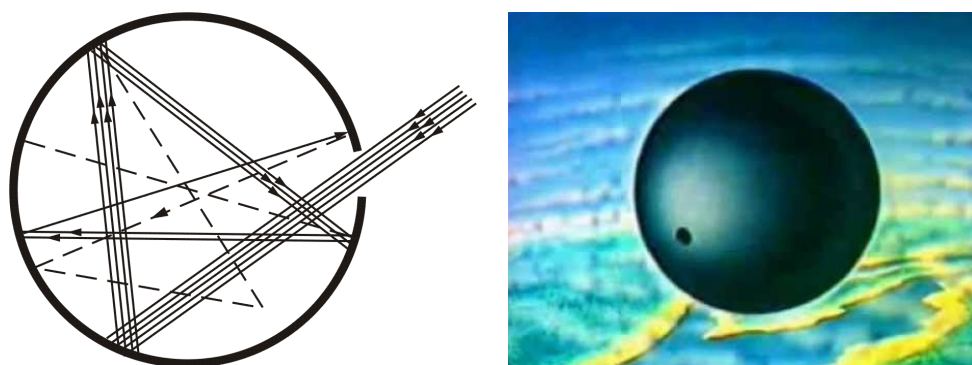


Рис. 2.1.3

Излучательность такого устройства (полости) очень близка к  $f(\nu,T)$ . Таким образом, если стенки полости поддерживаются при температуре  $T$ , то из отверстия выходит излучение, весьма близкое по спектральному составу к излучению абсолютно черного тела при той же температуре.

Разлагая это излучение в спектр, можно найти экспериментальный вид функции  $f(\nu,T)$  при разных температурах:  $T_3 > T_2 > T_1$  (рис. 2.1.4), где  $\nu_{m1}, \nu_{m2}, \nu_{m3}$  – частоты, соответствующие максимальным значениям  $r_{\nu,T}$  при температурах  $T_1, T_2, T_3$ .

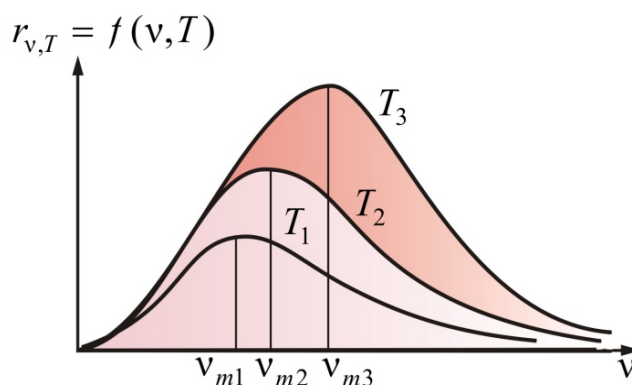


Рис. 2.1.4

Площадь, охватываемая кривой, дает излучательность абсолютно черного тела при соответствующей температуре.

Эти кривые одинаковы для всех тел.

Кривые похожи на функцию распределения молекул по скоростям. Но там площади, охватываемые кривыми, постоянны, а здесь с увеличением температуры площадь существенно увеличивается. Это говорит о том, что излучательность сильно зависит от температуры. *Максимум излучения (излучательности) с увеличением температуры смещается в сторону больших частот.*

### 2.1.3. Закон Стефана – Больцмана

Теоретическое объяснение излучения абсолютно черного тела имело огромное значение в истории физики – оно привело к понятию квантования энергии.

После установления закона Кирхгофа стало очевидным, что первоочередная задача теории теплового излучения состоит в нахождении вида функции Кирхгофа, т. е. в выяснении вида зависимости излучательной способности черного тела от температуры  $T$  и частоты излучения  $\nu$ . Однако сначала удалось решить более простую задачу – найти зависимость излучательности черного тела от его термодинамической температуры.

Австрийский физик И. Стефан в 1879 г., анализируя экспериментальные данные, ошибочно предположил, что *излучательность любого тела* пропорциональна четвертой степени его термодинамической температуры.

Позднее австрийский физик Л. Больцман, применив термодинамический метод к исследованию черного излучения, показал, что это справедливо только для *абсолютно черного тела*.

***Излучательность черного тела пропорциональна его термодинамической температуре в четвертой степени:***

$$R = \sigma T^4$$

– ***закон Стефана – Больцмана.***

Здесь  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$  – постоянная Стефана – Больцмана.

Площадь под кривой  $r_{\nu,T} = f(T)$  равна излучательности (энергетическую светимость) абсолютно черного тела (рис. 2.1.4).

Значительно более сложной задачей оказалась задача нахождения вида функции Кирхгофа, т. е. выяснение спектрального состава излучения черного тела.

### 2.1.4. Закон смещения Вина

В 1893 г. немецкий ученый Вильгельм Вин рассмотрел задачу об *адиабатическом* сжатии излучения в цилиндрическом сосуде с зеркальными стенками и подвижным зеркальным поршнем и получил следующее выражение для функции Кирхгофа:

$$r_{\nu,T} = \nu^3 f(\nu/T).$$

Формула Вина дает хорошее согласие с опытом в коротковолновой части спектра и не годится для длинноволновой (рис. 2.1.5).

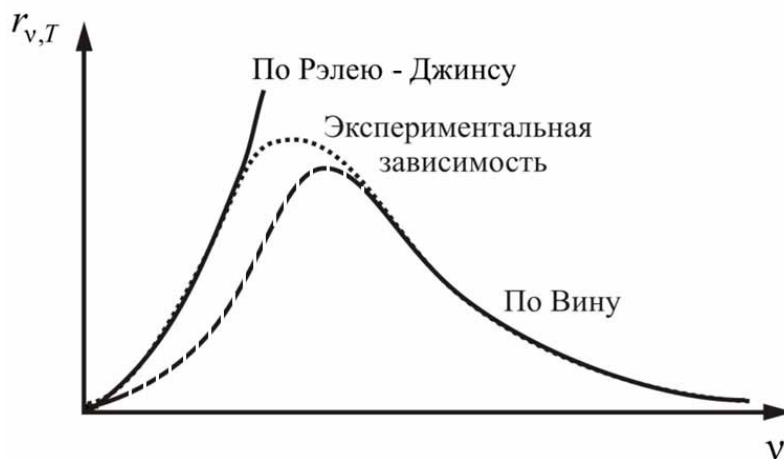


Рис. 2.1.5

Вин нашел зависимость  $\nu_{\max} = f(T)$  ( $\nu_{\max}$  – частота, соответствующая максимальному значению  $r_{\nu,T}$  абсолютно черного тела):

$$\frac{\nu_{\max}}{T} = \text{const}. \quad (2.1.1)$$

Это **закон смещения Вина**. Смещение частоты в зависимости от температуры хорошо иллюстрируется экспериментальными кривыми, изображенными на рис. 2.1.4.

Чаще **закон смещения Вина** записывают в виде  $\lambda_{\max} = b/T$ , где постоянная Вина  $b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$ .

### 2.1.5. Формула Рэля – Джинса

В 1900 г. английский физик Рэлей подошел к изучению спектральных закономерностей излучения черного тела с позиции статистической физики, воспользовавшись **классическим законом** равномерного распределения энергии по степеням свободы.

Он рассмотрел *равновесное излучение* в замкнутой полости с зеркальными стенками как совокупность стоячих электромагнитных волн (осцилляторов). В 1905 г. английский физик и астрофизик Джинс уточнил расчеты Рэля и окончательно получил

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT. \quad (2.1.2)$$

Это и есть **формула Рэля – Джинса**.

Из (2.1.2) видно, что  $r_{\nu,T}$  монотонно возрастает с ростом  $\nu^2$ , в отличие от экспериментальной кривой, которая имеет максимум (рис. 2.1.4).

Формула (2.1.2) справедлива только в области *малых* частот и *не согласуется с законом Вина*. Попытка получить из формулы Рэля – Джинса закон Стефана – Больцмана ( $R \sim T^4$ ) приводит к абсурду:

$$R = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu = \frac{2\pi kT}{c^2} \int_0^{\infty} \nu^2 d\nu = \infty.$$

Этот результат получил название **ультрафиолетовой катастрофы**, т. к. с точки зрения классической физики вывод Рэля – Джинса был сделан безупречно.

Итак, было получено две формулы, описывающие излучение абсолютно черного тела: одна – для коротковолновой части спектра (формула Вина), другая – для длинноволновой (формула Рэля – Джинса). Задача состояла в том, чтобы получить выражение, описывающее тепловое излучение во всем диапазоне частот.

### 2.1.6. Формула Планка. Гипотеза о квантах

В своих расчетах немецкий физик-теоретик Планк выбрал наиболее простую модель излучающей системы (стенок полости) в виде гармонических осцилляторов (электрических диполей) со всевозможными собственными частотами. Здесь Планк следовал Рэлю. Но Планку пришла мысль связать с энергией осциллятора не температуру, а его *энтропию*. Оказалось, что полученное выражение хорошо описывает экспериментальные данные (октябрь 1900 г.). Однако обосновать свою формулу Планк смог только в декабре 1900 г., после того как *более глубоко понял вероятностный смысл энтропии*, на которую указал *Больцман* ( $S = k \ln \Omega$ ).

**Термодинамическая вероятность**  $\Omega$  – число возможных микроскопических комбинаций, совместимое с данным состоянием в целом.

В данном случае это число возможных способов распределения энергии между осцилляторами. Однако такой процесс подсчета возможен, если энергия будет принимать *не любые непрерывные значения, а лишь дискретные*, кратные некоторой *единичной энергии*. Эта энергия колебательного движения должна быть пропорциональна частоте.

Итак, **гипотеза Планка** состояла в том, что *энергия осциллятора должна быть целым кратным некоторой единицы энергии, пропорциональной его частоте*:

$$E_n = nh\nu,$$

где  $n = 1, 2, 3, \dots$ .

Минимальная порция энергии (*квант энергии*)

$$E = h\nu = \hbar\omega,$$

где  $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  – постоянная Планка;  $\hbar = h / 2\pi$  и  $\omega = 2\pi\nu$ .

То, что энергия излучения квантуется и минимальная порция энергии равна  $h\nu$ , – это гениальная догадка Макса Планка.

Принципиальное отличие вывода Планка от выводов Рэля и других в том, что «не может быть и речи о равномерном распределении энергии между осцилляторами».

Окончательный вид формулы Планка –

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}, \quad (2.1.3)$$

или

$$r_{\lambda,T} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/kT\lambda} - 1}. \quad (2.1.4)$$

Из формулы Планка можно получить и формулу Рэля – Джинса, и формулу Вина, и закон Стефана – Больцмана.

Для универсальной функции Кирхгофа Планк вывел формулу

$$f(\nu, T) = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}.$$

Формула блестяще согласуется с экспериментальными данными по распределению энергии в спектрах излучения черного тела во всем интервале частот и температур (рис. 2.1.4). Теоретически вывод этой формулы М. Планк представил **14 декабря 1900 г.** на заседании Немецкого физического общества. Этот день стал **датой рождения квантовой физики**.

Из формулы Планка, зная универсальные постоянные  $h$ ,  $k$  и  $c$ , можно вычислить постоянную Стефана – Больцмана  $\sigma$  и Вина  $b$ . С другой стороны, зная экспериментальные значения  $\sigma$  и  $b$ , можно вычислить  $h$  и  $k$  (именно так было впервые найдено числовое значение постоянной Планка).

Таким образом, формула Планка не только хорошо согласуется с экспериментальными данными, но и содержит в себе частные законы теплового излучения. Следовательно, она является полным решением основной задачи теплового излучения, поставленной Кирхгофом. Ее решение стало возможным лишь благодаря революционной квантовой гипотезе Планка.



## Вопросы к читателю. Упражнения

1. В чем отличие теплового излучения от люминесценции?
2. Какие из видов излучения являются равновесными?
3. Приведите примеры люминесценции, которые Вы наблюдали в природе. К каким видам люминесценции они относятся?
4. Дайте определение излучательности тела.
5. Что такое спектральная плотность излучательности, или излучательная способность тела?
6. Что представляет собой абсолютно черное тело? Что может служить его моделью?
7. Чем отличается серое тело от черного?
8. В чем заключается физический смысл универсальной функции Кирхгофа?
9. Как и во сколько раз изменится излучательность черного тела, если его термодинамическая температура уменьшится вдвое?
10. Как сместится максимум спектральной плотности энергетической светимости  $r_{\nu,T}$  черного тела с повышением температуры?
11. Нарисуйте и сопоставьте кривые  $r_{\nu,T}$  и  $r_{\lambda,T}$ .
12. Чему равна постоянная Стефана – Больцмана?
13. Напишите формулу Вина. В какой части спектра эта формула согласуется с экспериментальными данными?
14. В чем смысл закона смещения Вина?
15. Приведите формулу Рэлея – Джинса. В какой части спектра эта формула согласуется с экспериментальными данными?
16. В чем смысл ультрафиолетовой катастрофы?
17. Как связана термодинамическая вероятность и энтропия?
18. В чем физический смысл гипотезы о квантах?
19. Зная длину волны  $\lambda$  света, запишите выражение для энергии и импульса фотона.
20. Приведите формулу Планка. Как она согласуется с экспериментальными данными?
21. Как, используя формулу Планка, найти постоянную Стефана – Больцмана?
22. При каких условиях из формулы Планка получаются закон смещения Вина и формула Рэлея – Джинса?
23. Какой вид имеет формула Планка для универсальной функции Киргоффа?

## 2.2. КВАНТОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ОПТИКЕ

### 2.2.1. Фотоэффект и его виды

Гипотеза Планка, блестяще решившая задачу теплового излучения черного тела, получила подтверждение и дальнейшее развитие при объяснении фотоэффекта – явления, открытие и исследование которого сыграло важную роль в становлении квантовой теории. В 1887 г. Г. Герц обнаружил, что при освещении отрицательного электрода ультрафиолетовыми лучами разряд между электродами происходит при меньшем напряжении. Это явление, как показали опыты В. Гальвакса (1888) и А.Г. Столетова (1888–1890), обусловлено выбиванием под действием света отрицательных зарядов из электрода. Электрон тогда еще не был открыт. Лишь в 1898 г. Дж.Дж. Томпсон и Ф. Леонард, измерив удельный заряд испускаемых телом частиц, установили, что это электроны.

Различают фотоэффект внешний, внутренний, вентильный и многофотонный.

**Внешним фотоэффектом** называется испускание электронов веществом под действием электромагнитного излучения. *Внешний фотоэффект* наблюдается в твердых телах (металлах, полупроводниках, диэлектриках), а также в газах на отдельных атомах и молекулах (фотоионизация).

**Внутренний фотоэффект** – это вызванные электромагнитным излучением переходы электронов внутри полупроводника или диэлектрика из связанных состояний в свободные, без вылета наружу. В результате концентрация носителей тока внутри тела увеличивается, что приводит к возникновению фотопроводимости (повышению электропроводности полупроводника или диэлектрика при его освещении) или к возникновению электродвижущей силы (ЭДС).

**Вентильный фотоэффект** является разновидностью внутреннего фотоэффекта – это возникновение ЭДС (фотоЭДС) при освещении контакта двух разных полупроводников или полупроводника и металла (при отсутствии внешнего электрического поля). Вентильный фотоэффект открывает пути для прямого преобразования солнечной энергии в электрическую.

**Многофотонный фотоэффект** возможен, если интенсивность света очень большая (например, при использовании лазерных пучков). При этом электрон, испускаемый металлом, может одновременно получить энергию не от одного, а от нескольких фотонов.

Первые фундаментальные исследования фотоэффекта выполнены русским ученым А.Г. Столетовым. Принципиальная схема для исследования фотоэффекта приведена на рис. 2.2.1.

Два электрода (катод К из исследуемого материала и анод А, в качестве которого Столетов применял металлическую сетку) в вакуумной трубке подключены к батарее так, что с помощью потенциометра  $R$  можно изменять не только значение, но и знак подаваемого на них напряжения. Ток, возникающий при освещении катода монохроматическим светом (через кварцевое стекло), измеряется включенным в цепь миллиамперметром.

В 1899 г. Дж. Дж. Томпсон и Ф. Ленард доказали, что при фотоэффекте свет выбивает из вещества электроны.

Вольтамперная характеристика (ВАХ) фотоэффекта – зависимость фототока  $I$ , образуемого потоком электронов, от напряжения – приведена на рис. 2.2.2.

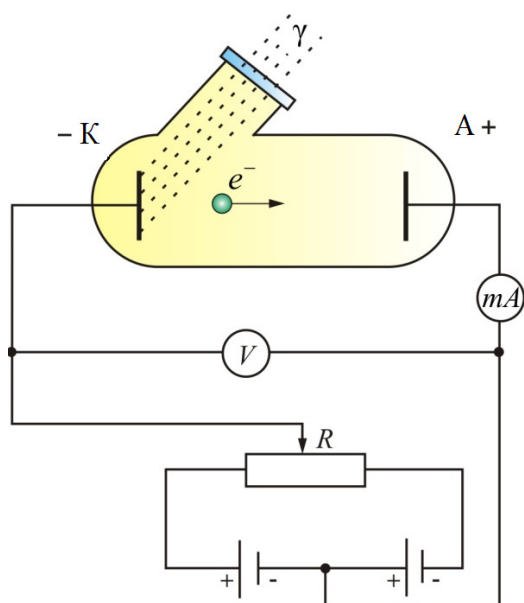


Рис. 2.2.1

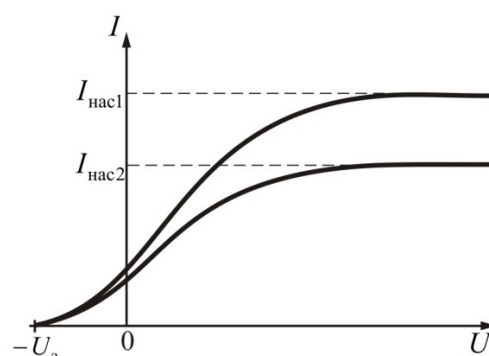


Рис. 2.2.2

Такая зависимость соответствует двум различным энергетическим освещенностям катода (частота света в обоих случаях одинакова). По мере увеличения  $U$  фототок постепенно возрастает, т. е. все большее число фотоэлектронов достигает анода. Пологий характер кривых показывает, что электроны вылетают из катода с различными скоростями.

Максимальное значение фототока насыщения  $I_{\text{нас}}$  определяется таким значением напряжения  $U$ , при котором все электроны, испускаемые катодом, достигают анода:

$$I_{\text{нас}} = ne,$$

где  $n$  – число электронов, испускаемых катодом в 1 с.

Из ВАХ следует, при  $U=0$  фототок не исчезает. Следовательно, электроны, выбитые из катода, обладают некоторой начальной скоростью.

стью  $v$ , а значит, и отличной от нуля кинетической энергией, поэтому они могут достигнуть катода без внешнего поля. Для того чтобы фототок стал равным нулю, необходимо приложить **задерживающее напряжение**  $U_3$ . При  $U = U_3$  ни один из электронов, даже обладающий при вылете из катода максимальной скоростью  $v_{\max}$ , не может преодолеть задерживающего поля и достигнуть анода. Следовательно,

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = eU_3, \quad (2.2.1)$$

т. е., замерив задерживающее напряжение  $U_3$ , можно определить максимальные значения скорости и кинетической энергии фотоэлектрона.

При изучении ВАХ разнообразных материалов при разных частотах падающего на катод излучения и разных энергетических освещенностях катода и обобщении полученных данных были установлены три закона внешнего фотоэффекта.

### 2.2.2. Законы внешнего фотоэффекта

А.Г. Столетов установил три закона фотоэффекта, не утратившие своего значения и в настоящее время. В современном виде законы внешнего фотоэффекта формулируются следующим образом:

I. **При фиксированной частоте падающего света число фотоэлектронов, вырываемых из катода в единицу времени, пропорционально интенсивности света** (сила тока насыщения пропорциональна энергетической освещенности  $E_e$  катода).

II. **Максимальная начальная скорость** (максимальная начальная кинетическая энергия) **фотоэлектронов не зависит от интенсивности падающего света, а определяется только его частотой  $\nu$ .**

III. **Для каждого вещества существует красная граница фотоэффекта, т. е. минимальная частота  $\nu_{\text{кр}}$  света (зависящая от химической природы вещества и состояния его поверхности), ниже которой фотоэффект невозможен.**

Качественное объяснение фотоэффекта с волновой точки зрения, на первый взгляд, не должно было бы представлять трудностей. Действительно, под действием поля световой волны в металле возникают колебания электронов, амплитуда которых (например, при резонансе) может быть достаточной для того, чтобы электроны покинули металл, — тогда и наблюдается фотоэффект. Кинетическая энергия вырываемого электрона из металла должна была бы зависеть от интенсивности падающего света, т. к. с увеличением последней электрону передавалась бы большая энергия. Однако этот вывод противоречит II закону фото-

эффекта. Так как, по волновой теории, энергия, передаваемая электроном, пропорциональна интенсивности света, то свет любой частоты, но достаточно большой интенсивности должен был бы вырывать электроны из металла; иными словами, красной границы фотоэффекта не должно быть, что противоречит III закону фотоэффекта. Кроме того, волновая теория фотоэффекта не смогла объяснить безынерционность фотоэффекта, установленную опытами. Таким образом, фотоэффект *необъясним с точки зрения волновой теории света*.

### 2.2.3. Фотонная теория света.

#### Масса, энергия и импульс фотона

В современной трактовке гипотеза квантов утверждает, что энергия  $E$  колебаний атома или молекулы может быть равна  $h\nu$ ,  $2h\nu$ ,  $3h\nu$  и т. д., но не существует колебаний с энергией в промежутке между двумя последовательными целыми, кратными  $h\nu$ . Это означает, что энергия не непрерывна, как полагали на протяжении столетий, а *квантуется*, т. е. существует лишь в строго определенных дискретных порциях. Наименьшая порция  $h\nu$  называется *квантом энергии*. Гипотезу квантов можно сформулировать и как утверждение о том, что на атомно-молекулярном уровне колебания происходят не с любыми амплитудами. Допустимые значения амплитуды связаны с частотой колебания  $\nu$ .

В 1905 г. Эйнштейн выдвинул смелую идею, обобщавшую гипотезу квантов, и положил ее в основу новой теории света (квантовой теории фотоэффекта). Согласно теории Эйнштейна, *свет с частотой  $\nu$  не только испускается, как это предполагал Планк, но и распространяется и поглощается веществом отдельными порциями (квантами), энергия которых  $E_0 = h\nu$* . Таким образом, распространение света нужно рассматривать не как непрерывный волновой процесс, а как поток локализованных в пространстве дискретных световых квантов, движущихся со скоростью распространения света в вакууме ( $c$ ). *Квант электромагнитного излучения получил название фотон*.

Как мы уже говорили, испускание электронов с поверхности металла под действием падающего на него излучения соответствует представлению о свете как об электромагнитной волне, т. к. электрическое поле электромагнитной волны воздействует на электроны в металле и вырывает некоторые из них. Но Эйнштейн обратил внимание на то, что предсказываемые волновой теорией и фотонной (квантовой корпускулярной) теорией света детали фотоэффекта существенно расходятся.

Фотонная (корпускулярная) теория показывает, что в монохроматическом пучке все фотоны имеют одинаковую энергию (равную  $h\nu$ ). Увеличение интенсивности светового пучка означает увеличение числа

фотонов в пучке, но не сказывается на их энергии, если частота остается неизменной. Согласно теории Эйнштейна, электрон выбивается с поверхности металла при соударении с ним отдельного фотона. При этом вся энергия фотона передается электрону, а фотон перестает существовать. Так как электроны удерживаются в металле силами притяжения, для выбивания электрона с поверхности металла требуется минимальная энергия  $A$  (которая называется работой выхода и составляет для большинства металлов величину порядка нескольких электронвольт). Если частота  $\nu$  падающего света мала, то энергии  $h\nu < A_0$  и энергии фотона недостаточно для того, чтобы выбить электрон с поверхности металла. Если же  $h\nu \geq A_0$ , то электроны вылетают с поверхности металла, причем энергия в таком процессе сохраняется, т. е. энергия фотона ( $h\nu$ ) равна кинетической энергии вылетевшего электрона плюс работе по выбиванию электрона из металла:

$$h\nu = \frac{m\nu^2}{2} + A. \quad (2.2.2)$$

Уравнение (2.2.2) называется *уравнением Эйнштейна для внешнего фотоэффекта*.

На основе этих соображений фотонная (корпускулярная) теория света предсказывает следующее:

1. Увеличение интенсивности света означает увеличение числа налетающих фотонов, которые выбивают с поверхности металла больше электронов. Но поскольку энергия фотонов одна и та же, максимальная кинетическая энергия электрона не изменится (*подтверждение – I закон фотоэффекта*).
2. При увеличении частоты падающего света максимальная кинетическая энергия электронов линейно возрастает в соответствии с формулой Эйнштейна (2.2.2) (*подтверждение – II закон фотоэффекта*).  
Эту формулу с учетом (2.2.1) можно переписать в виде

$$\frac{m\nu_{\max}^2}{2} = h\nu - A, \text{ или} \\ eU_3 = h(\nu - \nu_{\text{кр}}). \quad (2.2.3)$$

Уравнение Эйнштейна в форме (2.2.3), представленное на графике (рис. 2.2.3), неоднократно проверялось экспериментально.

3. Если частота  $\nu$  меньше критической частоты  $\nu_{\text{кр}}$ , то выбивания электронов с поверхности не происходит (*III закон*).

Уравнение Эйнштейна было подтверждено опытами Р. Милликена, выполненными в 1913–1914 гг. Основное отличие от опыта Столетова

в том, что поверхность металла подвергалась очистке в вакууме. Исследовалась зависимость максимальной кинетической энергии от частоты и определялась постоянная Планка  $h$ .

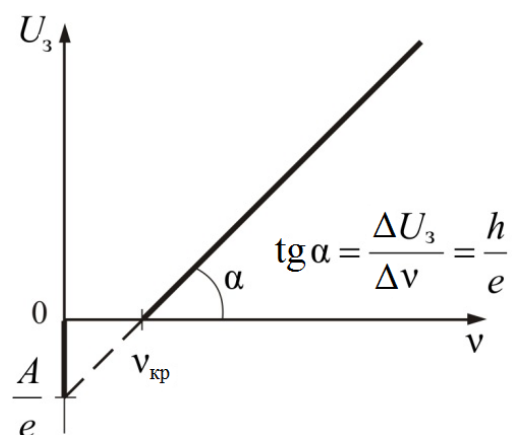


Рис. 2.2.3

Для объяснения теплового излучения Планк предположил, что свет испускается квантами. Эйнштейн при объяснении фотоэффекта предположил, что свет и распространяется, и поглощается квантами, т. е. порциями. Квант световой энергии получил название **фотон**.

Наиболее непосредственное подтверждение гипотезы Эйнштейна дал опыт Боте, в котором использовался метод совпадения (рис. 2.2.4).

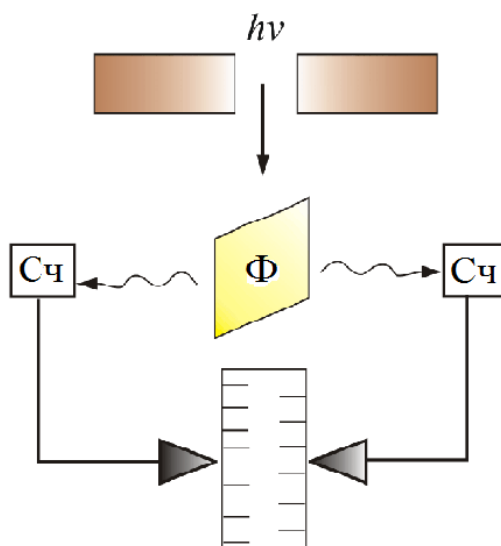


Рис. 2.2.4

Тонкая металлическая фольга  $\Phi$  помещалась между двумя газоразрядными счетчиками  $\text{Сч}$ . Фольга освещалась слабым пучком рентгеновских лучей, под действием которых она сама становилась источником

рентгеновских лучей (это явление называется рентгеновской флуоресценцией). Вследствие малой интенсивности первичного пучка количество квантов, испускаемых фольгой, было невелико. При попадании квантов на счетчик механизм срабатывал, и на движущейся бумажной ленте делалась отметка. Если бы излучаемая энергия распространялась равномерно во все стороны, как это следует из волновых представлений, оба счетчика должны были бы срабатывать одновременно, и отметки на ленте приходились бы одна против другой. В действительности же наблюдалось совершенно беспорядочное расположение отметок. Это можно объяснить лишь тем, что в отдельных актах испускания возникают световые частицы, летящие то в одном, то в другом направлении. Так было экспериментально доказано существование особых световых частиц – фотонов.

**Фотон обладает энергией**  $E = h\nu = hc/\lambda$ .

**Фотон обладает инертной массой**, которую можно найти из соотношения  $E = mc^2$ :

$$m_{\phi} = E/c^2 = hc/\lambda c^2 = h/c\lambda, \text{ или} \\ m_{\phi} = \frac{h\nu}{c^2}. \quad (2.2.3)$$

**Фотон движется со скоростью света**  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с.

Подставим это значение скорости в выражение для релятивистской массы:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - 1}} = \frac{m_0}{0} \rightarrow \infty.$$

Но масса фотона  $m_0$  – конечна, т. е. получено абсурдное заключение. Так как масса фотона конечна, то это возможно тогда, когда масса покоя фотона  $m_0 = 0$ .

**Фотон – частица, не обладающая массой покоя. Он может существовать, только двигаясь со скоростью света  $c$ .**

Мы знаем релятивистское выражение для импульса и для энергии:

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \quad E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Получим **связь между энергией и импульсом**:

$$E = c\sqrt{p^2 + m_0^2 c^2}, \quad (2.2.4)$$



или

$$\frac{E^2}{c^2} = p^2 + m_0^2 c^2.$$

Но т. к. для покоящегося фотона  $m_0 = 0$ , то  $m_0^2 c^2 = 0$ . Окончательно получим

$$\frac{E^2}{c^2} = p^2, \text{ или } p = \frac{E}{c}.$$

Так как  $E = h\nu$ , то можно записать:

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{\hbar\omega}{c}.$$

Обозначим  $k = \frac{\omega}{c}$ , где  $k$  – *волновое число*. Теперь выразим импульс через *волновой вектор*  $\vec{k}$ :

$$\vec{p} = \hbar\vec{k}.$$

#### 2.2.4. Эффект Комптона

Серия экспериментов, выполненных в начале 20-х гг. XX в., подтвердила фотонную теорию. В одном из этих экспериментов (1923) был обнаружен эффект, названный в честь его открывателя эффектом Комптона. А.Г. Комптон занимался изучением рассеяния коротковолнового света (в действительности рентгеновского излучения) различными веществами и обнаружил, что частота рассеянного света  $\nu'$  меньше частоты падающего света  $\nu$  (рис. 2.2.5). Уменьшение частоты указывало на потерю энергии. Комптон показал, что обнаруженный им эффект можно объяснить на основе фотонной теории света, т. е. соударением налетающих фотонов с электронами вещества.

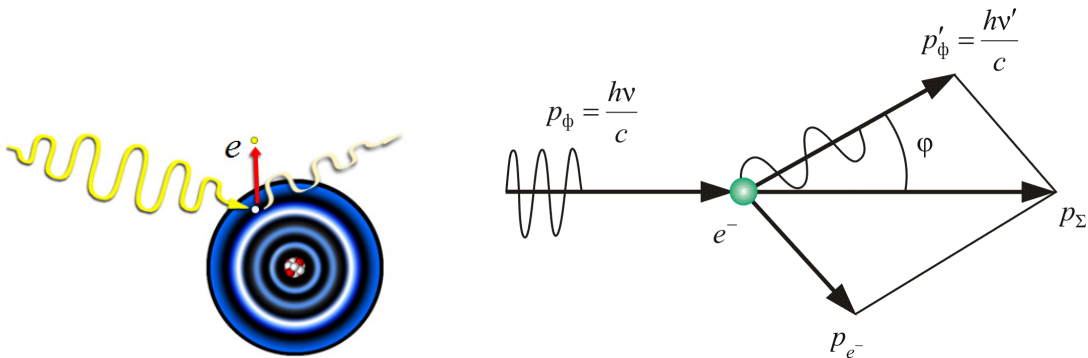


Рис. 2.2.5

Применив к столкновениям фотонов и электронов законы сохранения энергии и импульса, как показано на (рис. 2.2.5), Комптон устано-

вил, что энергии рассеянных фотонов, предсказываемые фотонной теорией, полностью согласуются с экспериментальными данными.

Опыты показали, что разность  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$  не зависит от длины волны  $\lambda$  падающего излучения и природы рассеивающего вещества, а определяется только углом рассеяния  $\varphi$ :

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\lambda_C \sin^2 \frac{\varphi}{2}, \quad (2.2.5)$$

где  $\lambda'$  – длина волны рассеянного излучения;  $\lambda_C$  – комптоновская длина волны (при рассеянии фотона на электроне  $\lambda_C = 2,426$  пм).

### 2.2.5. Тормозное рентгеновское излучение

Для объяснения свойств теплового излучения пришлось ввести представление об испускании электромагнитного излучения порциями (квантами). Квантовая природа излучения подтверждается также существованием **коротковолновой границы тормозного рентгеновского спектра**.

Рентгеновское излучение возникает при бомбардировке твердых мишеней быстрыми электронами (рис. 2.2.6). Здесь анод А выполнен из W, Mo, Cu, Pt – тяжелых тугоплавких или с высоким коэффициентом теплопроводности металлов.

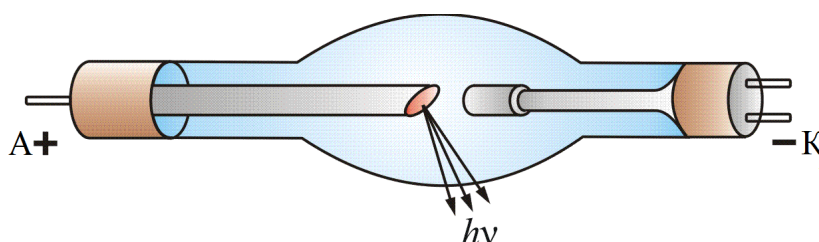


Рис. 2.2.6

Только 1–3 % энергии электронов идет на излучение, остальная часть выделяется на аноде в виде тепла, поэтому аноды охлаждают водой.

Попав в вещество анода, электроны испытывают сильное торможение и становятся источником электромагнитных волн (рентгеновских лучей).

Заметное излучение наблюдается лишь при резком торможении быстрых электронов, начиная с  $U \sim 50$  кВ, при этом  $v_0 \approx 0,4c$  ( $c$  – скорость света). В индукционных ускорителях электронов – бетатронах – электроны приобретают энергию до 50 МэВ,  $v_0 = 0,99995c$ . Направив такие электроны на твердую мишень, получим рентгеновское излучение с малой длиной волны. Это излучение обладает большой проникающей способностью.

Согласно классической электродинамике, при торможении электрона должны возникать излучения всех длин волн от нуля до бесконечности. Длина волны, на которую приходится максимум мощности

излучения, должна уменьшиться по мере увеличения скорости электронов, что в основном подтверждается на опыте (рис. 2.2.7).

Однако есть принципиальное отличие от классической теории: нулевые распределения мощности не идут к началу координат, а обрываются при конечных значениях  $\lambda_{\min}$  – это и есть **коротковолновая граница рентгеновского спектра**.

$$\text{Экспериментально установлено, что } \lambda_{\min}(\text{Å}) = \frac{12\,360}{U(\text{В})} = \frac{\text{const}}{U}.$$

Существование коротковолновой границы непосредственно вытекает из квантовой природы излучения. Действительно, если излучение возникает за счет энергии, теряемой электроном при торможении, то энергия кванта  $h\nu$  не может превысить энергию электрона  $eU$ , т. е.

$$h\nu \leq eU, \text{ отсюда } \nu = \frac{eU}{h} \text{ или } \lambda_{\min} = \frac{c}{\nu_{\max}} = \frac{ch}{eU}.$$

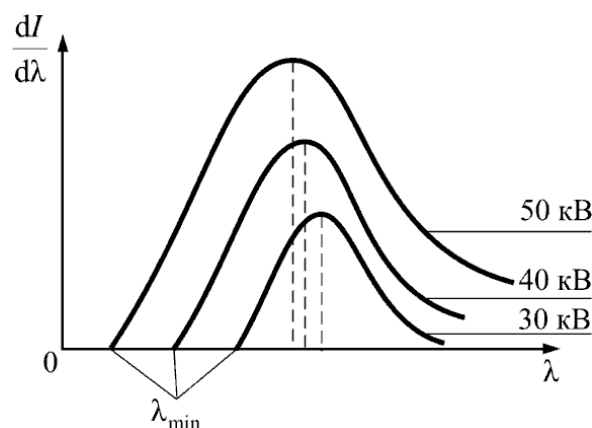


Рис. 2.2.7

В данном эксперименте можно определить постоянную Планка  $h$ . Из всех методов определения постоянной Планка метод, основанный на измерении коротковолновой границы тормозного рентгеновского спектра, является самым точным.

### 2.2.6. Характеристическое рентгеновское излучение

Когда энергия бомбардирующих анод электронов становится достаточной для вырывания электронов из внутренних оболочек атома, на фоне тормозного излучения появляются резкие линии *характеристического* излучения. Частоты этих линий зависят от природы вещества анода, поэтому их и называли характеристическими.

Состояние атома с вакансией во внутренней оболочке неустойчиво. Электрон одной из внешних оболочек может заполнить эту вакансию,

и атом при этом испускает избыток энергии в виде фотона характеристического излучения:

$$\nu = \frac{E_1 - E_2}{h}.$$

Все переходы на  $k$ -оболочку образуют  $K$ -серию, соответственно, на  $l$ - и  $m$ -оболочки –  $L$ - и  $M$ -серии (рис. 2.2.8).

Английский физик Генри Мозли в 1913 г. установил **закон**, названный его именем, *связывающий частоты линий рентгеновского спектра  $\nu$  с атомным номером испускающего их элемента  $Z$* :

$$\nu = R(Z - \sigma)^2 \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right), \text{ где } k=3, 4, 5 \dots; n = k+1, k+2, k+3 \dots$$

Здесь  $R = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$  – постоянная Ридберга;  $\sigma$  – постоянная, учитывающая экранирующую роль окружающих ядро электронов. Чем дальше электрон от ядра, тем  $\sigma$  больше.

На рис. 2.2.9 показана графическая зависимость закона.

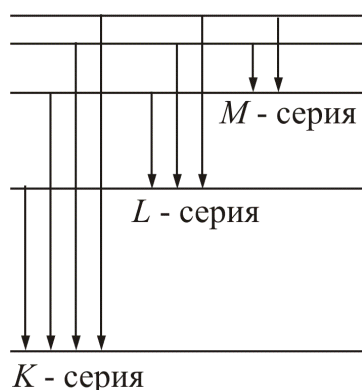


Рис. 2.2.8

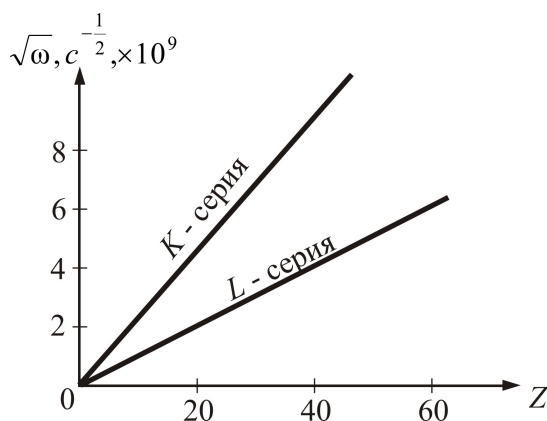


Рис. 2.2.9

Закон Мозли позволил по измерению длин волн  $\lambda$  рентгеновских лучей *точно* установить атомный номер элемента. Он сыграл большую роль при размещении элементов в таблице Менделеева.

### 2.2.7. Давление света

*Основной постулат корпускулярной теории электромагнитного излучения звучит так: электромагнитное излучение (и, в частности, свет) – это поток частиц, называемых фотонами.* Фотоны распространяются в вакууме со скоростью, равной *предельной скорости распространения взаимодействия*,  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ , *масса и энергия покоя любого фотона равны нулю, энергия фотона  $E$  связана с частотой электромагнитного излучения  $\nu$  и длиной волны  $\lambda$  формулой*

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}. \quad (2.2.6)$$

Обратите внимание: формула (2.2.6) связывает *корпускулярную* характеристику электромагнитного излучения, энергию фотона, с *волновыми* характеристиками – частотой и длиной волны. Она представляет собой мостик между корпускулярной и волновой теориями. Существование этого мостика неизбежно, т. к. и фотон, и *электромагнитная волна* – это всего-навсего *две модели одного и того же реально существующего объекта – электромагнитного излучения*.

Всякая движущаяся частица (*корпускула*) обладает импульсом, причем, согласно теории относительности, энергия частицы  $E$  и ее импульс  $p$  связаны формулой

$$E = \sqrt{E_0^2 + (cp)^2}, \quad (2.2.7)$$

где  $E_0$  – энергия покоя частицы. Так как энергия покоя фотона равна нулю, то из (2.2.7) и (2.2.6) следуют две очень важные формулы:

$$E = cp; \quad p = \frac{h}{\lambda}.$$

Обратимся теперь к явлению светового давления.

Давление света открыто русским ученым П.Н. Лебедевым в 1901 г. В своих опытах он установил, что давление света зависит от интенсивности света и от отражающей способности тела. В опытах была использована вертушка, имеющая черные и зеркальные лепестки, помещенная в вакуумированную колбу (рис. 2.2.10).

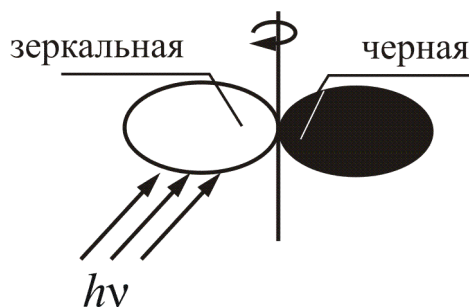
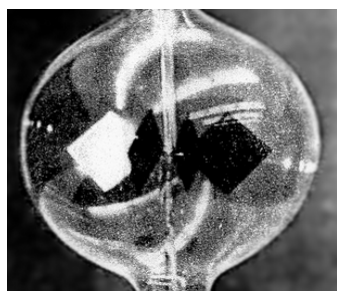


Рис. 2.2.10

Величина светового давления  $P = F / S$ , или

$$P = \frac{E_{\text{ед}}}{c}(1 + \rho),$$

где  $E_{\text{ед}} = N h \nu$  – энергия всех фотонов, падающих на единицу поверхности в единицу времени, т. е. энергетическая освещенность поверхности.

Давление света на различные поверхности можно рассчитать:

- если тело зеркально отражает, то  $\rho = 1$  и  $P = \frac{E_{\text{ед}}}{c}(1 + \rho)$ ;
- если полностью поглощает (абсолютно черное тело), то  $\rho = 0$  и  $P = \frac{E_{\text{ед}}}{c}$ , т. е. *световое давление на абсолютно черное тело в два раза меньше, чем на зеркальное.*

Итак, следующее из корпускулярной теории заключение, что *световое излучение оказывает давление на материальные предметы, причем величина давления пропорциональна интенсивности излучения*, прекрасно подтверждается в экспериментах.

Одним из следствий давления солнечного света является то, что кометы, пролетающие вблизи Солнца, имеют «хвосты» (рис. 2.2.11).

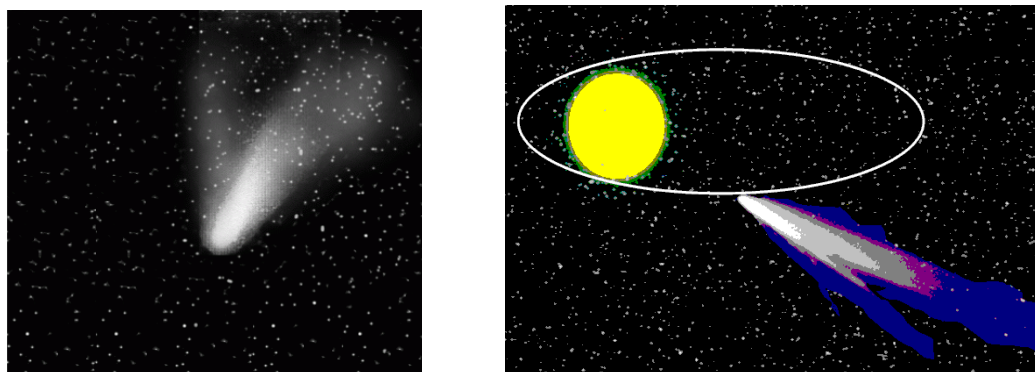


Рис. 2.2.11

### 2.2.8. Двойственная природа света

Впервые проблема корпускулярно-волнового дуализма проявила себя при исследовании природы света. В XVII в. Исаак Ньютон предложил считать свет *потокм мельчайших корпускул*. Это позволяло просто объяснить ряд наиболее характерных свойств света, – например, *прямолинейность световых лучей* и *закон отражения*, согласно которому угол отражения света равен углу падения. Вообще, вся *геометрическая оптика* прекрасно согласуется с *корпускулярной теорией света*. Но явления интерференции и дифракции света никак в эту теорию не вписывались. Объяснить их ученым удалось лишь в XIX в. создателям *волновой теории* света. А *теория электромагнитного поля* и знаменитые уравнения Максвелла, казалось бы, вообще поставили точку в этой проблеме.

Оказалось, что свет – это просто *частный случай электромагнитных волн*, т. е. процесса распространения в пространстве электромагнитного поля. Мало того, волновая оптика объяснила не только те явления, кото-

рые не объяснялись с помощью корпускулярной теории, но и вообще все известные к XIX в. световые эффекты. И все законы геометрической оптики тоже оказалось возможным доказать в рамках волновой оптики.

Однако уже в самом начале XX в. опять возродилась корпускулярная теория света, т. к. были обнаружены явления, которые с помощью волновой теории объяснить не удавалось. Это – *давление света, фотоэффект, Комpton-эффект и законы теплового излучения*. В рамках корпускулярной теории эти явления прекрасно объяснялись, и корпускулы (частицы) света даже получили специальное название. Макс Планк назвал их **световыми квантами** (по-русски – *порциями*), а Альберт Эйнштейн – **фотонами**. Оба эти названия прижились и употребляются до сих пор.

В итоге сложилась удивительная ситуация – сосуществование двух серьезных научных теорий, каждая из которых объясняла одни свойства света, но не могла объяснить другие. Нужна *синтезированная теория*, объединяющая в себе и волновую, и корпускулярную теории. Она была создана и получила название **квантовой физики**.

Очень важно, что квантовая физика не отвергает ни корпускулярную, ни волновую теории. Каждая из них имеет свои преимущества и свой, достаточно развитый, математический аппарат.

***Свет – диалектическое единство противоположных свойств: он одновременно обладает свойствами непрерывных электромагнитных волн и дискретных фотонов.***

При уменьшении длины волны все ярственнее проявляются корпускулярные свойства. Волновые свойства коротковолнового излучения проявляются слабо (например, рентгеновское излучение). Наоборот, у длинноволнового (инфракрасного) излучения квантовые свойства проявляются слабо.

Взаимосвязь между корпускулярными и волновыми свойствами света находит простое толкование при статистическом подходе к распространению света.

Взаимодействие фотонов с веществом (например, при прохождении света через дифракционную решетку) приводит к *перераспределению* фотонов в пространстве и возникновению дифракционной картины на экране. Очевидно, что освещенность в различных точках экрана прямо пропорциональна вероятности попадания фотонов в эти точки. Но, с другой стороны, из волновых представлений видно, что *освещенность пропорциональна интенсивности света  $J$ , а та, в свою очередь, пропорциональна квадрату амплитуды  $A^2$* . Отсюда вывод: ***квадрат амплитуды световой волны в какой-либо точке есть мера вероятности попадания фотонов в эту точку.***

## Вопросы к читателю. Упражнения

1. Почему фотоэлектрические измерения весьма чувствительны к природе и состоянию поверхности фотокатода?
2. Как при заданной частоте света изменится фототок насыщения с уменьшением освещенности катода?
3. При замене одного металла другим длина волны, соответствующая красной границе, уменьшается. Что можно сказать о работе выхода этих металлов?
4. Как с помощью уравнения Эйнштейна объяснить I и II законы фотоэффекта? Чем определяется красная граница фотоэффекта?
5. Объясните законы внешнего фотоэффекта на основе квантовых представлений. Что означает безынерционность фотоэффекта?
6. Нарисуйте две вольт-амперные характеристики, соответствующие одинаковым интенсивностям, но разным длинам волн излучения.
7. Каждый металл характеризуется порогом фотоэффекта  $\lambda_0$ . Каково значение  $\lambda_0$  в случае меди, если ее работа выхода 4,4 эВ?
8. В чем отличие характера взаимодействия фотона и электрона при фотоэффекте и эффекте Комптона?
9. Как объяснить происхождение коротковолновой границы спектра тормозного рентгеновского излучения?
10. Какова природа рентгеновского излучения? Каков приблизительно диапазон длин волн рентгеновского излучения?
11. Каковы основные свойства рентгеновского излучения?
12. Чем определяется сплошной (тормозной) рентгеновский спектр; линейчатый (характеристический) рентгеновский спектр?
13. Для определения качества сварных швов их просвечивают рентгеновским излучением, а за изделием помещают рентгеновскую пленку. Как после проявления пленки определяют качество шва?
14. В какой области частот сильнее проявляются волновые свойства электромагнитных излучений; квантовые свойства?
15. Объясните возникновение светового давления на основе волновой теории.
16. Чему равно давление света в случае идеально отражающего зеркала; полностью поглощающей поверхности? Чему равно отношение импульсов и давлений света на зеркальную и зачерненную поверхности?
17. Какие характеристики фотона описывают его корпускулярные свойства; волновые свойства?



## 2.3. КОРПУСКУЛЯРНО-ВОЛНОВОЙ ДУАЛИЗМ МИКРОЧАСТИЦ

### 2.3.1. Гипотеза де Бройля

Противоречия ряда экспериментов, проведенных в начале XX в. с применяемыми теориями, указывали на необходимость пересмотра основ квантовой теории и представлений о природе микрочастиц (электронов, протонов и т. п.). Возник вопрос о том, насколько исчерпывающим является представление электрона в виде малой механической частицы, характеризующейся определенными координатами и определенной скоростью.

В оптических явлениях, рассмотренных выше, наблюдается своеобразный дуализм. Наряду с явлениями дифракции, интерференции (волновыми явлениями) наблюдаются и явления, характеризующие корпускулярную природу света (фотоэффект, эффект Комптона).

В 1924 г. французский физик Луи де Бройль выдвинул гипотезу, что *дуализм не является особенностью только оптических явлений, а имеет универсальный характер. Частицы вещества также обладают волновыми свойствами.*

Если фотон обладает энергией  $E = h\nu$  и импульсом  $p = h/\lambda$ , то и частица (например, электрон), движущаяся с некоторой скоростью, обладает волновыми свойствами, т. е. *движение частицы можно рассматривать как движение волны.*

Согласно квантовой механике, свободное движение частицы с массой  $m$  и импульсом  $p = m\nu$  (где  $\nu$  – скорость частицы) можно представить как плоскую монохроматическую волну  $\Psi_0$  (волну де Бройля) с длиной волны

$$\lambda = \frac{h}{p}, \quad (2.3.1)$$

распространяющуюся в том же направлении (например, в направлении оси  $x$ ), в котором движется частица (рис. 2.3.1).

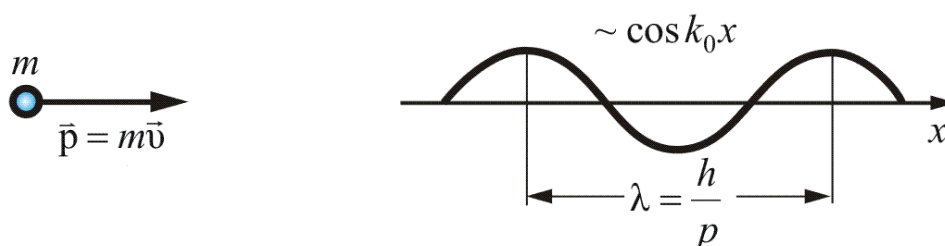


Рис. 2.3.1

Зависимость волновой функции  $\Psi_0$  от координаты  $x$  дается формулой

$$\Psi_0 \sim \cos(k_0 x), \quad (2.3.2)$$

где  $k_0$  – *волновое число*, а *волновой вектор*  $\vec{k}_0$  направлен в сторону распространения волны или вдоль движения частицы:

$$\vec{k}_0 = \frac{2\pi}{h} \vec{p}. \quad (2.3.3)$$

Таким образом, *волновой вектор монохроматической волны*, связанной со свободно движущейся микрочастицей, *пропорционален ее импульсу, или обратно пропорционален длине волны*.

Поскольку кинетическая энергия сравнительно медленно движущейся частицы  $E_k = mv^2 / 2$ , то длину волны можно выразить и через энергию:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}}. \quad (2.3.4)$$

При *взаимодействии* частицы с некоторым объектом – кристаллом, молекулой и т. п. – ее энергия меняется: к ней добавляется потенциальная энергия этого взаимодействия, что приводит к изменению движения частицы. Соответственно, меняется характер распространения связанной с частицей волны, причем это происходит согласно принципам, общим для всех волновых явлений. Поэтому основные геометрические закономерности дифракции частиц ничем не отличаются от закономерностей дифракции любых волн. *Общим условием дифракции волн любой природы является соизмеримость длины падающей волны  $\lambda$  с расстоянием  $d$  между рассеивающими центрами:  $\lambda \leq d$ .*

Гипотеза Луи де Бройля была революционной даже для того революционного в науке времени. Однако она вскоре была подтверждена многими экспериментами.

### 2.3.2. Дифракция частиц

*Дифракция частиц* – рассеяние микрочастиц (электронов, нейтронов, атомов и т. п.) кристаллами или молекулами жидкостей и газов, при котором из начального пучка частиц данного типа возникают дополнительно отклоненные пучки этих частиц. Направление и интенсивность таких отклоненных пучков зависят от строения рассеивающего объекта.

Дифракция частиц может быть понята лишь на основе квантовой теории. Дифракция – явление волновое, оно наблюдается при распространении волн различной природы: дифракции света, звуковых волн,

волн на поверхности жидкости и т. д. Дифракция при рассеянии частиц с точки зрения классической физики невозможна.

**Квантовая механика** устранила абсолютную грань между волной и частицей. *Основным положением квантовой механики, описывающей поведение микробъектов, является корпускулярно-волновой дуализм*, т. е. двойственная природа микрочастиц. Так, поведение электронов в одних явлениях, например при наблюдении их движения в камере Вильсона или при измерении электрического заряда в *фотоэффекте*, может быть описано на основе представлений о частицах. В других же, особенно в явлениях дифракции, – только на основе представления о волнах. Идея «волн материи», высказанная французским физиком Л. Де Бройлем, получила блестящее подтверждение в опытах по дифракции частиц.

### Опыты по дифракции частиц

Первым опытом по дифракции частиц, блестяще подтвердившим исходную идею квантовой механики – корпускулярно-волновой дуализм, явился опыт американских физиков К. Дэвиссона и Л. Джермера, проведенный в 1927 г. по дифракции электронов на монокристаллах никеля. На рис. 2.3.2 изображена схема опыта (*A* – электронная пушка, *B* – детектор излучения) и на рис. 2.3.3 – динамика дифракционного отражения электронов при изменении ускоряющей разности потенциалов.

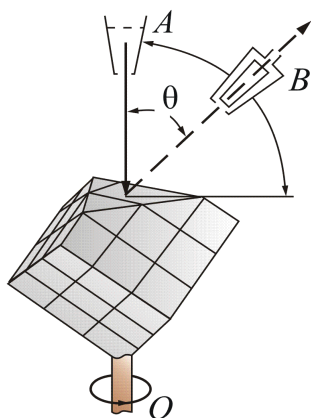


Рис. 2.3.2

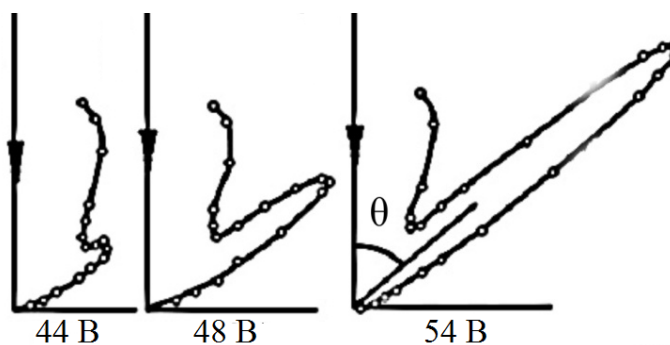


Рис. 2.3.3

Если ускорять электроны электрическим полем с напряжением  $U$ , то они приобретут кинетическую энергию  $E_k = eU$  ( $e$  – заряд электрона), что после подстановки в равенство (2.3.4) числовых значений дает

$$\lambda = \frac{12,26}{\sqrt{U}}.$$

Здесь  $U$  выражено в В, а  $\lambda$  – в  $\text{Å}$  ( $1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ м}$ ).

При напряжениях  $U$  порядка 100 В, которые использовались в этих опытах, получают так называемые медленные электроны с  $\lambda$  порядка 1 Å. Эта величина близка к межатомным расстояниям  $d$  в кристаллах, которые составляют несколько Å и менее, и соотношение  $\lambda \leq d$ , необходимое для возникновения дифракции, выполняется.

Кристаллы обладают высокой степенью упорядоченности. Атомы в них располагаются в трехмерно-периодической кристаллической решетке, т. е. образуют пространственную дифракционную решетку для соответствующих длин волн. Дифракция волн на такой решетке происходит в результате рассеяния на системах параллельных кристаллографических плоскостей, на которых в строгом порядке расположены рассеивающие центры. Условием наблюдения дифракционного максимума при отражении от кристалла является условие Вульфа – Брэггов:

$$2d \sin \theta = n\lambda, \quad (2.3.5)$$

здесь  $\theta$  – угол, под которым падает пучок электронов на данную кристаллографическую плоскость (угол скольжения), а  $d$  – расстояние между соответствующими кристаллографическими плоскостями.

В опыте Дэвиссона и Джермера при «отражении» электронов от поверхности кристалла никеля при определенных углах отражения возникали максимумы. Как видно из рис. 2.3.3, экспериментальная кривая зависимости интенсивности от ускоряющего напряжения имеет несколько максимумов, равностоящих друг от друга.

Эти максимумы отраженных пучков электронов соответствовали формуле (2.3.5), и их появление не могло быть объяснено никаким другим путем, кроме как на основе представлений о волнах и их дифракции. Таким образом, волновые свойства частиц – электронов – были доказаны экспериментом.

При более высоких ускоряющих электрических напряжениях (десятках кВ) электроны приобретают достаточную кинетическую энергию, чтобы проникать сквозь тонкие пленки вещества (толщиной порядка  $10^{-5}$  см, т. е. тысячи Å). Тогда возникает так называемая дифракция быстрых электронов на прохождении, которую на поликристаллических пленках алюминия и золота впервые в 1927 г. исследовали английский ученый Дж.Дж. Томсон и, независимо от него, советский физик П.С. Тартаковский.

В 1949 г. советские ученые Л.М. Биберман, Н.Г. Сушкин, В.А. Фабрикант поставили такой же опыт, но интенсивность электронного пучка была настолько слабой, что электроны проходили через прибор практически поодиночке. Однако картина после длительной экспозиции была точно такой же, т. е. было доказано, что **волновыми свойствами обладает каждый отдельный электрон.**

Вскоре после этого удалось наблюдать и явления дифракции атомов и молекул. Атомам с массой  $m$ , находящимся в газообразном состоянии в сосуде при абсолютной температуре  $T$ , соответствует, по формуле (2.3.4), длина волны

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{3mkT}}, \quad (2.3.6)$$

т. к. средняя кинетическая энергия атома  $E_k = 2 / 3kT$ .

Для легких атомов, молекул ( $H$ ,  $H_2$ ,  $He$ ) и температур в сотни градусов Кельвина длина волны  $\lambda$  составляет около  $1 \text{ \AA}$ . Дифрагирующие атомы или молекулы практически не проникают вглубь кристалла.

Сформированный с помощью диафрагм молекулярный или атомный пучок направляют на кристалл и тем или иным способом фиксируют «отраженные» дифракционные пучки. Таким путем немецкие ученые О. Штерн и И. Эстерман, а также другие исследователи на рубеже 30-х гг. наблюдали дифракцию атомных и молекулярных пучков (рис. 2.3.4).

Позже наблюдалась дифракция протонов, а также дифракция нейтронов (рис. 2.3.5), получившая широкое распространение как один из методов исследования структуры вещества.

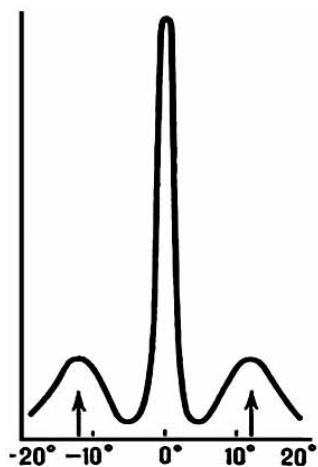


Рис. 2.3.4

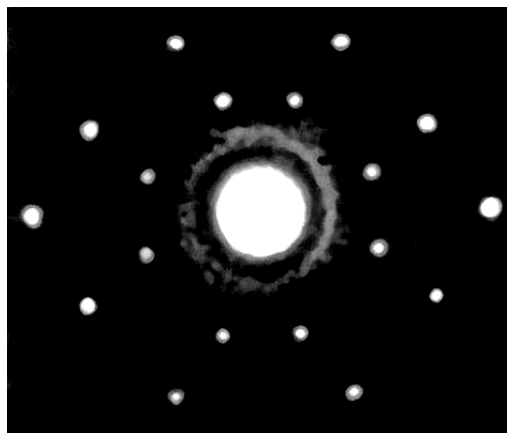


Рис. 2.3.5

Так, было доказано экспериментально, что волновые свойства присущи всем без исключения микрочастицам.

Дифракция частиц, сыгравшая в свое время столь большую роль в установлении двойственной природы материи — корпускулярно-волнового дуализма (и тем самым послужившая экспериментальным обоснованием квантовой механики), давно уже стала одним из главных рабочих методов для изучения строения вещества. На дифракции частиц основаны два важных современных метода анализа атомной структуры вещества — электронография и нейтронография.

### 2.3.3. Двойственность микрочастиц вещества

Итак, микрочастицы обладают необычайными свойствами. *Микрочастицы* – это элементарные частицы (электроны, протоны, нейтроны и т. д.), а также сложные частицы, образованные из небольшого числа элементарных (пока неделимых) частиц (атомы, молекулы, ядра атомов). Называя эти микрочастицы частицами, мы подчеркиваем только одну сторону, правильнее было бы говорить «частица-волна».

Микрочастицы не способны непосредственно воздействовать на наши органы чувств – ни видеть, ни осязать их нельзя. Известно, что будет с большим предметом; но не с микрочастицей. Поэтому, изучая их, приходится прибегать к различного рода абстракциям, напрягать воображение и не пытаться связывать их с нашим непосредственным опытом.

В доквантовой физике понять – значит составить себе наглядный образ объекта или процесса. В квантовой физике так рассуждать нельзя. Всякая наглядная модель будет действовать по классическим законам, и поэтому непригодна для представления квантовых процессов. Например, вращение электрона по орбите вокруг ядра атома – такое представление. Это дань классической физике и не соответствует истинному положению вещей, не соответствует квантовым законам.

Рассмотренные нами волны Луи де Бройля не являются *электромагнитными*, это волны особой природы.

Вычислим дебройлевскую длину волны мячика массой 0,20 кг, движущегося со скоростью 15 м/с:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,67 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{0,2 \cdot 15} = 2,2 \cdot 10^{-34} \text{ м}.$$

Это чрезвычайно малая длина волны. Даже при крайне низких скоростях, скажем  $10^{-4}$  м/с, дебройлевская длина волны составляла бы примерно  $10^{-29}$  м. Дебройлевская длина волны обычного тела слишком мала, чтобы ее можно было обнаружить и измерить. Дело в том, что типичные волновые свойства – интерференция и дифракция – проявляются только тогда, когда размеры предметов или щелей сравнимы по своей величине с длиной волны. Но нам неизвестны предметы и щели, на которых могли бы дифрагировать волны с длиной волны  $10^{-30}$  м, поэтому волновые свойства обычных тел обнаружить не удастся.

Другое дело, если речь идет об элементарных частицах типа электронов. Так как масса входит в знаменатель формулы, определяющей дебройлевскую длину волны, очень малой массе соответствует большая длина волны.

Определим дебройлевскую длину волны электрона, ускоренного разностью потенциалов 100 В:

$$\frac{1}{2}m\nu^2 = eU, \text{ отсюда } \nu = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = 5,9 \cdot 10^6 \text{ м/с,}$$

тогда

$$\lambda = \frac{h}{m\nu} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 5,9 \cdot 10^6} = 1,2 \cdot 10^{-10} \text{ м.}$$

Из приведенного примера видно, что электрон может соответствовать длине волны порядка  $10^{-10}$  м. Хотя это очень короткие волны, их можно обнаружить экспериментально: межатомные расстояния в кристалле того же порядка величины ( $10^{-10}$  м) и регулярно расположенные атомы кристалла можно использовать в качестве дифракционной решетки, как в случае рентгеновского излучения. Итак, если гипотеза Луи де Бройля справедлива, то, как указал Эйнштейн, для электронов должно наблюдаться явление дифракции.

Отвлечемся на время и поставим мысленный эксперимент. Направим на преграду с двумя узкими щелями параллельный пучок моноэнергетических (т. е. обладающих одинаковой кинетической энергией) электронов (рис. 2.3.6,*а*), за преградой поставим фотопластину (Фп).

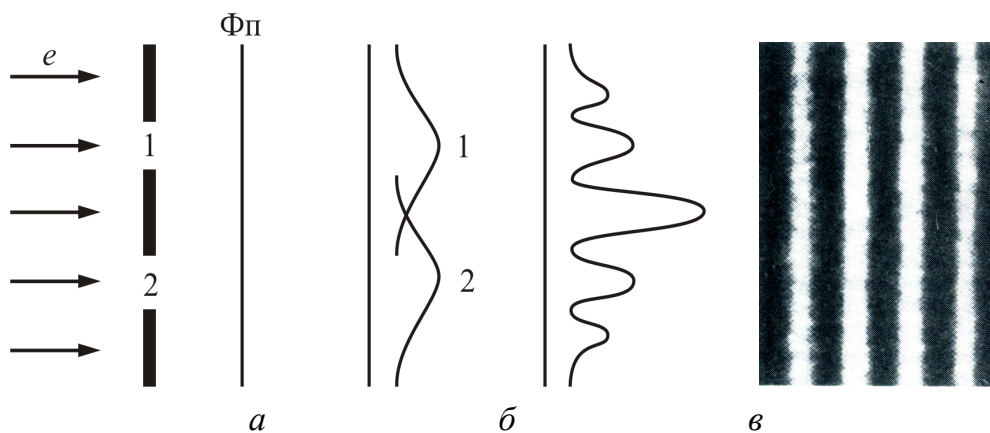


Рис. 2.3.6

Сначала закроем вторую щель и произведем экспонирование в течение времени  $t$ . Почернение на обработанной Фп будет характеризоваться кривой 1, рис. 2.3.6, *б*. Затем закроем первую щель и произведем экспонирование второй фотопластины. Характер почернения передается в этом случае кривой 2 (рис. 2.3.6, *б*). Наконец, откроем обе щели и подвергнем экспонированию в течение времени  $t$  третью пластину. Картина почернения, получающаяся в последнем случае, изображена на

рис. 2.3.6, в. Эта картина отнюдь не эквивалентна положению первых двух. Каким образом открывание второй щели может повлиять на те электроны, которые, казалось бы, прошли через другую щель?

Полученная картина (рис. 2.3.6, в) оказывается аналогичной картине, получающейся при интерференции двух когерентных световых волн. Ее характер свидетельствует о том, что на движение каждого электрона оказывают влияние оба отверстия. Такой вывод несовместим с представлением о траекториях. Если бы электрон находился в каждый момент в определенной точке пространства и двигался по траектории, он проходил бы через определенное отверстие – первое или второе. Явление же дифракции доказывает, что в прохождении каждого электрона участвуют оба отверстия – и первое, и второе.

В приложении более подробно описаны эти эксперименты и даны различные интерпретации волновой функции.

***Дифракция электронов и других микрочастиц доказывает справедливость гипотезы Луи де Бройля и подтверждает корпускулярно-волновой дуализм микрочастиц вещества.***



### Вопросы к читателю. Упражнения

1. Каково содержание гипотезы Луи де Бройля и ее физический смысл? В чем революционность гипотезы?
2. Что такое волновая функция? Как она зависит от координаты частицы?
3. Дайте определение понятиям «волновое число» и «волновой вектор». Каковы формулы, выражающие эти понятия?
4. Приведите формулу, выражающую длину волны через энергию.
5. Какова длина волны (в ангстремах) фотона с энергией 1 МэВ?
6. Запишите выражение для инертной или релятивистской массы фотона через  $\lambda$ ,  $h$  и  $c$ .
7. Если релятивистская масса фотона  $10^{-15}$  г, то каков его импульс в системе СИ? Чему равна его длина волны?
8. Связь энергии с длиной волны фотона удобно записывать в виде  $\lambda = K/E$ . Найдите численное значение постоянной  $K$ , если  $\lambda$  измеряется в ангстремах, а  $E$  в электронвольтах.
9. Электрон и фотон имеют каждый кинетическую энергию 1 эВ. Каковы длины волн каждой из частиц?
10. Выразите кинетическую энергию нерелятивистского электрона через его массу, длину волны и постоянную Планка  $h$ .
11. Выразите длину волны свободного электрона через  $E$ ,  $h$ ,  $m$  и  $c$ , где  $E$  – полная релятивистская энергия электрона.
12. Напишите выражение для кинетической энергии релятивистского электрона через его длину волны.
13. Предположим, что в опыте по дифракции электронов на трех одинаковых щелях детектор электронов расположен в точке, куда все три волны приходят в фазе.
  - а. Какова скорость счета от трех щелей, если каждая из них в отдельности обеспечивает 100 отсчетов в секунду?
  - б. Если интенсивность пучка от электронной пушки увеличивается в два–три раза, во сколько раз возрастет скорость счета от трех щелей?

## 2.4. КВАНТОВО-МЕХАНИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ СВОЙСТВ МИКРОЧАСТИЦ ВЕЩЕСТВА

### 2.4.1. Физический смысл волн де Бройля

Из содержания п. 2.3 видно, что идея де Бройля о наличии у частиц вещества волновых свойств получила экспериментальное подтверждение как для заряженных частиц (электронов, протонов), так и для нейтральных – нейтронов, атомов и молекул. Также было показано, что обнаружить волновые свойства у макроскопических тел не представляется возможным из-за присущей им малой длины волны.

В настоящем разделе постараемся выяснить физический смысл волн де Бройля.

Вернемся вновь к свету. Вспомним соотношение между корпускулярными и волновыми свойствами света. Было выяснено, что **квадрат амплитуды световой волны в какой-либо точке пространства пропорционален числу фотонов, попадающих в эту точку**. До сих пор речь шла о длине волны, соответствующей частице, движущейся с определенной скоростью. Можно, очевидно, говорить и об амплитуде этих волн. Вопрос о природе волн, связанных с движущимися частицами вещества, можно сформулировать как вопрос о физическом смысле амплитуды или интенсивности этих волн.

**Интенсивность волн де Бройля** в данной области пространства определяет число частиц, попавших в эту область. В этом заключается статистическое, вероятностное толкование волн, связанных с движущимися частицами. **Квадрат амплитуды дебройлевской волны в данной точке пространства является мерой вероятности того, что частица находится в этой области**. Вероятностная трактовка волн де Бройля принадлежит Максуд Борну.

Подчеркнем еще раз, что волны, связанные с движущимися частицами, не имеют никакого отношения к распространению какого-либо электромагнитного поля, к электромагнитным волнам. Среди известных в физике электромагнитных, акустических и других волн нет аналога «волнам вероятности», связанным с движущимися частицами вещества.

Можно показать, что **фазовая скорость волн де Бройля превышает скорость света в вакууме**, что не противоречит теории относительности.

**Групповая скорость волн де Бройля меньше скорости света**, что указывает на неразрывную связь дебройлевских волн с движущимися частицами. Групповая скорость волны де Бройля равна скорости движения частицы.

Открытие волновых свойств движущихся частиц вещества явилось величайшим достижением современной физики. Вместе с твердо установленным экспериментально квантовым характером законов, описывающих внутриатомные процессы, обнаружение волновых свойств частиц вещества послужило фундаментом для создания квантовой механики. Так называемые пути современной теоретической физики, изучающей законы движения частиц в области микромира, имеют масштабы длины  $10^{-10} \dots 10^{-15}$  м. *Объектами изучения квантовой механики являются атомы, молекулы, кристаллы, атомные ядра и элементарные частицы* (электроны, позитроны, протоны, нейтроны и др.).

#### 2.4.2. Соотношение неопределенностей Гейзенберга

Согласно двойственной корпускулярно-волновой природе частиц вещества, для описания микрочастиц используются то волновые, то корпускулярные представления. Поэтому приписывать им все свойства частиц и все свойства волн нельзя. Естественно, что необходимо внести некоторые ограничения в применении к объектам микромира понятий классической механики.

В классической механике состояние материальной точки (классической частицы) определяется заданием значений координат, импульса, энергии и т. д. (перечисленные величины называются динамическими переменными). Строго говоря, микрообъекту не могут быть приписаны указанные динамические переменные. Однако информацию о микрочастицах мы получаем, наблюдая их взаимодействие с приборами, представляющими собой макроскопические тела. Поэтому результаты измерений поневоле выражаются в терминах, разработанных для характеристики макротел, т. е. через значения динамических характеристик. В соответствии с этим измеренные значения динамических переменных приписываются микрочастицам. Например, говорят о состоянии электрона, в котором он имеет такое-то значение энергии, и т. д.

Волновые свойства частиц и возможность задать для частицы лишь вероятность *ее пребывания в данной* точке пространства приводят к тому, что сами понятия *координаты частицы и ее скорости (или импульса)* могут применяться в квантовой механике в ограниченной мере. В этом, вообще говоря, нет ничего удивительного. В классической физике понятие **координаты** в ряде случаев тоже непригодно для определения положения объекта в пространстве. Например, не имеет смысла говорить о том, что электромагнитная волна находится в данной точке пространства или что положение фронта волновой поверхности на воде характеризуется координатами  $x, y, z$ .

Корпускулярно-волновая двойственность свойств частиц, изучаемых в квантовой механике, приводит к тому, что в ряде случаев **оказывается невозможным** в классическом смысле одновременно **характеризовать частицу ее положением в пространстве (координатами) и скоростью** (или импульсом). Так, например, электрон (и любая другая микрочастица) не может иметь одновременно точных значений координаты  $x$  и компоненты импульса  $p_x$ . Неопределенности значений  $x$  и  $p_x$  удовлетворяют соотношению

$$\Delta x \Delta p_x \geq h. \quad (2.4.1)$$

Из (2.4.1) следует, что чем меньше неопределенность одной величины ( $x$  или  $p_x$ ), тем больше неопределенность другой. Возможно такое состояние, в котором одна из переменных имеет точное значение ( $\Delta x = 0$ ), другая переменная при этом оказывается совершенно неопределенной ( $\Delta p \rightarrow \infty$  – ее неопределенность равна бесконечности), и наоборот. Таким образом, *для микрочастицы не существует состояний, в которых ее координаты и импульс имели бы одновременно точные значения*. Отсюда вытекает и фактическая невозможность одновременного измерения координаты и импульса микрообъекта с любой наперед заданной точностью.

Соотношение, аналогичное (2.4.1), имеет место для  $y$  и  $p_y$ , для  $z$  и  $p_z$ , а также для других пар величин (в классической механике такие пары называются **канонически сопряженными**). Обозначив канонически сопряженные величины буквами  $A$  и  $B$ , можно записать

$$\Delta A \Delta B \geq h. \quad (2.4.2)$$

Соотношение (2.4.2) называется **соотношением неопределенностей** для величин  $A$  и  $B$ . Это соотношение ввел в 1927 г. Вернер Гейзенберг.

Утверждение о том, что *произведение неопределенностей значений двух сопряженных переменных не может быть по порядку меньше постоянной Планка  $h$ , называется соотношением неопределенностей Гейзенберга*.

*Энергия и время являются канонически сопряженными величинами*. Поэтому для них также справедливо соотношение неопределенностей

$$\Delta E \Delta t \geq h. \quad (2.4.3)$$

Это соотношение означает, что определение энергии с точностью  $\Delta E$  должно занять интервал времени, равный по меньшей мере

$$\Delta t \sim \frac{h}{\Delta E}.$$

Соотношение неопределенностей получено при одновременном использовании классических характеристик движения частицы (координаты, импульса) и наличии у нее волновых свойств. Так как в классической механике принимается, что измерение координаты и импульса может быть произведено с любой точностью, то *соотношение неопределенностей* является, таким образом, *квантовым ограничением применимости классической механики к микрообъектам*.

Соотношение неопределенностей указывает, в какой мере возможно пользоваться понятиями классической механики применительно к микрочастицам, в частности с какой степенью точности можно говорить о траекториях микрочастиц. Движение по траектории характеризуется вполне определенными значениями координат и скорости в каждый момент времени. Подставив в (2.4.1) вместо  $p_x$  произведение  $m v_x$ , получим соотношение

$$\Delta x \Delta v_x \geq h / m . \quad (2.4.4)$$

Из этого соотношения следует, что *чем больше масса частицы, тем меньше неопределенности ее координаты и скорости, следовательно, тем с бóльшей точностью можно применять к этой частице понятие траектории*. Так, например, уже для пылинки массой  $10^{-12}$  кг и линейными размерами  $10^{-6}$  м, координата которой определена с точностью до 0,01 ее размеров ( $\Delta x = 10^{-8}$  м), неопределенность скорости, по (2.4.4),

$$\Delta v_x = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{10^{-8} 10^{-12}} \text{ м/с} = 6,62 \cdot 10^{-14} \text{ м/с},$$

т. е. не будет сказываться при всех скоростях, с которыми пылинка может двигаться.

Таким образом, *для макроскопических тел их волновые свойства не играют никакой роли*; координаты и скорости могут быть измерены достаточно точно. Это означает, что для описания движения макротел с абсолютной достоверностью можно пользоваться законами классической механики.

Применим соотношение неопределенностей к электрону, движущемуся в атоме водорода. Допустим, что неопределенность координаты электрона  $\Delta x \approx 10^{-10}$  м (порядка размеров самого атома), тогда, согласно (2.4.4),

$$\Delta v_y = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-10}} = 7,27 \cdot 10^7 \text{ м/с}.$$

Используя законы классической физики, можно показать, что при движении электрона вокруг ядра по круговой орбите радиуса приблизи-

тельно  $0,5 \cdot 10^{-10}$  м его скорость  $v \approx 2,3 \cdot 10^6$  м/с. Таким образом, *неопределенность скорости в несколько раз больше самой скорости*. Очевидно, что в данном случае нельзя говорить о движении электронов в атоме по определенной траектории. Иными словами, для описания движения электронов в атоме *нельзя пользоваться законами классической физики*.

### 2.4.3. Вероятностный подход к описанию микрочастиц

Экспериментальное подтверждение идеи Луи де Бройля об универсальности корпускулярно-волнового дуализма, ограниченность применения классической механики к микрообъектам, диктуемая соотношением неопределенностей, а также противоречия ряда экспериментов с применяемыми в начале XX в. теориями привели к новому этапу развития квантовой физики – созданию квантовой механики, описывающей законы движения и взаимодействия микрочастиц с учетом их волновых свойств. Ее создание и развитие охватывает период с 1900 г. (формулировка Планком квантовой гипотезы) до 20-х гг. XX в. и связано прежде всего с работами австрийского физика Э. Шредингера, немецкого физика В. Гейзенберга и английского физика П. Дирака.

Необходимость вероятностного подхода к описанию микрочастиц является важнейшей отличительной особенностью квантовой теории. Можно ли волны де Бройля истолковывать как волны вероятности, т. е. считать, что вероятность обнаружить микрочастицу в различных точках пространства меняется по волновому закону? Такое толкование волн де Бройля уже неверно, хотя бы потому, что тогда вероятность обнаружить частицу в некоторых точках пространства может быть отрицательна, что не имеет смысла.

Чтобы устранить эти трудности, немецкий физик М. Борн в 1926 г. предположил, что *по волновому закону меняется не сама вероятность, а величина, названная амплитудой вероятности* и обозначаемая  $\Psi(x, y, z, t)$ . Эту величину называют также *волновой функцией* (или  $\Psi$ -функцией). Амплитуда вероятности может быть комплексной, и вероятность  $P$  пропорциональна квадрату ее модуля:

$$P \sim |\Psi(x, y, z, t)|^2, \quad (2.4.5)$$

где  $|\Psi|^2 = \Psi\Psi'$ , где  $\Psi'$  – функция, комплексно-сопряженная с  $\Psi$ .

Это одна из возможных трактовок волновой функции, другую рассмотрим более подробно в Приложении.

Таким образом, описание состояния микрообъекта с помощью волновой функции имеет *статистический, вероятностный* характер: квадрат модуля волновой функции (квадрат модуля амплитуды волны

де Бройля) определяет вероятность нахождения частицы в момент времени в области с координатами  $x$  и  $x + dx$ ,  $y$  и  $y + dy$ ,  $z$  и  $z + dz$ .

Итак, в квантовой механике состояние частицы описывается принципиально по-новому – с помощью волновой функции, которая является основным носителем информации об их корпускулярных и волновых свойствах. Вероятность нахождения частицы в объеме  $V$  равна

$$dP = |\Psi|^2 dV. \quad (2.4.6)$$

Величина  $|\Psi|^2 = dP / dV$  (квадрат модуля  $\Psi$ -функции) имеет смысл **плотности вероятности**, т. е. *определяет вероятность нахождения частицы в единице объема в окрестности точки, имеющей координаты  $x$ ,  $y$ ,  $z$* . Таким образом, физический смысл имеет не сама  $\Psi$ -функция, а квадрат ее модуля  $|\Psi|^2$ , которым определяется **интенсивность волн де Бройля**.

Вероятность найти частицу в момент времени  $t$  в конечном объеме  $V$ , согласно теореме о сложении вероятностей, равна

$$P = \int_V dP = \int_V |\Psi|^2 dV.$$

Так как  $|\Psi|^2 dV$  определяется как вероятность, то необходимо волновую функцию  $\Psi$  представить так, чтобы вероятность достоверного события обращалась в единицу, если за объем  $V$  принять бесконечный объем всего пространства. Это означает, что при данном условии частица должна находиться где-то в пространстве. Следовательно, условие нормировки вероятностей

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 dV = 1, \quad (2.4.7)$$

где данный интеграл вычисляется по всему бесконечному пространству, т. е. по координатам  $x$ ,  $y$ ,  $z$  – от  $-\infty$  до  $\infty$ . Таким образом, условие нормировки говорит об объективном существовании частицы во времени и пространстве.

Чтобы волновая функция являлась объективной характеристикой состояния микрочастицы, она должна удовлетворять ряду ограничительных условий. Функция  $\Psi$ , характеризующая вероятность обнаружения микрочастицы в элементе объема, должна быть:

- конечной (вероятность не может быть больше единицы);
- однозначной (вероятность не может быть неоднозначной величиной);
- непрерывной (вероятность не может меняться скачком).

Волновая функция удовлетворяет принципу суперпозиции: если система может находиться в различных состояниях, описываемых вол-

новыми функциями  $\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_n$ , то она может находиться в состоянии, описываемом линейной комбинацией этих функций:

$$\Psi = \sum_n C_n \Psi_n,$$

где  $C_n$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ ) – произвольные, вообще говоря, комплексные числа.

*Сложение волновых функций* (амплитуд вероятностей, определяемых квадратами модулей волновых функций) *принципиально отличает квантовую теорию от классической статистической теории*, в которой для независимых событий справедлива теорема сложения вероятностей.

*Волновая функция  $\Psi$  является основной характеристикой состояния микробъектов.* Например, среднее расстояние  $\langle r \rangle$  электрона от ядра можно вычислить по формуле

$$\langle r \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} r |\Psi|^2 dV.$$

#### 2.4.4. Уравнение Шредингера

Толкование волн де Бройля и соотношение неопределенностей Гейзенберга привели к выводу, что уравнением движения в квантовой механике, описывающей движение микрочастиц в различных силовых полях, должно быть уравнение, из которого бы вытекали наблюдаемые на опыте волновые свойства частиц. Основное уравнение должно быть уравнением относительно волновой функции  $\Psi(x, y, z, t)$ , т. к. именно величина  $|\Psi|^2$  определяет вероятность пребывания частицы в момент времени  $t$  в объеме  $dV$ , т. е. в области с координатами  $x$  и  $x+dx$ ,  $y$  и  $y+dy$ ,  $z$  и  $z+dz$ . Так как искомое уравнение должно учитывать волновые свойства частиц, то оно должно быть волновым уравнением, подобно уравнению, описывающему электромагнитные волны.

Основное уравнение нерелятивистской квантовой механики сформулировано в 1926 г. австрийским физиком-теоретиком Э. Шредингером. В релятивистской области ( $v \approx c$ ) уравнение Шредингера заменяется более сложным релятивистским уравнением Дирака.

Уравнение Шредингера не выводится, а постулируется. Правильность этого уравнения подтверждается согласием с опытом получаемых с его помощью результатов, что, в свою очередь, придает ему характер закона природы.

*Уравнение Шредингера в общем виде* записывается так:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + U(x, y, z, t) \Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}, \quad (2.4.8)$$



где  $m$  – масса частицы;  $i$  – мнимая единица;  $\nabla^2 \equiv \Delta$  – оператор Лапласа  $\left( \nabla^2 \Psi = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right)$ ,  $U(x, y, z, t)$  – потенциальная энергия частицы в силовом поле, в котором она движется;  $\Psi$  – искомая волновая функция.

Если силовое поле, в котором движется частица, потенциально, то функция  $U$  не зависит явно от времени и имеет смысл потенциальной энергии. В этом случае решение уравнения Шредингера распадается на два сомножителя, один из которых зависит только от координаты, а другой – только от времени:

$$\Psi(x, y, z, t) = \Psi(x, y, z) e^{-i \frac{E}{\hbar} t}. \quad (2.4.9)$$

Здесь  $E$  – полная энергия частицы, которая в случае стационарного поля остается постоянной. Чтобы убедиться в справедливости выражения (2.4.9), подставьте его в выражение (2.4.8), и Вы получите **уравнение Шредингера для стационарных состояний**:

$$\begin{aligned} -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + U \Psi &= E \Psi; \\ \nabla^2 \Psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \Psi &= 0. \end{aligned} \quad (2.4.10)$$

Уравнение Шредингера можно записать в виде  $\hat{H} \Psi = E \Psi$ .

В этом уравнении  $\hat{H}$  – оператор Гамильтона, равный сумме  $-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U = \hat{H}$ . Гамильтониан является оператором энергии  $E$ .

В квантовой механике другим переменным (также и динамическим) сопоставляются операторы. Соответственно, рассматривают операторы координат, импульса, момента импульса и т. д.

Реальный физический смысл имеют такие решения уравнения Шредингера, которые выражаются волновыми функциями  $\Psi$ , удовлетворяющими условиям конечности, однозначности и непрерывности. Это имеет место не при любых значениях параметра  $E$ , а лишь при определенном их наборе, характерном для данной задачи. Эти значения энергии называются *собственными*. Решения, которые соответствуют этим значениям, называются *собственными функциями*. Собственное значение  $E$  может образовывать непрерывный ряд (*сплошной спектр*) или дискретный ряд (*дискретный спектр*).

## Вопросы к читателю. Упражнения

1. Каков физический смысл волн де Бройля?
2. Что определяет интенсивность волн де Бройля?
3. Чему пропорционален квадрат амплитуды световой волны в какой-либо точке пространства?
4. Чем является квадрат амплитуды дебройлевской волны в данной точке пространства?
5. Приведите формулу для вычисления среднего расстояния  $\langle r \rangle$  электрона от ядра.
6. Каков физический смысл соотношения неопределенностей Гейзенберга? Какие канонически сопряженные величины вы знаете?
7. Чему равны фазовая и групповая скорости фотона?
8. В каком случае и почему можно говорить о движении частицы по определенной траектории?
9. Как, исходя из соотношения неопределенностей, объяснить наличие естественной ширины спектральных линий?
10. Возможно ли одновременно знать положение в пространстве (координаты) и скорость (или импульс) классической частицы? Квантовой частицы?
11. Какие величины называются *канонически сопряженными*?
12. Можно ли, пользуясь соотношением неопределенности, по известному импульсу фотона определить область его локализации?
13. Если  $\psi = \exp[i(kx - \omega t)] + \exp[i(kx + \omega t)]$ , то чему равно  $\psi' \psi$ ?
14. Запишите уравнение Шредингера в общем виде и проанализируйте его.
15. Запишите уравнение Шредингера для стационарных состояний с помощью оператора Гамильтона.
16. Чем отличается уравнение Шредингера для стационарных состояний от уравнения в общем виде?

## 2.5. ЧАСТИЦА В ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЯМЕ

### 2.5.1. Движение свободной частицы

**Свободная частица** – частица, движущаяся в отсутствие внешних полей. Так как на свободную частицу (пусть она движется вдоль оси  $x$ ) силы не действуют, то потенциальная энергия частицы  $U(x) = \text{const}$  и ее можно принять равной нулю. Тогда полная энергия частицы совпадает с ее кинетической энергией. В таком случае **уравнение Шредингера для стационарных состояний** примет вид

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \Psi = 0. \quad (2.5.1)$$

Прямой подстановкой можно убедиться в том, что частным решением уравнения (2.5.1) является функция  $\Psi(x) = A e^{ikx}$ , где  $A = \text{const}$  и  $k = \text{const}$ , с собственным значением энергии

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}. \quad (2.5.2)$$

Функция  $\Psi(x) = A e^{ikx} = A e^{\frac{i}{\hbar} \sqrt{2mEx}}$  представляет собой только координатную часть волновой функции  $\Psi(x, t)$ . Зависящую от времени волновую функцию можно представить в виде

$$\Psi(x, t) = A e^{-i\omega t + ikx} = A e^{\frac{i}{\hbar}(Et - p_x x)}, \quad (2.5.3)$$

где  $\omega = \frac{E}{\hbar}$ ,  $k = \frac{p_x}{\hbar}$ . Функция (2.5.3) представляет собой плоскую монохроматическую волну де Бройля.

Из выражения (2.5.2) следует, что зависимость энергии от импульса

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{p_x^2}{2m} \quad (2.5.4)$$

оказывается обычной для нерелятивистских частиц. Следовательно, энергия свободной частицы может принимать любые значения, т. е. ее энергетический спектр является **непрерывным**.

Таким образом, свободная частица описывается плоской монохроматической волной де Бройля. Этому способствует не зависящая от времени **плотность вероятности** обнаружения частицы в данной точке пространства

$$|\Psi|^2 = \Psi \Psi^* = |A|^2,$$

т. е. все положения свободной частицы являются равновероятными.

### 2.5.2. Частица в одномерной прямоугольной яме

Проведем качественный анализ решений уравнения Шредингера применительно к частице, находящейся в потенциальной яме с бесконечно высокими стенками (рис. 2.5.1). Такая яма описывается потенциальной энергией  $U(x)$  следующего вида:

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0; \\ 0, & 0 \leq x \leq l; \\ \infty, & x > l. \end{cases}$$

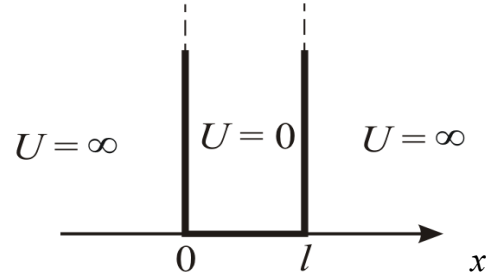


Рис. 2.5.1

Здесь  $l$  – ширина ямы, а  $U$  – энергия – отсчитывается от ее дна.

Уравнение Шредингера для стационарных состояний в случае одномерной задачи запишется в виде

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) = 0. \quad (2.5.5)$$

По условию задачи (бесконечно высокие стенки) частица не проникает за пределы ямы, поэтому вероятность ее обнаружения там равна нулю. На границах ямы волновая функция также должна обращаться в нуль. Следовательно, граничные условия в таком случае имеют вид

$$\Psi(0) = \Psi(l) = 0. \quad (2.5.6)$$

В пределах ямы ( $0 \leq x \leq l$ ) уравнение Шредингера (2.5.5) сводится к уравнению

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \Psi = 0 \quad \text{или} \quad \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + k^2 \Psi = 0;$$

где

$$k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}. \quad (2.5.7)$$

Общее решение дифференциального уравнения –

$$\Psi(x) = A \sin kx + B \cos kx.$$

А так как по (2.5.6)  $\Psi(0) = 0$ , то  $B = 0$ . Тогда

$$\Psi(x) = A \sin kx,$$

уравнение  $\Psi(l) = A \sin kl = 0$  выполняется только при  $kl = n\pi$ , где  $n$  – целые числа, т. е. необходимо, чтобы

$$k = \frac{n\pi}{l}. \quad (2.5.8)$$

Из выражений (2.5.7) и (2.5.8) следует, что энергия частицы зависит от  $n$ :

$$E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2ml^2}, \quad (2.5.9)$$

где  $n = 1, 2, 3, \dots$ .

Таким образом, стационарное уравнение Шредингера, описывающее движение частицы в потенциальной яме с бесконечно высокими стенками, удовлетворяется только при собственных значениях  $E_n$ , зависящих от целого числа  $n$ . Следовательно, **энергия  $E_n$  частицы в потенциальной яме с бесконечно высокими стенками принимает лишь определенные дискретные значения, т. е. квантуется. Квантовые значения энергии  $E_n$  называются уровнями энергии, а число  $n$ , определяющее энергетические уровни, – главным квантовым числом.**

Таким образом, **микрочастица в потенциальной яме с бесконечно высокими стенками может находиться только на определенном энергетическом уровне  $E_n$ , или, как говорят, частица находится в квантовом состоянии  $n$ .**

Собственные функции уравнения  $\Psi_n(x) = A \sin \frac{n\pi}{l} x$  будут иметь вид

$$\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{n\pi}{l} x\right). \quad (2.5.10)$$

Графики собственных функций (2.5.10), соответствующие уровням энергии (2.5.9) при  $n = 1, 2, 3$ , приведены на рис. 2.5.2, а. На рис. 2.5.2, б изображена плотность вероятности обнаружения частицы на различных расстояниях от стенок ямы:  $|\Psi(x)|^2 = \Psi_n(x)\Psi'_n(x)$  для  $n = 1, 2, 3, \dots$ .

Из рис. 2.5.2, б следует, что, например, в квантовом состоянии с  $n = 2$  частица не может находиться в центре ямы, в то время как одинаково может пребывать в ее левой и правой частях. Такое поведение указывает на то, что представления о траекториях частицы в квантовой механике несостоятельны.

Из выражения (2.5.9) следует, что энергетический интервал между двумя соседними уровнями равен

$$\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{ml^2} n. \quad (2.5.11)$$

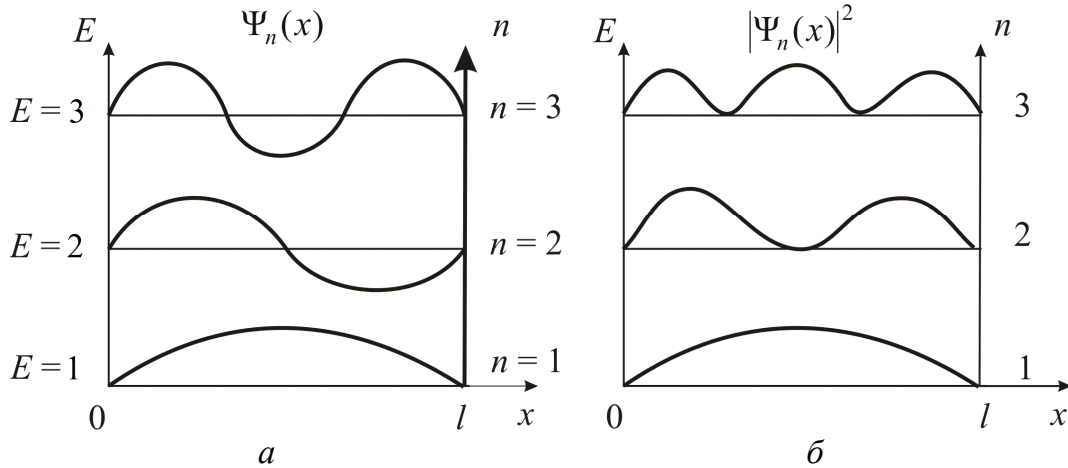


Рис. 2.5.2

Например, для электрона при размерах ямы  $l = 10^{-1}$  м (свободные электроны в металле)  $\Delta E_n \approx 10^{-35} n$  Дж  $\approx 10^{-16} n$  эВ, т. е. энергетические уровни расположены столь тесно, что спектр можно считать практически непрерывным. Если же размеры ямы соизмеримы с размерами стенки ( $l \approx 10^{-10}$  м), то для электрона  $\Delta E_n \approx 10^{-17} n$  Дж  $\approx 10^2 n$  эВ, т. е. получаются явно дискретные значения энергии (линейчатый спектр). Таким образом, *применение уравнения Шредингера* к частице в потенциальной яме с бесконечно высокими стенками приводит к **квантовым значениям энергии и координат**, в то время как классическая механика на энергию этой частицы лишних ограничений не накладывает.

Кроме того, квантово-механическое рассмотрение этой задачи приводит к выводу, что частица в потенциальной яме с бесконечно высокими стенками *не может иметь энергию меньшую, чем минимальная энергия, которая равна*  $\frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2}$ .

Наличие отличной от нуля минимальной энергии неслучайно и вытекает из соотношения неопределенностей. Неопределенность координаты  $\Delta x$  частицы в яме шириной  $l$  равна  $\Delta x = l$ . Тогда, согласно соотношению неопределенностей, импульс не может иметь точное (в данном случае нулевое) значение. Неопределенность импульса

$$\Delta p \approx \frac{\hbar}{l}.$$

Такому разбросу значений импульса соответствует кинетическая энергия  $E_{\min} \approx \frac{\Delta p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ml^2}$ . Все остальные уровни имеют энергию, превышающую это значение.

Из функций (2.5.1) и (2.5.9) следует, что при больших квантовых числах ( $n \gg 1$ )  $\frac{\Delta E_n}{E_n} \approx \frac{2}{n} \ll 1$ , т. е. соседние уровни расположены тесно:

тем теснее, чем больше  $n$ . Если  $n$  очень велико, то можно говорить о *практически непрерывной последовательности уровней*, и характерная особенность квантовых процессов – *дискретность* – *сглаживается*. Этот результат является частным случаем **принципа соответствия Бора**, согласно которому законы квантовой механики должны при больших значениях квантовых чисел переходить в законы классической физики.

Более общая трактовка **принципа соответствия**: *всякая новая, более общая теория, являющаяся развитием классической, не отвергает ее полностью, а включает в себя классическую теорию, указывая границы ее применимости*, причем в определенных предельных условиях новая теория переходит в старую.

### 2.5.3. Гармонический осциллятор в квантовой механике

**Гармоническим осциллятором** называют частицу, совершающую одномерное движение под действием квазиупругой силы  $F = kx$ .

Потенциальная энергия частицы

$$U = \frac{kx^2}{2}, \text{ или } U = \frac{m\omega^2 x^2}{2},$$

где  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ .

**Гармонический осциллятор в квантовой механике описывается уравнением Шредингера**

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E - \frac{m\omega^2 x^2}{2} \right) \Psi = 0.$$

Отсюда найдем значения полной энергии осциллятора (рис. 2.5.3):

$$E_n = (n + 1/2)\hbar\omega. \quad (2.5.12)$$

$\Delta E_n = \hbar\omega$  не зависит от  $n$ , в отличие от прямоугольной потенциальной ямы.

Минимальная энергия  $E_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega$  называется **нулевой энергией**, т. е. при  $T = 0$  К колебания атомов в кристаллической решетке не прекращаются.

В квантовой механике вычисляется вероятность различных переходов квантовой системы из одного состояния в другое. Для гармонического осциллятора возможны лишь переходы между соседними уровнями.

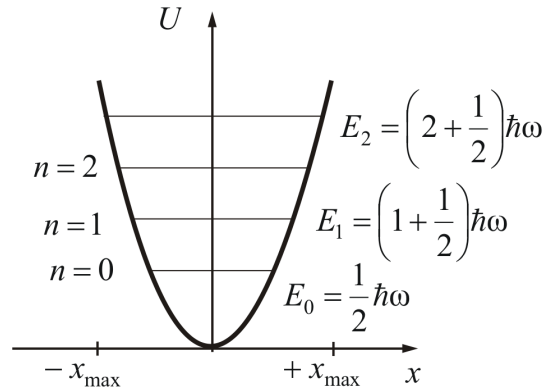


Рис. 2.5.3

Условия, накладываемые на изменения квантовых чисел при переходах системы из одного состояния в другое, называются **правилами отбора**. Для гармонического осциллятора правило выражено формулой

$$\Delta n = \pm 1.$$

Из (2.5.12) вытекает, что энергия квантового осциллятора изменяется только порциями, т. е. квантуется. Причем, как и в прямоугольной яме, энергия ограничена снизу минимальным значением

$$E_0 = 1/2 \hbar\omega$$

– **энергия нулевых колебаний** (прямое следствие соотношения неопределенностей). Это означает, что частица не может находиться на дне потенциальной ямы.

Плотность вероятности нахождения частицы  $|\Psi|^2 = \Psi \cdot \Psi$  изображена на рис. 2.5.2, б. Как и в случае прямоугольной потенциальной ямы, при  $n=2$  в середине ямы частица находиться не может. Это совершенно непонятно с классической точки зрения. *Квантуется не только энергия, но и координата частицы.*

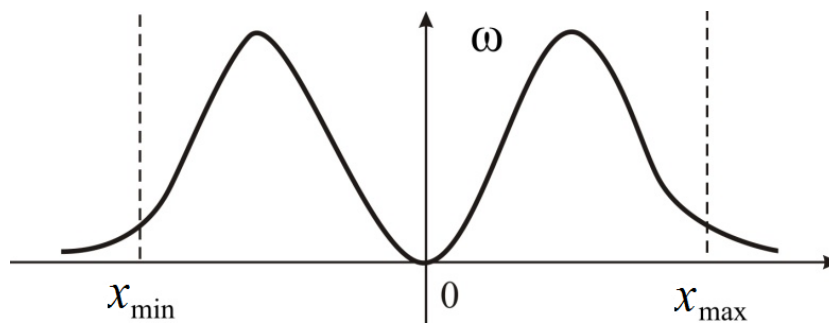


Рис. 2.5.4

Строгое квантово-механическое решение задачи о гармоническом осцилляторе приводит еще к одному существенному отличию от клас-



сического рассмотрения. Оказывается, что можно обнаружить частицу за пределами дозированной области: от  $x_{\min}$  до  $x_{\max}$  (рис. 2.5.4), т. е. за точками 0 и  $l$  (см. рис. 2.5.1).

Это означает, что частица может пребывать там, где ее полная энергия меньше потенциальной энергии. Это оказывается возможным вследствие туннельного эффекта.

#### 2.5.4. Потенциальный барьер. Туннельный эффект

Рассмотрим простейший потенциальный барьер прямоугольной формы (рис. 2.5.5) для одномерного (по оси  $x$ ) движения частицы. Для такого барьера прямоугольной формы высоты  $U$  и ширины  $l$  можно записать:

$$U(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, & \text{1-я обл.} \\ U, & 0 < x < l, & \text{2-я обл.} \\ 0, & x > l, & \text{3-я обл.} \end{cases}$$

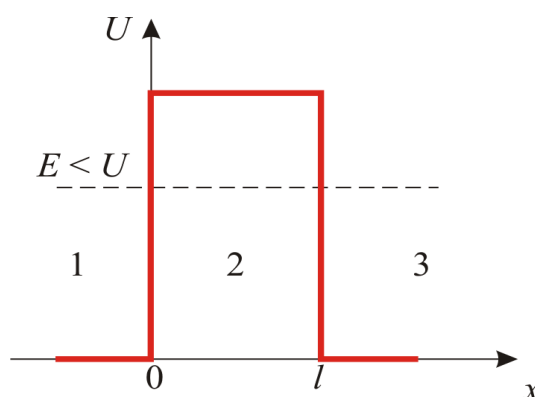


Рис. 2.5.5

При данных условиях задачи *классическая частица*, обладая энергией  $E$ , либо беспрепятственно пройдет над барьером при  $E > U$ , либо отразится от него ( $E < U$ ) и будет двигаться в обратную сторону, т. е. она не может проникнуть через барьер.

Для *микрочастиц* же, даже при  $E > U$ , имеется отличная от нуля вероятность, что частица отразится от барьера и будет двигаться в обратную сторону. При  $E < U$  имеется также отличная от нуля вероятность, что частица окажется в области  $x > l$ , т. е. проникнет сквозь барьер. Такой вывод следует непосредственно из решения уравнения Шредингера, описывающего движение микрочастицы при данных условиях задачи.

Уравнение Шредингера для состояний каждой из выделенных областей имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Psi_{1,3}}{\partial x^2} + k^2 \Psi_{1,3} &= 0 \quad \left( \text{для 1-й, 3-й обл. } k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \right); \\ \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial x^2} + q^2 \Psi_2 &= 0 \quad \left( \text{для 2-й обл. } q^2 = \frac{2m(E-U)}{\hbar^2} \right). \end{aligned} \quad (2.5.13)$$

Можно получить решение уравнения Шредингера для трех областей в следующем виде (учитывая, что  $q = i\beta$  – мнимое число, где

$$\beta = \frac{\sqrt{2m(U - E)}}{\hbar}:$$

$$\left. \begin{aligned} \Psi_1(x) &= e^{ikx} + B_1 e^{-ikx} && \text{для обл. 1;} \\ \Psi_2(x) &= A_2 e^{-\beta x} + B_2 e^{\beta x} && \text{для обл. 2;} \\ \Psi_3(x) &= A_3 e^{ikx} && \text{для обл. 3.} \end{aligned} \right\} \quad (2.5.14)$$

В области 2 функция (2.5.14) уже не соответствует плоским волнам, распространяющимся в обе стороны, поскольку показатели степени не мнимые, а действительные.

Качественный анализ функций  $\Psi(x)$  показан на рис. 2.5.6.

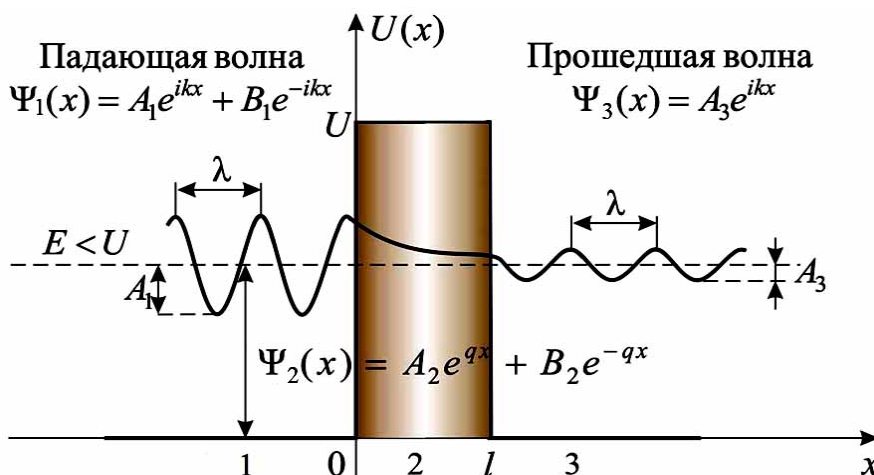


Рис. 2.5.6

Из рисунка следует, что **волновая функция не равна нулю и внутри барьера, а в области 3, если барьер не очень широк, будет опять иметь вид волн де Бройля с тем же импульсом, т. е. с той же частотой, но с меньшей амплитудой.**

Таким образом, квантовая механика приводит к принципиально новому квантовому явлению – **туннельному эффекту**, в результате которого микробиъект может пройти через барьер.

Коэффициент прозрачности для барьера прямоугольной формы

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U - E)}l\right).$$

Для барьера произвольной формы

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m(U - E)} dx\right).$$

Прохождение частицы сквозь барьер можно пояснить *соотношением неопределенностей*.

Неопределенность импульса на отрезке  $\Delta x = l$  составляет  $\Delta p > \frac{\hbar}{l}$ .

Связанная с этим разбросом кинетическая энергия  $\frac{\Delta p^2}{2m}$  может оказаться достаточной для того, чтобы *полная энергия оказалась больше потенциальной, и частица может пройти через барьер*.

С классической точки зрения прохождение частицы сквозь потенциальный барьер при  $E < U$  невозможно, т. к. частица, находясь в области барьера, должна была бы обладать отрицательной кинетической энергией. Туннельный эффект является *специфическим квантовым эффектом*.

Основы теории туннельных переходов заложены работами советских ученых Л.И. Мандельштама и М.А. Леонтовича в 1928 г. Туннельное прохождение сквозь потенциальный барьер лежит в основе многих явлений физики твердого тела (например, явления в контактном слое на границе двух полупроводников), атомной и ядерной физики (например,  $\alpha$ -распад, протекание термоядерных реакций).

## Вопросы к читателю. Упражнения

1. Чем отличается свободная частица от частицы в потенциальной яме?
2. Что определяет квадрат модуля волновой функции?
3. В чем состоит отличие понимания причинности в классической и квантовой механике?
4. Какой наименьшей энергией обладает частица в потенциальной яме с бесконечно высокими стенками?
5. Больше или меньше энергия частицы, находящейся в потенциальной яме с бесконечно высокими стенками, в состоянии  $n = 4$  по сравнению с состоянием  $n = 2$ ? Во сколько раз?
6. Электрон заключен в одномерную яму шириной  $l = 4 \cdot 10^{-10}$  м. Чему равна энергия  $E_2$  (в эВ)?
7. Чему равна разность энергий между четвертым и вторым энергетическими уровнями квантового осциллятора?
8. Может ли частица находиться на дне потенциальной ямы? Определяется ли это формой ямы?
9. В чем отличие в выводах описаний квантово-механического и классического гармонического осциллятора?
10. Какими свойствами микрочастиц обусловлен туннельный эффект?
11. В чем отличие поведения классической и квантовой частиц с энергией  $E < U$  при их движении к прямоугольному потенциальному барьеру конечной ширины?
12. Как изменится коэффициент прозрачности потенциального барьера с ростом его высоты? с увеличением массы частицы? с увеличением полной энергии частицы?
13. Как изменится коэффициент прозрачности потенциального барьера с увеличением его ширины в два раза?

## Примеры решения задач

**2.1.** Луч лазера мощностью 51 мВт падает на поглощающую поверхность. Определите силу светового давления на эту поверхность. Скорость света в вакууме  $3 \cdot 10^8$  м/с. Ответ представьте в наноньютонах.

Дано:	Решение:
$N = 51 \text{ мВт} = 5,1 \cdot 10^{-2} \text{ Вт}$	Давление света по определению
$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$	$P = \frac{F}{S}$
$F = ?$	

Следовательно, сила светового давления на поверхность будет равна

$$F = PS,$$

где  $P$  – давление, создаваемое светом, определяется выражением

$$P = \frac{E_{\text{ед}}}{c}(1 + \rho).$$

Здесь  $\rho$  – коэффициент отражения;  $E_{\text{ед}}$  – энергия фотонов, падающих на единицу поверхности в единицу времени:

$$E_{\text{ед}} = \frac{E}{St} = \frac{N}{S},$$

где  $N$  – мощность светового потока.

В нашей задаче свет падает на поглощающую поверхность, следовательно, коэффициент отражения  $\rho = 0$ . Тогда

$$F = \frac{NS}{cS}(1 + \rho) = \frac{N}{c}.$$

$$F = \frac{5,1 \cdot 10^{-2}}{3 \cdot 10^8} = 1,7 \cdot 10^{-10} \text{ (Н)} = 0,17 \text{ (нН)}.$$

**Ответ:**  $F = 0,17 \text{ нН}$ .

**2.2.** При освещении фотокатода светом с длиной волны 400 нм, а затем 500 нм обнаружили, что задерживающее напряжение для прекращения фотоэффекта изменилось в 2 раза. Определите работу выхода электронов из этого металла. Постоянная Планка  $6,63 \cdot 10^{-34}$  Дж·с, скорость света в вакууме  $3 \cdot 10^8$  м/с. Ответ представьте в электронвольтах и округлите до сотых.

**Дано:**

$\lambda_1 = 400 \text{ нм} = 4 \cdot 10^{-7} \text{ м}$

$\lambda_2 = 500 \text{ нм} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$

$n = 2$

$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$

$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$

$A_{\text{ВЫХ}} = ?$

**Решение:**

Формула Эйнштейна для фотоэффекта

$$h\nu = A_{\text{ВЫХ}} + \frac{m\nu^2}{2}, \text{ или}$$

$$\frac{hc}{\lambda} = A_{\text{ВЫХ}} + \frac{m\nu^2}{2}.$$

Учитывая, что  $\frac{m\nu^2}{2} = qU$ , получим

$$\frac{hc}{\lambda_1} = A_{\text{ВЫХ}} + qU_1; \quad (1)$$

$$\frac{hc}{\lambda_2} = A_{\text{ВЫХ}} + qU_2. \quad (2)$$

По условию задачи задерживающее напряжение для прекращения фотоэффекта изменилось в 2 раза. Т. к.  $\lambda_2 > \lambda_1$ , то, согласно формулам (1) и (2),  $U_2$  должно быть меньше  $U_1$  также в 2 раза:  $U_2 = U_1/2$ .

$$\frac{hc}{\lambda_1} - A_{\text{ВЫХ}} = qU_1;$$

$$\frac{hc}{\lambda_2} - A_{\text{ВЫХ}} = q \frac{U_1}{2}. \quad \frac{2hc}{\lambda_2} - 2A_{\text{ВЫХ}} = qU_1.$$

Приравняем левые части полученных выражений для  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ :

$$\frac{hc}{\lambda_1} - A_{\text{ВЫХ}} = \frac{2hc}{\lambda_2} - 2A_{\text{ВЫХ}}.$$

$$A_{\text{ВЫХ}} = \frac{2hc}{\lambda_2} - \frac{hc}{\lambda_1} = hc \left( \frac{2}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right).$$

$$A_{\text{ВЫХ}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \left( \frac{2}{5 \cdot 10^{-7}} - \frac{1}{4 \cdot 10^{-7}} \right) = 3 \cdot 10^{-19} \text{ (Дж)}.$$

Учитывая, что  $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ , получим  $A_{\text{ВЫХ}} = 1,86 \text{ эВ}$ .**Ответ:**  $A_{\text{ВЫХ}} = 1,86 \text{ эВ}$ .

**2.3.** Фотон с длиной волны, соответствующей красной границе, выбивает электрон из металлической пластинки (фотокатода), находящейся в сосуде, из которого откачан воздух. Электроны разгоняются постоянным электрическим полем напряженностью  $500 \text{ В/м}$ . За какое

время электрон может разогнаться в этом электрическом поле до скорости  $5 \cdot 10^6$  м/с? Заряд электрона  $1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл, его масса  $9,1 \cdot 10^{-31}$  кг. Ответ представьте в микросекундах и округлите до сотых.

Дано:	Решение:
$E = 500$ В/м $v_0 = 0$ $v = 5 \cdot 10^6$ м/с $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг $t = ?$	<p>Формула Эйнштейна для фотоэффекта</p> $h\nu = A_{\text{вых}} + \frac{m\nu^2}{2}.$ <p>С учетом, что <math>\nu = c/\lambda</math>, запишем</p>

$$\frac{hc}{\lambda} = A_{\text{вых}} + \frac{m\nu^2}{2}.$$

Для красной границы фотоэффекта имеем

$$\frac{hc}{\lambda_{\text{кр}}} = A_{\text{вых}}.$$

Электроны разгоняются до скорости  $\nu$  за время  $t$ :

$$\nu = \nu_0 + at = at.$$

Отсюда  $t = \nu/a$ .

Т. е., чтобы найти время, нужно знать, с каким ускорением двигались электроны. Электроны разгоняются постоянным электрическим полем напряженностью  $E$ , следовательно,  $qE = ma$ . Отсюда  $a = qE/m$ .

Подставим полученное выражение для ускорения в формулу для нахождения времени и рассчитаем его численное значение:

$$t = \frac{\nu m}{qE}.$$

$$t = \frac{5 \cdot 10^6 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5 \cdot 10^2} = 5,69 \cdot 10^{-8} (\text{с}) \approx 0,06 (\text{мкс}).$$

**Ответ:**  $t = 0,06$  мкс.

**2.4.** Определите длину волны де Бройля, характеризующую волновые свойства атома водорода, движущегося со скоростью, равной средней квадратичной скорости при температуре  $17^\circ\text{C}$ . Постоянная Планка  $6,63 \cdot 10^{-34}$  Дж·с, постоянная Авогадро  $6,02 \cdot 10^{23}$  моль $^{-1}$ , газовая постоянная  $8,31$  Дж/(моль·К). Ответ представьте в нанометрах и округлите до сотых.

Дано:	Решение:
$t = 17\text{ }^\circ\text{C}; T = 290\text{ К}$ $h = 6,63 \cdot 10^{-34}\text{ Дж}\cdot\text{с}$ $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}\text{ моль}^{-1}$ $R = 8,31\text{ Дж}/(\text{моль}\cdot\text{К})$ $\mu = 10^{-3}\text{ кг}/\text{моль}$ $\lambda_B = ?$	Длина волны де Бройля $\lambda_B = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\nu}, \quad (1)$ где $\nu$ – скорость атома водорода, равная средней квадратичной скорости при температуре 290 К:

$$\nu = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}. \quad (2)$$

Тогда, подставив выражение (2) для скорости в выражение (1), длину волны де Бройля запишем в виде

$$\lambda_B = \frac{h}{m} \cdot \sqrt{\frac{\mu}{3RT}}.$$

Массу вещества  $m$ , входящую в полученное выражение, можно определить через количество вещества  $\nu$ :

$$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{N}{N_A},$$

$$m = \frac{\mu N}{N_A}.$$

Теперь выражение для длины волны де Бройля примет вид

$$\lambda_B = \frac{hN_A}{\mu N} \cdot \sqrt{\frac{\mu}{3RT}} = \frac{hN_A}{N\sqrt{3\mu RT}}.$$

Подставим численные значения и рассчитаем длину волны де Бройля, характеризующую волновые свойства атома водорода, движущегося со скоростью, равной средней квадратичной скорости при температуре 17 °С:

$$\lambda_B = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{1 \cdot \sqrt{3 \cdot 10^{-3} \cdot 8,31 \cdot 290}} = 0,15 \cdot 10^{-9} (\text{м}) = 0,15 (\text{нм}).$$

**Ответ:**  $\lambda_B = 0,15\text{ нм}$ .

**2.5.** Капля воды объемом 0,1 мл нагревается светом с длиной волны 750 нм, поглощая  $7 \cdot 10^{10}$  фотонов в секунду. Определите скорость нагревания воды, считая, что вся энергия, полученная каплей, расходуется только на ее нагревание. Удельная теплоемкость воды 4,2 кДж/(кг·К), плотность



воды  $1000 \text{ кг/м}^3$ , постоянная Планка  $6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$ , скорость света в вакууме  $3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ . Ответ представьте в Кельвинах за секунду и округлите до целого числа.

<b>Дано:</b>	<b>Решение:</b>
$V = 0,1 \text{ мл} = 10^{-7} \text{ л}$ $\lambda = 750 \text{ нм} = 7,5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ $N = 7 \cdot 10^{10}$ $t = 1 \text{ с}$ $C = 4,2 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$ $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$ $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$	<p>Энергия одного кванта света</p> $\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda}.$ <p>Энергия, которой обладают <math>N</math> фотонов,</p> $E = N\varepsilon = \frac{Nhc}{\lambda}.$ <p>Вся эта энергия идет на нагревание воды, количество теплоты для которой определяется по формуле <math>Q = cm\Delta T</math>.</p>
$\Delta T/\Delta t = ?$	

Следовательно,  $E = Q$ , отсюда  $\frac{Nhc}{\lambda} = Cm\Delta T$ ,

где  $m = \rho V$ . Тогда

$$\frac{Nhc}{\lambda} = C\rho V\Delta T.$$

Отсюда

$$\Delta T = \frac{Nhc}{\lambda C\rho V}.$$

Тогда скорость нагревания воды определим следующим образом:

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{Nhc}{\lambda C\rho Vt}.$$

После подстановки численных значений получим

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{7 \cdot 10^{10} \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{7,5 \cdot 10^{-7} \cdot 4,2 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \cdot 10^{-7} \cdot 1} = 44,2 \cdot 10^{-9} \left( \frac{\text{К}}{\text{с}} \right).$$

**Ответ:**  $\frac{\Delta T}{\Delta t} = 44,2 \cdot 10^{-9} \left( \frac{\text{К}}{\text{с}} \right).$

**2.6.** Пучок монохроматического света с длиной волны  $\lambda = 663 \text{ нм}$  падает нормально на зеркальную плоскую поверхность. Поток энергии  $\Phi = 0,6 \text{ Вт}$ . Определить силу  $F$  давления, испытываемую этой поверхностью, а также число  $N$  фотонов, падающих на нее за время  $\Delta t = 5 \text{ с}$ .

<b>Дано:</b>	<b>Решение:</b>
$\lambda = 663 \text{ нм} = 6,63 \cdot 10^{-7} \text{ нм}$	Сила светового давления на поверхность равна произведению светового давления $P$ на площадь поверхности $S$ :
$\Phi = 0,6 \text{ Вт}$	
$\Delta t = 5 \text{ с}$	
$F = ? \quad N = ?$	

$$F = PS. \quad (1)$$

Световое давление может быть найдено по формуле

$$P = \frac{E_{\text{ед}}}{c}(\rho + 1), \quad (2)$$

Здесь  $\rho$  – коэффициент отражения;  $E_{\text{ед}}$  – энергия фотонов, падающих на единицу поверхности в единицу времени.

Подставляя выражение (2) для давления света в формулу (1), получим

$$F = \frac{E_{\text{ед}} S}{c}(\rho + 1). \quad (3)$$

Так как произведение облученности  $E_{\text{ед}}$  на площадь  $S$  поверхности равно потоку  $\Phi$  энергии излучения, падающего на поверхность, то соотношение (3) можно записать в виде

$$F = \frac{\Phi(\rho + 1)}{c}.$$

После подстановки значений  $\Phi$  и  $c$  и с учетом, что  $\rho = 1$  (так как поверхность зеркальная), получим

$$F = \frac{0,6(1+1)}{3 \cdot 10^8} = 4 \cdot 10^{-9} \text{ (Н)} = 4 \text{ (нН)}.$$

Число  $N$  фотонов, падающих за время  $\Delta t$  на поверхность, определяется по формуле

$$N = \frac{\Phi \Delta t}{\varepsilon},$$

где  $\Phi \Delta t$  – энергия излучения, получаемая поверхностью за время  $\Delta t$ ;  $\varepsilon$  – энергия фотона.

Выразив в этой формуле энергию фотона через длину волны  $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$ , получим

$$N = \frac{\Phi \lambda \Delta t}{hc}.$$

Подставив числовые значения величин, найдем число фотонов:

$$N = \frac{0,6 \cdot 663 \cdot 10^{-9} \cdot 5}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} = 10^{19}.$$

**Ответ:**  $F = 4 \text{ нН}$ ;  $N = 10^{19} \text{ фотонов}$ .

2.7. Чему равна масса фотона рентгеновского излучения с длиной волны  $2,5 \cdot 10^{-10}$  м?

Дано:	Решение:
$\lambda = 2,5 \cdot 10^{-10}$ м $c = 3 \cdot 10^8$ м/с $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с	Энергия фотона $E = h \frac{c}{\lambda}.$
$m = ?$	Энергия и масса фотона связаны соотношением $E = mc^2.$

Тогда

$$mc^2 = h \frac{c}{\lambda};$$

$$m = \frac{h}{c\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{3 \cdot 10^8 \cdot 2,5 \cdot 10^{-10}} = 8,8 \cdot 10^{-31} \text{ (кг)}.$$

Ответ:  $m = 8,8 \cdot 10^{-31}$  кг.

2.8. Излучение лазера мощностью 600 Вт продолжалось 20 мс. Излученный свет попал в кусочек идеально отражающей фольги массой 2 мг, расположенный перпендикулярно направлению его распространения. Какую скорость (в см/с) приобретет кусочек фольги?

Дано:	Решение:
$N = 600$ Вт $\tau = 20$ мс = $2 \cdot 10^{-2}$ с $m = 2$ мг = $2 \cdot 10^{-6}$ кг	Поскольку для энергии и импульса каждого фотона выполняется соотношение $p_{\phi} = \frac{\varepsilon}{c}.$
$v = ?$	

Такое же соотношение верно для энергии и импульса всего излучения:

$$p = \frac{E}{c} = \frac{N\tau}{c}.$$

Запишем закон сохранения импульса для системы фольга – излучение, считая, что энергия и величина импульса излучения при отражении не меняются (как при отражении от неподвижного зеркала):

$$\frac{N\tau}{c} = -\frac{N\tau}{c} + mv.$$

Отсюда получим

$$v = \frac{2N\tau}{mc} = \frac{2 \cdot 600 \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^8} = 4 \text{ см/с.}$$

Проверим справедливость предположения, что потерей энергии излучения при его отражении можно пренебречь. Действительно, отношение энергии, отданной фольге, к энергии излучения равно

$$\frac{mv^2 / 2}{N\tau} = \frac{mv}{2N\tau / c} \cdot \frac{v}{c} = \frac{v}{c} \ll 1.$$

**Ответ:**  $v = 4 \text{ см/с.}$

### Задачи для самостоятельного решения

**2.9.** Рентгеновская трубка, работающая при напряжении 66 кВ и силе тока 15 мА, излучает каждую секунду  $10^{16}$  фотонов. Считая длину волны излучения равной  $10^{-10}$  м, определите КПД (в процентах) установки.

**Ответ:**  $\eta = 2 \%$ .

**2.10.** Во сколько раз энергия фотона, обладающего импульсом  $8 \cdot 10^{-27}$  кг·м/с, больше кинетической энергии электрона, полученной им при прохождении разности потенциалов 5 В?

**Ответ:**  $E_{\text{кф}}/E_{\text{ке}} = 3$ .

**2.11.** Лазер излучает в импульсе  $2 \cdot 10^{19}$  световых квантов с длиной  $6,6 \cdot 10^{-5}$  см. Чему равна мощность вспышки лазера, если ее длительность 2 мс?

**Ответ:**  $N = 3000$  Вт.

**2.12.** \*Солнечная батарея космической станции площадью  $50 \text{ м}^2$  ориентирована перпендикулярно направлению на Солнце. Она отражает половину падающего на нее солнечного излучения. Чему равна сила давления (в мкН) излучения на батарею, если мощность излучения, падающего на  $1 \text{ м}^2$  поверхности, равна 1,4 кВт?

**Ответ:**  $F = 350$  мкН.

**2.13.** Пары некоторого металла в разрядной трубке начинают излучать при напряжении на электродах 9,9 В. Во сколько раз длина волны возникающего излучения меньше одного микрометра?

**Ответ:**  $\lambda/\lambda_1 = 8$ .

**2.14.** При облучении литиевого фотокатода светом с длиной волны 300 нм из него выбиваются электроны, которые, пройдя ускоряющую разность потенциалов 5 В, попадают в мишень. Определите импульс, передаваемый мишени одним электроном, если работа выхода электрона из лития 2,3 эВ. Ответ представьте в единицах СИ.

**Ответ:**  $p = 14 \cdot 10^{-25}$  кг·м·с<sup>-1</sup>.

**2.15.** Если поочередно освещать поверхность некоторого металла светом с длинами волн 350 и 540 нм, то максимальные скорости фотоэлектронов будут отличаться в два раза. Определите работу выхода

электрона из этого металла. Ответ представьте в электронвольтах и округлите до сотых.

**Ответ:**  $A_{\text{вых}} = 1,88 \text{ эВ}$ .

**2.16.** \*Квант света, соответствующий длине волны  $5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ , вырывает с поверхности металла фотоэлектрон, который описывает в однородном магнитном поле с индукцией  $10^{-3} \text{ Тл}$  окружность радиусом  $1 \text{ мм}$ . Найдите работу выхода электронов из металла. Ответ представьте в электронвольтах.

**Ответ:**  $A_{\text{вых}} = 2,4 \text{ эВ}$ .

**2.17.** Чему равно задерживающее напряжение для фотоэлектронов, вырываемых с поверхности металла светом с энергией фотонов  $7,8 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ , если работа выхода из этого металла  $3 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ ? Заряд электрона  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ .

**Ответ:**  $U_3 = 3 \text{ В}$ .

**2.18.** Работа выхода электронов из некоторого металла  $5,2 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ . На металл падают фотоны с импульсом  $2,4 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$ . Во сколько раз максимальный импульс электронов, вылетающих с поверхности металла при фотоэффекте, больше импульса падающих фотонов?

**Ответ:**  $p_e/p_\phi = 250$ .

**2.19.** \*На уединенный медный шарик падает монохроматический свет, длина волны которого  $\lambda = 0,1665 \text{ мкм}$ . До какого максимального потенциала зарядится шарик, если работа выхода электронов из меди  $A_{\text{вых}} = 4,5 \text{ эВ}$ ?

**Ответ:**  $U_{\text{max}} = 2,97 \text{ В}$ .

**2.20.** Какова доля энергии фотона израсходована на работу вырывания фотоэлектронов, если красная граница фотоэффекта  $\lambda_{\text{кр}} = 450 \text{ нм}$  и максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона равна  $1 \text{ эВ}$ ?

**Ответ:**  $E_\phi/A_{\text{вых}} = 0,73$ .

**2.21.** Найдите постоянную Планка, если фотоэлектроны, вырывающиеся с поверхности некоторого металла электромагнитным излучением с частотой  $\nu_1 = 1,2 \cdot 10^{15} \text{ Гц}$ , задерживаются потенциалом  $3,1 \text{ В}$ , а вырывающиеся электромагнитным излучением с длиной волны  $\lambda_2 = 125 \text{ нм}$  – потенциалом  $8,1 \text{ В}$ .

**Ответ:**  $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ .

**2.22.** Монохроматическое излучение с длиной волны  $\lambda = 500$  нм падает нормально на плоскую зеркальную поверхность и давит на нее с силой  $F = 10$  нН. Определите число  $N_1$  фотонов, ежесекундно падающих на эту поверхность.

**Ответ:**  $N_1 = 3,77 \cdot 10^{18}$ .

**2.23.** Сколько энергии должно приносить световое давление на каждый квадратный миллиметр черной поверхности за секунду, чтобы световое давление на эту поверхность равнялось  $1 \text{ Н/м}^2$ ?

**Ответ:**  $E = 300$  Дж.

## 3. ОСНОВЫ АТОМНОЙ ФИЗИКИ

### 3.1. МОДЕЛИ АТОМОВ. АТОМ ВОДОРОДА ПО ТЕОРИИ БОРА

#### 3.1.1. Закономерности в атомных спектрах

Итак, что же такое атом? Изолированные атомы в виде разреженного газа или паров металлов испускают спектр, состоящий из отдельных спектральных линий, – *линейчатый спектр*. Изучение атомных спектров послужило ключом к познанию строения атомов.

Прежде всего, в экспериментах было замечено, что линии в спектрах расположены не беспорядочно, а сериями. Расстояние между линиями в серии закономерно уменьшается по мере перехода от длинных волн к коротким.

Швейцарский физик Й. Бальмер в 1885 г. установил, что *частоты волн серии в видимой части спектра водорода* могут быть представлены формулой

$$\nu = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (3.1.1)$$

где  $R$  – постоянная Ридберга;  $R = R' \cdot c = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ ;  $n = 3, 4, 5, \dots$ .

Дальнейшие исследования показали, что в спектре водорода имеется несколько серий:

Серия Лаймона:  $\nu = R \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), n = 2, 3, 4, \dots$

Серия Пашена:  $\nu = R \left( \frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right), n = 4, 5, 6, \dots$

Серия Брэкета:  $\nu = R \left( \frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right), n = 5, 6, 7, \dots$

Серия Пфунда:  $\nu = R \left( \frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right), n = 6, 7, 8, \dots$

**Обобщенная формула Бальмера –**

$$\nu = R \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right), \text{ или} \quad (3.1.2)$$
$$\frac{1}{\lambda} = R' \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где  $k = 1, 2, 3, \dots$ ;  $n = k + 1, k + 2, k + 3, \dots$



Ясно было, что атом – сложная система, имеющая сложные атомные спектры (рис. 3.1.1).

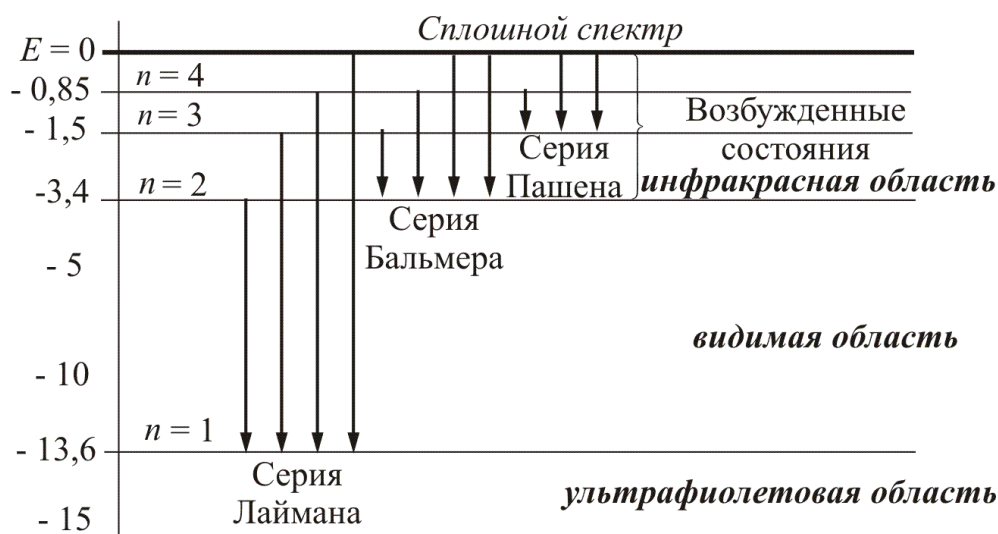


Рис. 3.1.1

В конце XIX в. учеными рассматривались многие модели атомов (рис. 3.1.2).

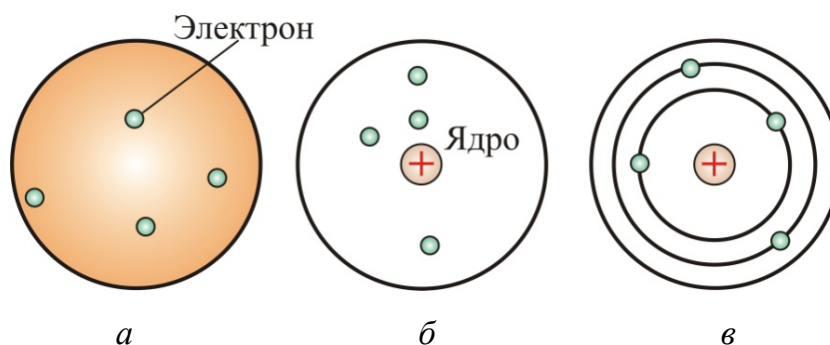


Рис. 3.1.2

В 1903 г. Дж.Дж. Томсон предложил модель атома: сфера, равномерно заполненная положительным электричеством, внутри которой находятся электроны (рис. 3.1.2, *а*). Атом в целом нейтрален: суммарный заряд сферы равен заряду электронов, однако спектр такого атома должен был быть сложным, но никоим образом не линейчатым, что противоречило экспериментам. Модель атома, изображенная на рис. 3.1.2, *б*, состояла из сферы, в центре которой находилось положительно заряженное ядро, а вокруг него располагались электроны. Эта модель также не вписывалась в эксперименты. Наиболее известна в то время была планетарная модель атома, предложенная Э. Резерфордом (рис. 3.1.2, *в*).

### 3.1.2. Ядерная модель атома (модель Резерфорда)

Большую роль в развитии представлений о строении атома сыграли опыты английского физика Э. Резерфорда.

Резерфорд и его сотрудники наблюдали прохождение  $\alpha$ -частиц через тонкую золотую фольгу. Скорость  $\alpha$ -частиц составила  $10^7$  м/с.

Экспериментальная установка позволяла наблюдать  $\alpha$ -частицы, отклоненные золотой фольгой под разными углами.

В то время было известно, что  $\alpha$ -частица имеет положительный заряд, равный  $+2e$ .

Опыт осуществлялся по схеме, изображенной на рис. 3.1.3.

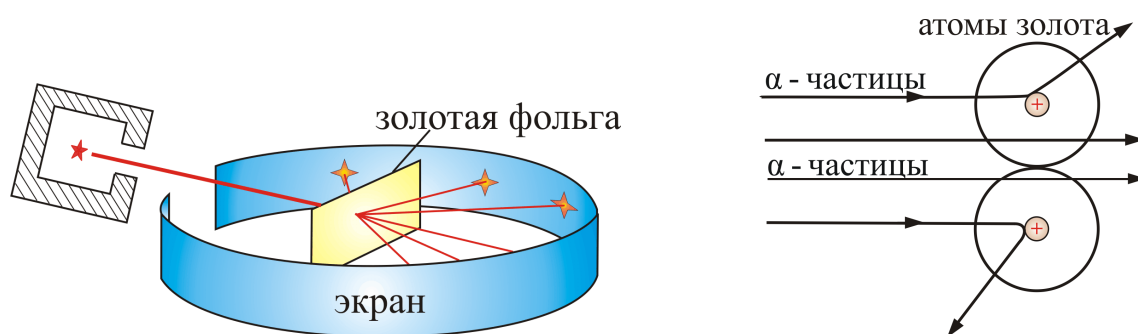


Рис. 3.1.3

Узкий пучок  $\alpha$ -частиц испускался радиоактивным веществом и попадал на фольгу. Проходя через фольгу,  $\alpha$ -частицы отклонялись на различные углы. Рассеянные частицы ударялись об экран, покрытый ZnS, и вызываемые им вспышки света (*сцинтилляции*) наблюдались в микроскопе. Микроскоп и связанный с ним экран можно было вращать вокруг оси, проходящей через центр фольги, т. е. можно было всегда измерить угол отклонения. Весь прибор помещался в вакуум, чтобы  $\alpha$ -частицы не рассеивались при столкновении с молекулами воздуха.

В опыте обнаружилось, что некоторые  $\alpha$ -частицы отклонялись на большие углы, до  $180^\circ$ . Резерфорд понял, что такое отклонение возможно лишь при встрече с положительно заряженной частицей большей массы. А малая вероятность отклонения на большие углы говорила, что эта положительная частица имеет малые размеры, порядка  $10^{-14}$  м. Электроны, по мнению Резерфорда, движутся вокруг ядра.

Однако такая модель была в явном противоречии с классической электродинамикой, поскольку электрон, двигаясь по окружности, т. е. с нормальным ускорением, должен был *излучать энергию, следовательно, замедлять скорость и падать на ядро*. Таким образом, применение классической электродинамики к ядерной модели атома приве-

до к полному противоречию с экспериментальными фактами. Согласно классической теории, должны иметь место:

- непрерывная потеря электроном энергии в виде излучения электромагнитных волн и неустойчивость атома;
- существование только непрерывного спектра (спектральных линий не должно быть).

В действительности оказывается, что:

- атом является устойчивой системой;
- атом излучает энергию лишь при определенных условиях;
- излучение атома имеет линейчатый спектр, связанный со строением и свойствами его электронной оболочки.

Размеры ядер можно определить, используя дифракционное рассеяние при высоких энергиях, а также упругое рассеяние электронов или поглощение нейтронов.

Оказалось, что радиус ядра  $R \approx (10^{-14} \dots 10^{-15})$  м и зависит от числа протонов и нейтронов (нуклонов) в ядре (рис. 3.1.4).

Если электрон, ускоренный разностью потенциалов  $U$ , «нацелен» в край ядра, имеющего заряд  $Ze$  и радиус  $R$ , то, согласно классической механике, его угол отклонения определяется соотношением

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\theta}{2}\right) = k_0 \frac{Ze^2}{RpU}.$$

На рис. 3.1.5 изображена компьютерная модель процесса рассеяния электронов на ядре.

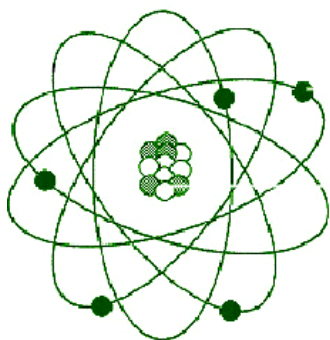


Рис. 3.1.4

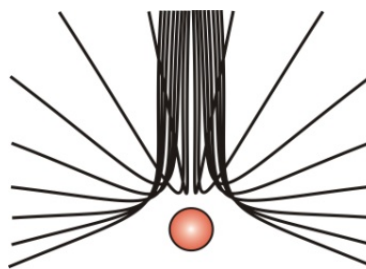


Рис. 3.1.5

### 3.1.3. Элементарная теория Бора

Выход из тупика был найден датским ученым Нильсом Бором в 1913 г., получившим Нобелевскую премию в 1922 г.

Бор высказал предположения, которые были названы **постулатами Бора**.

- **Первый постулат** (постулат стационарных состояний): электроны движутся только по определенным (стационарным) орбитам. При этом, даже двигаясь с ускорением, они не излучают энергию.
- **Второй постулат** (правило частот): излучение и поглощение энергии в виде кванта света ( $h\nu$ ) происходят лишь при переходе электрона из одного стационарного состояния в другое. Величина светового кванта равна разности энергий тех стационарных состояний, между которыми совершается скачок электрона:  $h\nu = E_n - E_k$ .

Отсюда следует, что изменение энергии атома, связанное с излучением при поглощении фотона, пропорционально частоте  $\nu$ :

$$\nu = \frac{E_n - E_k}{h} \text{ или } \omega = \frac{E_n - E_k}{\hbar}.$$

**Правило квантования орбит:** из всех орбит электрона возможны только те, для которых момент импульса равен целому кратному постоянной Планка:

$$m_e \nu r = n\hbar, \quad (3.1.3)$$

где  $n = 1, 2, 3, \dots$  – главное квантовое число.

Получим выражение для энергии электрона в атоме.

Рассмотрим электрон (рис. 3.1.6, а), движущийся со скоростью  $\nu$  в поле атомного ядра с зарядом  $Ze$  (при  $Z=1$  – атом водорода).

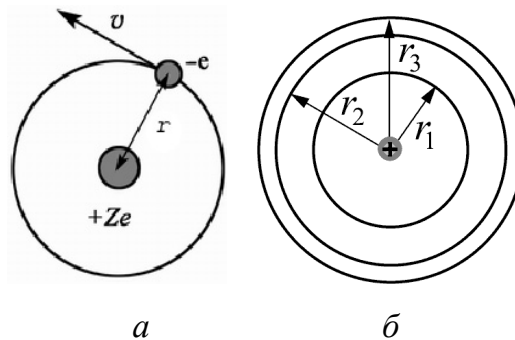


Рис. 3.1.6

Уравнение движения электрона имеет вид

$$m_e \frac{\nu^2}{r} = k_0 \frac{Ze^2}{r^2}. \quad (3.1.4)$$

Из формулы (3.1.4) видно, что центробежная сила равна кулоновской силе, где  $k_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ .

Подставим значение  $v$  из (3.1.3) в (3.1.4) и получим выражение для радиусов стационарных орбит (рис. 3.1.6, б):

$$r_n = \frac{\hbar^2 n^2}{k_0 m_e Z e^2}.$$

Радиус первой орбиты водородного атома называют **боровским радиусом**. При  $n=1$ ,  $Z=1$  для водорода имеем

$$r_1 = \frac{\hbar^2}{m_e e^2 k_0} = 0,529 \text{ \AA} = 0,529 \cdot 10^{-10} \text{ м.}$$

Внутренняя энергия атома складывается из кинетической энергии электрона (ядро неподвижно) и потенциальной энергии взаимодействия электрона с ядром:

$$E = \frac{m_e v^2}{2} - \frac{k_0 Z e^2}{r} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{Z e^2}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Подставим сюда выражение для радиуса стационарной орбиты и получим

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{m_e Z^2 e^4}{8h^2 \epsilon_0^2}. \quad (3.1.5)$$

Здесь учтено, что постоянная Планка  $h = 2\pi\hbar$ , т. е.  $4\pi^2\hbar^2 = h^2$ .

Для атома водорода, при  $Z=1$ , имеем

$$E_n = -\frac{m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2} \frac{1}{n^2}. \quad (3.1.6)$$

Из формулы (3.1.6) видно, что  $E_n$  принимает только дискретные значения энергии, т. к.  $n=1, 2, 3, \dots$ .

Схема энергетических уровней в (эВ), определяемых уравнением (3.1.6), показана на рис. 3.1.1 и 3.1.7.

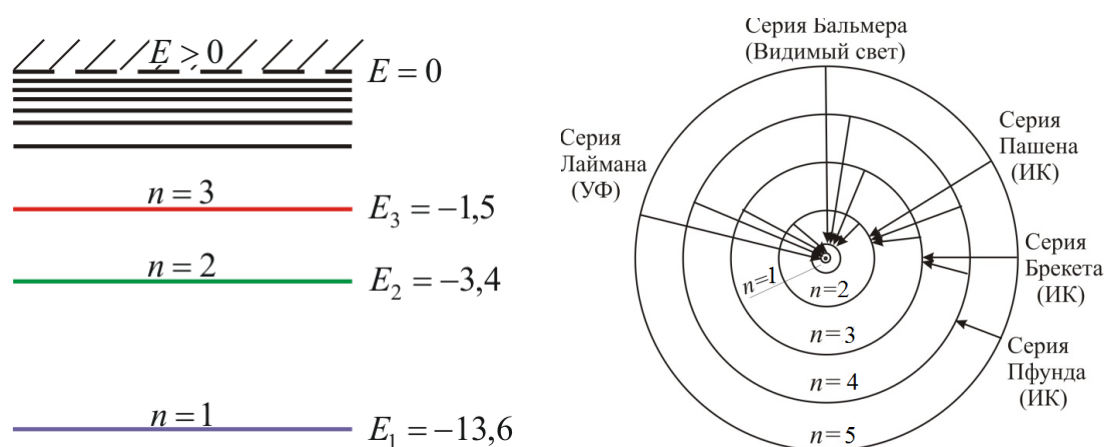


Рис. 3.1.7

При переходе электрона в атоме водорода из состояния  $n$  в состояние  $k$  излучается фотон с энергией

$$\hbar\omega = h\nu = -\frac{m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right).$$

Частота излучения

$$\nu = \frac{m_e e^4}{8h^3 \epsilon_0^2} \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right).$$

Получена обобщенная формула Бальмера, которая хорошо согласуется с экспериментом. Выражение перед скобками, как уже было сказано в п. 3.1.1, носит название **постоянной Ридберга**:

$$R = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^3} = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}.$$

Серьезным успехом теории Бора явилось вычисление постоянной Ридберга для водородоподобных систем и объяснение структуры их линейчатых спектров. Бору удалось объяснить линии спектра *ионизованного* гелия. Он теоретически вычислил отношение массы протона к массе электрона ( $m_p / m_e = 1847$ ), что находится в соответствии с экспериментом и является важным подтверждением основных идей, содержащихся в его теории. Теория Бора сыграла огромную роль в создании атомной физики. В период ее развития (1913–1925) были сделаны важные открытия, навсегда вошедшие в сокровищницу мировой науки.

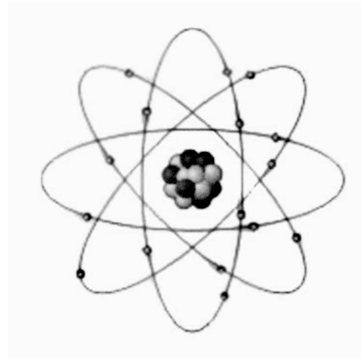
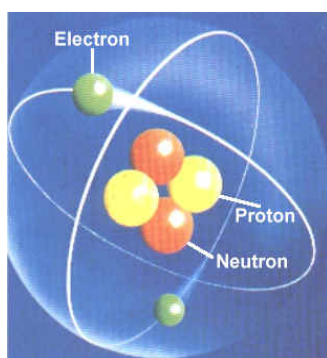


Рис. 3.1.8

Однако наряду с успехами в теории Бора с самого начала обнаружались существенные недостатки. Главнейшим из них была *внутренняя противоречивость* теории: механическое соединение классической физики с квантовыми постулатами. Теория не могла объяснить вопрос об *интенсивностях* спектральных линий. Серьезной неудачей являлась аб-

солютная невозможность применить теорию для объяснения спектров атома гелия, содержащего два электрона на орбите, и тем более для многоэлектронных атомов (рис. 3.1.8).

Стало ясно, что теория Бора является лишь переходным этапом на пути создания более общей и правильной теории. Такой теорией и явилась квантовая механика.

### 3.1.4. Опыт Франка и Герца

Существование дискретных энергетических уровней атома подтверждается опытом Франка и Герца. Немецкие ученые Джеймс Франк и Густав Герц за экспериментальные исследования дискретности энергетических уровней получили Нобелевскую премию в 1925 г.

В опытах использовались трубка (рис. 3.1.9), заполненная парами ртути при давлении  $P \approx 1$  мм рт. ст., и три электрода: катод К, сетка С и анод А.

Электроны ускорялись разностью потенциалов  $U$  между катодом и сеткой. Эту разность можно было изменять с помощью потенциометра П. Между сеткой и анодом создается тормозящее поле 0,5 В (метод задерживающих потенциалов).

Определялась зависимость тока через гальванометр Г от разности потенциалов между катодом и сеткой  $U$ . В эксперименте была получена зависимость, изображенная на рис. 3.1.10. Здесь  $U=4,86$  В соответствует первому потенциалу возбуждения.

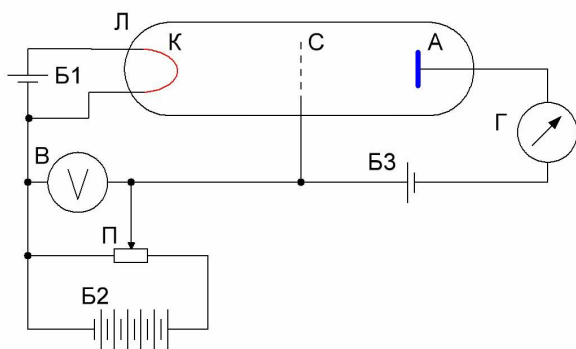


Рис. 3.1.9

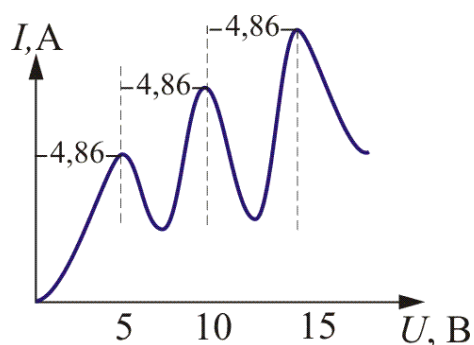


Рис. 3.1.10

Согласно теории Бора, каждый из атомов ртути может получить лишь вполне определенную энергию, переходя в одно из возбужденных состояний. Поэтому если в атомах действительно существуют стационарные состояния, то электроны, сталкиваясь с атомами ртути, должны терять энергию **дискретно, определенными порциями**, равными разности энергии соответствующих стационарных состояний атома.

Из опыта следует, что при увеличении ускоряющего потенциала вплоть до 4,86 В анодный ток *возрастает монотонно*, его значение проходит через максимум (4,86 В), затем резко уменьшается и возрастает вновь. Дальнейшие максимумы наблюдаются при  $2 \cdot 4,86$  В,  $3 \cdot 4,86$  В и т. д.

Ближайшим к основному, невозбужденному состоянию атома ртути является возбужденное состояние, отстоящее по шкале энергий на 4,86 В. Пока разность потенциалов между катодом и сеткой меньше 4,86 В, электроны, встречая на своем пути атомы ртути, испытывают с ними только упругие соударения. При  $e\varphi = 4,86$  эВ энергия электрона становится достаточной, чтобы вызвать неупругий удар, при котором **электрон отдает атому ртути всю кинетическую энергию**, возбуждая переход одного из электронов атома из нормального состояния в возбужденное. Электроны, потерявшие свою кинетическую энергию, уже не смогут преодолеть тормозящий потенциал и достигнуть анода. Этим и объясняется резкое падение анодного тока при  $e\varphi = 4,86$  эВ. При значениях энергии, кратных 4,86, электроны могут испытывать с атомами ртути 2, 3, ... неупругих соударения. При этом они полностью теряют свою энергию и не достигают анода, т. е. наблюдается резкое падение анодного тока.

Таким образом, опыт показал, что **электроны передают свою энергию атомам ртути порциями**, причем 4,86 эВ – наименьшая возможная порция, которая может быть поглощена атомом ртути в основном энергетическом состоянии. Следовательно, идея Бора о существовании в атомах стационарных состояний блестяще выдержала проверку экспериментом.

Атомы ртути, получившие при соударении с электронами энергию  $\Delta E$ , переходят в возбужденное состояние и должны вернуться в основное, излучая при этом, согласно второму постулату Бора, квант света с частотой  $\nu = \Delta E / h$ . По известному значению  $\Delta E = 4,86$  эВ можно вычислить длину волны светового кванта:  $\lambda = hc / \Delta E \approx 255$  нм. Таким образом, если теория верна, то атомы ртути, бомбардируемые электронами с энергией 4,86 эВ, должны являться источником ультрафиолетового излучения с  $\lambda \approx 255$  нм, *что действительно обнаружилось в опытах*.

Таким образом, опыты Франка и Герца экспериментально подтвердили не только первый, но и второй постулат Бора и сделали большой вклад в развитие атомной физики.



## Вопросы к читателю. Упражнения

1. Что такое линейчатый спектр?
2. Приведите формулу Бальмера. Каков ее физический смысл?
3. Почему из различных серий спектральных линий атома водорода первой была изучена серия Бальмера?
4. Какие серии спектральных линий Вы знаете?
5. Какой смысл имеют числа  $n$  и  $m$  в обобщенной формуле Бальмера?
6. Чему равна частота излучения атома водорода, соответствующая коротковолновой границе серии Брэкета?
7. Нарисуйте схему энергетических уровней атома водорода и поясните ее.
8. Какие модели атомов предлагались учеными конца XIX – начала XX века?
9. Приведите схему опыта Резерфорда и поясните ее.
10. Какие положения классической электродинамики противоречат экспериментальным фактам?
11. Что такое постулаты Бора? Каков их физический смысл? Как с их помощью объясняется линейчатый спектр атома?
12. Что такое стационарные орбиты? Как рассчитываются их радиусы?
13. Почему ядерная модель атома оказалась несостоятельной?
14. Получите выражение для постоянной Ридберга. Чему она равна?
15. Приведите схему опыта Франка и Герца и вольтамперную характеристику.
16. Какие постулаты Бора были подтверждены опытами Франка и Герца?
17. Какие основные выводы можно сделать на основании опытов Франка и Герца?
18. Атом водорода находится в состоянии с  $n=5$ . Сколько линий содержит его спектр излучения?
19. Пользуясь моделью Бора, укажите спектральные линии, которые могут возникнуть при переходе атома водорода из состояний с  $n=3$  и  $n=4$ .
20. Нанесите на шкалу длин волн три линии каждой из первых двух спектральных серий атома водорода.
21. Используя обобщенную формулу Бальмера, запишите формулу, определяющую серию Лаймана в спектре атома водорода.
22. Найдите длину волны фотона, испускаемого при переходе  $E_4 \rightarrow E_2$ .

## 3.2. ВОДОРОДОПОДОБНЫЕ СИСТЕМЫ В КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ

### 3.2.1. Квантово-механическая картина строения атома

В § 3.1 обсуждалась ограниченность боровской теории строения атома. Рассмотрим теперь квантово-механическую теорию атомов, гораздо более полную, чем старая теория Бора. Она сохраняет некоторые аспекты старой теории. Например, электроны могут находиться в атоме только в дискретных состояниях с определенной энергией; при переходе электрона из одного состояния в другое испускается (или поглощается) фотон. *Но квантовая механика – не просто обобщение теории Бора.* Она представляет собой гораздо более глубокую теорию и рисует совершенно иную картину строения атома. *Согласно квантовой механике, не существует определенных круговых орбит электронов*, как в теории Бора. В силу волновой природы *электрон «размазан» в пространстве, подобно «облаку» отрицательного заряда.*

Размеры и форму электронного облака для основного состояния атома можно вычислить по формуле

$$\Psi(r) = \sqrt{\frac{1}{\pi r_1^3}} e^{-\frac{r}{r_1}}, \quad (3.2.1)$$

где  $\Psi(r)$  – волновая функция положения, зависящая от расстояния  $r$  до центра атома.

Постоянная  $r_1$  совпадает с радиусом первой боровской орбиты. Следовательно, электронное облако в основном состоянии водорода сферически симметрично, как показано на рис. 3.2.1.

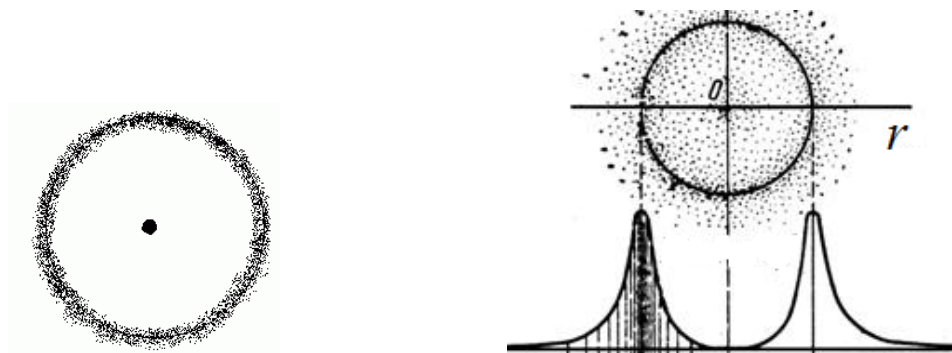


Рис. 3.2.1

Электронное облако грубо характеризует размеры атома, но, поскольку облако может не иметь четко выраженных границ, атомы также не имеют ни точной границы, ни определенного размера.

Как мы увидим в дальнейшем, не все электронные облака сферически симметричны. Обратите внимание на то, что, хотя функция  $\Psi(r)$  при больших радиусах  $r$ , как следует из приведенного выше выражения (3.2.1), сильно убывает, она не обращается в нуль на конечных расстояниях. Поэтому квантовая механика утверждает, что основная часть атома не представляет собой пустое пространство. Так как  $\Psi \rightarrow 0$  только при  $r \rightarrow \infty$ , мы заключаем, что и во Вселенной **не существует в подлинном смысле пустого пространства**.

Электронное облако можно интерпретировать как с корпускулярной, так и с волновой точки зрения. Напомним, что под частицей мы понимаем нечто локализованное в пространстве: в любой момент времени частица занимает вполне определенное положение в пространстве. Следовательно, размытое в пространстве облако является результатом волновой природы электронов. Электронное облако можно также интерпретировать как распределение вероятностей для данной частицы.

Мы не можем предсказать траекторию, по которой будет двигаться электрон. После измерения его положения точно предсказать, где будет находиться электрон в последующие моменты времени, невозможно. Мы можем лишь вычислить вероятность обнаружения электрона в различных точках. Ясно, что подобная ситуация в корне отличается от классической ньютоновской физики. Как отмечал впоследствии Бор, бессмысленно даже спрашивать, как при испускании атомом светового фотона электрон переходит из одного состояния в другое.

Решение задачи об энергетических уровнях электрона для водорода (а также водородных систем: атома гелия  $\text{He}^+$ , лития  $\text{Li}^{2+}$  и др.) сводится к задаче о движении электрона в кулоновском поле ядра.

Потенциальная энергия взаимодействия электрона с ядром, обладающим зарядом  $Ze$  (для атома водорода  $Z=1$ ),

$$U(r) = -k_0 \frac{Ze^2}{r}. \quad (3.2.2)$$

Графически функция  $U(r)$  изображается на рис. 3.2.2.  $U(r)$  с уменьшением  $r$  (при приближении электрона к ядру) неограниченно убывает.

Состояние электрона в атоме водорода описывается волновой функцией  $\Psi$ , удовлетворяющей стационарному уравнению Шредингера, учитывающему значения (3.2.2):

$$\nabla^2 \Psi + \frac{2m_e}{\hbar^2} \left( E + k_0 \frac{Ze^2}{r} \right) \Psi = 0, \quad (3.2.3)$$

где  $m$  – масса электрона;  $E$  – полная энергия электрона в атоме.

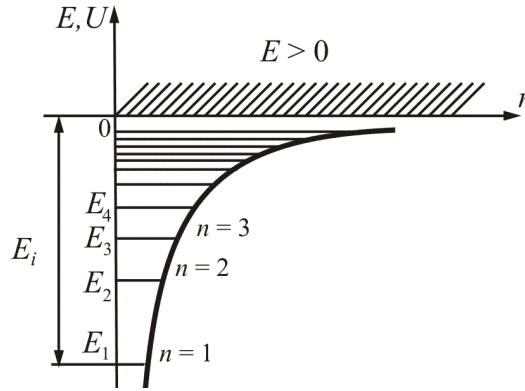


Рис. 3.2.2

Рассмотрим энергию электрона. В теории дифференциальных уравнений доказывается, что уравнения типа (3.2.3) имеют решение, удовлетворяющее однозначности, конечности и непрерывности волновой функции  $\Psi$  только при собственных значениях энергии

$$E_n = -\frac{m_e Z^2 e^4}{8h^2 \epsilon_0^2} \frac{1}{n^2}, \quad (3.2.4)$$

где  $n = 1, 2, 3, \dots$ , т. е. имеет дискретный набор отрицательных значений энергии.

Таким образом, как и в случае потенциальной ямы с бесконечно высокими стенками, решение уравнения Шредингера для атома водорода приводит к появлению **дискретных энергетических уровней**. Возможные значения  $E_1, E_2, E_3, \dots$  показаны на рис. 3.2.2 в виде горизонтальных полос. Самый низкий уровень  $E_1$ , отвечающий минимальной возможной энергии, – **основной** ( $n = 1$ ), все остальные  $E_n > E_1$  ( $n = 2, 3, 4, \dots$ ) – **возбужденные**. При  $E < 0$  движение электрона является **связанным** – он находится внутри гиперболической потенциальной ямы. Из рис. 3.2.2 следует, что по мере роста главного квантового числа  $n$  энергетические уровни располагаются теснее и при  $n \rightarrow \infty$   $E_\infty \rightarrow 0$ .

При  $E > 0$  движение электрона становится **свободным**, т. е. область  $E > 0$  соответствует ионизированному атому.

Итак, если Бору пришлось вводить дополнительные гипотезы (постулаты), то в квантовой механике дискретные значения энергии, являясь следствием самой теории, вытекают непосредственно из решения уравнения Шредингера.

### 3.2.2. Квантовые числа

В квантовой механике доказывается, что уравнению Шредингера удовлетворяют собственные функции  $\Psi_{nlm}$ , определяемые набором трех квантовых чисел: **главного**  $n$ , **орбитального**  $l$  и **магнитного**  $m$ .

**Главное квантовое число  $n$**  характеризует расстояние электрона от ядра – радиус орбиты.

Согласно (3.2.4),  $n$  определяет энергетические уровни электрона в атоме и может принимать любые целочисленные значения, начиная с единицы.

В атомной физике состояния электрона, соответствующие главному квантовому числу  $n$  ( $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ ), принято обозначать буквами  $K, L, M, N, \dots$ .

$n$	1	2	3	4
	$K$	$L$	$M$	$N$

**Орбитальное квантовое число  $l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$**  характеризует эллиптичность орбиты электрона (рис. 3.2.3) и определяет орбитальный момент импульса электрона  $\vec{L}$ .

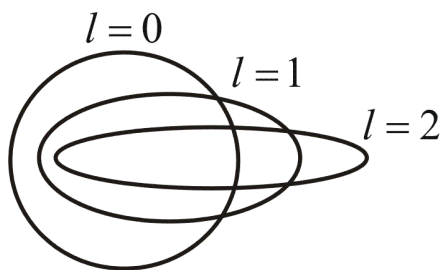


Рис. 3.2.3

Квадрат модуля функции  $|\Psi|^2$  характеризует вероятность найти электрон в заданной точке. Область пространства, в которой высока вероятность обнаружить электрон (не менее 0,95), называют **орбиталью**. Основные типы орбиталей обозначают буквами  $s, p, d, f, \dots$  (от слов *sharp, principal, diffuse, fundamental*...).

$l$	0	1	2	3
	$s$	$p$	$d$	$f$

Два типа орбиталей –  $s$  (одна орбиталь),  $p$  (три), – по которым «размазан» электронный заряд, показаны на рис. 3.2.4.

Орбитали часто называют **подоболочками** оболочек, поскольку они характеризуют формы разных орбит, на которых можно обнаружить электроны, находящиеся в одной оболочке (при заданном квантовом числе  $n$ ).

Решая последовательно задачу об электроне в прямоугольной потенциальной яме, мы доказали, что энергия и положение электрона квантуются, т. е. принимают дискретные значения.

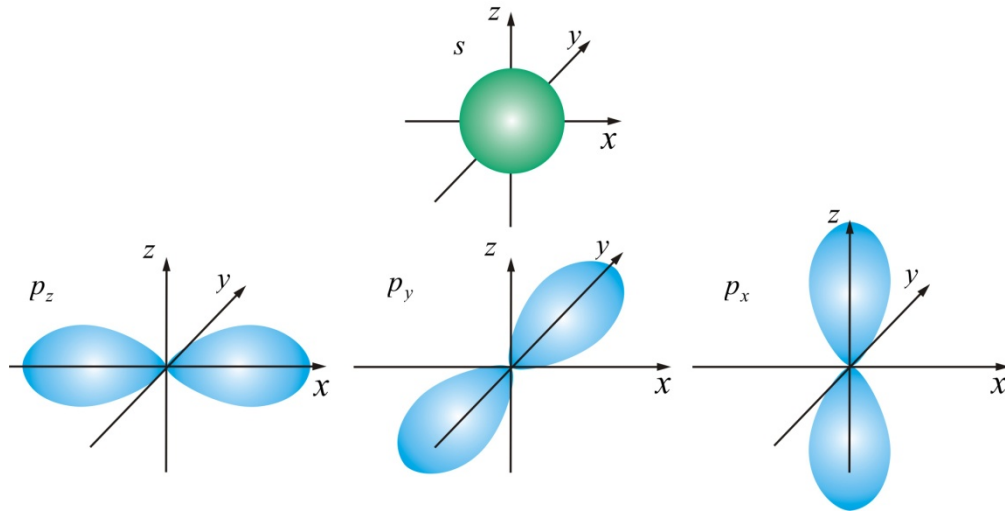


Рис. 3.2.4

Решая уравнения Шредингера для атома, можно получить выражения для энергии, момента импульса и других динамических переменных электрона без привлечения каких-либо постулатов.

Рассмотрим (без вывода) движение электрона в потенциальном поле  $U = -Ze^2 / r$ .

Обратимся вновь к стационарному уравнению Шредингера:

$$\nabla^2 \Psi + \frac{2m_e}{\hbar^2} \left( E + \frac{Ze^2}{r} \right) \Psi = 0. \quad (3.2.5)$$

Это уравнение имеет решение при всех значениях полной энергии  $E > 0$ , что соответствует свободному электрону. При  $E < 0$  электрон находится в потенциальном поле ядра:

$$E_n = -\frac{m_e e^4 Z^2}{2\hbar^2 n^2}.$$

Таким образом, **энергия принимает дискретные значения**, т. е. квантуется ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ).

Вывод такой же, как и в теории Бора, но в квантовой механике этот вывод получается как естественное *следствие из уравнения Шредингера*.

В квантовой механике широко используется понятие *оператор*. Под оператором понимают *правило, посредством которого одной функции  $\phi$  сопоставляется другая функция  $f$* , т. е.  $f = \hat{Q}\phi$ , где  $\hat{Q}$  – символ **обозначения оператора**.

Используя оператор энергии (гальмитониан), стационарное уравнение Шредингера можно записать в виде

$$\hat{H}\Psi = E\Psi.$$

Воздействуя на волновую функцию  $\Psi$ , полученную при решении уравнения (3.2.5) оператором *момента импульса* (движение электрона вокруг ядра осуществляется по криволинейной траектории), *можно получить выражение для момента импульса.*

Для момента импульса в квантовой механике вводятся четыре оператора: оператор квадрата момента импульса  $\hat{L}^2$  и три оператора проекций момента импульса на оси координат  $\hat{L}_x, \hat{L}_y, \hat{L}_z$ .

Оказалось, что одновременно определенные значения могут иметь лишь квадрат момента импульса и одна из проекций – на координатные оси. Две другие проекции оказываются при этом совершенно неопределенными. Это означает, что «вектор» момента импульса не имеет определенного направления и, следовательно, не может быть изображен, как в классической механике, с помощью направленного отрезка прямой.

Решение уравнения  $\hat{L}^2 \Psi = L^2 \Psi$  является очень сложным. Поэтому ограничимся только конечным результатом.

*Собственное значение орбитального момента импульса*

$$L = \hbar \sqrt{l(l+1)},$$

где  $l$  – орбитальное квантовое число ( $l=0, 1, 2, \dots, n-1$ ).

Если обратиться к привычной нам модели атома, то  $n$  характеризует среднее расстояние электрона от ядра (радиус орбиты),  $l$  – эллиптичность орбиты.

Из выражения для  $L$  видно, что орбитальный момент импульса электрона в атоме тоже квантуется.

Основным состоянием электрона в атоме водорода является  $s$ -состояние. Если вычислить наиболее вероятное расстояние от ядра для электрона в  $s$ -состоянии, получим  $r_1 = \frac{\hbar^2}{me^2}$  – это первый борковский радиус

(в СИ  $r_1 = \frac{1}{k_0} \frac{\hbar^2}{m_e e^2}$ ).

Для других значений  $n$  получим выражения, соответствующие борковским орбитам.

Боровские орбиты электрона представляют собой геометрическое место точек, в которых с наибольшей вероятностью может быть обнаружен электрон.

По теории Бора, *вероятность нахождения электрона при любых других значениях  $r$ , кроме  $r = r_1$ , равна нулю* (рис. 3.2.5).

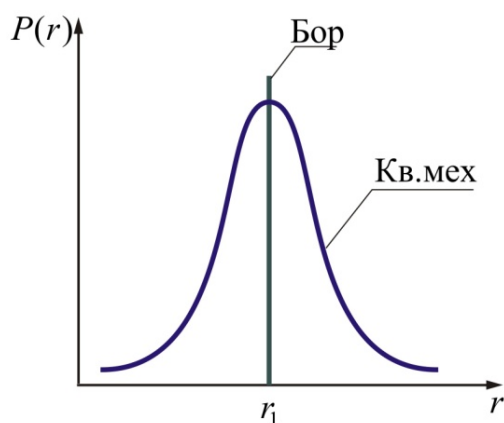


Рис. 3.2.5

Согласно квантовой механике, эта *вероятность достигает максимального значения лишь при  $r = r_1$* . Допускается нахождение электрона и на других расстояниях от ядра, но с меньшей вероятностью.

### 3.2.3. Пространственное квантование

Из представлений классической физики следует, что орбитальный момент импульса электрона  $\vec{L}_e$  и пропорциональный ему магнитный момент  $\vec{P}_m$  ориентированы перпендикулярно плоскости орбиты электрона и противоположно направлены (рис. 3.2.6).

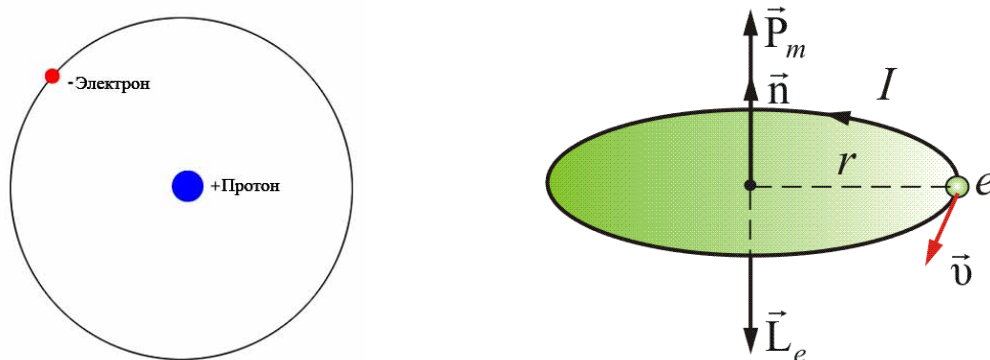


Рис. 3.2.6

Между  $\vec{L}_e$  и  $\vec{P}_m$  существует связь:

$$\vec{P}_m = -\gamma \vec{L}_e = -\frac{e}{2m_e} \vec{L}_e,$$

где  $\gamma = \frac{e}{2m_e}$  – *орбитальное гиромангнитное отношение*.

Такая связь векторов сохраняется и в теории Бора.



В *квантовой механике*, естественно, не может быть указана ориентация  $\vec{L}$  и  $\vec{P}_m$  относительно плоскости электронной орбиты (орбиты в буквальном смысле этого слова нет).

Для указанной ориентации  $\vec{L}$  и  $\vec{P}_m$  должно быть выбрано некоторое направление в пространстве, и расположение  $\vec{L}$  может быть задано углом между вектором  $\vec{L}$  и этим направлением. За указанное направление выбирается либо направление внешнего магнитного поля, либо внутреннего, создаваемого всеми электронами, кроме рассматриваемого (но это трудно и неудобно). Как правило, берут направление внешнего магнитного поля  $\vec{H}$ , совмещенного с осью  $z$ .

В классической физике представлялось само собой разумеющимся, что вектор орбитального момента импульса электрона  $\vec{L}$  (или магнитного момента  $\vec{P}_m$ ) может быть ориентирован относительно выбранного направления произвольным образом, т. е. плоскость боровских орбит тоже может быть ориентирована произвольно.

Однако такое предположение оказалось ошибочным. В квантовой механике строго доказывается (это следует из решения уравнения Шредингера (3.2.5)), что *проекция* ( $L_z$ ) вектора  $\vec{L}$  на направление внешнего магнитного поля  $z$  может принимать лишь *целочисленные значения, кратные  $\hbar$* :

$$L_z = m\hbar.$$

Здесь  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$  – *магнитное квантовое число*;  $l$  – орбитальное квантовое число, определяющее модуль вектора  $\vec{L}$ ;  $\hbar$  – естественная единица измерения механического момента импульса микрочастиц.

Определим величину модуля  $\vec{L}$ . Так как проекция не может быть больше модуля вектора, то  $m\hbar \leq \hbar\sqrt{l(l+1)}$ . Отсюда следует, что максимальное значение  $|m| = l$ .

Итак,  $m$  может принимать  $(2l + 1)$  значений ( $l=0$  дает одно «лишнее» значение), т. е.  $\vec{L}$  может принимать  $(2l + 1)$  ориентаций в пространстве. Действительно, *расщепление энергетических уровней в магнитном поле* было обнаружено в 1896 г. голландским физиком П. Зеemanом и получило название *эффекта Зеemана*. *Расщепление уровней энергии во внешнем электрическом поле* тоже доказано экспериментально и называется *эффектом Штарка*.

На рис. 3.2.7 показаны возможные ориентации вектора  $\vec{L}$  в состояниях  $s, p, d$ .

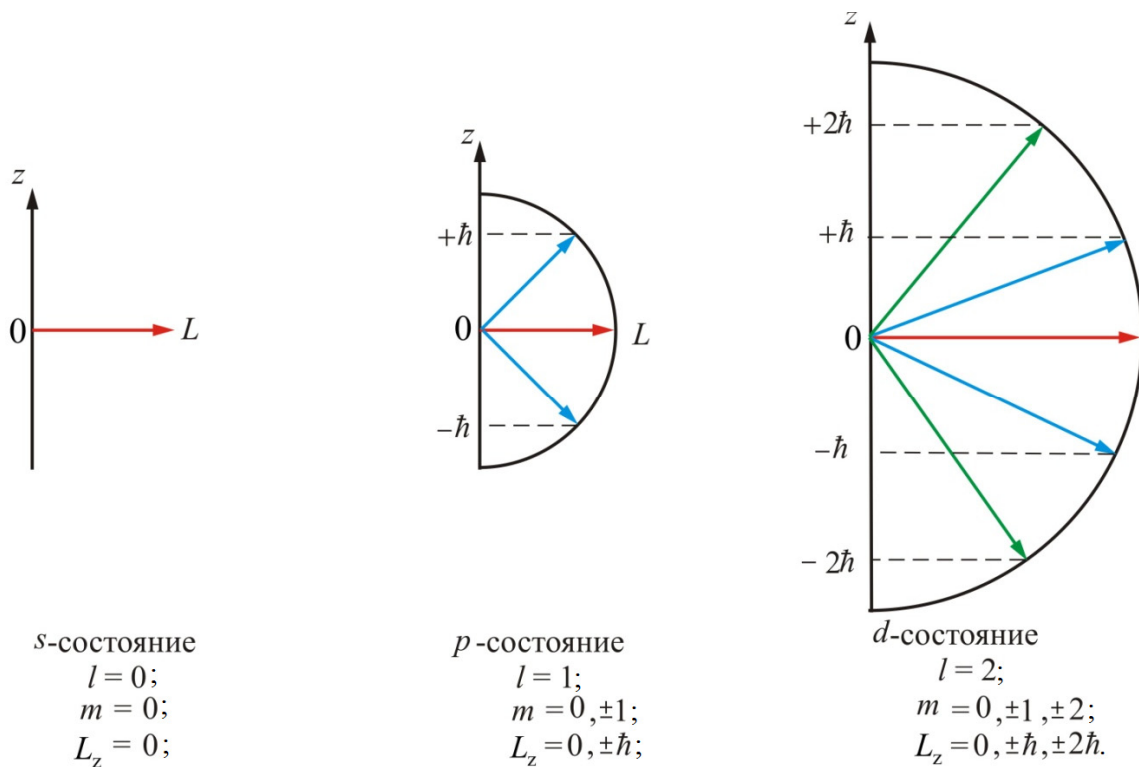


Рис. 3.2.7

Таким образом, *пространственное квантование приводит к «расщеплению» энергетических уровней на ряд подуровней.*

### 3.2.4. Спин электрона. Опыт Штерна и Герлаха

В 1922 г. немецкие физики О. Штерн и В. Герлах поставили опыты, целью которых было измерение магнитных моментов  $P_m$  атомов различных химических элементов. Для химических элементов, образующих первую группу таблицы Менделеева и имеющих один валентный электрон, магнитный момент атома равен магнитному моменту валентного электрона, т. е. одного электрона.

Идея опыта заключалась в измерении силы, действующей на атом в сильно неоднородном магнитном поле. Неоднородность магнитного поля должна быть такова, чтобы она сказывалась на расстояниях порядка размера атома. Только при этом можно было получить силу, действующую на каждый атом в отдельности.

Схема опыта изображена на рис. 3.2.8. В колбе с вакуумом  $10^{-5}$  мм рт. ст. нагревался серебряный шарик К до температуры испарения.

Атомы серебра летели с тепловой скоростью около 100 м/с через щелевые диафрагмы В и, проходя резко неоднородное магнитное поле, попадали на фотопластинку А.

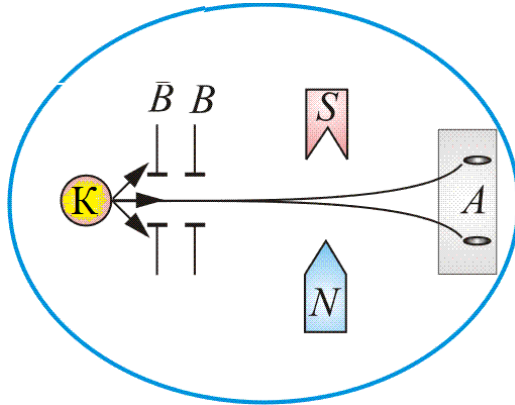


Рис. 3.2.8

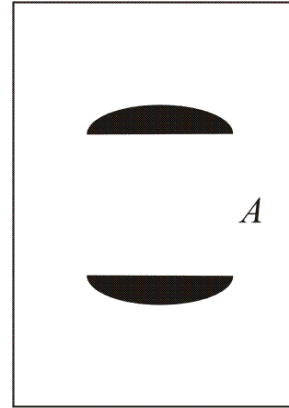


Рис. 3.2.9

Если бы момент импульса атома  $\vec{L}_e$  (и его магнитный момент  $\vec{P}_m$ ) мог принимать произвольные ориентации в пространстве (т. е. в магнитном поле), то можно было ожидать непрерывного распределения попаданий атомов серебра на фотопластинку с большой плотностью попаданий в середине. Но на опыте были получены совершенно неожиданные результаты: на фотопластинке получились *две* резкие полосы – все атомы отклонялись в магнитном поле двояким образом, соответствующим лишь двум возможным ориентациям магнитного момента (рис. 3.2.9).

Этим доказывался **квантовый характер магнитных моментов электронов**. Количественный анализ показал, что проекция магнитного момента электрона равна **магнетону Бора**:

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ Дж} \cdot \text{Тл}^{-1}.$$

Таким образом, для атомов серебра Штерн и Герлах показали, что *проекция магнитного момента атома (электрона) на направление магнитного поля численно равна магнетону Бора*.

Напомним, что

$$P_m = \frac{e}{2m_e} L = \frac{e\hbar^2}{2m_e} \sqrt{l(l+1)} = \mu_B \sqrt{l(l+1)}.$$

Опыты Штерна и Герлаха не только подтвердили пространственное квантование моментов импульсов в магнитном поле, но и дали экспериментальное подтверждение тому, что магнитные моменты электронов *тоже* состоят из некоторого числа «элементарных моментов», т. е. имеют дискретную природу. *Единицей измерения магнитных моментов электронов и атомов является магнетон Бора* ( $\hbar$  – единица измерения механического момента импульса).

Кроме того, в этих опытах было обнаружено новое явление. Валентный электрон в основном состоянии атома серебра имеет орбиталь-

ное квантовое число  $l=0$  ( $s$ -состояние). Но при  $l=0$   $L = \hbar\sqrt{l(l+1)} = 0$  (проекция момента импульса на направление внешнего поля равна нулю). Возник вопрос: пространственное квантование *какого* момента импульса обнаружилось в этих опытах и проекция *какого* магнитного момента равна магнетону Бора?

В 1925 г. студенты Геттингенского университета Гаудсмит и Уленбек предположили существование **собственного механического момента импульса у электрона  $L_s$  (спина)** и, соответственно, **собственного магнитного момента электрона  $P_{ms}$** .

Введение понятия спина сразу объяснило ряд затруднений, имевшихся к тому времени в квантовой механике. И в первую очередь – результатов опытов Штерна и Герлаха.

Авторы дали такое толкование **спина**: электрон – *вращающийся волчок*. Но тогда следует, что «поверхность» волчка (электрона) должна вращаться с линейной скоростью, равной  $300c$ , где  $c$  – скорость света. От такого толкования спина пришлось отказаться.

В современном представлении **спин как заряд и масса есть свойство электрона**.

П. Дирак впоследствии показал, что существование спина вытекает из решения релятивистского волнового уравнения Шредингера.

Из общих выводов квантовой механики следует, что **спин должен быть квантован**:  $L_s = \hbar\sqrt{s(s+1)}$ , где  $s$  – **спиновое квантовое число**.

Аналогично **проекция спина** на ось  $z$  ( $L_{sz}$ ) (ось  $z$  совпадает с направлением внешнего магнитного поля) должна быть квантована, и вектор  $\vec{L}_s$  может иметь  $(2s + 1)$  различных ориентаций в магнитном поле.

Из опытов Штерна и Герлаха следует, что таких ориентаций всего две:  $2s + 1 = 2$ , а значит,  $s = 1/2$ , т. е. спиновое квантовое число имеет только одно значение.

Для атомов первой группы, валентный электрон которых находится в  $s$ -состоянии ( $l=0$ ), **момент импульса атома равен спину валентного электрона**. Поэтому обнаруженное для таких атомов пространственное квантование момента импульса в магнитном поле является доказательством наличия у спина лишь *двух ориентаций* во внешнем поле. (Опыты с электронами в  $p$ -состоянии подтвердили этот вывод, хотя картина получилась более сложной, желтая линия натрия – дуплет из-за наличия спина).

*Численное значение спина электрона –*

$$L_s = \frac{\hbar}{2}.$$

По аналогии с пространственным квантованием орбитального момента  $L$  проекция спина  $L_{sz}$  квантуется (как  $m = \pm l$ , так и  $m_s = \pm s$ ). Проекция спина на направление внешнего магнитного поля, являясь квантовой величиной, определяется выражением

$$L_{sz} = \hbar m_s,$$

где  $m_s$  – магнитное спиновое квантовое число,  $m_s = \pm 1/2$ , т. е. может принимать только два значения, что и наблюдается в опыте Штерна и Герлаха.

Итак, проекция спинового механического момента импульса на направление внешнего магнитного поля может принимать два значения:

$$L_{sz} = \pm 1/2 \hbar.$$

Так как мы всегда имеем дело с проекциями, то, говоря, что спин имеет две ориентации, имеем в виду две проекции.

*Проекция спинового магнитного момента электрона на направление внешнего магнитного поля*

$$P_{msz} = \mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = \frac{e}{m_s} L_{sz}.$$

Отношение  $\frac{P_{msz}}{L_{sz}} = -\frac{e}{m_e} = \gamma_s$  – *спиновое гиромагнитное отношение.*

## Вопросы к читателю. Упражнения

1. Что характеризуют квантовые числа: главное, орбитальное и магнитное? Какие значения они могут принимать?
2. Каковы значения  $l$  и  $m$  для главного квантового числа  $n = 5$ ?
3. Сколько различных состояний соответствует  $n = 4$ ?
4. Квантово-механический смысл первого боровского радиуса.
5. Сравните плотности вероятности обнаружения электрона в основном состоянии атома водорода согласно теории Бора и в квантовой механике.
6. Каковы правила квантования орбитального механического и собственного механического моментов импульса электрона? их проекций на направление внешнего магнитного поля?
7. Поясните смысл постулатов Бора.
8. Пусть  $E_n$  и  $E_m$  – соответственно энергии атома в стационарных состояниях до и после излучения (поглощения). Каково соотношение между  $E_n$  и  $E_m$  ( $>$ ,  $=$ ,  $<$ ), если происходит излучение фотона; поглощение фотона?
9. Каковы противоречия между постулатами Бора и законами классической физики?
10. Чем определяется граница серий в спектре атома водорода?
11. Записывая выражения для кинетической энергии электрона в атоме водорода и потенциальной энергии взаимодействия электрона с ядром, найдите полную энергию электрона в атоме водорода.
12. В чем заключается противоречивость теории Бора?
13. Почему из различных серий спектральных линий атома водорода первой была изучена серия Бальмера?

### 3.3. МНОГОЭЛЕКТРОННЫЕ АТОМЫ

#### 3.3.1. Принципы неразличимости тождественных частиц. Фермионы и бозоны

Если перейти от рассмотрения движения одной микрочастицы (одного электрона) к многоэлектронным системам, то проявляются особые свойства, не имеющие аналогов в классической физике. Пусть квантово-механическая система состоит из одинаковых частиц, например электронов. Все электроны имеют одинаковые физические свойства – массу, электрический заряд, спин и другие внутренние характеристики (например, квантовые числа). Такие частицы называют *тождественными*.

Необходимые свойства системы одинаковых тождественных частиц проявляются в *фундаментальном принципе* квантовой механики – *принципе неразличимости тождественных частиц*, согласно которому невозможно экспериментально различить тождественные частицы.

В *классической механике* даже одинаковые частицы можно различить по положению в пространстве и импульсам. Если частицы в какой-то момент времени пронумеровать, то в следующие моменты времени можно проследить за траекторией любой из них. Классические частицы, таким образом, обладают индивидуальностью, поэтому классическая механика систем из одинаковых частиц принципиально не отличается от классической механики систем из различных частиц.

В *квантовой механике* положение иное. Из соотношения неопределенности вытекает, что для микрочастиц вообще неприменимо понятие траектории; состояние микрочастицы описывается волновой функцией, позволяющей лишь вычислять вероятность  $|\Psi|^2$  нахождения микрочастицы в окрестностях той или иной точки пространства. Если же волновые функции двух тождественных частиц в пространстве перекрываются, то разговор о том, какая частица находится в данной области, вообще лишен смысла: можно говорить лишь о вероятности нахождения в данной области одной из тождественных частиц. Таким образом, *в квантовой механике тождественные частицы полностью теряют свою индивидуальность и становятся неразличимыми*. Следует подчеркнуть, что принцип неразличимости тождественных частиц не является просто следствием вероятностной интерпретации волновой функции, а вводится в квантовую механику как новый принцип, как указывалось выше, и является *фундаментальным*.

Принимая во внимание физический смысл величины  $|\Psi|^2$ , *принцип неразличимости тождественных частиц* можно записать в следующем виде:

$$|\Psi(x_1, x_2)|^2 = |\Psi(x_2, x_1)|^2, \quad (3.3.1)$$

где  $x_1$  и  $x_2$  – соответственно совокупность пространственных и силовых координат первой и второй частиц. Из выражения (3.3.1) вытекает, что возможны два случая:

$$\Psi(x_1, x_2) = \pm \Psi(x_2, x_1),$$

т. е. принцип неразличимости тождественных частиц ведет к определенному свойству симметрии волновой функции. Если при перемене частиц местами волновая функция не меняет знака, то она называется **симметричной**, если меняет – **антисимметричной**. Изменение знака волновой функции не означает изменения состояния, т. к. физический смысл имеет лишь квадрат модуля волновой функции.

В квантовой механике доказывается, что характер симметрии волновой функции не меняется со временем. Это не является доказательством того, что свойства симметрии или антисимметрии – признак данного типа микрочастиц.

Установлено, что симметрия или антисимметрия волновых функций определяется спином частиц. В зависимости от характера симметрии все элементарные частицы и построенные из них системы (атомы, молекулы) делятся на два класса: **частицы с полуцелым спином** (например, электроны, нейтроны и протоны) *описываются антисимметричными волновыми функциями и подчиняются статистике Ферми – Дирака*; эти частицы называются **фермионами**. **Частицы с нулевым, или целочисленным, спином** (например, фотоны, мезоны) *описываются симметричными функциями (волновыми) и подчиняются статистике Бозе – Эйнштейна*; эти частицы называются **бозонами**.

*Сложные частицы* (например, атомные ядра), *составленные из нечетного числа фермионов*, являются **фермионами** (суммарный спин – полуцелый), а *из четного* – **бозонами** (суммарный спин – целый).

Зависимость характера симметрии волновых функций системы тождественных частиц от спина частиц теоретически обоснована швейцарским физиком В. Паули, что явилось еще одним доказательством того, что спины являются фундаментальной характеристикой микрочастиц.

### 3.3.2. Принцип Паули.

#### Распределение электронов в атоме по состояниям

Если тождественные частицы имеют одинаковые квантовые числа, то их волновая функция симметрична относительно перестановки частиц. Отсюда следует, что два одинаковых фермиона, входящих в одну систему, не могут находиться в одинаковых состояниях, т. к. для фер-



мионов волновая функция должна быть антисимметричной. Обобщая опытные данные, немецкий физик-теоретик В. Паули сформировал **принцип исключения**, согласно которому **системы фермионов встречаются в природе только в состояниях, описываемых антисимметричными волновыми функциями** (квантово-механическая формулировка принципа Паули).

Из этого положения вытекает более простая формулировка принципа Паули, которая и была введена им в квантовую теорию (1925 г.) еще до построения квантовой механики: **в системе одинаковых фермионов любые два из них не могут одновременно находиться в одном и том же состоянии**. Отметим, что число одинаковых бозонов, находящихся в одном и том же состоянии, не лимитируется.

Напомним, что состояние электрона в атоме однозначно определяется набором **четырех квантовых чисел**:

- главного  $n$  ( $n = K, L, N, M, \dots$ );
- орбитального  $l$  ( $l = s, p, d, f, \dots$ ), обычно эти состояния обозначают  $1s, 2d, 3f$ ;
- магнитного  $m$  ( $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$ );
- магнитного спинового  $m_s$  ( $m_s = \pm 1/2$ ).

Распределение электронов в атоме происходит по принципу Паули, который может быть сформулирован для атома в простейшем виде: **в одном и том же атоме не может быть более одного электрона с одинаковым набором четырех квантовых чисел –  $n, l, m, m_s$** :

$$Z(n, l, m, m_s) = 0 \text{ или } 1,$$

где  $Z(n, l, m, m_s)$  – число электронов, находящихся в квантовом состоянии, описываемых набором четырех квантовых чисел:  $n, l, m, m_s$ . Таким образом, принцип Паули утверждает, **что два электрона, связанные в одном и том же атоме, различаются значениями по крайней мере одного квантового числа**.

Максимальное число  $Z_2(n, l, m_s)$  электронов, находящихся в состояниях, описываемых набором трех квантовых чисел –  $n, l$  и  $m$  – и отличающихся только ориентацией спинов электронов, равно

$$Z_2(n, l, m) = 2,$$

ибо спиновое квантовое число может принимать лишь два значения:  $1/2$  и  $-1/2$ .

Максимальное число  $Z_3(n, l)$  электронов, находящихся в состояниях, определяемых двумя квантовыми числами,  $n$  и  $l$ ,

$$Z_3(n, l) = 2(2l + 1).$$

При этом вектор орбитального момента импульса электрона  $\vec{L}_e$  может принимать в пространстве  $(2l + 1)$  различных ориентаций (рис. 3.3.1).

Максимальное число электронов, находящихся в состояниях, определяемых значением главного квантового числа  $n$ , равно

$$Z(n) = \sum_{i=0}^{n-1} 2(2i + 1) = 2n^2.$$

*Совокупность электронов в многоэлектронном атоме, имеющих одно и то же главное квантовое число  $n$ , называется **электронной оболочкой**, или **слоем**.*

В каждой из оболочек электроны распределяются по **подоболочкам**, соответствующим данному  $l$ .

*Область пространства, в которой высока вероятность обнаружить электрон, называют **подоболочкой**, или **орбиталью**.* Вид основных типов орбиталей показан на рис. 3.3.1.

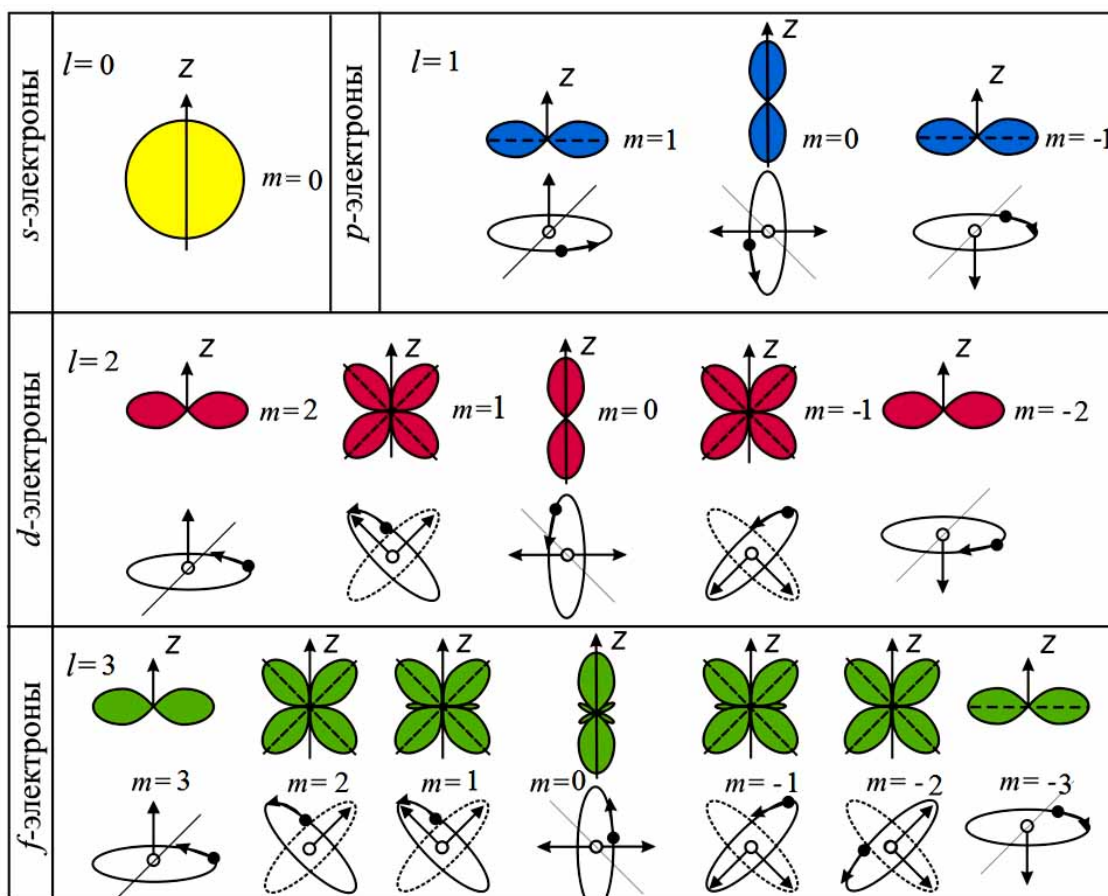


Рис. 3.3.1

Поскольку орбитальное квантовое число принимает значения от 0 до  $n - 1$ , число подоболочек равно порядковому номеру  $n$  оболочки. Количество электронов в подоболочке определяется магнитным и магнитным спиновым квантовыми числами: максимальное число электронов в подоболочке с данным  $l$  равно  $2(2l + 1)$ . Обозначения оболочек, а также распределение электронов по оболочкам и подоболочкам приведено в табл. 1.

Таблица 1

Главное квантовое число $n$	1		2		3			4			5				
Символ оболочки	$K$		$L$		$M$			$N$			$O$				
Максимальное число электронов в оболочке	2		8		18			32			50				
Орбитальное квантовое число $l$	0	0	1	0	1	2	0	1	2	3	0	1	2	3	4
Символ подоболочки	$1s$	$2s$	$2p$	$3s$	$3p$	$3d$	$4s$	$4p$	$4d$	$4f$	$5s$	$5p$	$5d$	$5f$	$5g$
Максимальное число электронов в подоболочке	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	14	18

### 3.3.3. Периодическая система химических элементов Д.И. Менделеева

В начале XIX в. с развитием идей химической атомистики и методов химического анализа появились первые попытки систематизации элементов по их атомному весу, признанному основной количественной характеристикой элемента.

В 1817 г. И.В. Дебейер заметил, что атомный вес стронция приблизительно совпадает со средним значением атомных весов кальция и бария, причем свойства элементов, составляющих триаду  $\text{Ca} - \text{Sr} - \text{Ba}$ , сходны. В 1829 г. он указал и на другие *триады*.

В 1843 г. Л. Гмелин привел таблицу химически сходных элементов, расставленных по группам в определенном порядке. Вне групп элементов, вверху таблицы, Гмелин поместил три «базисных» элемента – кислород, азот и водород. Под ними были расставлены *триады*, а также *тетрады* и *пентады* (группы из четырех и пяти элементов).

В 1863 г. А. де Шанкуртуа расположил элементы в *порядке возрастания их атомных весов по спирали* на поверхности цилиндра, разделенного на вертикальные полосы. Элементы со сходными химиче-

скими и физическими свойствами оказывались при этом расположенными на одной вертикали.

В 1864 г. Д. Ньюлендс заметил, что если расположить элементы в порядке возрастания атомного веса, то каждый восьмой элемент, начиная от выбранного произвольно, в какой-то мере подобен первому, как восьмая нота в музыкальной октаве. Ньюлендс назвал эту закономерность **законом октав**. В 1865 г. он построил такую таблицу.

Однако таблица Ньюлендса более или менее правильно отражала периодичность в изменении свойств лишь у первых 17 элементов. Поэтому «закон октав» Ньюлендса не получил признания, и о нем забыли на долгие годы.

В период 1857–1868 гг. У. Одлинг составил несколько таблиц. В таблице 1857 г. 49 элементов были размещены в 9 группах. В 1861 г. эта классификация была несколько усовершенствована: химически сходные элементы Одлинг объединил в триады, тетрады и пентады, вне этих объединений остались водород, бор и олово. Наибольший интерес представляет таблица 1868 г., в которой элементы (таблица включала 45 элементов из 62 известных в то время) расположены в порядке возрастания их атомных весов.

В 1864 г. Л. Мейер опубликовал таблицу элементов, состоящую из двух частей, в которой 44 элемента были расставлены в шести столбцах в соответствии с их валентностью (высшей) по водороду.

В 1869 г. Д.И. Менделеев **открыл периодический закон химических и физических свойств элементов в зависимости от атомной массы** (рис. 3.3.2). Выяснилось, что если расположить все химические элементы в порядке возрастания их атомных масс, то обнаруживается сходство физико-химических свойств элементов. Через промежутки, называемые **периодами**, элементы, расположенные в одном вертикальном ряду – **группе элементов**, обнаруживают повторяемость физических и химических свойств. Во времена Менделеева были известны 64 элемента. Расположив их в систему, Менделеев в некоторых случаях должен был отступить от принципа связи периодичности с возрастанием атомной массы (K и Ar).

При этом часть клеток Периодической системы оказалась свободной, т. к. соответствующие им элементы тогда еще не были открыты. Менделееву удалось на основании своей системы предсказать существование ряда новых химических элементов (галий, скандий, германий и др.) и описать их химические свойства.

В дальнейшем все эти элементы были открыты и предсказания Менделеева полностью подтвердились. Ему удалось также внести уточнения в значения атомных масс и химические свойства некоторых

элементов. Так, атомные массы бериллия, титана, цезия и урана, вычисленные на основе закона Менделеева, оказались правильными, а данные о них, известные ранее, – ошибочными. Это явилось триумфом Периодической системы химических элементов Д.И. Менделеева. Являясь одним из важнейших законов естествознания, периодический закон Менделеева составляет основу современной химии, атомной и ядерной физики.

Пе- риод	Периодическая система элементов Д. И. Менделеева															
	ГРУППЫ ЭЛЕМЕНТОВ															
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII						0		
1	H 1 1,008															He 2 4,00
2	Li 3 6,94	Be 4 9,01	B 5 10,81	C 6 12,01	N 7 14,01	O 8 16,00	F 9 19,00									Ne 10 20,18
3	Na 11 22,99	Mg 12 24,31	Al 13 26,98	Si 14 28,09	P 15 30,97	S 16 32,06	Cl 17 35,45									Ar 18 39,95
4	K 19 39,10	Ca 20 40,08	21 Sc 44,96	22 Ti 47,90	23 V 50,94	24 Cr 52,00	25 Mn 54,94	26 Fe 55,85	27 Co 58,93	28 Ni 58,71						
	29 Cu 63,54	30 Zn 65,37	31 Ga 69,72	32 Ge 72,59	33 As 74,92	34 Se 78,96	35 Br 79,91									Kr 36 83,80
5	Rb 37 85,47	Sr 38 87,62	39 Y 88,91	40 Zr 91,22	41 Nb 92,91	42 Mo 95,94	43 Tc (99)	44 Ru 101,1	45 Rh 102,9	46 Pd 106,4						
	47 Ag 107,9	48 Cd 112,4	49 In 114,8	50 Sn 118,7	51 Sb 121,8	52 Te 127,6	53 I 126,9									Xe 54 131,3
6	Cs 55 132,9	Ba 56 137,3	57 La 138,9	72 Hf 178,5	73 Ta 181,0	74 W 183,9	75 Re 186,2	76 Os 190,2	77 Ir 192,2	78 Pt 195,1						
	79 Au 197,0	80 Hg 200,6	81 Tl 204,4	82 Pb 207,2	83 Bi 209,0	84 Po (210)	85 At (210)									Rn 86 222
7	Fr 87 (223)	Ra 88 (226)	89 Ac (227)	Rf 104 (261)	Db 105 (262)	Sg 106 (263)	Bh 107 (263)	Hs 108 (265)	Mt 109 (266)	Ds 110 (271)						
	111 Rg (272)	112 Uub (285)	113 Uut (284)	114 Uuq (289)	115 Uup (288)	116 Uuh (292)	117 Uus (310?)									Uuo 118 (314?)
Ланта ноиды	Ce 58 140,12	Pr 9 140,91	Nd 60 144,24	Pm 61 (145)	Sm 62 150,4	Eu 63 151,96	Gd 64 157,25	Tb 65 158,92	Dy 66 162,50	Ho 67 164,93	Er 68 167,26	Tm 69 168,93	Yb 70 173,04	Lu 71 174,97		
Акти ноиды	Th 90 232,04	Pa 91 (231)	U 92 238,03	Np 3 (237)	Pu 94 (244)	Am 5 (243)	Cm 96 (247)	Bk 97 (247)	Cf 98 (251)	Es 99 (254)	Fm 100 (257)	Md 101 (258)	No 102 (259)	Lr 103 (260)		

Рис. 3.3.2

Физический смысл порядкового номера  $Z$  элемента Периодической системы Менделеева был выяснен в ядерной модели атома Резерфорда. **Порядковый номер  $Z$  элемента совпадает с числом протонов** – положительных элементарных зарядов в ядре. Число их закономерно возрастает на единицу при переходе от предыдущего химического элемента к последующему. **Это число совпадает с общим количеством электронов в атоме данного элемента.**

Химические свойства элементов, их оптические и некоторые другие физические свойства объясняются поведением внешних электронов, называемых **валентными, или оптическими**. Периодичность свойств химических элементов связана с периодичностью в расположении валентных электронов атома различных элементов.

Объяснение строения Периодической системы элементов, теоретическое истолкование Периодической системы Менделеева было дано в квантовой теории Бором в 1922 г., еще до появления квантовой механики. Последовательная теория Периодической системы *основывается на следующих положениях*:

- общее число электронов в атоме данного химического элемента равно порядковому номеру  $Z$  этого элемента;
- состояние электрона в атоме определяется набором его четырех квантовых чисел:  $n, l, m, m_s$ ;
- распределение электронов в атоме по энергетическим состояниям должно удовлетворять принципу минимума потенциальной энергии: с возрастанием числа электронов каждый следующий электрон должен занять возможные энергетические состояния с наименьшей энергией;
- заполнение электронами энергетических уровней в атоме должно проходить в соответствии с принципом Паули.

Порядок заполнения электронами состояний в различных слоях (оболочках), а в пределах одной оболочки – в подгруппах (подоболочках) должен соответствовать последовательности расположения энергетических уровней с различными значениями квантовых чисел  $n$  и  $l$ .

Таким образом, открытая Менделеевым периодичность в химических свойствах элементов объясняется повторяемостью в структуре внешних оболочек у атомов родственных элементов. Так, инертные газы имеют одинаковые внешние оболочки из восьми элементов (заключенные в  $s$ - и  $p$ -состояниях); во внешних оболочках щелочных металлов (Li, Na, K, Rb, Cs, Fr) имеется лишь один  $s$ -электрон; во внешней оболочке щелочно-земельных металлов (Be, Mg, Ca, Sr, Ba, Ra) имеется  $2s$ -электрон; галоиды (F, Cl, Br, I, At) имеют внешние оболочки, в которых недостает одного электрона до оболочки инертного газа, и т. д.

## Вопросы к читателю. Упражнения

1. В чем суть принципа неразличимости тождественных частиц?
2. Какие частицы являются бозонами? фермионами?
3. Почему атом водорода может иметь одну и ту же энергию, находясь в различных состояниях?
4. Как изменилась бы структура электронных оболочек атома, если бы электроны были не фермионами, а бозонами?
5. Сколько электронов может быть в атоме, у которого в основном состоянии заполнены  $K$ - и  $L$ -оболочки,  $3s$ -подоболочка и два электрона в  $3p$ -подоболочке? Что это за атом?
6. Какие квантовые числа имеет внешний (валентный) электрон в основном состоянии атома натрия?
7. Запишите электронную конфигурацию для атомов:  
1) неона; 2) никеля; 3) германия; 4) кобальта.
8. В чем заключается принцип Паули?
9. Перечислите квантовые числа, характеризующие состояние атома. Что характеризует каждое квантовое число?
10. Может ли атом при переходе в основное состояние испустить произвольную порцию энергии? Почему?
11. Атом водорода в основном состоянии обладает энергией  $E_1 = 13,6$  эВ. Какую работу (в эВ) надо совершить, чтобы ионизировать атом водорода?
12. По какой формуле определяется энергия электрона на  $n$ -боровской орбите:  $E_n = -n^2 E_1$ ;  $E_n = -\frac{1}{n^2} E_1$ ?
13. Для двух энергетических состояний изобразите на рисунках переходы, соответствующие поглощению; вынужденному излучению; спонтанному излучению.
14. Перечислите основные положения теории Периодической системы.

### Примеры решения задач

**3.1.** Вычислите радиус первой боровской орбиты атома водорода. Скорость электрона на этой орбите 2,2 Мм/с.  $q_e = q_p = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл,

$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{М}^2}{\text{Кл}^2}$ . Ответ представьте в ангстремах и округлите до десятых.

Дано:	Решение:
$v = 2,2 \text{ Мм/с} = 2,2 \cdot 10^6 \text{ м/с}$ $q_e = q_p = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{М}^2}{\text{Кл}^2}$ $n = 1$ $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ м}$	<p>Согласно первому постулату Бора, электрон в атоме водорода, не теряя энергии, вращается по круговым, стационарным орбитам. Момент импульса электрона на этих орбитах принимает дискретные (квантованные) значения</p> $m_e v r_n = n \hbar, (n = 1, 2, 3, \dots), \quad (1)$ <p>где <math>m_e</math> – масса электрона; <math>v_n</math> – скорость электрона на <math>n</math>-й орбите; <math>r_n</math> – радиус <math>n</math>-й орбиты; <math>\hbar</math> – постоянная Планка.</p>
$r_1 = ?$	

Из формулы (1) находим скорость  $v$

$$v = \frac{n \hbar}{m_e r_n}. \quad (2)$$

Сила взаимодействия электрона с ядром, заряд которого равен по модулю заряду электрона, определяется законом Кулона

$$F_K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{r_n^2}.$$

Эта сила сообщает электрону центростремительное ускорение

$$a_{\text{ис}} = \frac{v^2}{r_n}.$$

Следовательно, второй закон Ньютона для движения электрона по  $n$ -й стационарной орбите можно записать в виде

$$m_e a_{\text{ис}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{r_n^2}, \text{ тогда } \frac{m_e v^2}{r_n} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{r_n^2}, \text{ или}$$

$$m_e v^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{r_n}. \quad (3)$$



Решая совместно (2) и (3) относительно радиуса первой боровской орбиты атома водорода, получим

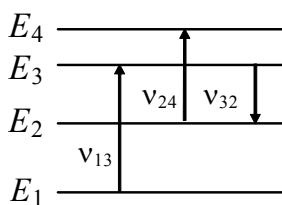
$$\frac{m_e n^2 \hbar^2}{m_e^2 r_n^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{r_n}.$$

Отсюда найдем радиус первой боровской орбиты атома водорода:

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 n^2 \hbar^2}{m_e q^2} = \frac{1,05 \cdot 10^{-68}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 2,56 \cdot 10^{-38}} = 0,5 \cdot 10^{-10} \text{ (м)} = 0,5 \text{ (Å)}.$$

**Ответ:**  $r_n = 0,5 \text{ Å}$ .

**3.2.** На рисунке изображены несколько энергетических уровней атома. Минимальная длина волны света, излучаемого при всех возможных переходах между уровнями  $E_1, E_2, E_3$  и  $E_4$ , равна 250 нм. Известно, что частоты переходов относятся друг к другу как  $\nu_{13}:\nu_{24}:\nu_{32} = 9:7:4$ . Какова длина световой волны с частотой  $\nu_{32}$ ? Ответ представьте в нанометрах.



<b>Дано:</b>	<b>Решение:</b>
$\lambda_{\min} = 250 \text{ нм}$ $\nu_{13}:\nu_{24}:\nu_{32} = 9:7:4$ $1 \text{ нм} = 10^{-9} \text{ м}$	Минимальная длина волны света соответствует переходу между первым и четвертым уровнями, так как этот переход соответствует максимальной энергии излученного кванта (максимальной частоте), т. е.
$\lambda_{32} = ?$	$\lambda_{\min} = \lambda_{14}.$

Так как энергия кванта света определяется выражением

$$E = h\nu, \tag{1}$$

где  $h$  – постоянная Планка, то заданное соотношение между частотами  $\nu_{13}:\nu_{24}:\nu_{32} = 9:7:4$  можно заменить на аналогичное соотношение между энергиями кванта света

$$E_{13}:E_{24}:E_{32} = 9:7:4. \tag{2}$$

Отсюда

$$\frac{E_{13}}{E_{24}} = \frac{9}{7}; \quad E_{13} = \frac{9}{7} E_{24}. \tag{3}$$

Подставим  $E_{13}$  в уравнение (2), получим

$$E_{14} = E_{13} + E_{24} - E_{32} = \frac{9}{7} E_{24} + E_{24} - E_{32} = \frac{16}{7} E_{24} - E_{32}.$$

Так как

$$\frac{E_{24}}{E_{32}} = \frac{7}{4}; \quad E_{24} = \frac{7}{4} E_{32},$$

то

$$E_{14} = \frac{16}{7} E_{24} - E_{32} = \frac{16}{7} \cdot \frac{7}{4} E_{32} - E_{32} = 3 E_{32}.$$

С учетом выражения (1) и соотношения между частотой и длиной волны  $\nu = \frac{c}{\lambda}$  получим

$$\frac{hc}{\lambda_{14}} = 3 \frac{hc}{\lambda_{32}}; \quad \frac{1}{\lambda_{14}} = \frac{3}{\lambda_{32}}.$$

$$\lambda_{32} = 3\lambda_{14} = 3 \cdot 250 = 750 \text{ (нм)}.$$

**Ответ:**  $\lambda_{32} = 750 \text{ нм}$ .

**3.3.** \*Какой длины волны появятся спектральные линии при возбуждении атомарного водорода электронами с энергией 12,5 эВ? 1 эВ =  $1,6 \cdot 10^{-19}$  Дж. Постоянная Планка  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  Дж·с; скорость света в вакууме  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с; постоянная Ридберга  $R' = 1,1 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ . Ответы представьте в нанометрах и округлите до целого числа.

<b>Дано:</b>	<b>Решение:</b>
$E = 12,5 \text{ эВ}$ $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$ $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ $R' = 1,1 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ $1 \text{ нм} = 10^{-9} \text{ м}$	<p>В основном невозбужденном состоянии (<math>n = 1</math>) энергия электрона равна (см. рис. 3.1.1)</p> $E_1 = -13,6 \text{ эВ}.$ <p>При возбуждении атомарного водорода электронами с энергией 12,5 эВ электрон в атоме водорода переходит на более высокий уровень с энергией</p> $E_n = E_1 + E = -13,6 + 12,5 = -1,1 \text{ (эВ)}.$
$\lambda = ?$	

Энергию  $E_n$  электрона на  $n$ -й стационарной орбите атома водорода можно рассчитать по формуле

$$E_n = E_1 \cdot \frac{1}{n^2},$$

где  $n$  – номер орбиты. Тогда

$$n = \sqrt{\frac{E_1}{E_n}} = \sqrt{\frac{-13,6}{-1,1}} = 3,52.$$

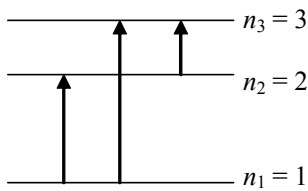
Так как  $n$  может принимать только целые значения, то дробную часть отбрасываем:  $n = 3$ .

Используя обобщенную формулу Бальмера, найдем длины волн спектральных линий, которые появятся при возбуждении атомарного водорода:

$$\frac{1}{\lambda} = R' \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right).$$

Отсюда длина волны спектральной линии в спектре атома водорода

$$\lambda = \frac{1}{R' \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)}.$$



При возбуждении атома электрон может перейти из невозбужденного состояния ( $n = 1$ ) на третий энергетический уровень ( $n = 3$ ) тремя путями: с первого уровня на третий; с первого на второй; со второго на третий (см. рис.).

$$\lambda_1 = \frac{1}{1,1 \cdot 10^7 \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right)} = 122 \cdot 10^{-9} \text{ (м)} = 122 \text{ (нм)}.$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{1,1 \cdot 10^7 \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2} \right)} = 102 \cdot 10^{-9} \text{ (м)} = 102 \text{ (нм)}.$$

$$\lambda_3 = \frac{1}{1,1 \cdot 10^7 \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right)} = 656 \cdot 10^{-9} \text{ (м)} = 656 \text{ (нм)}.$$

**Ответ:**  $\lambda_1 = 122 \text{ нм}$ ;  $\lambda_2 = 102 \text{ нм}$ ;  $\lambda_3 = 656 \text{ нм}$ .

**3.4.** Резерфорд наблюдал, что при лобовом столкновении с ядрами атомов меди  $\alpha$ -частица с энергией 5 МэВ отлетает назад с энергией 3,9 МэВ. Каково отношение масс ядра меди и  $\alpha$ -частицы? Ответ округлите до целого числа.

**Дано:**

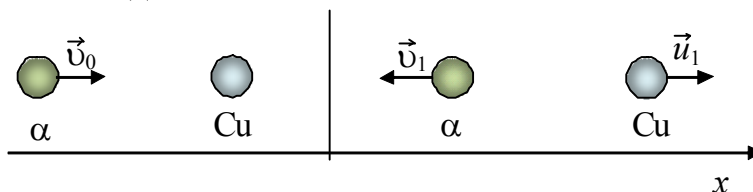
$$E_{\alpha 1} = 5 \text{ МэВ}$$

$$E_{\alpha 2} = 3,9 \text{ МэВ}$$

$$\frac{m_{\text{Cu}}}{m_{\alpha}} = ?$$

**Решение:**

Представим схему взаимодействия  $\alpha$ -частицы с атомом меди:



При упругом взаимодействии закон сохранения энергии запишем в виде

$$E_{\alpha 1} = E_{\alpha 2} + E_{\text{Cu}}.$$

Отсюда определим энергию, которую получил атом меди:

$$E_{\text{Cu}} = E_{\alpha 1} - E_{\alpha 2} = 5 - 3,9 = 1,1 \text{ (МэВ)}.$$

Кинетическая энергия частицы может быть определена по формуле

$$E = \frac{mv^2}{2}.$$

Тогда скорости частиц будут равны (см. рис.)

$$v_0 = \sqrt{\frac{2E_{\alpha 1}}{m_{\alpha}}}; \quad v_1 = \sqrt{\frac{2E_{\alpha 2}}{m_{\alpha}}}; \quad u_1 = \sqrt{\frac{2E_{\text{Cu}}}{m_{\text{Cu}}}}.$$

Подставим выражения для скоростей в закон сохранения импульса, записанный в проекции на ось  $Ox$ :

$$m_{\alpha}v_0 = -m_{\alpha}v_1 + m_{\text{Cu}}u_1.$$
$$m_{\alpha}\sqrt{\frac{2E_{\alpha 1}}{m_{\alpha}}} = -m_{\alpha}\sqrt{\frac{2E_{\alpha 2}}{m_{\alpha}}} + m_{\text{Cu}}\sqrt{\frac{2E_{\text{Cu}}}{m_{\text{Cu}}}}.$$

Массы частиц занесем под корень:

$$\sqrt{2m_{\alpha}E_{\alpha 1}} = -\sqrt{2m_{\alpha}E_{\alpha 2}} + \sqrt{2m_{\text{Cu}}E_{\text{Cu}}}.$$

Подставим численные значения энергий и решим полученное уравнение. (Энергии можно брать в МэВ, т. к. размерность энергий сократится и только упростит расчеты).

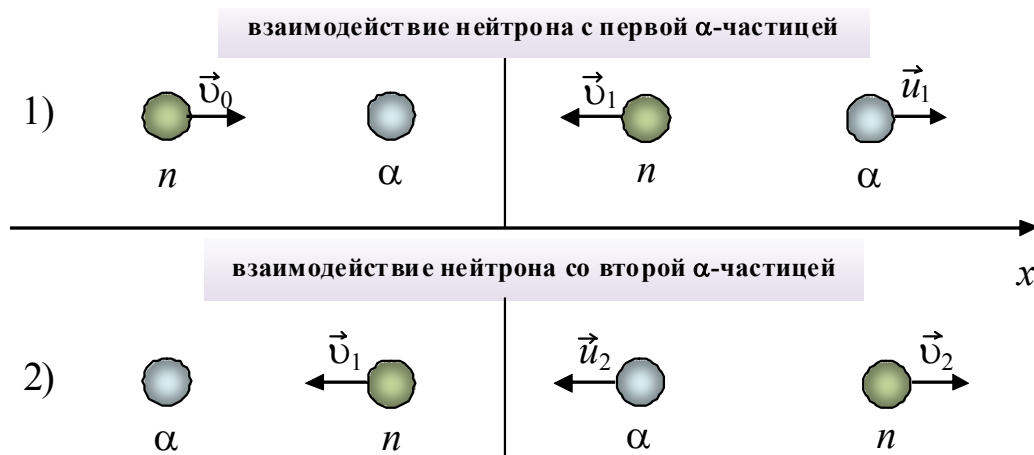
$$\sqrt{2m_{\alpha} \cdot 5} + \sqrt{2m_{\alpha} \cdot 3,9} = \sqrt{2m_{\text{Cu}} \cdot 1,1}, \quad m_{\alpha}(\sqrt{10} + \sqrt{7,8})^2 = m_{\text{Cu}} \cdot 2,2;$$

$$\frac{m_{\text{Cu}}}{m_{\alpha}} = \frac{(\sqrt{10} + \sqrt{7,8})^2}{2,2} \approx 16.$$

**Ответ:**  $\frac{m_{\text{Cu}}}{m_{\alpha}} = 16.$

**3.5.** \*Нейтрон испытывает упругое соударение с ядром  ${}^4_2\text{He}$  и затем, отразившись, упруго соударяется с другим ядром  ${}^4_2\text{He}$ . Ядра гелия до соударения были неподвижны. Определите, во сколько раз изменится кинетическая энергия нейтрона после двух соударений. Принять массы нейтрона и протона одинаковыми. Считать массу  $\alpha$ -частицы равной  $4m_n$ .

Дано:	Решение:
${}^1_0n, {}^4_2\text{He}$	Представим схему взаимодействия нейтрона с ядром гелия ( $\alpha$ -частицей):
$m_\alpha = 4m_n$	
$\frac{E_0}{E_2} = ?$	



1. Т. к. нейтрон испытывает упругое соударение с ядром  ${}^4_2\text{He}$ , то для такого взаимодействия можно записать законы сохранения импульса (в проекции на ось  $Ox$ ) и механической энергии:

$$m_n v_0 = -m_n v_1 + m_\alpha u_1;$$

$$m_n v_0^2 = m_n v_1^2 + m_\alpha u_1^2.$$

Все члены уравнений с массой нейтрона перенесем влево, с массой протона – вправо и поделим второе уравнение на первое. Получим соотношение между скоростями:

$$v_0 - v_1 = u_1.$$

Полученное выражение для скорости  $u_1$  подставим в закон сохранения импульса и найдем  $v_1$ :

$$m_n v_0 = -m_n v_1 + m_\alpha v_0 - m_\alpha v_1;$$

$$v_1(m_\alpha + m_n) = v_0(m_\alpha - m_n);$$

$$v_1 = v_0 \frac{m_\alpha - m_n}{m_\alpha + m_n}.$$

2. Для второго соударения законы сохранения запишем в виде

$$m_n v_1 = -m_n v_2 + m_\alpha u_2;$$

$$m_n v_1^2 = m_n v_2^2 + m_\alpha u_2^2.$$

Проведем аналогичные преобразования и найдем скорость  $v_2$ :

$$v_2 = v_1 \frac{m_\alpha - m_n}{m_\alpha + m_n}.$$

С учетом скорости  $v_1$  имеем

$$v_2 = v_0 \left( \frac{m_\alpha - m_n}{m_\alpha + m_n} \right)^2.$$

Тогда

$$\frac{E_0}{E_2} = \frac{m_n v_0^2}{2} \cdot \frac{2}{m_n v_2^2} = \left( \frac{v_0}{v_2} \right)^2;$$

$$\frac{E_0}{E_2} = \left( \frac{v_0}{v_2} \right)^2 = \left( \frac{m_\alpha + m_n}{m_\alpha - m_n} \right)^4.$$

Т. к.  $m_\alpha = 4m_n$ , то

$$\frac{E_0}{E_2} = \left( \frac{4m_n + m_n}{4m_n - m_n} \right)^4 = \left( \frac{5}{3} \right)^4 = 7,7.$$

**Ответ:**  $\frac{E_0}{E_2} = 7,7.$

**3.6.** С помощью камеры Вильсона, помещенной в магнитное поле 0,01 Тл, наблюдается упругое рассеяние  $\alpha$ -частицы на неподвижных ядрах дейтерия. Найдите начальную энергию  $\alpha$ -частицы, если радиусы кривизны начальных участков траекторий ядра дейтерия и  $\alpha$ -частицы

после рассеяния оказались равными 0,1 м. Обе траектории лежат в плоскости, перпендикулярной линиям индукции магнитного поля. Масса протона  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$  кг, элементарный заряд  $q_p = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл. Считать массу  $\alpha$ -частицы равной  $4m_p$ , заряд  $2q_p$ ; массу ядра дейтерия –  $2m_p$ , заряд дейтерия  $q_p$ . Результат представьте в эВ.

<b>Дано:</b>	<b>Решение:</b>
$B = 0,01$ Тл $R = 0,1$ м $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг $q_p = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл $m_\alpha = 4m_p, q_\alpha = 2q_p$ $m_d = 2m_p, q_d = q_p$ $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж	Запишем закон сохранения энергии $E_\alpha = E'_\alpha + E_d,$ где $E_\alpha$ – энергия $\alpha$ -частицы до рассеяния; $E'_\alpha = \frac{m_\alpha v_\alpha^2}{2}$ – энергия $\alpha$ -частицы после рассеяния; $E_d$ – энергия ядер дейтерия.
$E_\alpha = ?$	На заряженную частицу в магнитном поле действует сила Лоренца $F_L = qvB$ , которая придает ей центростремительное ускорение: $F_L = ma_c.$

$$q_\alpha B v_\alpha = \frac{m_\alpha v_\alpha^2}{R}. \quad v_\alpha = \frac{q_\alpha BR}{m_\alpha}.$$

Тогда

$$E'_\alpha = \frac{m_\alpha}{2} \left( \frac{q_\alpha BR}{m_\alpha} \right)^2 = \frac{(q_\alpha BR)^2}{2m_\alpha}.$$

Аналогично для ядер дейтерия

$$E_d = \frac{(q_d BR)^2}{2m_d}.$$

Отсюда энергия  $\alpha$ -частицы до рассеяния

$$E_\alpha = \frac{(q_\alpha BR)^2}{2m_\alpha} + \frac{(q_d BR)^2}{2m_d} = \frac{3}{4} \cdot \frac{(BRq_p)^2}{m_p}.$$

$$E_\alpha = \frac{3}{4} \cdot \frac{(0,01 \cdot 0,1 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19})^2}{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 72 \text{ (эВ)}.$$

**Ответ:**  $E_\alpha = 72$  эВ.

**3.7.** Электрон в атоме водорода может находиться на круговых орбитах радиусами  $0,5 \cdot 10^{-8}$  м и  $2 \cdot 10^{-8}$  м. Во сколько раз различаются угловые скорости электрона на этих орбитах?

Дано:	Решение:
$r_1 = 0,5 \cdot 10^{-8}$ м $r_2 = 2 \cdot 10^{-8}$ м	На электрон в атоме водорода действует кулоновская сила взаимодействия между электроном и ядром атома
$\frac{\omega_1}{\omega_2} = ?$	$F_k = \frac{q_{\text{я}}  e }{4\pi\epsilon_0 r^2}.$

Здесь  $q_{\text{я}}$  – заряд ядра;  $e$  – заряд электрона. Сила Кулона придает электрону центростремительное ускорение

$$F = ma_{\text{ц}},$$

где

$$a_{\text{ц}} = \omega^2 r.$$

Тогда

$$\frac{q_{\text{я}} |e|}{4\pi\epsilon_0 r^2} = m\omega^2 r.$$

Запишем это соотношение для двух орбит электрона:

$$\frac{q_{\text{я}} |e|}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} = m\omega_1^2 r_1; \tag{1}$$

$$\frac{q_{\text{я}} |e|}{4\pi\epsilon_0 r_2^2} = m\omega_2^2 r_2 \tag{2}$$

Разделив уравнение (1) на (2), получим

$$\frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{\omega_1^2 \cdot r_1}{\omega_2^2 \cdot r_2},$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \sqrt{\frac{r_2^2}{r_1^2} \cdot \frac{r_2}{r_1}} = \sqrt{\frac{r_2^3}{r_1^3}} = \sqrt{\frac{(2 \cdot 10^{-8})^3}{(0,5 \cdot 10^{-8})^3}} = 8.$$

**Ответ:**  $\omega_1/\omega_2 = 8$ .



**3.8.** Электрон, летевший со скоростью  $2 \cdot 10^6$  м/с, налетел на атом, который до этого покоился в состоянии с энергией 4 эВ. После соударения электрон отскочил, приобретя дополнительную энергию. Найти импульс электрона после столкновения.

Дано:	Решение:
$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг	До столкновения с атомом электрон имел кинетическую энергию
$v_1 = 2 \cdot 10^6$ м/с	
$E_1 = 4$ эВ	
$p = ?$	$E_{к1} = \frac{mv_1^2}{2}.$

При соударении покоившийся атом отдал электрону часть своей энергии, перейдя в состояние с энергией  $E_2 = -6,8$  эВ. Следовательно, атом отдал электрону часть своей энергии:

$$\begin{aligned} \Delta E &= E_1 - E_2 = 4 \text{ эВ} - (-6,8) \text{ эВ} = 10,8 \text{ эВ} = \\ &= 10,8 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 1,728 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}. \end{aligned}$$

Теперь кинетическая энергия электрона

$$E_{к2} = \frac{mv_2^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \Delta E,$$

откуда скорость электрона после столкновения

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + \frac{2\Delta E}{m}}$$

Новый импульс электрона

$$p = mv_2 = m \sqrt{v_1^2 + \frac{2\Delta E}{m}} = \sqrt{m(mv_1^2 + 2\Delta E)}.$$

Подставим данные, произведем вычисления и получим

$$p = 2 \cdot 10^{-24} \text{ кг}\cdot\text{м/с}.$$

**Ответ:**  $p = 2 \cdot 10^{-24}$  кг·м/с.

**3.9.** На дифракционную решетку падает нормально пучок света от газоразрядной трубки, наполненной атомарным водородом. Постоянная решетки  $5 \cdot 10^{-4}$  см. С какой орбиты должен перейти электрон на вторую орбиту, чтобы спектральную линию в спектре пятого порядка можно было наблюдать под углом  $41^\circ$ ? Постоянную Ридберга принять равной  $1,1 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ .

**Дано:**

$$d = 5 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$m = 2$$

$$k = 5$$

$$\varphi = 41^\circ$$

$$R' = 1,1 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$$

$$n = ?$$

**Решение:**

Орбиту, с которой электрон должен перейти на вторую, можно определить из обобщенной формулы Бальмера

$$\frac{1}{\lambda} = R' \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right).$$

Выразим отсюда номер орбиты  $n$ , на которую должен перейти электрон:

$$n = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{m^2} - \frac{1}{R'\lambda}}}.$$

Из полученной формулы видно, что для определения  $n$  необходимо сначала найти длину волны  $\lambda$ . Она находится из условия максимума на дифракционной решетке

$$d \sin \varphi = k\lambda, \text{ отсюда } \lambda = \frac{d \sin \varphi}{k}.$$

Тогда

$$n = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{m^2} - \frac{k}{R'd \sin \varphi}}}.$$

$$n = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{4} - \frac{5}{1,1 \cdot 10^7 \cdot 5 \cdot 10^{-6} \cdot \sin 41}}} = 3$$

**Ответ:**  $n = 3$ .

### Задачи для самостоятельного решения

**3.10.** Какой процент от массы нейтрального атома урана  ${}_{92}^{238}\text{U}$  составляет масса его электронной оболочки? Относительную атомную массу урана принять равной его массовому числу.

**Ответ:**  $m_e = 0,02 \% m_A$ .

**3.11.** На какое наименьшее расстояние  $\alpha$ -частица, имеющая скорость  $v = 1,9 \cdot 10^7$  м/с, может приблизиться к неподвижному ядру золота, двигаясь по прямой, проходящей через центр ядра?

**Ответ:**  $r = 3,0 \cdot 10^{-14}$  м.

**3.12.** Определите частоту обращения электрона вокруг ядра атома водорода при движении по второй боровской орбите.

**Ответ:**  $\nu = 8 \cdot 10^{14}$  Гц.

**3.13.** Во сколько раз отличаются напряженности  $E$  электрического поля на второй и третьей боровской орбитах атома водорода? Найдите эти напряженности.

**Ответ:**  $E_2/E_3 = 5$ ;  $E_2 = 10,4 \cdot 10^{10}$  В/м;  $E_3 = 2,1 \cdot 10^{10}$  В/м.

**3.14.** Определите силу тока, обусловленную движением электрона по первой боровской орбите атома водорода.

**Ответ:**  $I = 1,05 \cdot 10^{-3}$  А.

**3.15.** Зная постоянную Ридберга  $R' = 1,097 \cdot 10^7$  м<sup>-1</sup>, подсчитайте максимальную энергию (в эВ), которую может иметь фотон, излучаемый атомом водорода.

**Ответ:**  $E = 13,56$  эВ.

**3.16.** Вычислите энергию (в эВ), необходимую для возбуждения атома водорода.

**Ответ:**  $E = 10,2$  эВ.

**3.17.** Найдите энергии (в эВ), соответствующие первым трем линиям серии Бальмера атома водорода.

**Ответ:**  $E_{B1} = 1,88$  эВ;  $E_{B2} = 2,54$  эВ;  $E_{B3} = 2,85$  эВ.

**3.18.** \*Атом водорода, находящийся в основном состоянии, переводят в возбужденное состояние. При переходе из возбужденного со-

стояния в основное в спектре атома последовательно наблюдают два кванта с длинами волн  $\lambda_1 = 1876$  нм и  $\lambda_2 = 103$  нм. На каком энергетическом уровне находился атом в возбужденном состоянии?

**Ответ:**  $n = 4$ .

**3.19.** \*Протон, движущийся со скоростью  $v_0 = 4,6 \cdot 10^4$  м/с сталкивается с неподвижным свободным атомом гелия. После удара протон отскакивает назад со скоростью  $v = 0,5 v_0$ , а атом переходит в возбужденное состояние. Вычислите длину волны света, который излучает атом гелия, возвращаясь в первоначальное состояние.

**Ответ:**  $\lambda = 5,995 \cdot 10^{-7}$  м.

**3.20.** \*Фотон с длиной волны  $\lambda = 800$  Å выбивает электрон из атома водорода, находящегося в основном состоянии. Вдали от атома электрон влетает в однородное электрическое поле, вектор напряженности которого  $E = 100$  В/м совпадает с вектором скорости электрона. На какое максимальное расстояние (в см) от границы поля может удалиться электрон?

**Ответ:**  $r = 1,9$  см.

**3.21.** На какое минимальное расстояние может приблизиться  $\alpha$ -частица к неподвижному ядру олова, если на удалении от ядра ее скорость  $10^9$  см/с?

**Ответ:**  $r = 6,9 \cdot 10^{-14}$  м.

**3.22.** Определить длину световой волны, испускаемой атомом водорода при переходе электрона из состояния с энергией  $E_4 = -0,85$  эВ в состояние с энергией  $E_2 = -3,4$  эВ.

**Ответ:**  $\lambda = 4,9 \cdot 10^{-7}$  м.

# 4. ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

## 4.1. СТРОЕНИЕ И ВАЖНЕЙШИЕ СВОЙСТВА ЯДЕР

### 4.1.1. Заряд, масса, размер и состав атомного ядра

Исследуя прохождение  $\alpha$ -частицы через тонкую золотую фольгу, Э. Резерфорд пришел к выводу о том, что атом состоит из тяжелого положительно заряженного ядра и окружающих его электронов.

**Ядром** называется центральная часть атома, в которой сосредоточены практически вся масса атома и его положительный заряд.

**В состав атомного ядра входят элементарные частицы: протоны и нейтроны (нуклоны** от лат. *nucleus* – ядро). Такая протонно-нейтронная модель ядра была предложена советским физиком Д.Д. Иваненко в 1932 г. Протон имеет положительный заряд  $e^+ = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл и массу покоя  $m_p = 1,673 \cdot 10^{-27}$  кг =  $1836m_e$ . Нейтрон ( $n$ ) – нейтральная частица с массой покоя  $m_n = 1,675 \cdot 10^{-27}$  кг =  $1839m_e$  (где масса электрона  $m_e$  равна  $0,91 \cdot 10^{-31}$  кг). На рис. 4.1.1 приведена структура атома гелия по представлениям конца XX – начала XXI вв.

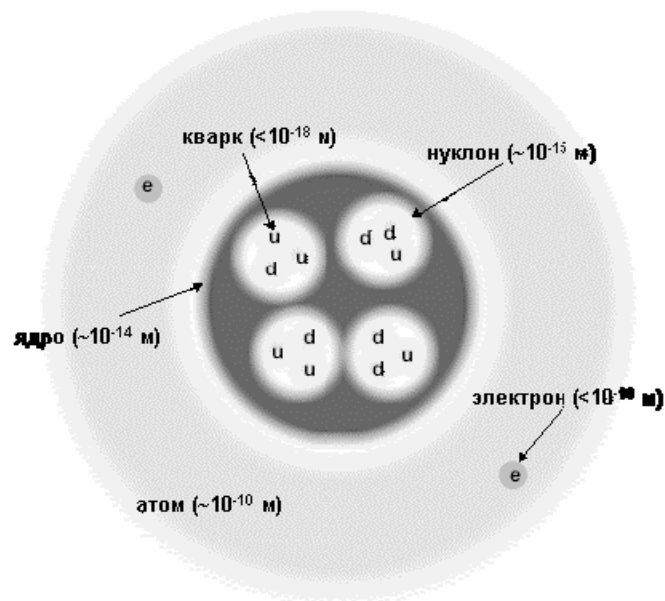


Рис. 4.1.1

**Заряд ядра** равен  $Ze$ , где  $e$  – заряд протона;  $Z$  – **зарядовое число**, равное **порядковому номеру** химического элемента в Периодической

системе элементов Д.И. Менделеева, т. е. числу протонов в ядре. Число нейтронов в ядре обозначается  $N$ . Как правило,  $Z > N$ .

В настоящее время известны ядра от  $Z=1$  до  $Z=107\dots 118$ .

Число нуклонов в ядре  $A=Z+N$  называется **массовым числом**. Ядра с одинаковым  $Z$ , но различными  $A$  называются *изотопами*. Ядра, которые при одинаковом  $A$  имеют разные  $Z$ , называются *изобарами*.

Ядро обозначается тем же символом, что и нейтральный атом  ${}^A_ZX$ , где  $X$  – символ химического элемента. Например: водород  $Z=1$  имеет три изотопа:  ${}^1_1\text{H}$  – протий ( $Z=1, N=0$ ),  ${}^2_1\text{H}$  – дейтерий ( $Z=1, N=1$ ),  ${}^3_1\text{H}$  – тритий ( $Z=1, N=2$ ); олово имеет 10 изотопов и т. д. В подавляющем большинстве изотопы одного химического элемента обладают одинаковыми химическими и близкими физическими свойствами. Всего известно около 300 устойчивых изотопов и более 2000 естественных и искусственно полученных *радиоактивных изотопов*.

Размер ядра характеризуется радиусом ядра, имеющим условный смысл ввиду размытости границы ядра. Еще Э. Резерфорд, анализируя свои опыты, показал, что размер ядра примерно равен  $10^{-15}$  м (размер атома равен  $10^{-10}$  м). Существует эмпирическая формула для расчета радиуса ядра:

$$R = R_0 A^{1/3},$$

где  $R_0 = (1,3\dots 1,7) \cdot 10^{-15}$  м. Отсюда видно, что объем ядра пропорционален числу нуклонов.

Плотность ядерного вещества составляет по порядку величины  $10^{17}$  кг/м<sup>3</sup> и постоянна для всех ядер. Она значительно превосходит плотности самых плотных обычных веществ.

Протоны и нейтроны являются *фермионами*, т. к. имеют спин  $\hbar/2$ .

Ядро атома имеет *собственный момент импульса* – **спин ядра**:

$$L_{\text{яд}} = \hbar \sqrt{I(I+1)},$$

где  $I$  – *внутреннее (полное) спиновое квантовое число*.

Число  $I$  принимает целочисленные или полуцелые значения 0, 1/2, 1, 3/2, 2 и т. д. Ядра с *четными*  $A$  имеют *целочисленный спин* (в единицах  $\hbar$ ) и подчиняются статистике *Бозе – Эйнштейна* (*бозоны*). Ядра с *нечетными*  $A$  имеют *полуцелый спин* (в единицах  $\hbar$ ) и подчиняются статистике *Ферми – Дирака* (т. е. ядра – *фермионы*).

Ядерные частицы имеют собственные магнитные моменты, которыми определяется магнитный момент ядра  $P_{\text{яд}}$  в целом. Единицей измерения магнитных моментов ядер служит **ядерный магнетон**  $\mu_{\text{яд}}$ :

$$\mu_{\text{яд}} = \frac{e\hbar}{2m_p}.$$

Здесь  $e$  – абсолютная величина заряда электрона;  $m_p$  – масса протона.

Ядерный магнетон в  $m_p/m_e = 1836,5$  раз меньше магнетона Бора; отсюда следует, что **магнитные свойства атомов определяются магнитными свойствами его электронов.**

Между спином ядра  $L_{\text{яд}}$  и его магнитным моментом имеется соотношение

$$P_{m_{\text{яд}}} = \gamma_{\text{яд}} L_{\text{яд}},$$

где  $\gamma_{\text{яд}}$  – *ядерное гиромагнитное отношение.*

Нейтрон имеет отрицательный магнитный момент  $\mu_n \approx -1,913\mu_{\text{яд}}$ , т. к. направление спина нейтрона и его магнитного момента противоположны. Магнитный момент протона положителен и равен  $\mu_p \approx 2,793\mu_{\text{яд}}$ . Его направление совпадает с направлением спина протона.

Распределение электрического заряда протонов по ядру в общем случае несимметрично. Мерой отклонения этого распределения от сферически симметричного является **квадрупольный электрический момент ядра  $Q$** . Если плотность заряда считается везде одинаковой, то  $Q$  определяется только формой ядра. Так, для эллипсоида вращения

$$Q = \frac{2}{5} Z_e (b^2 - a^2),$$

где  $b$  – полуось эллипсоида вдоль направления спина;  $a$  – полуось в перпендикулярном направлении. Для ядра, вытянутого вдоль направления спина,  $b > a$  и  $Q > 0$ . Для ядра, сплюсненного в этом направлении,  $b < a$  и  $Q < 0$ . Для сферического распределения заряда в ядре  $b = a$  и  $Q = 0$ . Это справедливо для ядер со спином, равным 0 или  $\hbar/2$ .

#### 4.1.2. Энергия связи ядер. Дефект массы

Нуклоны в ядрах находятся в состояниях, существенно отличающихся от их свободных состояний. За исключением ядра обычного водорода, *во всех ядрах* имеется не менее двух нуклонов, между которыми существует особое **ядерное сильное взаимодействие** – притяжение, обеспечивающее устойчивость ядер, несмотря на отталкивание одноименно заряженных протонов.

- **Энергией связи нуклона в ядре** называется физическая величина, равная той работе, которую нужно совершить для удаления нуклона из ядра без сообщения ему кинетической энергии.
- **Энергия связи ядра** определяется величиной той работы, которую нужно совершить, чтобы расщепить ядро на составляющие его нуклоны без придания им кинетической энергии.

Из закона сохранения энергии следует, что при образовании ядра должна выделяться такая энергия, которую нужно затратить при расщеплении ядра на составляющие его нуклоны. Энергия связи ядра является разностью между энергией всех свободных нуклонов, составляющих ядро, и их энергией в ядре.

При образовании ядра происходит уменьшение его массы: масса ядра меньше, чем сумма масс составляющих его нуклонов. Уменьшение массы ядра при его образовании объясняется выделением энергии связи. Если  $E_{\text{св}}$  – величина энергии, выделяющейся при образовании ядра, то соответствующая ей масса

$$\Delta m = \frac{E_{\text{св}}}{c^2}$$

называется **дефектом массы** и характеризует уменьшение суммарной массы при образовании ядра из составляющих его нуклонов.

Если ядро массой  $M_{\text{яд}}$  образовано из  $Z$  протонов с массой  $m_p$  и из  $(A - Z)$  нейтронов с массой  $m_n$ , то

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - M_{\text{яд}}.$$

Вместо массы ядра  $M_{\text{яд}}$  величину  $\Delta m$  можно выразить через атомную массу  $M_{\text{ат}}$ :

$$\Delta m = Zm_{\text{H}} + (A - Z)m_n - M_{\text{ат}},$$

где  $m_{\text{H}}$  – масса водородного атома. При практическом вычислении  $\Delta m$  массы всех частиц и атомов выражаются в **атомных единицах массы** (а. е. м.). Одной атомной единице массы соответствует атомная единица энергии (а. е. э.): 1 а. е. э. = 931,5016 МэВ.

Дефект массы служит мерой энергии связи ядра:

$$E_{\text{св}} = \Delta mc^2 = [Zm_p + (A - Z)m_n - M_{\text{яд}}] \cdot c^2.$$

**Удельной энергией связи ядра**  $w_{\text{св}}$  называется энергия связи, приходящаяся на один нуклон:

$$w_{\text{св}} = \frac{E_{\text{св}}}{A}.$$

Величина  $w_{\text{св}}$  составляет в среднем 8 МэВ/нуклон. На рис. 4.1.2 приведена кривая зависимости удельной энергии связи от массового числа  $A$ , характеризующая различную прочность связей нуклонов в ядрах разных химических элементов. Ядра элементов в средней части Периодической системы ( $28 < A < 138$ ), т. е. от  ${}_{14}^8\text{Si}$  до  ${}_{50}^{38}\text{Ba}$ , наиболее прочны.

В этих ядрах  $w_{\text{св}}$  близка к 8,7 МэВ/нуклон. По мере увеличения числа нуклонов в ядре удельная энергия связи убывает. Ядра атомов



химических элементов, расположенных в конце Периодической системы (например, ядро урана), имеют  $w_{св} \approx 7,6$  МэВ/нуклон. Это объясняет возможность выделения энергии при делении тяжелых ядер.

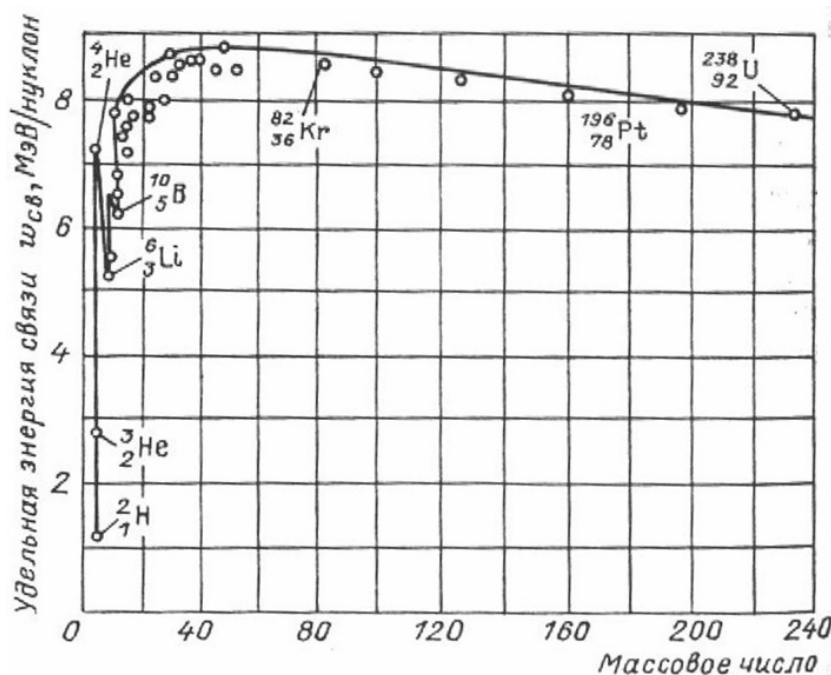


Рис. 4.1.2

В области малых массовых чисел имеются острые «пики» удельной энергии связи. Максимумы характерны для ядер с четными числами протонов и нейтронов ( $^4_2\text{He}$ ,  $^{12}_6\text{C}$ ,  $^{16}_8\text{O}$ ), минимумы — для ядер с нечетными количествами протонов и нейтронов ( $^6_3\text{Li}$ ,  $^{10}_5\text{B}$ ,  $^{14}_7\text{N}$ ).

Если ядро имеет наименьшую возможную энергию  $E_{\min} = -E_{св}$ , то оно находится **в основном энергетическом состоянии**. Если ядро имеет энергию  $E > E_{\min}$ , оно **в возбужденном энергетическом состоянии**. Случай  $E = 0$  соответствует расщеплению ядра на составляющие его нуклоны. В отличие от энергетических уровней атома, раздвинутых на единицы электронвольт, энергетические уровни ядра отстоят друг от друга на мегаэлектронвольт (МэВ). Этим объясняется происхождение и свойства гамма-излучения.

*Критерием устойчивости атомных ядер* является соотношение между числом протонов и нейтронов *в устойчивом ядре* для данных изобар ( $A = \text{const}$ ). Условие минимума энергии ядра приводит к следующему соотношению между  $Z_{уст}$  и  $A$ :

$$Z_{уст} = \frac{A}{1,98 + 0,015A^{2/3}}.$$

Берется ближайшее целое число  $Z_{уст}$ .

При малых и средних значениях  $A$  числа нейтронов и протонов в устойчивых ядрах примерно одинаковы:  $Z \approx A - Z$ .

С ростом  $Z$  силы кулоновского отталкивания протонов растут пропорционально  $Z \cdot (Z - 1) \sim Z^2$  (*парное взаимодействие протонов*), и для компенсации этого отталкивания ядерным притяжением число нейтронов должно возрастать быстрее числа протонов.

### 4.1.3. Ядерные силы

Ядерное взаимодействие свидетельствует о том, что в ядрах существуют особые **ядерные силы**, не сводящиеся ни к одному из типов сил, известных в классической физике (гравитационных и электромагнитных).

**Ядерные силы** являются короткодействующими силами. Они проявляются лишь на весьма малых расстояниях между нуклонами в ядре порядка  $10^{-15}$  м. Расстояние  $(1,5 \dots 2,2) \cdot 10^{-15}$  м называется *радиусом действия ядерных сил*.

Ядерные силы обнаруживают **зарядовую независимость**: притяжение между двумя нуклонами одинаково независимо от зарядового состояния нуклонов – протонного или нейтронного. Зарядовая независимость ядерных сил видна из сравнения энергий связи **зеркальных ядер**. Так называются ядра, в которых одинаково общее число нуклонов, но число протонов в одном равно числу нейтронов в другом. Например, ядра гелия  ${}^3_2\text{He}$  и тяжелого водорода – трития  ${}^3_1\text{T}$ . Энергии связи этих ядер составляют 7,72 и 8,49 МэВ.

Разность энергий связи ядер, равная 0,77 МэВ, соответствует энергии кулоновского отталкивания двух протонов в ядре  ${}^3_2\text{He}$ . Полагая эту величину равной  $\frac{e}{4\pi\epsilon_0 r}$ , можно найти, что среднее расстояние  $r$  между протонами в ядре  ${}^3_2\text{He}$  равно  $1,9 \cdot 10^{-15}$  м, что согласуется с величиной радиуса ядерных сил.

Ядерные силы обладают **свойством насыщения**, которое проявляется в том, что нуклон в ядре взаимодействует лишь с ограниченным числом ближайших к нему соседних нуклонов. Именно поэтому наблюдается линейная зависимость энергий связи ядер от их массовых чисел  $A$ . Практически полное насыщение ядерных сил достигается у  $\alpha$ -частицы, которая является очень устойчивым образованием.

Ядерные силы зависят от **ориентации спинов** взаимодействующих нуклонов. Это подтверждается различным характером рассеяния нейтронов молекулами орто- и параводорода. В молекуле ортоводорода

спины обоих протонов параллельны друг другу, а в молекуле параводорода они антипараллельны. Опыты показали, что рассеяние нейтронов на параводороде в 30 раз превышает рассеяние на ортоводороде. Ядерные силы не являются центральными.

Итак, перечислим *общие свойства ядерных сил*:

- малый радиус действия ядерных сил ( $R \sim 1$  Фм);
- большая величина ядерного потенциала ( $U \sim 50$  МэВ);
- зависимость ядерных сил от спинов взаимодействующих частиц;
- тензорный характер взаимодействия нуклонов;
- ядерные силы зависят от взаимной ориентации спинового и орбитального моментов нуклона (спин-орбитальные силы);
- ядерное взаимодействие обладает свойством насыщения;
- зарядовая независимость ядерных сил;
- обменный характер ядерного взаимодействия;
- притяжение между нуклонами на больших расстояниях ( $r > 1$  Фм) сменяется отталкиванием на малых ( $r < 0,5$  Фм).

*Взаимодействие между нуклонами возникает в результате испускания и поглощения квантов ядерного поля –  $\pi$ -мезонов.* Они определяют ядерное поле по аналогии с электромагнитным полем, которое возникает как следствие обмена фотонами.

#### 4.1.4. Радиоактивность

*Радиоактивность – превращение неустойчивых изотопов одного химического элемента в изотопы другого элемента, сопровождающееся испусканием некоторых частиц.*

*Естественной радиоактивностью называется радиоактивность, наблюдающаяся у существующих в природе неустойчивых изотопов.*

*Искусственной радиоактивностью называется радиоактивность изотопов, полученных в результате ядерных реакций.*

На рис. 4.1.3 показан классический опыт, позволивший обнаружить сложный состав радиоактивного излучения.

Радиоактивный препарат помещался на дно узкого канала в свинцовом контейнере. Против канала помещалась фотопластинка. На выходящее из канала излучение действовало сильное магнитное поле, перпендикулярное к лучу. Вся установка размещалась в вакууме.

Обычно все типы радиоактивности сопровождаются испусканием *гамма-излучения – жесткого, коротковолнового электромагнитного излучения.* Гамма-излучение является основной формой уменьшения энергии возбужденных продуктов радиоактивных превращений. Ядро, испытывающее радиоактивный распад, называется *материнским*; возникающее дочернее ядро, как правило, оказывается возбуж-

денным, и его переход в основное состояние сопровождается испусканием  $\gamma$ -фотона.

В табл. 2 приведены основные типы радиоактивности.

Таблица 2

Тип радиоактивности	Изменение заряда ядра $Z$	Изменение массового числа $A$	Характер процесса
$\alpha$ -распад	$Z - 2$	$A - 4$	Вылет $\alpha$ -частицы – системы двух протонов и двух нейтронов, соединенных воедино
$\beta$ -распад	$Z \pm 1$	$A$	Взаимные превращения в ядре нейтрона ( ${}^1_0n$ ) и протона ( ${}^1_1p$ )
$\beta_-$ -распад	$Z + 1$	$A$	${}^1_0n \rightarrow {}^1_1p + ({}^0_{-1}e + {}^0_0\tilde{\nu}_e)$
$\beta_+$ -распад	$Z - 1$	$A$	${}^1_1p \rightarrow {}^1_0n + ({}^0_1e + {}^0_0\nu_e)$
Электронный захват ( $e^-$ или $K$ -захват)	$Z - 1$	$A$	${}^1_1p \rightarrow {}^1_0n + ({}^0_1e + {}^0_0\nu_e)$ ${}^0_0\nu_e$ и ${}^0_0\tilde{\nu}_e$ – электронное нейтрино и антинейтрино
Спонтанное деление	$Z - (1/2)A$	$A - (1/2)A$	Деление ядра обычно на два осколка, имеющих приблизительно равные массы и заряды

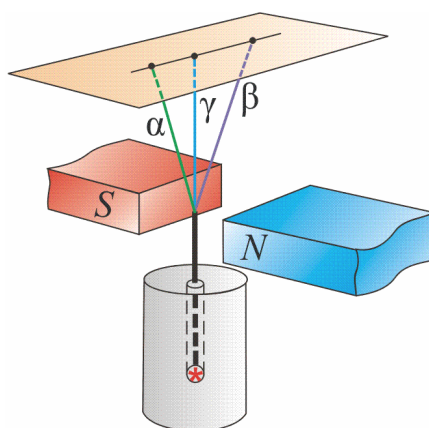


Рис. 4.1.3

Самопроизвольный распад атомных ядер подчиняется **закону радиоактивного распада**

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где  $N_0$  – количество ядер в данном объеме вещества в начальный момент времени  $t = 0$ ;  $N$  – число ядер в том же объеме к моменту времени  $t$ ;

$\lambda$  – **постоянная распада**, имеющая смысл вероятности распада ядра за 1 секунду и равная доле ядер, распадающихся за единицу времени (рис. 4.1.4).

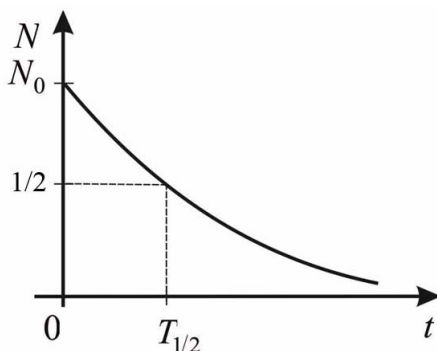


Рис. 4.1.4

Закон самопроизвольного радиоактивного распада основывается на двух предположениях:

- *постоянная распада не зависит от внешних условий;*
- *число ядер, распадающихся за время  $dt$ , пропорционально начальному количеству ядер. Эти предположения означают, что радиоактивный распад является статистическим процессом и распад данного ядра – это случайное событие, имеющее определенную вероятность.*

Величина  $1/\lambda$  равна **средней продолжительности жизни** (среднее время жизни) радиоактивного изотопа. Действительно, суммарная продолжительность жизни  $dN$  ядер равна  $t |dN| = t\lambda N dt$ . Средняя продолжительность жизни ( $\tau$ ) всех первоначально существовавших ядер

$$\tau = \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} \lambda N t dt = \lambda \int_0^{\infty} t e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}.$$

Характеристикой устойчивости ядер относительно распада служит **период полураспада**  $T_{1/2}$ . Так называется *время, в течение которого первоначальное количество ядер данного радиоактивного вещества уменьшается наполовину* (рис. 3.4.4). Связь  $\lambda$  и  $T_{1/2}$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda} = 0,693\tau.$$

Естественная радиоактивность наблюдается у ядер атомов химических элементов, расположенных за свинцом в Периодической системе химических элементов Д.И. Менделеева. Естественная радиоактивность легких и средних ядер наблюдается лишь у ядер  ${}_{19}^{40}\text{K}$ ,  ${}_{37}^{87}\text{Rb}$ ,  ${}_{49}^{115}\text{In}$ ,  ${}_{57}^{138}\text{La}$ ,  ${}_{62}^{147}\text{Sm}$ ,  ${}_{71}^{175}\text{Lu}$ ,  ${}_{75}^{187}\text{Re}$ .

При радиоактивном распаде ядер выполняется закон сохранения электрического заряда

$$Z_{\text{яд}}e = \sum_i Z_i e,$$

где  $Z_{\text{яд}}e$  – заряд материнского ядра;  $Z_i e$  – заряды ядер и частиц, возникших в результате радиоактивного распада. Этот закон применяется при исследовании всех ядерных реакций.

**Правило сохранения массовых чисел** при явлениях естественной радиоактивности

$$A_{\text{яд}} = \sum A_i,$$

где  $A_{\text{яд}}$  – массовое число материнского ядра;  $A_i$  – массовые числа ядер или частиц, получившихся в результате радиоактивного распада.

**Правила смещения (правила Фаянса и Содди)** при радиоактивных распадах:

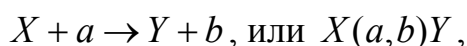


Здесь  ${}_Z^A X$  – материнское ядро;  $Y$  – символ дочернего ядра;  ${}_2^4 \text{He}$  – ядро гелия;  ${}_{-1}^0 e$  – символическое обозначение электрона, для которого  $A=0$  и  $Z=-1$ .

Естественно-радиоактивные ядра образуют *три радиоактивных семейства*, называемых семейством урана ( ${}_{92}^{238} \text{U}$ ), семейством тория ( ${}_{90}^{232} \text{Th}$ ) и семейством актиния ( ${}_{89}^{235} \text{Ac}$ ). Свои названия они получили по «родоначальнику» – долгоживущему изотопу с наибольшим периодом полураспада. Все семейства после цепочки  $\alpha$ - и  $\beta$ -распадов заканчиваются на устойчивых ядрах изотопов свинца –  ${}_{82}^{206} \text{Pb}$ ,  ${}_{82}^{208} \text{Pb}$  и  ${}_{82}^{207} \text{Pb}$ . Семейство нептуния, начинающееся от трансуранового элемента нептуния  ${}_{93}^{237} \text{Np}$ , получено искусственным путем и заканчивается на  ${}_{83}^{200} \text{Bi}$ .

#### 4.1.5. Ядерные реакции и их основные типы

**Ядерная реакция** – это превращение атомных ядер при взаимодействии с элементарными частицами (в т. ч. и с  $\gamma$ -квантами) или друг с другом. Наиболее распространенным видом ядерной реакции является реакция, записываемая символически следующим образом:



где  $X$  и  $Y$  – исходные и конечные ядра;  $a$  и  $b$  – бомбардирующая и испускаемая (или испускаемые) в ядерной реакции частицы.

В ядерной физике эффективность взаимодействия характеризуют **эффективным сечением**  $\sigma$ . С каждым видом взаимодействия частицы с ядром связывают свое эффективное сечение: **эффективное сечение рассеяния**; **эффективное сечение поглощения**.

Эффективное сечение ядерной реакции  $\sigma$  находится по формуле

$$\sigma = dN / (nNdx),$$

где  $N$  – число частиц, падающих за единицу времени на единицу площади поперечного сечения вещества, имеющего в единице объема  $n$  ядер;  $dN$  – число этих частиц, вступающих в реакцию в слое толщиной  $dx$ . Эффективное сечение  $\sigma$  имеет размерность площади и характеризует вероятность того, что при падении пучка частиц на вещество произойдет реакция.

Единица измерения эффективного сечения ядерных процессов – **барн** ( $1 \text{ барн} = 10^{-28} \text{ м}^2$ ).

В любой ядерной реакции **выполняются законы сохранения электрических зарядов и массовых чисел**: сумма зарядов (и сумма массовых чисел) ядер и частиц, вступающих в реакцию, равна сумме зарядов (и сумме массовых чисел) конечных продуктов (ядер и частиц) реакции. Выполняются также **законы сохранения энергии, импульса и момента импульса**.

В отличие от радиоактивного распада, который всегда протекает с выделением энергии, ядерные реакции могут быть как **экзотермическими** (с выделением энергии), так и **эндотермическими** (с поглощением энергии).

Важнейшую роль в объяснении механизма многих ядерных реакций сыграло предположение Н. Бора (1936) о том, что **ядерные реакции протекают в две стадии по следующей схеме**:



**Первая стадия** – это захват ядром  $X$  частицы  $a$ , приблизившейся к нему на расстояние действия ядерных сил (примерно  $2 \cdot 10^{-15} \text{ м}$ ), и образование промежуточного ядра  $C$ , называемого составным (или компаунд-ядром). Энергия влетевшей в ядро частицы быстро распределяется между нуклонами составного ядра, в результате чего оно оказывается в возбужденном состоянии. При столкновении нуклонов составного ядра один из нуклонов (или их комбинация, например дейтрон) или  $\alpha$ -частица могут получить энергию, достаточную для вылета из ядра. В результате наступает **вторая стадия ядерной реакции** – распад составного ядра на ядро  $Y$  и частицу  $b$ .

В ядерной физике вводится **характерное ядерное время** – время, необходимое для пролета частицей расстояния порядка величины, равной диаметру ядра ( $d \approx 10^{-15} \text{ м}$ ).

**Ядерные реакции классифицируются по следующим признакам:**

- *по роду участвующих в них частиц* – реакции под действием нейтронов; реакции под действием заряженных частиц (например, протонов, дейтронов,  $\alpha$ -частиц); реакции под действием  $\gamma$ -квантов;
- *по энергии вызывающих их частиц* – реакции при малых энергиях (порядка электронвольт), происходящие в основном с участием нейтронов; реакции при средних энергиях (до нескольких МэВ), происходящие с участием  $\gamma$ -квантов и заряженных частиц (протоны,  $\alpha$ -частицы); реакции, происходящие при высоких энергиях (сотни и тысячи МэВ), приводящие к появлению отсутствующих в свободном состоянии элементарных частиц и имеющих большое значение для их изучения;
- *по роду участвующих в них ядер* – реакции на легких ядрах ( $A < 50$ ); реакции на средних ядрах ( $50 < A < 100$ ); реакции на тяжелых ядрах ( $A > 100$ );
- *по характеру происходящих ядерных превращений* – реакции с испусканием нейтронов; реакции с испусканием заряженных частиц; реакции захвата (в этих реакциях составное ядро не испускает никаких частиц, а переход в основное состояние происходит при испускании одного или нескольких  $\gamma$ -квантов).

#### 4.1.6. Деление ядер

Изучение взаимодействия нейтронов с веществом привело к открытию ядерных реакций нового типа. В 1939 г. О. Ган и Ф. Штрассман исследовали химические продукты, получающиеся при бомбардировке нейтронами ядер урана. Среди продуктов реакции был обнаружен барий – химический элемент с массой много меньше, чем масса урана. Задача была решена немецкими физиками Л. Мейтнером и О. Фришем, показавшими, что при поглощении нейтронов ураном происходит деление ядра на два осколка:



где  $k > 1$ .

При делении ядра урана тепловой нейтрон с энергией  $\sim 0,1$  эВ освобождает энергию  $\sim 200$  МэВ. Существенным моментом является то, что этот процесс сопровождается появлением нейтронов, способных вызывать деление других ядер урана, – **цепная реакция деления**. Таким образом, один нейтрон может дать начало разветвленной цепи делений ядер, причем число ядер, участвующих в реакции деления, будет экспо-



ненциально возрастать. Открылись перспективы использования цепной реакции деления *в двух направлениях*:

- *управляемая ядерная реакция деления* – создание атомных реакторов;
- *неуправляемая ядерная реакция деления* – создание ядерного оружия.

Следствием зависимости удельной энергии связи от  $A$  (рис. 3.4.2) является существование двух процессов – ***синтеза и деления ядер***. Рассмотрим взаимодействие электрона и протона. При образовании атома водорода высвобождается энергия 13,6 эВ, и масса атома водорода оказывается на 13,6 эВ меньше суммы масс свободного электрона и протона. Аналогично масса двух легких ядер превышает массу после их соединения на  $\Delta M$ . Если их соединить, то они сольются с выделением энергии  $\Delta Mc^2$ . Этот процесс называется ***синтезом ядер***. Разность масс может превышать 0,5 %.

Если расщепляется тяжелое ядро на два более легких ядра, то их масса будет меньше массы родительского ядра на 0,1 %. *У тяжелых ядер существует тенденция к делению на два более легких ядра с выделением энергии. Энергия атомной бомбы и ядерного реактора представляет собой энергию, высвобождающуюся при делении ядер. Энергия водородной бомбы* – это энергия, выделяющаяся при ядерном синтезе.

В среднем при делении урана высвобождается энергия 200 МэВ. Масса покоя ядра урана –  $2,2 \cdot 10^5$  МэВ. В энергию превращается около 0,1 % этой массы, что равно отношению 200 МэВ к величине  $2,2 \cdot 10^5$  МэВ.

*Оценка энергии, освобождающейся при делении, может быть получена из формулы Вайцеккера*

$$E_{\text{св}} = \alpha_1 A - \alpha_2 A^{2/3} - \alpha_3 Z^2 / A^{1/3} - \alpha_4 (A / 2 - Z)^2 / A + \alpha_5 A^{-3/4}.$$

При делении ядра на два осколка изменяются поверхностная энергия  $E_{\text{п}} = \alpha_2 A^{2/3}$  и кулоновская энергия  $E_{\text{к}} = \alpha_3 Z^2 / A^{1/3}$ , причем поверхностная энергия увеличивается, а кулоновская – уменьшается. Деление возможно в том случае, когда высвобождающаяся при делении энергия  $E > 0$ :

$$E \approx \alpha_3 \frac{Z_1^2}{A_1^{1/3}} 0,37 - \alpha_2 A_1^{2/3} 0,26 > 0.$$

Здесь  $A_1 = A/2$ ;  $Z_1 = Z/2$ . Отсюда получим, что деление энергетически выгодно, когда  $Z^2/A > 17$ . Величина  $Z^2/A$  называется ***параметром делимости***. Энергия  $E$ , освобождающаяся при делении, растет с увеличением  $Z^2/A$ .

В процессе деления ядро изменяет форму – последовательно проходит через следующие стадии (рис. 4.1.5): шар, эллипсоид, гантель, два грушевидных осколка, два сферических осколка.

Массы осколков, образующихся при делении тепловыми нейтронами, не равны. Ядро стремится разделиться таким образом, чтобы основная часть нуклонов осколка образовала устойчивый магический остов. На рис. 4.1.6 приведено распределение по массам при делении  $^{235}\text{U}$ . Наиболее вероятная комбинация массовых чисел – 95 и 139.

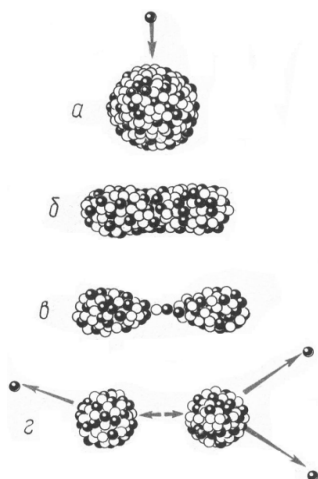


Рис. 4.1.5

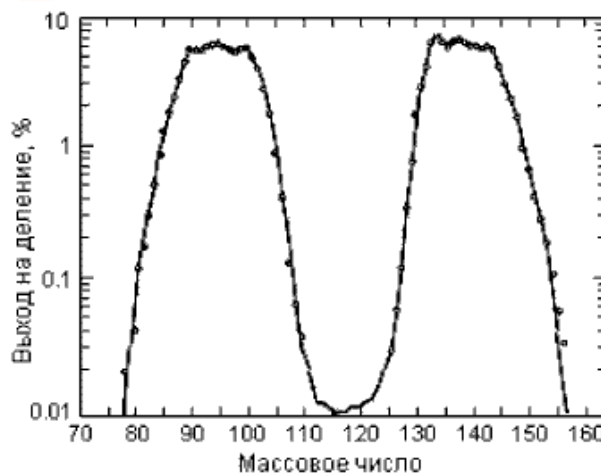


Рис. 4.1.6

Отношение числа нейтронов к числу протонов в ядре  $^{235}\text{U}$  равно 1,55, в то время как у стабильных элементов, имеющих массу, близкую к массе осколков деления, это отношение составляет 1,25...1,45. Следовательно, осколки деления сильно перегружены нейтронами и неустойчивы к  $\beta$ -распаду – радиоактивны.

В результате деления ядра высвобождается энергия  $\sim 200$  МэВ. Около 80 % ее приходится на энергию осколков. За один акт деления образуется более двух *нейтронов деления* со средней энергией  $\sim 2$  МэВ.

В 1 г любого вещества содержится  $mc^2 = 9 \cdot 10^{13}$  Дж. Деление 1 г урана сопровождается выделением  $\sim 9 \cdot 10^{10}$  Дж. Это почти в 3 млн раз превосходит энергию сжигания 1 г угля ( $2,9 \cdot 10^4$  Дж). Конечно, 1 г урана обходится значительно дороже 1 г угля, но стоимость 1 Дж энергии, полученной сжиганием угля, оказывается в 400 раз выше, чем в случае уранового топлива.

*Благодаря ценной реакции процесс деления ядер можно сделать самоподдерживающимся.* При каждом делении вылетают два или три нейтрона (рис. 4.1.7). Если одному из этих нейтронов удастся вызвать деление другого ядра урана, то процесс будет самоподдерживающимся.

Совокупность делящегося вещества, удовлетворяющая этому требованию, называется *критической сборкой*. Первая такая сборка, названная *ядерным реактором* (рис. 4.1.8), была построена в 1942 г. под руководством Энрико Ферми на территории Чикагского университета.

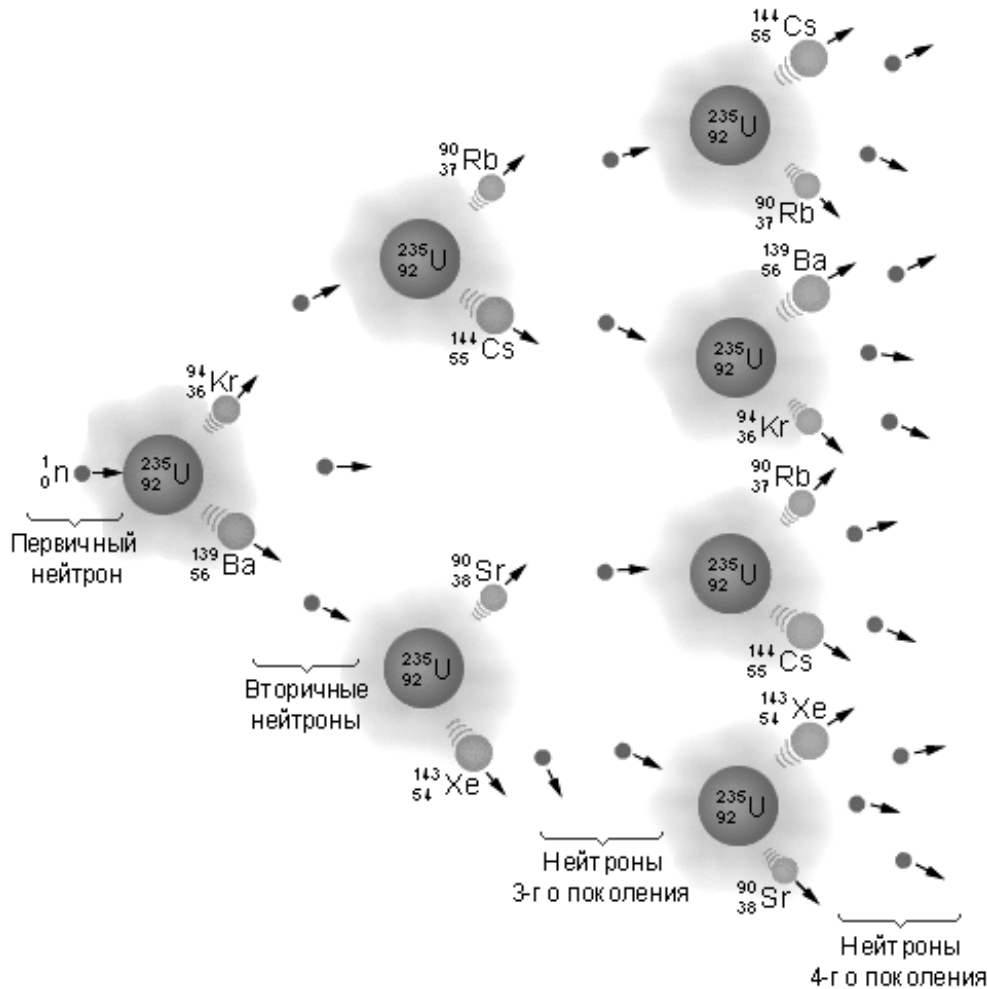


Рис. 4.1.7

В СССР первый ядерный реактор был запущен в 1946 г. под руководством И.В. Курчатова в Москве. Первая атомная электростанция мощностью 5 МВт была пущена в 1954 г. в г. Обнинске (рис. 4.1.9).

Массу  $^{235}\text{U}$  и  $^{239}\text{Pu}$  можно также сделать *надкритической*. В этом случае возникающие при делении нейтроны будут вызывать несколько вторичных делений. Поскольку нейтроны движутся со скоростями, превышающими  $10^8$  см/с, надкритическая сборка может полностью прореагировать (или разлететься) быстрее, чем за тысячную долю секунды. Такое устройство называется *атомной бомбой*. Ядерный заряд из плутония или урана переводят в надкритическое состояние обычно с помощью взрыва. Подкритическую массу окружают химической взрывчаткой. При ее взрыве плутониевая или урановая масса подвергается мгновенному сжатию. Поскольку плотность сферы при этом значительно возрастает, скорость поглощения нейтронов оказывается выше скорости потери нейтронов за счет их вылета наружу. В этом и заключается условие надкритичности.

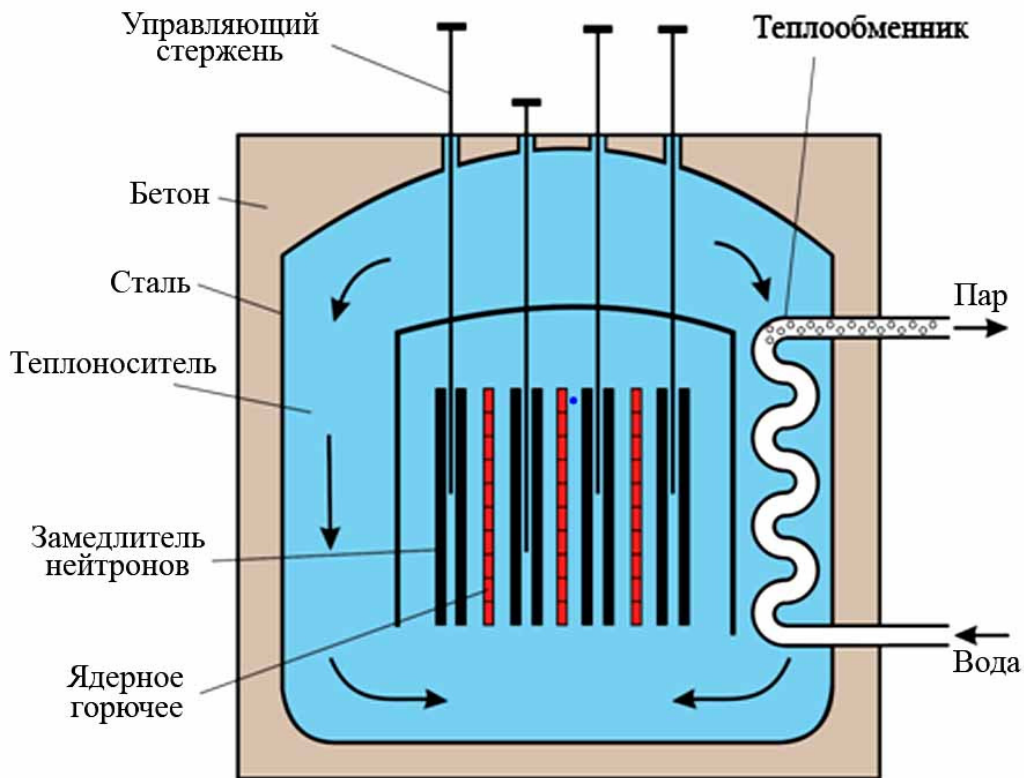


Рис. 4.1.8

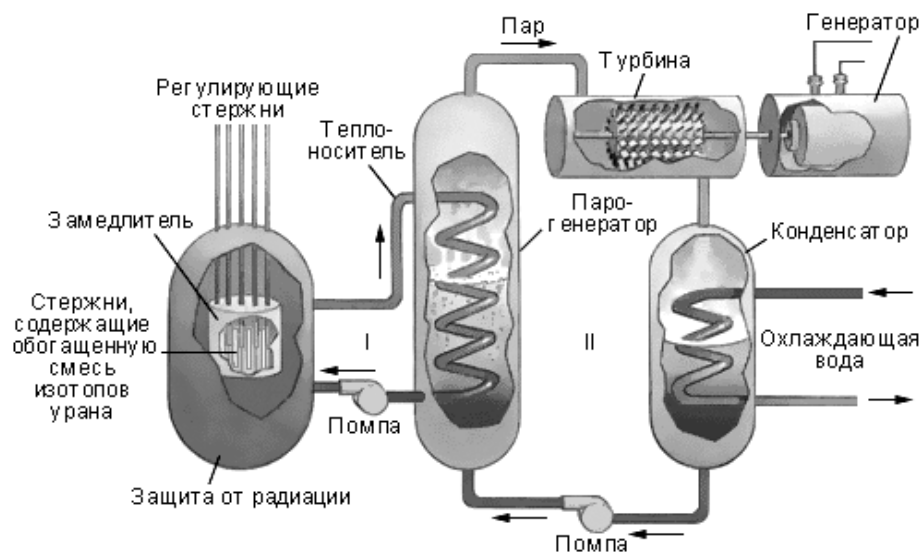


Рис. 4.1.9

На рис. 4.1.10 изображена схема атомной бомбы «Малыш», сброшенной на Хиросиму. Ядерной взрывчаткой в бомбе служил  $^{235}\text{U}$ , разделенный на две части, масса которых была меньше критической. Необходимая для взрыва критическая масса  $^{235}\text{U}$  создавалась в результате соединения обеих частей «методом пушки» с помощью обычной взрывчатки.

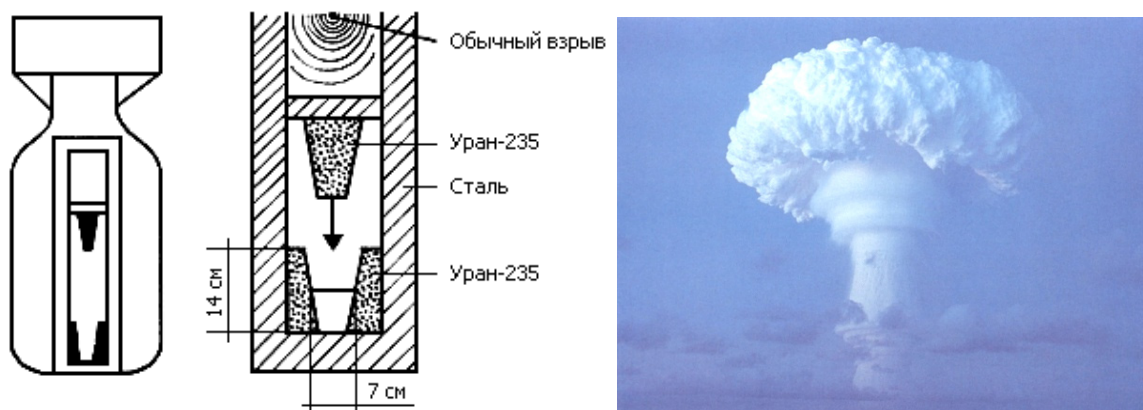


Рис. 4.1.10

При взрыве 1 т тринитротолуола (ТНТ) высвобождается  $10^9$  кал, или  $4 \cdot 10^9$  Дж. При взрыве атомной бомбы, расходующей 1 кг плутония  $^{235}\text{U}$ , высвобождается около  $8 \cdot 10^{13}$  Дж энергии. Это почти в 20 000 раз больше, чем при взрыве 1 т ТНТ. Такая бомба называется 20-килотонной бомбой. Современные бомбы мощностью в мегатонны в миллионы раз мощнее обычной ТНТ-взрывчатки.

Производство плутония основано на облучении  $^{238}\text{U}$  нейтронами, ведущем к образованию изотопа  $^{239}\text{U}$ , который в результате бета-распада превращается в  $^{239}\text{Np}$ , а затем, после еще одного бета-распада, в  $^{239}\text{Pu}$ . При поглощении нейтрона с малой энергией оба изотопа ( $^{235}\text{U}$  и  $^{239}\text{Pu}$ ) испытывают деление. Продукты деления характеризуются более сильной связью ( $\sim 1$  МэВ на нуклон), благодаря чему в результате деления высвобождается примерно 200 МэВ энергии.

Каждый грамм израсходованного плутония или урана порождает почти грамм радиоактивных продуктов деления, обладающих огромной радиоактивностью.

#### 4.1.7. Синтез ядер

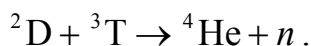
Масса, или энергия покоя, двух легких ядер оказывается больше, чем у суммарного ядра. Если легкие ядра привести в соприкосновение, то результирующее ядро имело бы меньшую массу и высвободилась бы энергия, равная разности масс. Если соединить два дейтрона и получить ядро гелия, масса которого меньше суммарной массы двух дейтронов на 24 МэВ, то высвободится энергия синтеза 24 МэВ. При объединении двух дейтронов с образованием гелия в энергию превращается 0,6 % их первоначальной массы покоя.

Процесс синтеза примерно в шесть раз эффективнее процесса деления урана. В воде озер и океанов имеются неограниченные запасы недорогого дейтерия. Серьезным препятствием на пути к получению энер-

гии «из воды» является закон Кулона. Электростатическое отталкивание двух дейтронов при комнатной температуре не позволяет им сблизиться до расстояний, на которых сказываются короткодействующие ядерные силы притяжения. Для этого необходима температура  $T = 5,6 \cdot 10^8$  К.

Если бы удалось нагреть дейтерий до таких высоких температур, то было бы возможно осуществить реакцию синтеза. Благодаря тому, что имеется возможность проникновения сквозь барьер, нет необходимости в создании столь высоких температур. Для получения управляемой термоядерной реакции и для инициирования термоядерного взрыва водородной бомбы достаточно температуры около  $5 \cdot 10^7$  К.

*Ядерные реакции, требующие для своего осуществления температур порядка миллионов градусов, называются **термоядерными**.* Мгновенные температуры, развивающиеся при взрыве атомной бомбы, оказываются достаточно высокими, чтобы поджечь термоядерное горючее, т. е. чтобы прошла реакция



Происходит взрыв водородной бомбы. Термоядерное горючее для водородной бомбы (дейтерид лития-6) дешево, и нет ограничений на его количество при использовании в отдельной бомбе. Проводились испытания бомб мощностью 60 мегатонн (с ТНТ-эквивалентом  $6 \cdot 10^7$  т).

Энерговыведение при взрыве термоядерной водородной бомбы можно почти удвоить (при этом стоимость ее увеличится не намного) за счет использования оболочки из  ${}^{238}\text{U}$  (слойка Alarm Clock), рис. 4.1.11.

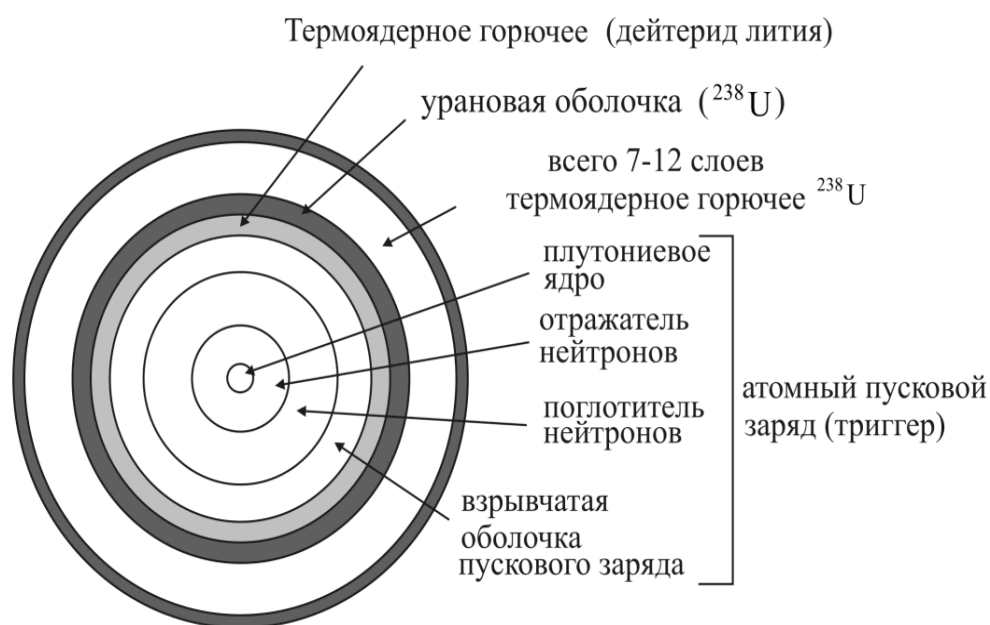


Рис. 4.1.11

В этом случае нейтроны, возникающие в результате термоядерных реакций, вызывают деление ядер  $^{238}\text{U}$ , что приводит к увеличению числа нейтронов, бомбардирующих  $^6\text{Li}$ , и т. д.

В большинстве взрывов водородных бомб энергосвободное делением ядер, оказывается таким же, как и получаемое в процессе синтеза, и сопровождается опасными выпадениями радиоактивных продуктов деления.

#### 4.1.8. Управляемый синтез

Чтобы с помощью ядерного синтеза получить полезную энергию, термоядерные реакции должны быть управляемыми. Необходимо найти способы создания и поддержания температур во много миллионов градусов. Одна из технических проблем связана с тем, что высокотемпературный газ или плазму нужно удерживать таким образом, чтобы не расплавились стенки соответствующего объема. На решение этой технической задачи уже затрачены и затрачиваются огромные усилия. Плазму пытаются изолировать от стенок с помощью сильных магнитных полей. Задача заключается в том, чтобы удержать плазму в изолированном состоянии в течение достаточно продолжительного времени и при этом выработать мощность, превышающую ту, которая была затрачена на запуск термоядерного реактора. На рис. 4.1.12 показаны реакция синтеза и предполагаемая схема конструкции реактора.

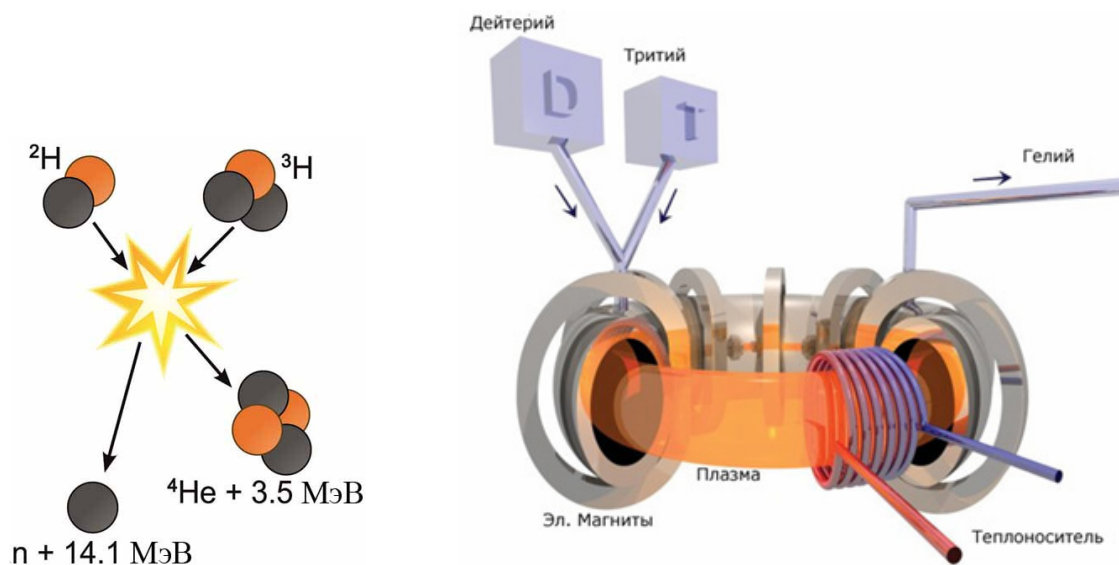


Рис. 4.1.12

Электростанция, работающая на термоядерной реакции, из-за отсутствия в ней продуктов деления должна иметь значительно меньшую радиоактивность по сравнению с ядерными реакторами. Однако в тер-

моядерных установках испускается, а затем захватывается большое число нейтронов, что, как правило, приводит к образованию радиоактивных изотопов. Поэтому вокруг камеры с плазмой предполагается создавать оболочку («бланкет») из лития. И в этом случае нейтроны будут производить тритий (изотоп водорода  $^3\text{T}$  с периодом полураспада 12 лет), который можно использовать в дальнейшем как горючее.

В настоящее время, в рамках осуществления мировой термоядерной программы, интенсивно разрабатываются новейшие системы типа **токамак** (тороидальная камера с магнитными катушками).

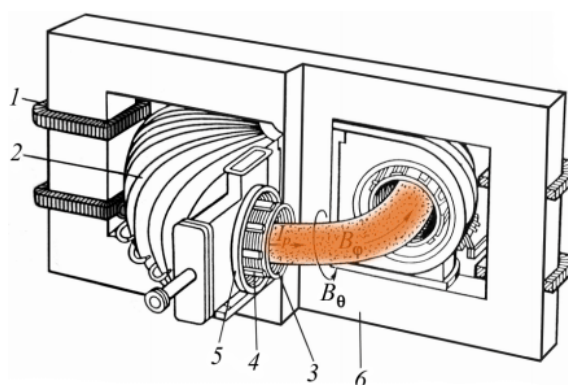


Рис. 4.1.13

На рис. 4.1.13 изображена схема токамака: 1 – первичная обмотка трансформатора; 2 – катушки тороидального магнитного поля; 3 – лайнер, тонкостенная внутренняя камера для выравнивания тороидального электрического поля; 4 – катушки тороидального магнитного поля; 5 – вакуумная камера; 6 – железный сердечник (магнитопровод).

В Москве в Курчатовском институте создана термоядерная установка со сверхпроводящим магнитом – токамак ТМ-15, являющийся одной из крупнейших в мире экспериментальных термоядерных установок. Первый российский сферический токамак «Глобус-М» создан в Санкт-Петербурге. В Ливерморской национальной лаборатории создан новый мощный токамак, температура плазмы в котором превышает  $100 \cdot 10^6$  К. Во Франции создается международный экспериментальный термоядерный реактор (проект ИТЭР), задача которого заключается в демонстрации возможности коммерческого использования термоядерного реактора.

Идея лазерного термоядерного синтеза заключается в облучении лазерным излучением небольшой сферической оболочки, заполненной газообразным или твердым топливом (рис. 4.1.14).

Под действием излучения материал оболочки 1 испаряется и создает реактивные силы, способные сжать оболочку и содержащуюся в ней реагирующую смесь 2 и 3.



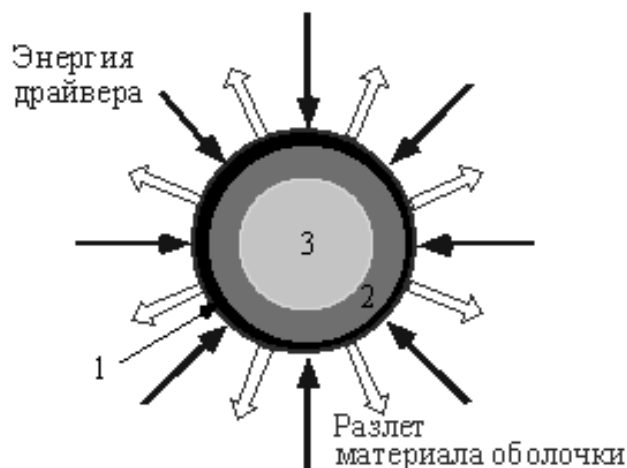


Рис. 4.1.14

Параллельно с лазерами в 60-е гг. развивались и другие мощные драйверы – ионные и электронные пучки, которые также могли бы обеспечивать требуемые мощности на поверхности мишеней. Были разработаны импульсные системы питания, способные создавать и подводить к мишеням энергию  $1 \dots 10$  МДж за  $10^{-8}$  с, т. е. получать пиковые мощности на уровне  $10^{15}$  Вт. Появление новой технологии повлекло за собой интенсивные исследования физики взаимодействия мощного излучения и пучков частиц с твердым телом и привело к разработке термоядерных мишеней, способных давать положительный выход энергии.

В природе существует еще один механизм удержания, обеспечивающий непрерывное выделение термоядерной энергии, – это гравитационное удержание. Однако, чтобы обеспечить достаточно сильное гравитационное поле, потребуется масса порядка солнечной. Как мы увидим в следующей главе, источниками энергии в звездах, безусловно, являются термоядерные реакции.

#### 4.1.9. Радиационная безопасность

Количество несчастных случаев, связанных с атомной энергетикой, значительно меньше на АЭС, чем в других областях человеческой деятельности. Тем не менее происшедшая более 20 лет назад авария в Чернобыле заставляет пересмотреть наше отношение к организации безопасности работы АЭС и защите от неконтролируемого развития ядерной реакции. Необходимо дальнейшее снижение вероятности возникновения аварийных ситуаций, хотя, вероятно, полностью избежать их никогда не удастся.

Для того чтобы внедрение атомной энергетики и использование радиоактивности в народном хозяйстве не принесло большего ущерба,

чем тот, который наносится природе в настоящий момент, существует специальная дисциплина, именуемая **радиационной безопасностью**.

**Радиационная безопасность** – новая научно-практическая дисциплина, возникшая с момента создания атомной промышленности.

Воздействие различных видов ионизирующего излучения на вещество характеризуют **дозой ионизирующего излучения**. Различают поглощенную, экспозиционную и биологическую дозы излучения.

**Поглощенная доза излучения** – физическая величина, равная отношению энергии излучения к массе облучаемого вещества.

*Единица поглощенной дозы излучения – грей (Гр):*  $1 \text{ Гр} = 1 \text{ Дж/кг}$  – доза излучения, при которой облученному веществу массой 1 кг передается энергия любого ионизирующего излучения 1 Дж.

**Экспозиционная доза излучения** – физическая величина, равная отношению суммарного заряда всех ионов одного знака, созданных в воздухе при полном торможении вторичных электронов, образующихся в элементарном объеме, к массе воздуха в этом объеме.

*Единица экспозиционной дозы излучения – кулон на килограмм (Кл/кг); внесистемной единицей является рентген (Р):*  $1 \text{ Р} = 2,58 \cdot 10^{-4} \text{ Кл/кг}$ .

**Биологическая доза излучения** – величина, определяющая воздействие излучения на организм.

*Единица биологической дозы – биологический эквивалент рентгена (бэр):* 1 бэр – доза любого вида ионизирующего излучения, производящего такое же биологическое действие, как и доза рентгеновского или  $\gamma$ -излучения в 1 Р ( $1 \text{ бэр} = 10^{-2} \text{ Дж/кг}$ ).

**Мощность дозы излучения** – величина, равная отношению дозы излучения ко времени облучения. Различают **мощность поглощающей дозы** (единица – грей на секунду) и **мощность экспозиционной дозы** (единица – ампер на килограмм).

В табл. 3 приведены характеристики радиоактивных элементов и меры предосторожности при работе с ними.

Таблица 3

Название элемента	Характеристика элемента и меры предосторожности	Период полураспада
Радон-222	Газ, испускающий $\alpha$ -частицы. Образуется в горных породах. Опасен при накоплении в подвалах, необходимо проветривание	3,8 суток
Ксенон-133	Газообразные изотопы. Образуются и распадаются в процессе работы атомного реактора. В качестве защиты – изоляция	5 суток

Название элемента	Характеристика элемента и меры предосторожности	Период полураспада
Йод-131	Испускает $\beta$ -частицы и $\gamma$ -излучение. Образуется при работе атомного реактора. Вместе с зеленью усваивается животными и переходит в молоко. Накапливается в щитовидной железе человека. В качестве защиты от облучения применяют «йодную диету», т. е. вводят в рацион человека стабильный йод	8 суток
Криптон-85	Тяжелый газ, испускающий $\beta$ -частицы и $\gamma$ -излучение. Входит в состав отработанного топливного элемента реактора. Выделяется при хранении. Защита – изолированное помещение	10 лет
Стронций-90	Металл, испускающий $\beta$ -частицы. Основной продукт деления в радиоактивных отходах. Накапливается в костных тканях человека	29 лет
Цезий-137	Металл, испускающий $\beta$ -частицы и $\gamma$ -излучение. Накапливается в клетках мышечной ткани	30 лет
Радий-226	Тяжелый газ, испускающий $\alpha$ -частицы, $\beta$ -частицы и $\gamma$ -излучение. Защита – укрытия, убежища	1600 лет
Углерод-14	Испускает $\beta$ -частицы. Естественный природный изотоп углерода. Используется при определении возраста материала	5500 лет
Плутоний-239	Испускает $\alpha$ -частицы. Содержится в радиоактивных отходах. Защита – качественное захоронение радиоактивных отходов	24 000 лет
Калий-40	Испускает $\beta$ -частицы и $\gamma$ -излучение. Содержится во всех растениях и животных	1,3 млрд лет

***Биологическое действие ионизирующих излучений  
и способы защиты от них***

Различают два вида эффекта воздействия на организм ионизирующих излучений: ***соматический*** и ***генетический***.

При соматическом эффекте последствия проявляются непосредственно у облучаемого, при генетическом – у его потомства.

Соматические эффекты могут быть ранними или отдаленными. Ранние возникают в период от нескольких минут до 30–60 суток после облучения. К ним относят покраснение и шелушение кожи, помутнение хрусталика глаза, поражение кроветворной системы, лучевая бо-

лезнь. Острая лучевая болезнь развивается при кратковременном облучении всего организма, при получении им дозы от 1 до 100 и более грей (Гр) за 1–3 дня. Летальным исходом, как правило, заканчиваются случаи, в которых организм получил более 10 Гр за 1–3 дня. При получении дозы до 10 Гр развивается острая лучевая болезнь четырех степеней тяжести.

Острая лучевая болезнь легкой степени тяжести развивается при воздействии излучения в дозе 1,0...2,5 Гр. Первичная реакция (первые 2–3 дня) – головокружение, тошнота. Латентный период (около 1 месяца) – постепенное снижение первичных признаков. Восстановление полное.

Острая лучевая болезнь средней степени тяжести развивается при воздействии излучения в дозе 2,5...4,0 Гр. Первичная реакция (первые 1–2 часа) – головокружение, тошнота, рвота. Латентный период (около 25 дней) – изменение слизистых оболочек, инфекционные осложнения, возможен летальный исход.

Острая лучевая болезнь тяжелой степени развивается при воздействии излучения в дозе 4...10 Гр. Первичная реакция (первые 30–60 минут) – головная боль, повторная рвота, повышение температуры тела. Латентный период (около 15 дней) – инфекционные поражения, поражения слизистых оболочек, лихорадка. Частота летальных исходов выше, чем при средней степени тяжести.

Острая лучевая болезнь крайне тяжелой степени развивается при воздействии излучения в дозе более 10 Гр. Летальный исход почти неизбежен.

Лечение острой лучевой болезни заключается во введении в организм антибиотиков с целью предотвратить инфекционные осложнения, введении в организм донорских тромбоцитов, пересадке костного мозга.

Хроническая лучевая болезнь возникает при ежедневном получении дозы в 0,005 Гр. Наблюдается развитие различных заболеваний, связанных с дисфункцией желез внутренней секреции; нарушение артериального давления. Профилактика хронической лучевой болезни заключается в неукоснительном соблюдении принятых норм радиационной безопасности.

***Несмотря на ту опасность, которую представляет атомная энергетика, она является той экологически чистой индустрией, на которую возлагает свои надежды все передовое человечество.***

## Контрольные вопросы. Упражнения

1. Атомное ядро «составили» из  $N$  нуклонов (масса каждого нуклона равна  $m$ ). Чему равны масса и удельная энергия связи ядра?
2. Чем отличаются изобары от изотопов?
3. Почему прочность ядер уменьшается у тяжелых элементов?
4. Как и во сколько раз изменится число ядер радиоактивного вещества за время, равное трем периодам полураспада?
5. По какому закону изменяется со временем активность нуклида?
6. Как объясняется  $\alpha$ -распад на основе квантовой теории?
7. Как изменится положение химического элемента в Периодической системе элементов после двух  $\alpha$ -распадов ядер его атомов? после последовательных одного  $\alpha$ -распада и двух  $\beta^-$ -распадов?
8. Изменится ли химическая природа элемента при испускании его ядром  $\gamma$ -кванта?
9. Какие явления сопровождают прохождение  $\gamma$ -излучения через вещество и в чем их суть?
10. Под действием каких частиц ( $\alpha$ -частиц, нейтронов) ядерные реакции более эффективны? Почему?
11. Объясните выброс нейтрино (антинейтрино) при  $\beta^\pm$ -распадах.
12. По каким признакам классифицируются ядерные реакции?
13. Запишите схему  $e^-$ -захвата. Что сопровождает  $e^-$ -захват? В чем его отличие от  $\beta^\pm$ -распадов?
14. Что представляет собой реакция деления ядер? Примеры.
15. Охарактеризуйте нейтроны деления. Какие они бывают?
16. В результате какой реакции происходит превращение ядер  ${}_{92}^{238}\text{U}$  в ядра  ${}_{94}^{239}\text{Pu}$ ? Каковы ее перспективы?
17. Что можно сказать о характере цепной реакции деления, если:  
1)  $k > 1$ ; 2)  $k = 1$ ; 3)  $k < 1$ ?

## 4.2. ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

### 4.2.1. Общие сведения об элементарных частицах

Дать строгое определение понятию *элементарные частицы* оказывается затруднительным. В качестве первого приближения можно понимать под *элементарными частицами* такие микрочастицы, внутреннюю структуру которых на современном уровне развития физики нельзя представить как объединение других частиц. Во всех наблюдавшихся до сих пор явлениях каждая такая частица ведет себя как единое целое. Элементарные частицы могут превращаться друг в друга (протон в нейтрон и наоборот,  $\gamma$ -квант в  $e^-$ ,  $e^+$  и наоборот и т. д.).

В настоящее время общее число известных элементарных частиц (вместе с античастицами) приближается к 400. Пока мы встречались только с электроном  $e^-$  (позитроном  $e^+$ ), протоном  $p$ , нейтроном  $n$ , фотоном  $\gamma$  и электронным (анти) нейтрино  $\nu_e$  ( $\bar{\nu}_e$ ). Эти частицы стабильны или квазистабильны, и они существуют в природе в свободном или слабосвязанном состоянии. Так, квазистабильные нейтроны входят в состав атомных ядер, многие из которых являются абсолютно устойчивыми. Почти все остальные элементарные частицы крайне нестабильны и образуются во вторичном космическом излучении или получают в лаборатории с помощью ускорителей, а затем быстро распадаются, превращаясь в конечном итоге в стабильные частицы. Основные классы элементарных частиц и их наиболее важные представители рассмотрены ниже.

Для описания свойств отдельных элементарных частиц вводится целый ряд физических величин, значениями которых они и различаются. Наиболее известными среди них являются масса, среднее время жизни, спин, электрический заряд, магнитный момент. О других характеристиках частиц, в т. ч. о зарядах, отличных от электрического, будем говорить по ходу изложения.

Из соотношений неопределенностей следует, что для выявления деталей структуры порядка  $\Delta r$  нужно иметь зондирующие частицы с импульсом ( $\Delta p > h / \Delta r$ ). Если принять  $\Delta p = E / c$ , то

$$\Delta r = hc / E.$$

Современные ускорители позволяют получать частицы с энергией до 1000 ГэВ  $\approx 10^{12}$  эВ. Следовательно, с их помощью можно проникнуть вглубь вещества на расстояние порядка

$$\Delta r \approx (10^{-34} \cdot 10^8) / (10^{12} \cdot 10^{-19}) \approx 10^{-19} \text{ м.}$$

Различают *три уровня микромира*:

- *молекулярно-атомный*:  $E = 1 \dots 10$  эВ,  $\Delta r \approx 10^{-8} \dots 10^{-10}$  м;
- *ядерный*:  $E = 10^6 \dots 10^8$  эВ,  $\Delta r \approx 10^{-14} \dots 10^{-15}$  м;
- *элементарные частицы*:  $E > 10^8$  эВ,  $\Delta r < 10^{-15}$  м.

#### 4.2.2. Виды взаимодействий

Известны *четыре вида взаимодействий* между элементарными частицами: *сильное, электромагнитное, слабое и гравитационное* (они перечислены в порядке убывания интенсивности). *Интенсивность взаимодействия принято характеризовать так называемой константой взаимодействия  $\alpha$ , которая представляет собой безразмерный параметр, определяющий вероятность процессов, обусловленных данным видом взаимодействия.* Для электромагнитного взаимодействия константа

$$\alpha = \frac{E}{m_0 c^2},$$

где  $E$  – энергия взаимодействия двух электронов, находящихся на расстоянии  $\lambda$ .

Отношение констант дает относительную интенсивность соответствующих взаимодействий.

**Сильное взаимодействие.** Этот вид взаимодействия обеспечивает связь нуклонов в ядре. Константа сильного взаимодействия имеет величину порядка  $1 \dots 10$ . Наибольшее расстояние, на котором проявляется сильное взаимодействие (радиус действия), составляет примерно  $10^{-15}$  м.

**Электромагнитное взаимодействие.** Константа взаимодействия равна  $1/137 \approx 10^{-2}$  (константа тонкой структуры). Радиус действия не ограничен ( $r = \infty$ ).

**Слабое взаимодействие.** Это взаимодействие ответственно за все виды  $\beta$ -распада ядер (включая  $e$ -захваты), за распады элементарных частиц, а также за все процессы взаимодействия нейтрона с веществом. Константа взаимодействия равна величине порядка  $10^{-10} \dots 10^{-14}$ . Слабое взаимодействие, как и сильное, является короткодействующим.

**Гравитационное взаимодействие.** Константа взаимодействия имеет значение порядка  $10^{-38}$ . Радиус действия не ограничен ( $r = \infty$ ). Гравитационное взаимодействие является универсальным, ему подвержены все без исключения элементарные частицы. Однако в процессах микромира гравитационное взаимодействие ощутимой роли не играет.

В табл. 4 приведены значения константы разных видов взаимодействия, а также среднее время жизни частиц, распадающихся за счет данного вида взаимодействия (время распада).

Таблица 4

Тип взаимодействия	Механизм обмена	Интенсивность $\alpha$	Радиус $r$ , м	Характерное время жизни $\tau$ , с
Сильное	глюонами	$\approx 1$	$\approx 10^{-15}$	$\approx 10^{-23}$
Электромагнитное	фотонами	$\approx \frac{1}{137}$	$\infty$	$\approx 10^{-18}$
Слабое	промежуточными бозонами	$\approx 10^{-10}$	$\approx 10^{-18}$	$\approx 10^{-13}$
Гравитационное	гравитонами	$\approx 10^{-38}$	$\infty$	?

### 4.2.3. Краткая классификация и свойства частиц

Для того чтобы объяснить свойства и поведение элементарных частиц, их приходится наделять, кроме массы, электрического заряда и типа, рядом дополнительных (характерных для них) величин (квантовых чисел), о которых мы поговорим ниже.

Элементарные частицы обычно подразделяются на **четыре класса**. Помимо них, предполагается существование еще одного класса частиц – **гравитонов** (квантов гравитационного поля). Экспериментально эти частицы еще не обнаружены.

Дадим краткую характеристику четырем классам элементарных частиц.

К одному из них относится только одна частица – **фотон**.

**Фотоны**  $\gamma$  (кванты электромагнитного поля) участвуют в электромагнитных взаимодействиях, но не обладают сильным и слабым взаимодействием.

Второй класс образуют **лептоны**, третий – **адроны** и, наконец, четвертый – **калибровочные бозоны** (табл. 5).

Таблица 5

Элементарные частицы			
Лептоны	Калибровочные бозоны	Адроны	
$e^-, \mu^-, \tau^-, \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$	$\gamma, W^+, W^-, Z, 8g$	Барионы $(q, q, q) B = 1$	Мезоны $(q, \bar{q}) B = 0$
		$n, p$ , гипероны $\Lambda, \Sigma, \Xi, \Omega$ и др. Барионные резонансы	$\pi, K, J / \Psi$ и др.  Мезонные резонансы



**Лептоны** (греч. «лептос» – легкий) – частицы, участвующие в электромагнитных и слабых взаимодействиях. К ним относятся частицы, не обладающие сильным взаимодействием: электроны ( $e^-$ ,  $e^+$ ), мюоны ( $\mu^-$ ,  $\mu^+$ ), таоны ( $\tau^-$ ,  $\tau^+$ ), а также электронные нейтрино ( $\nu_e$ ,  $\tilde{\nu}_e$ ), мюонные нейтрино ( $\nu_\mu$ ,  $\tilde{\nu}_\mu$ ) и тау-нейтрино ( $\nu_\tau$ ,  $\tilde{\nu}_\tau$ ). Все лептоны имеют спины, равные  $1/2\hbar$ , и, следовательно, являются **фермионами**. Все лептоны обладают слабым взаимодействием. Те из них, которые имеют электрический заряд (т. е. мюоны и электроны), обладают также и электромагнитным взаимодействием. Нейтрино участвуют только в слабых взаимодействиях.

**Адроны** (греч. «адрос» – крупный, массивный) – частицы, участвующие в сильных электромагнитных и слабых взаимодействиях. Сегодня известно свыше сотни адронов, и их подразделяют на **барионы** и **мезоны**.

**Барионы** – адроны, состоящие из трех кварков ( $qqq$ ) и имеющие барионное число  $B=1$ .

Класс барионов объединяет в себе нуклоны ( $p$ ,  $n$ ) и нестабильные частицы с массой, большей массы нуклонов, получившие название **гиперонов** ( $\Lambda$ ,  $\Sigma^+$ ,  $\Sigma^0$ ,  $\Sigma^-$ ,  $\Xi^0$ ,  $\Xi^-$ ,  $\Omega^-$ ). Все гипероны обладают сильным взаимодействием и, следовательно, активно взаимодействуют с атомными ядрами. Спин всех барионов равен  $1/2\hbar$ , так что барионы являются **фермионами**. За исключением протона, все барионы нестабильны. При распаде бариона, наряду с другими частицами, обязательно образуется барион. Эта закономерность является одним из проявлений закона сохранения барионного заряда.

**Мезоны** – адроны, состоящие из кварка и антикварка ( $q\bar{q}$ ) и имеющие барионное число  $B=0$ .

Мезоны – сильно взаимодействующие нестабильные частицы, не несущие так называемого барионного заряда. К их числу принадлежат  $\pi$ -мезоны, или пионы ( $\pi^+$ ,  $\pi^-$ ,  $\pi^0$ ),  $K$ -мезоны, или каоны ( $K^+$ ,  $K^-$ ,  $K^0$ ,  $\tilde{K}^0$ ), и  $\eta$ -мезоны.

В отличие от лептонов, мезоны обладают не только слабым и, если они заряжены, электромагнитным, но также сильным взаимодействием, проявляющимся при взаимодействии их между собой, а также при взаимодействии между мезонами и барионами. Спин всех мезонов равен нулю, так что они являются **бозонами**.

**Калибровочные бозоны** – частицы, осуществляющие взаимодействие между фундаментальными фермионами (кварками и лептонами). Это частицы  $W^+$ ,  $W^-$ ,  $Z^0$  и восемь типов глюонов  $g$ . Сюда же можно отнести и фотон  $\gamma$ .

## Свойства элементарных частиц

Каждая частица описывается набором физических величин – квантовых чисел, определяющих ее свойства. Наиболее часто употребляемые характеристики частиц следующие.

**Масса частицы  $m$ .** Массы частиц меняются в широких пределах: от 0 (фотон) до 90 ГэВ ( $Z$ -бозон).  $Z$ -бозон – наиболее тяжелая из известных частиц. Однако могут существовать и более тяжелые частицы. Массы адронов зависят от типов входящих в их состав кварков, а также от их спиновых состояний.

**Время жизни  $\tau$ .** В зависимости от времени жизни частицы делятся на *стабильные частицы*, имеющие относительно большое время жизни, и *нестабильные*.

К *стабильным частицам* относят частицы, распадающиеся по слабому или электромагнитному взаимодействию. Деление частиц на стабильные и нестабильные условно. Поэтому к стабильным частицам принадлежат такие частицы, как электрон, протон, для которых в настоящее время распада не обнаружены, так и  $\pi^0$ -мезон, имеющий время жизни  $\tau = 0,8 \cdot 10^{-16}$  с.

К *нестабильным частицам* относят частицы, распадающиеся в результате сильного взаимодействия. Их обычно называют *резонансами*. Характерное время жизни резонансов –  $10^{-23} \dots 10^{-24}$  с.

**Спин  $J$ .** Величина спина измеряется в единицах  $\hbar$  и может принимать нулевые, полуцелые и целые значения. Например, спин  $\pi$ -,  $K$ -мезонов равен 0, спин электрона, мюона –  $\frac{1}{2}$ , спин фотона равен 1. Существуют частицы и с большим значением спина. Частицы с полуцелым спином подчиняются статистике Ферми – Дирака, с целым спином – Бозе – Эйнштейна.

**Электрический заряд  $q$ .** Электрический заряд является целой кратной величиной от  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл, называемой элементарным электрическим зарядом. Частицы могут иметь заряды 0,  $\pm 1$ ,  $\pm 2$ .

**Внутренняя четность  $P$ .** Квантовое число  $P$  характеризует свойство симметрии волновой функции относительно пространственных отражений. Квантовое число  $P$  имеет значения  $+1$ ,  $-1$ .

Наряду с общими для всех частиц характеристиками используют также *квантовые числа, которые приписывают только отдельным группам частиц*.

**Квантовые числа:** барионное число  $B$ , странность  $s$ , очарование (*charm*)  $c$ , красота (*bottomness*, или *beauty*)  $b$ , верхний (*topness*)  $t$ , изотопический спин  $I$  приписывают только сильно взаимодействующим частицам – адронам.

**Лептонные числа:**  $L_e, L_\mu, L_\tau$ . Лептонные числа приписывают частицам, образующим группу лептонов. Лептоны  $e, \mu$  и  $\tau$  участвуют только в электромагнитных и слабых взаимодействиях. Лептоны  $\nu_e, \nu_\mu$  и  $\nu_\tau$  – только в слабых взаимодействиях. Лептонные числа имеют значения  $L_e, L_\mu, L_\tau = 0, +1, -1$ . Например,  $e^-, \nu_e$  имеют  $L_e = +1$ ;  $e^+, \bar{\nu}_e$  имеют  $L_e = -1$ . Все адроны имеют  $L_e = L_\mu = L_\tau = 0$ .

**Барионное число  $B$ .** Барионное число имеет значение  $B = 0, +1, -1$ . Барионы, например  $n, p, \Lambda, \Sigma$ , нуклонные резонансы имеют барионное число  $B = +1$ . Мезоны, мезонные резонансы имеют  $B = 0$ , антибарионы имеют  $B = -1$ .

**Странность  $s$ .** Квантовое число  $s$  может принимать значения  $-3, -2, -1, 0, +1, +2, +3$  и определяется кварковым составом адронов. Например, гипероны  $\Lambda, \Sigma$  имеют  $s = -1$ ;  $K^+, K^-$ -мезоны имеют  $s = +1$ .

**Charm  $c$ .** Квантовое число  $c$  может принимать значения  $-3, -2, -1, 0, +1, +2, +3$ . В настоящее время обнаружены частицы, имеющие  $c = 0, +1$  и  $-1$ . Например, барион  $\Lambda^+$  имеет  $c = +1$ .

**Bottomness  $b$ .** Квантовое число  $b$  может принимать значения  $-3, -2, -1, 0, +1, +2, +3$ . В настоящее время обнаружены частицы, имеющие  $b = 0, +1, -1$ . Например,  $B^+$ -мезон имеет  $b = +1$ .

**Topness  $t$ .** Квантовое число  $t$  может принимать значения  $-3, -2, -1, 0, +1, +2, +3$ . В настоящее время обнаружено всего одно состояние с  $t = +1$ .

**Изоспин  $I$ .** Сильно взаимодействующие частицы можно разбить на группы частиц, обладающих схожими свойствами (одинаковое значение спина, четности, барионного числа, странности и др. квантовых чисел, сохраняющихся в сильных взаимодействиях), – *изотопические мультиплеты*. Величина изоспина  $I$  определяет число частиц, входящих в один изотопический мультиплет;  $n$  и  $p$  составляют изотопический дуплет  $I = 1/2$ ;  $\Sigma^+, \Sigma^-, \Sigma^0$  входят в состав *изотопического триплета*  $I = 1$ ;  $\Lambda$  – *изотопический синглет*  $I = 0$ ; число частиц, входящих в один *изотопический мультиплет*, составляет  $2I + 1$ .

**$G$ -четность** – это квантовое число, соответствующее симметрии относительно одновременной операции зарядового сопряжения и изменения знака третьего компонента изоспина.  $G$ -четность сохраняется только в сильных взаимодействиях.

#### 4.2.4. Странные частицы

В начале 50-х гг. XX в. было обнаружено, что некоторые из недавно открытых частиц, а именно  $K, \Lambda, \Sigma$ , ведут себя странно в двух отношениях:

- во-первых, они всегда рождаются парами. Например, реакция  $\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Lambda^0$  проходит с вероятностью, близкой к 1, а реакция  $\pi^- + p \rightarrow K^0 + n$  никогда не наблюдалась. Это казалось тем более странным, что вторая реакция не нарушала ни одного из известных законов сохранения и для ее осуществления было достаточно энергии;
- во-вторых, хотя рождение *странных* частиц (как их стали называть) было обусловлено сильным взаимодействием (т. е. происходило с большой вероятностью), их распады не имели характерного для сильного взаимодействия времени жизни, хотя они и распадались на сильно взаимодействующие частицы (например,  $K \rightarrow 2\pi$ ,  $\Sigma^+ \rightarrow p + \pi^0$ ). Вместо величин порядка  $10^{-23}$  с, как следовало ожидать для частиц, распадающихся за счет сильного взаимодействия, их время жизни оказалось в пределах от  $10^{-10}$  до  $10^{-8}$  с, что характерно для слабого взаимодействия.

Для объединения этих фактов были введены новое квантовое число *странность* и *новый закон сохранения (странности)*. Так вот в первой реакции странность частиц до реакции совпадает со странностью частиц после реакции, а во второй реакции странность не сохраняется, и поэтому эта реакция не идет.

Сохранение странности оказалось первым примером «частично сохраняющейся величины», странность сохраняется в сильном и не сохраняется в слабом взаимодействии.

#### 4.2.5. Кварки и глюоны

Почти все наблюдаемые частицы принадлежат одному из двух семейств: *лептонам* или *адронам*. Основное различие между ними состоит в том, что адроны участвуют в сильном взаимодействии, а лептоны не участвуют. Другое важное различие состоит в том, что в 60-х гг. были известны четыре лептона ( $e^-, \mu^-, \nu_e, \nu_\mu$ ) и их античастицы и более сотни адронов.

Лептоны считаются элементарными частицами, т. к. они, насколько известно, не распадаются на составные части, не обнаруживают никакой внутренней структуры и не имеют определенного размера. (Попытки определить размеры лептонов показали, что верхний предел составляет  $10^{-18}$  м). С другой стороны, адроны оказались более сложными частицами. Обилие уже открытых и вновь открываемых адронов наводит на мысль, что все они построены из каких-то других, более фундаментальных, частиц. С наибольшим успехом эта идея реализована в кварковой модели адронов. Кварковая модель объясняет не только

систематику, но и динамику адронов. Она приводит к массе оправдывающихся предсказаний и в настоящее время считается общепризнанной. В 1963 г. Гелл-Манном и независимо от него Цвейгом была выдвинута гипотеза, подтвержденная дальнейшими исследованиями, что все адроны построены из более фундаментальных частиц, которые, по предложению Гелл-Манна, были названы кварками. На основе кварковой гипотезы не только была понята структура уже известных адронов, но и предсказано существование новых. К настоящему времени установлено существование шести разновидностей (или так называемых ароматов) кварков: верхний –  $u$ , нижний –  $d$ , странный –  $s$ , очарованный –  $c$ , прекрасный (прелестный) –  $b$ , высший –  $t$ . Все кварки имеют спин  $1/2$  (фермионы), барионный заряд  $1/3$  и дробный электрический заряд. Кварки  $u$ ,  $c$ ,  $t$  называют верхними, т. к. они имеют дробный электрический заряд  $+2/3$ . Остальные кварки  $d$ ,  $s$ ,  $b$  с электрическим зарядом  $-1/3$  принято называть нижними. *Полный набор* всех квантовых чисел для каждого кварка *носит название аромат*. Таким образом, кварки имеют *шесть ароматов*. Каждому кварку соответствует свой антикварк. Кварки являются «кирпичиками» адронов.

*Кварковый состав барионов.* Спин бариона полуцелый, поэтому барионы состоят из нечетного (кроме одного) числа кварков. В основном барионы состоят из трех кварков (частицы с большим нечетным числом кварков, например из пяти – пентакварк, относятся к разряду экзотических). Рассмотрим случай, когда барион имеет спин, равный  $1/2$  (когда спины двух кварков параллельны, а спин третьего направлен противоположно). К таким частицам относятся, например, протон и нейтрон. Протон состоит из двух  $u$ -кварков и одного  $d$ -кварка ( $p \rightarrow uud$ ), нейтрон состоит из одного  $u$ -кварка и двух  $d$ -кварков ( $n \rightarrow udd$ ). Их античастицы построены из антикварков:  $\tilde{p} \rightarrow \tilde{u}\tilde{u}\tilde{d}$ ,  $\tilde{n} \rightarrow \tilde{u}\tilde{d}\tilde{d}$ .

*Кварковый состав мезонов.* Мезоны, обладая целочисленным спином (бозоны), построены из двух кварков: кварка и антикварка. Наиболее легкие заряженные мезоны представляются комбинациями  $u\tilde{d}$  и  $d\tilde{u}$ . Это  $\pi$ -мезоны:  $\pi^+ = u\tilde{d}$ ,  $\pi^- = d\tilde{u}$ . Нейтральный  $\pi^0$ -мезон состоит также из кварка и антикварка. Но здесь проявляется *необычное* свойство микромира – *линейная суперпозиция структур (состояний)*,  $\pi^0$ -мезон с равной вероятностью может находиться в состоянии  $u\tilde{u}$  и в состоянии  $d\tilde{d}$  ( $\pi^0 = u\tilde{u} = d\tilde{d}$ ).

При создании бариона зачастую необходимо, чтобы два (или более) идентичных кварка находились в одном и том же состоянии. Омегачастица, например, состоит из трех  $s$ -кварков, причем все эти кварки должны находиться в одном и том же состоянии. Это возможно только для частиц, которые подчиняются статистике Бозе – Эйнштейна. Кварки

имеют полуцелый спин, но при этом они должны удовлетворять статистике, которой подчиняются частицы, имеющие целый спин. Связь спина со статистикой является собой *непоколебимый* принцип релятивистской квантовой механики. Его можно вывести непосредственно из теории, и его нарушений никогда не наблюдалось. Поскольку он справедлив для всех других известных частиц, то кварки невозможно исключить из области его господства.

Для выхода из этого тупика было предложено, что каждый аромат кварка имеет *три разновидности*, равные по массе, спину, электрическому заряду и всем прочим измеримым величинам, но различные по дополнительному свойству, которое стало известно под названием *цвет*. Тогда можно было удовлетворить принципу исключения, и кварки могли оставаться фермионами, потому что в таком случае не все кварки в барионе занимали бы одно и то же состояние. Кварки могут отличаться по цвету, даже если все остальные их свойства абсолютно одинаковы.

Квантовое число «цвет» приписывается всем кваркам, независимо от типа (аромата). Цвет имеет *три* значения. Обычно их обозначают *красный* (К), *зеленый* (З), *синий* (С). Каждый кварк обладает единичным цветовым зарядом К, З или С. Цвет соответствующего антикварка обозначается  $\bar{K}$  (антикрасный),  $\bar{Z}$  (антизеленый),  $\bar{C}$  (антисиний) и является *дополнительным* к цвету кварка. Сильное взаимодействие кварка не зависит от его цветового состояния, т. е. оно одинаково для всех трех цветов. Понятие «цвет» введено не случайно, а связано с аналогией. В видимом оптическом свете существуют три основных цвета (красный, зеленый, синий), которые при смешении дают *белый, бесцветный* свет. Все наблюдаемые *адроны* не обладают квантовым свойством «цвет», следовательно, они являются *бесцветными (белыми)*. Барионы состоят из трех кварков, в них все цвета (К, З, С) смешаны *равномерно*. Мезоны состоят из двух кварков, окрашенных в цвет и антицвет. Так как антицвет является дополнительным к своему цвету, то комбинации  $K\bar{K}$ ,  $Z\bar{Z}$ ,  $C\bar{C}$  считаются *бесцветными (белыми)*.

По современным представлениям сильные взаимодействия осуществляются путем обмена между кварками безмассовыми частицами со спином 1 и нулевой массой покоя. Эти частицы называются *глюонами* (англ. *glue* – клей). Обмен глюонами между кварками *меняет их цвет*, но оставляет *неизменными* все остальные квантовые числа, т. е. сохраняет *аромат* кварка. Как и кварки, глюоны являются *цветными* частицами, но поскольку каждый глюон изменяет цвета сразу двух кварков (кварка, который испускает глюон, и кварка, который поглотил глюон), то глюон *окрашен дважды*, неся на себе цвет и антицвет, отличный от цвета.

Из трех цветов и антицветов можно составить всего девять комбинаций. Каждой такой *окрашенной* комбинации соответствует глюон, следовательно, возможно существование восьми глюонов, обладающих характеристикой «цвет». Глюоны электрически нейтральны и не обладают слабым взаимодействием. Глюоны взаимодействуют *только* с кварками и другими глюонами.

Взаимодействие глюонов между собой приводит к тому, что силовые линии цветного взаимодействия кварков представляют собой *жгут* силовых линий, протянутый между кварком и антикварком. Это отличается от электромагнитного взаимодействия, в котором силовые линии расходятся от их источника – электрического заряда – *веером*, ибо виртуальные фотоны, испущенные одновременно источником, не взаимодействуют друг с другом. Сами глюоны, имея цветовые заряды, становятся источниками новых глюонов, число которых нарастает по мере их удаления от кварка.

Такая картина взаимодействия соответствует зависимости потенциальной энергии взаимодействия между кварками от расстояния между ними, показанной на рис. 4.2.1 До расстояния  $r < 10^{-13}$  см зависимость  $U(r)$  имеет воронкообразный характер, причем сила цветового заряда в этой области расстояний относительно невелика, при этом кварки в этой области можно в первом приближении рассматривать как свободные, невзаимодействующие частицы. Это явление носит специальное название *асимптотической свободы кварков* при малых  $r$ . Однако при  $r$  больше некоторого критического  $r_{кр} \approx 10^{-13}$  см величина потенциальной энергии взаимодействия  $U(r)$  становится прямо пропорциональной величине  $r$ . Отсюда следует, что сила  $F = -dU / dr = \text{const}$  не зависит от расстояния.

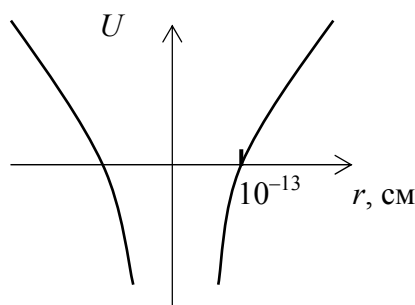


Рис. 4.2.1

*Никакие другие взаимодействия*, которые физики изучали ранее, *не обладали* столь необычным свойством. Расчеты показывают, что силы, действующие между кварком и антикварком, действительно, начиная

с  $r_{кр} \approx 10^{-13}$  см, перестают зависеть от расстояния, оставаясь на уровне огромной величины. На расстоянии  $r \sim 10^{-12}$  см (равном радиусу средних атомных ядер) цветные силы более чем в 100 тысяч раз больше электромагнитных сил. Если сравнить цветную силу с ядерными силами между протоном и нейтроном внутри ядра, то оказывается, что цветная сила в тысячи раз больше ядерных! Однако *выделить цветную энергию невозможно*. Это связано с тем, что при увеличении расстояния между кварками линейно растет потенциальная энергия взаимодействия до тех пор, пока энергетически становится более выгодным образование разрыв с рождением кварк-антикварковой пары частиц. Это происходит тогда, когда потенциальная энергия в месте разрыва больше энергии покоя кварка и антикварка. Отделение кварка, например, от протона, составляющим которого он является, требует энергии  $\sim 10^{13}$  ГэВ. Но задолго до достижения такого уровня энергии вмешался бы другой процесс. Из энергии, поставленной для выделения одного кварка, материализовались бы новые кварк и антикварк. Новый кварк занял бы в протоне место удаленного, и частица была бы восстановлена. Новый антикварк прицепился бы к вытесненному кварку, образуя мезон. Вместо отделения цветного кварка мы добились бы лишь создания бесцветного мезона. Этот механизм не дает нам увидеть отдельный кварк, отдельный глюон или любую комбинацию кварков или глюонов, которая имела бы цвет.

Такие качественные представления о рождении кварк-антикварка позволяют понять, почему одиночные кварки вообще не наблюдаются и не могут наблюдаться в природе.

В цветовом взаимодействии участвуют *три* вида цветовых «зарядов», и это приводит к «вечному пленению» кварков и глюонов внутри адронов, поэтому выделение цветовой энергии *невозможно*. Это явление невылета кварков (глюонов) называется *конфайнментом* (*ограничение, заключение, удержание*). Следовательно, *ядерные силы*, как и силы Ван дер Ваальса, *не являются* действительно *фундаментальными*, а являются лишь *слабым следом* *цветового* (сильного) взаимодействия кварков и глюонов. Описание сильного взаимодействия кварков и глюонов дает специальная теоретическая дисциплина – *квантовая хромодинамика* (КХД).

#### 4.2.6. Виды взаимодействий и их великое объединение

Одна из главных задач физики – описать разнообразие природы единым способом. Самые большие научные достижения прошлого были шагами к этой цели: объединение земной и небесной механики Исааком Ньютоном в XVII в.; оптики с теорией электричества и магнетизма Джеймсом Клерком Максвеллом в XIX в.; геометрии пространства



времени и гравитации Альбертом Эйнштейном с 1905 по 1916 г., а также химии и атомной физики в квантовой механике в XX в.

Последняя в ряду таких объединений – **Стандартная модель** взаимодействия элементарных частиц (СМ), включающая в себя минимальную модель электрослабого взаимодействия Глэшоу – Вайнберга – Салама и квантовую хромодинамику (КХД). Можно сказать, что на сегодняшний день именно СМ является реальным итогом многолетней работы сотен тысяч людей – от теоретиков до простых инженеров и лаборантов.

Есть идеи относительно того, как теория сильных взаимодействий может быть объединена с теорией слабых и электромагнитных взаимодействий. Такое объединение часто называется великим объединением, но оно может сработать, только если подключить гравитацию. Это само по себе является тяжелой задачей.

Стандартная модель – квантово-полевая теория. Основные объекты такой теории – поля, включая электромагнитное поле. Колебания таких полей переносят энергию и импульс. Эти волны собираются в пакеты, или кванты, которые наблюдаются в лаборатории как элементарные частицы. В частности, квант электромагнитного поля – частица, известная как фотон.

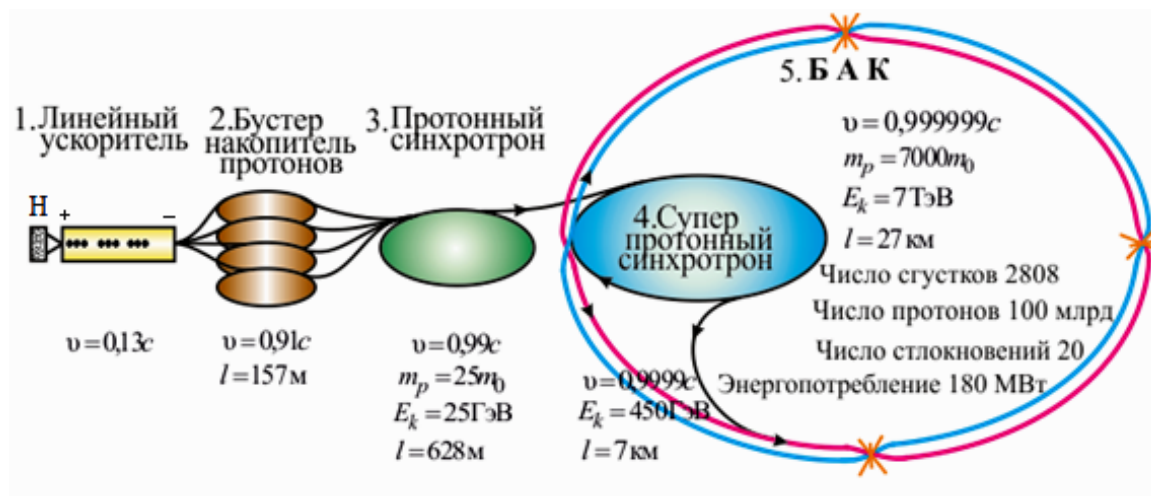


Рис. 4.2.2

Чтобы завершить стандартную модель, необходимо подтвердить существование скалярных полей и выяснить, сколько существует типов полей. Это проблема обнаружения новых элементарных частиц бозонов Хиггса, которые были зарегистрированы как кванты этих полей в 2013 г. на самом мощном в мире ускорительном комплексе, называемом Большим адронным коллайдером (БАК), изображенном на рис. 4.2.2, 4.2.3. Имеется достаточно оснований ожидать, что задача обнаружения новых

типов скалярных полей будет решена к 2020 г., поскольку БАК Европейской лаборатории физики элементарных частиц близ Женевы (CERN) будет работать для этого более десяти лет.

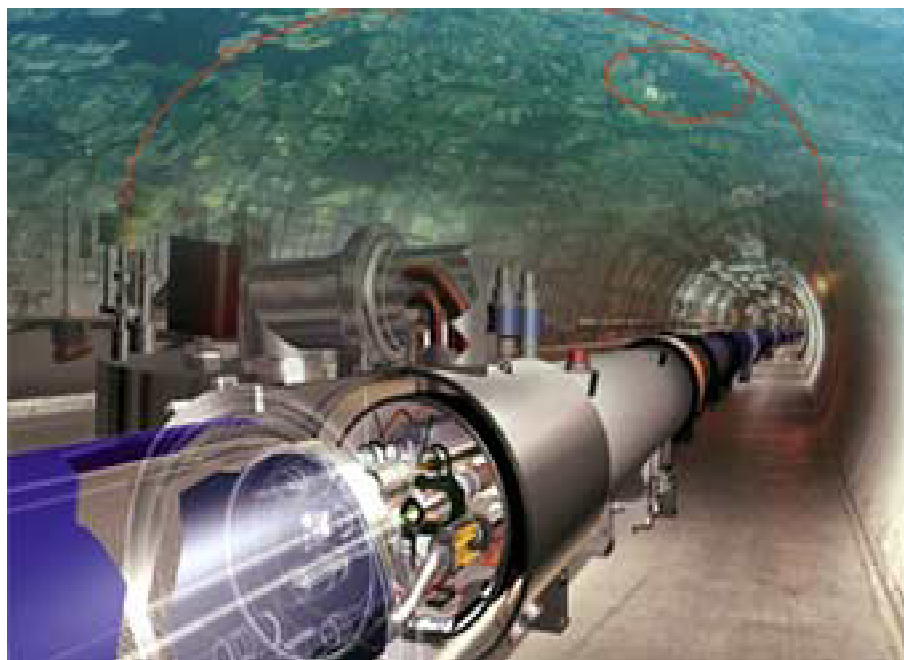


Рис. 4.2.3

Объединение разнородных явлений в одной теории уже долгое время является центральной темой физики. Стандартная модель физики частиц успешно описывает три (электромагнетизм, слабые и сильные взаимодействия) из четырех известных науке сил, но впереди еще окончательное объединение с общей теорией относительности, которая описывает гравитацию и природу пространства и времени (табл. 6).

Таблица 6

Электричество	Электромагнетизм	Электрослабое взаимодействие	Стандартная модель	?
Магнетизм				
Свет				
Бета-распад	Слабое взаимодействие			
Нейтрино				
Протоны	Сильное взаимодействие			
Нейтроны				
Пионы				
Земное притяжение	Универсальная гравитация	Общая теория относительности		
Небесная механика				
	Геометрия пространства-времени			

Великое объединение всех видов взаимодействий произошло *в реальности единственный раз*, в *первые мгновения* после Большого взрыва (образования нашей Вселенной), когда отсутствовали различия между гравитационными, электромагнитными, слабыми и сильными взаимодействиями, существовала *полная*, или *абсолютная*, *симметрия* между ними. Размер Вселенной в это время соответствовал планковской длине  $\sim 10^{-33}$  см, а ее температура – энергии  $\sim 10^{18}$  ГэВ. При расширении Вселенной ее температура падала, и при энергиях до  $\sim 10^{16}$  ГэВ произошло *первое* нарушение симметрии, единое взаимодействие разделилось на *гравитационное* и *сильноэлектрослабое* взаимодействие.

*Второе* нарушение полной симметрии произошло при дальнейшем остывании до энергии  $\sim 100$  ГэВ. *Сильное* взаимодействие отделилось от *электрослабого*.

Последнее – *третье* – нарушение симметрии произошло после 100 ГэВ, когда *электрослабое* взаимодействие разделилось на *слабое* и *электромагнитное*. Степень симметрии системы нередко зависит от температуры: обычно при высокой температуре симметрия проявляется сильнее, чем при низкой. Например, жидкость «изотропна»: все ее направления эквивалентны. При остывании из нее могут образоваться кристаллы. Вот они уже могут быть какими угодно, только не изотропными; они обладают четко определенной симметрией, но не такой полной, как изотропия. Обратным примером являются постоянные магниты. Асимметрия, отражаемая существованием отдельных северного и южного полюсов, исчезает, когда магнит нагревается, теряя свои магнитные свойства. Таким образом, специалисты по физике частиц рассматривают наблюдаемые асимметрии природы как искусственный признак, вызванный преобладающей во Вселенной низкой температурой. Современная средняя температура Вселенной очень низкая, всего на 3 К выше абсолютного нуля (нам просто повезло, что мы живем вблизи Солнца), что и привело к «*кристаллизации*» отдельных видов взаимодействий. При более высоких температурах врожденная симметричность Вселенной проступает более явно.

Современная физика элементарных частиц поставила вопрос о единой природе всех взаимодействий (*Великое объединение*). Работы, посвященные частицам, которые уже открыты или будут открыты в обозримом будущем, получили название *феноменологические*. Работы, посвященные частицам, которые никогда не будут открыты, получили название *теоретические*. Эти работы исходят из того, что квантовая теория поля вообще и Стандартная модель в частности являются эффективными феноменологическими теориями. А фундаментальной является теория не точечных частиц, а *струн* размером порядка  $10^{-33}$  см. Такое

разделение на феноменологические и теоретические теории Великого объединения связано с тем, что между энергиями современных ускорителей (БАК) меньше 100 ГэВ до планковских энергий  $\sim 10^{18}$  ГэВ – огромная пропасть, и с помощью ускорителей ее вряд ли удастся преодолеть. Но, как известно, такие энергии существовали на ранней стадии развития Вселенной. В этом существует глубокая *связь между физикой элементарных частиц и космологией*. Поэтому изучение ранней Вселенной может дать ответы на поставленные вопросы.

## Вопросы к читателю. Упражнения

1. Что Вы понимаете под элементарными частицами?
2. Каково общее число известных элементарных частиц?
3. Назовите основные классы элементарных частиц и их наиболее важных представителей.
4. Дайте понятия стабильных, квазистабильных и нестабильных элементарных частиц.
5. Какие три уровня микромира существуют?
6. Какова природа первичного и вторичного космического излучений? Назовите их свойства.
7. Приведите примеры распада  $\pi$ -мезонов. Дайте характеристику  $\pi$ -мезонам.
8. Какие фундаментальные типы взаимодействий осуществляются в природе и как их можно охарактеризовать? Какой из них является универсальным?
9. Что называется константой взаимодействия?
10. Какие законы сохранения выполняются для всех типов взаимодействий элементарных частиц?
11. Что является фундаментальным свойством всех элементарных частиц?
12. Назовите свойства нейтрино и антинейтрино. В чем их сходство и различие?
13. Какие характеристики являются для частиц и античастиц одинаковыми? Какие – разными?
14. Что такое странность и четность элементарных частиц? Для чего они вводятся? Всегда ли выполняются законы их сохранения?
15. Почему магнитный момент протона имеет то же направление, что и спин, а у электрона направления этих векторов противоположны?
16. Какие законы сохранения выполняются при сильных взаимодействиях элементарных частиц? при слабых взаимодействиях?
17. Каким элементарным частицам и почему приписывают лептонное число? барионное число? В чем заключаются законы их сохранения?
18. Зачем нужна гипотеза о существовании кварков? Что объясняется с ее помощью? В чем ее трудность? Что такое хромодинамика?
19. Почему потребовалось введение таких характеристик кварков, как цвет и очарование?

## Примеры решения задач

**4.1.** Определите минимальную энергию, необходимую для разделения ядра углерода  ${}^{12}_6\text{C}$  на три одинаковых частицы. Масса ядра углерода  $m_{\text{C}} = 11,9967$  а. е. м, масса ядра гелия  $m_{\text{He}} = 4,0015$  а. е. м,  $1$  а. е. м  $= 1,66 \cdot 10^{-27}$  кг, скорость света  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с.  $1$  МэВ  $= 1,6 \cdot 10^{-13}$  Дж. Ответ представьте в мегаэлектронвольтах и округлите до десятых.

Дано:	Решение:
${}^{12}_6\text{C}$ $N = 3$ $m_{\text{C}} = 11,9967$ а. е. м $m_{\text{He}} = 4,0015$ а. е. м $1$ а. е. м $= 1,66 \cdot 10^{-27}$ кг $c = 3 \cdot 10^8$ м/с $1$ МэВ $= 1,6 \cdot 10^{-13}$ Дж <hr/> $E_{\min} = ?$	${}^{12}_6\text{C} \rightarrow 3 {}^4_2\text{He}.$ <p>Чтобы разделить ядро углерода <math>{}^{12}_6\text{C}</math> на три одинаковых частицы, необходима минимальная для этого энергия, равная энергии связи углерода</p> $E_{\min} = E_{\text{св}} = \Delta m c^2,$ <p>где <math>c</math> – скорость света.</p> $E_{\min} = c^2(m_{\text{C}} - 3m_{\text{He}}),$ $E_{\min} = 9 \cdot 10^{16} \cdot (11,9967 - 3 \cdot 4,0015) \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} = 11,6532 \cdot 10^{-13} \text{ (Дж).}$ $E_{\min} = 11,6532 \cdot 10^{-13} / (1,6 \cdot 10^{-13}) = 7,3 \text{ МэВ.}$ <p style="text-align: right;"><b>Ответ:</b> <math>E_{\min} = 7,3</math> МэВ.</p>

**4.2.** Ядро покоящегося нейтрального атома радия  ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ , находясь в однородном магнитном поле, индукция которого  $0,5$  Тл, испытывает  $\alpha$ -распад. Масса  $M$  тяжелого иона равна  $3,752 \cdot 10^{-25}$  кг. Выделившаяся при  $\alpha$ -распаде энергия  $4,871$  МэВ полностью переходит в кинетическую энергию продуктов реакции. Трек  $\alpha$ -частицы находится в плоскости, перпендикулярной направлению магнитного поля. Начальная часть трека напоминает дугу окружности. Напишите уравнение  $\alpha$ -распада для данного случая и определите радиус начальной части трека  $\alpha$ -частицы.  $m_{\alpha} = 6,764 \cdot 10^{-27}$  кг;  $q_{\alpha} = 3,2 \cdot 10^{-19}$  Кл.

Дано:	Решение:
${}^{226}_{88}\text{Ra}$ $B = 0,5$ Тл $M = 3,752 \cdot 10^{-25}$ кг $\Delta E = 4,871$ МэВ $1$ МэВ $= 1,6 \cdot 10^{-13}$ Дж $m_{\alpha} = 6,764 \cdot 10^{-27}$ кг $q_{\alpha} = 3,2 \cdot 10^{-19}$ Кл <hr/> $R = ?$	<p>Уравнение <math>\alpha</math>-распада</p> ${}^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow {}^4_2\alpha + {}^{222}_{86}\text{X}.$ <p>Если частица влетает в магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции, то в этом поле она будет двигаться по окружности радиуса <math>R</math>.</p> $R = \frac{m_{\alpha} v_{\alpha}}{q_{\alpha} B}. \quad (1)$

Чтобы найти радиус начальной части трека  $\alpha$ -частицы, нужно знать ее скорость  $v_\alpha$ . Из условия задачи выделившаяся при  $\alpha$ -распаде энергия  $\Delta E$  полностью переходит в кинетическую энергию продуктов реакции:

$$\Delta E = \frac{m_\alpha v_\alpha^2}{2} + \frac{Mv^2}{2}. \quad (2)$$

Из закона сохранения импульса

$$m_\alpha v_\alpha = Mv \quad (3)$$

определим скорость тяжелого иона:

$$v = \frac{m_\alpha v_\alpha}{M}. \quad (4)$$

Решая совместно (2) и (4), получим

$$2\Delta E = m_\alpha v_\alpha^2 + M \frac{m_\alpha^2 v_\alpha^2}{M^2}, \quad 2\Delta E = m_\alpha v_\alpha^2 \left(1 + \frac{m_\alpha}{M}\right).$$

$$v_\alpha = \sqrt{\frac{2\Delta E}{m_\alpha \left(1 + \frac{m_\alpha}{M}\right)}}. \quad (5)$$

Подставим полученное выражение для скорости (5) в уравнение (1) и найдем радиус трека  $\alpha$ -частицы.

$$R = \frac{m_\alpha}{q_\alpha B} \sqrt{\frac{2\Delta E}{m_\alpha \left(1 + \frac{m_\alpha}{M}\right)}}.$$

$$R = \frac{6,64 \cdot 10^{-27}}{3,2 \cdot 10^{-19} \cdot 0,5} \sqrt{\frac{2 \cdot 4,871 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13}}{6,64 \cdot 10^{-27} \left(1 + \frac{6,64 \cdot 10^{-27}}{3,752 \cdot 10^{-25}}\right)}} = 0,63 \text{ (м)}.$$

**Ответ:**  $R = 0,63 \text{ м}$ .

**4.3.** В кровь пациента ввели  $1 \text{ см}^3$  раствора, содержащего искусственный радиоизотоп  ${}_{11}^{24}\text{Na}$ , период полураспада которого равен 15 ч. Активность  $1 \text{ см}^3$  крови, взятой у пациента через 5 ч, оказалась в 7300 раз ниже, чем у исходного раствора. Определите полный объем крови человека. Ответ представьте в литрах и округлите до десятых.

<b>Дано:</b>	<b>Решение:</b>
$V_0 = 10^{-6} \text{ м}^3$ ${}_{11}^{24}\text{Na}$ $T_{1/2} = 15 \text{ ч} = 5,4 \cdot 10^4 \text{ с}$ $t_2 = 5 \text{ ч} = 1,8 \cdot 10^4 \text{ с}$ $n = 7300$ $1 \text{ л} = 10^{-3} \text{ м}^3$ $V = ?$	<p>Активность полного объема крови человека в момент времени <math>t</math></p> $a_1(t) = a_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ <p>Активность образца крови человека объемом <math>V_0</math> в момент времени <math>t</math></p>

$$a_2(t) = a_1(t) \frac{V_0}{V} = a_0 \frac{V_0}{V} \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$$

Так как  $n = \frac{a_0}{a_2(t)}$ , то  $a_0 = n a_2(t)$ .

Тогда  $a_2(t) = n a_2(t) \frac{V_0}{V} \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ .

Отсюда  $V = n V_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ .

$$V = 7300 \cdot 10^{-6} \cdot 2^{-\frac{5}{15}} = 5,8 \cdot 10^{-3} (\text{м}^3) = 5,8 (\text{л}).$$

**Ответ:**  $V_0 = 5,8 \text{ л}$ .

**4.4.** Энергия покоя электрона 0,51 МэВ. Какова скорость электрона после сообщения ему энергии 1 МэВ в ускорителе? Результат представьте в гигаметрах за секунду ( $1 \text{ Гм/с} = 10^9 \text{ м/с}$ ) и округлите до сотых. Скорость света в вакууме  $3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ .

<b>Дано:</b>	<b>Решение:</b>
$E_0 = 0,51 \text{ МэВ}$ $E_k = 1 \text{ МэВ}$ $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ $1 \text{ МэВ} = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}$ $1 \text{ Гм/с} = 10^9 \text{ м/с}$ $v = ?$	<p>Электрон в ускорителе приобретает кинетическую энергию, которую можно определить как разность между полной энергией и энергией покоя:</p> $E_k = E - E_0.$ <p>Полная энергия <math>E = mc^2</math>. Энергия покоя <math>E_0 = m_0 c^2</math>.</p>

Масса релятивистской частицы и ее масса покоя связаны соотношением

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$



Тогда

$$E_k = mc^2 - m_0c^2 = c^2(m - m_0) = \\ = c^2 \left( \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 \right) = E_0 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right).$$

Отсюда находим скорость электрона:

$$v = c \sqrt{1 - \left( \frac{E_0}{E_0 + E_k} \right)^2} \\ v = 3 \cdot 10^8 \sqrt{1 - \left( \frac{0,51}{0,51 + 1} \right)^2} = 2,82 \cdot 10^8 \text{ (м/с)} = 0,28 \text{ (Гм/с)}.$$

**Ответ:**  $v = 0,28 \text{ Гм/с}$ .

**4.5.** В результате реакции слияния неподвижных ядер дейтерия (заряд ядра  $Z=1$ , массовое число  $A=2$ ) и трития ( $Z=1$ ,  $A=3$ ) образуется новое ядро и нейтрон. Определите кинетическую энергию нейтрона. Зависимостью массы от скорости пренебrecь. Принять: 1 а. е. м. = 931,49 МэВ; масса атома дейтерия – 2,0141 а. е. м.; масса атома трития – 3,01605 а. е. м.; масса атома гелия – 4,00260 а. е. м.; масса нейтрона – 1,00867 а. е. м. Результат представьте в мегаэлектронвольтах и округлите до целого числа.

<b>Дано:</b>	<b>Решение:</b>
${}^2_1\text{H}; {}^3_1\text{H}$ $m_d = 2,0141 \text{ а. е. м.}$ $m_{\text{тр}} = 3,01605 \text{ а. е. м.}$ $m_{\text{г}} = 4,00260 \text{ а. е. м.}$ $m_n = 1,00867 \text{ а. е. м.}$ $E_{\text{к.н}} = ?$	<p>Реакция слияния неподвижных ядер дейтерия и трития</p> ${}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n}$ <p>Энергия, выделяемая при слиянии ядер дейтерия и трития,</p> $Q = [m_d + m_{\text{тр}} - m_{\text{г}} - m_n] \cdot c^2.$

$$Q = [2,0141 + 3,01605 - 4,00260 - 1,00867] \cdot 931,49 = 17,6 \text{ (МэВ)}.$$

Эта энергия распределяется между атомами гелия и нейтрона. Запишем закон сохранения импульса:

$$0 = m_{\text{г}} \vec{v}_{\text{г}} + m_n \vec{v}_n.$$

В скалярной форме

$$m_{\text{г}} v_{\text{г}} = m_n v_n.$$

Возведем последнее выражение в квадрат и разделим на 2:

$$(m_{\Gamma}v_{\Gamma})^2 = (m_n v_n)^2,$$

$$\frac{m_{\Gamma}^2 v_{\Gamma}^2}{2} = \frac{m_n^2 v_n^2}{2}$$

Приведем полученное выражение к виду

$$m_{\Gamma} \left( \frac{m_{\Gamma} v_{\Gamma}^2}{2} \right) = m_n \left( \frac{m_n v_n^2}{2} \right), \text{ или } m_{\Gamma} E_{\kappa. \Gamma} = m_n E_{\kappa. n}.$$

Тогда, учитывая, что  $m_{\Gamma} = 4m_n$ , получим

$$E_{\kappa. \Gamma} = \frac{E_{\kappa. n}}{4}. \quad Q = E_{\kappa. \Gamma} + E_{\kappa. n} = \frac{5}{4} E_{\kappa. n}$$

$$E_{\kappa. n} = \frac{4Q}{5} = \frac{4 \cdot 17,6}{5} = 14 \text{ (МэВ)}.$$

**Ответ:**  $E_{\kappa. n} = 14 \text{ МэВ}$ .

**4.6.** На сколько увеличится масса пружины жесткостью 10 кН/м при ее растяжении на 3 см? Скорость света в вакууме  $3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ . Результат представьте в аттокилограммах ( $1 \text{ акг} = 10^{-18} \text{ кг}$ ).

<b>Дано:</b>	<b>Решение:</b>
$k = 10 \text{ кН/м} = 10^4 \text{ Н/м}$ $\Delta x = 3 \text{ см} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ $1 \text{ акг} = 10^{-18} \text{ кг}$ $\Delta m = ?$	<p>Энергия свободной пружины равна нулю. Когда пружину растянули, она приобрела потенциальную энергию</p> $E_{\text{п}} = \frac{k \Delta x^2}{2}, \quad (1)$

т. е. энергия пружины изменилась. Согласно Эйнштейну, если меняется энергия, то меняется и масса:

$$\Delta E = \Delta m c^2. \quad (2)$$

Увеличение массы пружины найдем, приравняв правые части полученных уравнений (1) и (2):

$$\Delta m c^2 = \frac{k \Delta x^2}{2}.$$

Отсюда

$$\Delta m = \frac{k \Delta x^2}{2c^2} = \frac{10^4 \cdot 9 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 9 \cdot 10^{16}} = 50 \cdot 10^{18} \text{ (кг)} = 50 \text{ (акг)}.$$

**Ответ:**  $m = 50 \text{ акг}$ .

**4.7.** Какая часть атомов радиоактивного кобальта  ${}^{58}_{27}\text{Co}$  распадается за 20 суток, если период полураспада равен 72 суткам?

<b>Дано:</b>	<b>Решение:</b>
${}^{58}_{27}\text{Co}$ $t = 20$ суток $T = 72$ суток	Запишем закон радиоактивного распада $N = N_0 e^{-\lambda t},$
$\frac{\Delta N}{N_0} = ?$	где $N_0$ – число нераспавшихся атомов в начальный момент времени; $N$ – число нераспавшихся атомов в момент времени $t$ ; $\lambda$ – постоянная радиоактивного распада, равная $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$ , $T$ – период полураспада.

Число распавшихся атомов

$$\Delta N = N_0 - N;$$

$$\Delta N = N_0 - N_0 e^{-\lambda t} = N_0(1 - e^{-\lambda t}).$$

Тогда

$$\frac{\Delta N}{N_0} = 1 - e^{-\lambda t} = 1 - e^{-\frac{\ln 2}{T} t} \text{ – доля распавшихся атомов.}$$

$$\frac{\Delta N}{N_0} = 1 - e^{-\frac{\ln 2}{72} \cdot 20} = 0,175.$$

**Ответ:**  $\Delta N/N_0 = 0,175$ .

**4.8.** Какое количество воды, взятой при  $0^\circ\text{C}$ , можно перевести в пар, если использовать все тепло, выделяющееся при образовании из протонов и нейтронов 0,2 г гелия? Принять массу протона равной  $1,67 \cdot 10^{-27}$  кг, массу нейтрона –  $1,67 \cdot 10^{-27}$  кг, массу ядра –  $4 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27}$  кг. Молярная масса гелия  $4 \cdot 10^{-3}$  кг/моль, удельная теплота парообразования  $r = 2,3 \cdot 10^6$  Дж/кг, удельная теплоемкость воды  $C = 4190$  Дж/(кг·К), скорость света в вакууме  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с. Результат представьте в тоннах (т) и округлите до целого числа.

<b>Дано:</b>	<b>Решение:</b>
$t_1 = 0^\circ\text{C}$ , $T_1 = 273$ К $t_2 = 100^\circ\text{C}$ , $T_2 = 373$ К $m_{\text{He}} = 0,2$ г = $2 \cdot 10^{-4}$ кг $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг $m_n = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг $r = 2,3 \cdot 10^6$ Дж/кг $C = 4190$ Дж/(кг·К) $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль $^{-1}$ $\mu_{\text{He}} = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль $m_{\text{я}} = 4 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг	Энергия, выделяющаяся при образовании из протонов и нейтронов гелия, идет на нагревание и парообразование воды: $E = Q_1 + Q_2, \quad (1)$
$m_{\text{в}} = ?$	где $Q_1 = C m_{\text{в}} \Delta T$ – энергия, необходимая для нагревания воды от нуля градусов Цельсия до температуры кипения; $Q_2 = r \cdot m_{\text{в}}$ – энергия, необходимая для испарения; $E = \Delta m_{\text{He}} c^2 \cdot N$ – энергия, выделяющаяся при образовании из протонов и нейтронов гелия.

Здесь  $N$  – число частиц в 0,2 г гелия, которое можно определить из соотношения

$$N = \frac{m_{\text{He}}}{\mu_{\text{He}}} N_A.$$

Тогда уравнение (1) перепишем в виде

$$\Delta m_{\text{He}} c^2 \frac{m_{\text{He}}}{\mu_{\text{He}}} N_A = C m_{\text{B}} (T_2 - T_1) + r m_{\text{B}},$$

где  $\Delta m_{\text{He}}$  – дефект массы ядра гелия,

$$\Delta m_{\text{He}} = Z m_p + n m_n - m_{\text{я}}.$$

Здесь  $Z = 2$  – число протонов;  $n = 2$  – число нейтронов.

$$(Z m_p + n m_n - m_{\text{я}}) \cdot c^2 \frac{m_{\text{He}}}{\mu_{\text{He}}} N_A = m_{\text{B}} [C(T_2 - T_1) + r],$$

$$m_{\text{B}} = \frac{(z m_p + n m_n - m_{\text{я}}) c^2 \frac{m_{\text{He}}}{\mu_{\text{He}}} N_A}{[C(T_2 - T_1) + r]}.$$

$$m_{\text{B}} = \frac{(2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} + 2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} - m_{\text{я}}) \cdot 9 \cdot 10^{16} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 10^{-3}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{[4200 \cdot (373 - 273) + 2,3 \cdot 10^6]} = 48 \cdot 10^3 \text{ (кг)}.$$

**Ответ:**  $m_{\text{B}} = 48 \text{ т}$ .

**4.9.** Сколько граммов урана с атомной массой 0,238 кг/моль расщепляется за сутки работы атомной электростанции, тепловая мощность которой  $10^6$  Вт? Дефект массы при делении ядра урана равен  $4 \cdot 10^{-28}$  кг. КПД электростанции составляет 20 %.

Дано:	Решение:
$\mu = 0,238 \text{ кг/моль}$	Коэффициент полезного действия $\eta = \frac{A_{\text{п}}}{A_3},$ где $A_{\text{п}} = Pt$ – полезная работа, $A_3 = E$ – затраченная работа, выделяемой при расщеплении урана.
$t = 1 \text{ сут} = 86400 \text{ с}$	
$P = 10^6 \text{ Вт}$	
$\Delta m = 4 \cdot 10^{-28} \text{ кг}$	
$\eta = 20 \% = 0,2$	
$m = ?$	

$$E = (\Delta m c^2) N,$$

где  $N$  – число ядер урана в массе  $m$ , которое можно найти через количество вещества.

$$v = \frac{m}{\mu} = \frac{N}{N_A}.$$

Отсюда

$$N = \frac{m}{\mu} N_A.$$

Тогда

$$\eta = \frac{Pt\mu \cdot 100\%}{(\Delta mc^2)mN_A}.$$

$$m = \frac{Pt\mu}{\Delta mc^2 \eta N_A} = 4,7 \cdot 10^{-3} \text{ (кг)} = 4,7 \text{ (г)}.$$

**Ответ:**  $m = 4,7 \text{ г}$ .

**4.10.** Определите возраст минерала, в котором на один атом урана  ${}^{238}_{92}\text{U}$  приходится один атом свинца. Считать, что в момент образования минерала свинец в минерале отсутствовал. Свинец образовался только в результате радиоактивного распада урана. Период полураспада урана  ${}^{238}_{92}\text{U}$  равен  $4,5 \cdot 10^9$  лет. Полученный ответ дайте в годах.

<b>Дано:</b>	<b>Решение:</b>
${}^{238}_{92}\text{U}$	Закон радиоактивного распада $N = N_0 e^{-\lambda t}.$
$T = 4,5 \cdot 10^9$ лет	
$t = ?$	
Здесь $N$ – число нераспавшихся частиц в момент времени $t$ ; $N_0$ – число частиц в начальный момент времени; $e$ – основание натурального логарифма; $\lambda$ – постоянная радиоактивного распада.	

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T}.$$

$$N = N_0 e^{\frac{\ln 2}{T} t}.$$

Из полученного уравнения выразим время  $t$ .

$$\frac{N}{N_0} = e^{\frac{\ln 2}{T} t}; \quad \frac{N_0}{N} = e^{\frac{\ln 2}{T} t}.$$

По условию задачи на один атом урана приходится один атом свинца, следовательно,

$$N = \frac{N_0}{2}.$$

Тогда

$$e^{\frac{\ln 2}{T}t} = 2; \ln e^{\frac{\ln 2}{T}t} = \ln 2; \frac{\ln 2}{T}t = \ln 2.$$

Отсюда

$$t = T = 4,5 \cdot 10^9 \text{ (лет)}.$$

**Ответ:**  $t = 4,5 \cdot 10^9$  лет.

**4.11.** Покоившееся ядро радона  ${}^{222}_{86}\text{Rn}$  выбросило  $\alpha$ -частицу (ядро  ${}^4_2\text{He}$ ) со скоростью 16 Мм/с. Какую скорость получило оно вследствие отдачи? Массы протона и нейтрона считать одинаковыми и равными  $1,67 \cdot 10^{-27}$  кг. Ответ представьте в километрах за секунду и округлите до целого числа.

Дано:	Решение:
${}^{222}_{86}\text{Rn}, {}^4_2\text{He}$ $v_\alpha = 16 \cdot 10^6 \text{ м/с}$ $m_p = m_n = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ $v_x = ?$	${}^{222}_{86}\text{Rn} \rightarrow {}^4_2\alpha + {}^{218}_{84}\text{X}.$ Ядро радона покоилось, следовательно, $\alpha$ -частица и образовавшееся ядро полетят в разные стороны. Тогда закон сохранения импульса в скалярной форме запишем в виде

$$m_\alpha v_\alpha = m_x v_x.$$

Отсюда выразим скорость  $v_x$ :

$$v_x = \frac{m_\alpha v_\alpha}{m_x}.$$

Массу частиц выразим через молярную массу:

$$m = \frac{\mu}{N_A}.$$

$$v_x = v_\alpha \frac{\mu_\alpha N_A}{N_A \mu_x} = v_\alpha \frac{\mu_\alpha}{\mu_x}.$$

$$v_x = 16 \cdot 10^6 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-3}}{218 \cdot 10^{-3}} = 294 \cdot 10^3 \text{ (м/с)}.$$

**Ответ:**  $v_x = 294$  км/с.

### Задачи для самостоятельного решения

4.12. Во сколько раз радиус ядра атома урана  $^{238}\text{U}$  больше радиуса ядра атома водорода  $^1\text{H}$ ?

**Ответ:**  $r_{\text{U}}/r_{\text{H}} = 6,2$ .

4.13. За время  $t_1$  начальное количество некоторого радиоактивного изотопа уменьшилось в  $k_1 = 3$  раза. Во сколько раз оно уменьшится за время  $t_2 = 2t_1$ ?

**Ответ:**  $N_1/N_2 = 9$ .

4.14. Оцените количество тепла, которое выделяет полоний  $^{210}\text{Po}$  массой  $m = 1$  мг за время, равное периоду полураспада этих ядер, если испускаемые  $\alpha$ -частицы имеют кинетическую энергию  $W = 5,3$  МэВ?

**Ответ:**  $Q = 1,2$  Дж.

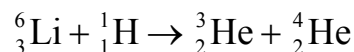
4.15. Какую минимальную работу (в МэВ) надо совершить, чтобы «расщепить» ядро кальция  $^{40}_{20}\text{Ca}$  на отдельные протоны и нейтроны?

**Ответ:**  $A_{\min} = 342,1$  МэВ.

4.16. Какая энергия (в МэВ) могла бы выделиться при слиянии двух  $\alpha$ -частиц и нейтрона в ядро атома бериллия  $^9_4\text{Be}$ ? Удельные энергии связи:  $w_{\text{Be}} = 6,46$  МэВ/н,  $w_{\alpha} = 7,07$  МэВ/н.

**Ответ:**  $E = 1,58$  МэВ.

4.17. Какое количество теплоты выделится в ходе реакции



в результате которой образуется  $m = 1$  кг  $^4_2\text{He}$ ? Во сколько раз это количество теплоты больше энергии, выделяемой при сгорании нефти массой  $m = 1$  кг? Считать известными массы атомов.

**Ответ:**  $Q = 9,86 \cdot 10^{13}$  Дж;  $Q/Q_{\text{H}} = 2,14 \cdot 10^6$ .

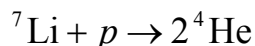
4.18. Подводная лодка «Наутилус» (США) имеет мощность топливных установок  $P = 14,7$  МВт, КПД  $\eta = 25\%$ . Топливом служит обогащенный уран  $m_0 = 1$  кг, при делении ядер которого выделяется энергия  $E = 6,9 \cdot 10^{13}$  Дж. Определите запас горючего, необходимого для годового плавания лодки.

**Ответ:**  $m = 26,9$  кг.

**4.19.** Какую кинетическую энергию (в МэВ) необходимо сообщить протону, чтобы он мог расщепить покоящееся ядро тяжелого водорода  ${}^2\text{H}$ ?

**Ответ:**  $E = 3,34$  МэВ.

**4.20.** Какую массу воды  $m_{\text{в}}$  можно нагреть от  $0^\circ\text{C}$  до кипения, если использовать всю энергию, выделившуюся в ходе реакции



при полном разложении  $m = 1$  мг лития? Удельная теплоемкость воды  $C = 4,18 \cdot 10^3$  Дж/(кг·К), удельные энергии связи ядер лития  $w_{\text{Li}} = 5,61$  МэВ/н,  $w_{\text{He}} = 7,07$  МэВ/н.

**Ответ:**  $m_{\text{в}} = 572$  кг.

**4.21.** Свободное неподвижное ядро иридия  ${}^{192}\text{Ir}$  с энергией возбуждения  $E_{\text{в}} = 129$  кэВ перешло в основное состояние, испустив  $\gamma$ -квант. Вычислите относительное изменение энергии  $\gamma$ -кванта, возникающее в результате отдачи ядра.

**Ответ:**  $E_1/E_2 = 3,6 \cdot 10^{-7}$ .

**4.22.** Какую часть от объема атома кобальта  ${}^{59}\text{Co}$  составляет объем его ядра? Плотность кобальта  $\rho = 4500$  кг/м<sup>3</sup>.

**Ответ:**  $V_{\text{я}}/V_{\text{а}} = 2,5 \cdot 10^{-17}$ .

**4.23.** Ядро висмута  ${}^{212}\text{Bi}$  испытывает или  $\alpha$ -распад, превращаясь в изотоп таллия Tl, или  $\beta$ -распад, образуя изотоп полония Po. Напишите соответствующие реакции.



## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы закончили изучение последнего и наиважнейшего раздела курса общей физики «Оптика. Квантовая механика. Атомная и ядерная физика. Физика элементарных частиц». Из пройденного материала видно, что среди всех дисциплин в вузе нет таких, которые могли бы сравниться с курсом физики по богатству и многообразию идей, методов исследования и фундаментальности изучаемых в нем достижений науки и техники.

При изложении основных физических идей, методов и результатов авторы стремились показать, что между классической и современной физикой нет глубокой пропасти и разрыва. Физика представляет собой непрерывно развивающуюся науку, в которой одни физические идеи, теории и результаты закономерно сменяются другими.

Современная наука (и техника), развивающаяся необыкновенно быстрыми темпами, приводит к резкому повышению требований, которые предъявляются к современному курсу физики в вузе. Эти требования находят свое выражение в повышении научно-технического уровня курса, внедрении инновационных технологий, направленных на активизацию познавательной деятельности студентов, развитие их творческих способностей, научного мышления.

Данный курс лекций охватил все основные разделы классической и современной физики. Мы изучили основы классической механики и, рассмотрев границы ее применимости, перешли к специальной теории относительности. Далее были рассмотрены основы термодинамики и молекулярной физики; учение о электричестве и магнетизме; колебательные, волновые процессы, включая учение об электромагнитных волнах и оптику. Существенное место отведено квантовым свойствам излучения, основам квантовой оптики и элементам квантовой механики.

В конце курса мы разобрали вопросы, посвященные современным достижениям физики XXI в.: атомной физики, физики атомного ядра и элементарных частиц. Они стали возможными благодаря быстрому расширению технических возможностей эксперимента и развитию квантовой механики, применению ее к теории твердых тел, расчетам ускорителей, ядерных и термоядерных реакторов, квантовых генераторов, усилителей и т. д.

Наряду с большими достижениями физики во всех ее разделах остается много вопросов. Например, построение квантовой теории тяготения, проблемы физики плазмы и атомного ядра, построение теории, объединяющей все известные виды взаимодействий.

Из сказанного ясно, какое значение имеет для будущего инженера изучение физики.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

### *Основная*

1. Савельев И.В. Курс общей физики: учеб. пособие для вузов: в 5 кн. – М.: АСТ: Астрель, 2006. – Кн. 5. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. – 368 с.
2. Бондарев Б.В., Калашников Н.П., Спиринов Г.Г. Курс общей физики: учеб. пособие: в 3 кн. – 2-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2005. – Кн. 2. Электромагнетизм. Волновая оптика. Квантовая физика. – 438 с.
3. Суханов А.Д., Голубева О.Н. Лекции по квантовой физике: учеб. пособие. – М.: Высш. шк., 2006. – 300 с.: ил.
4. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики: учеб. пособие для вузов. – 4-е изд., испр. – М.: Высш. шк., 2002. – 718 с.
5. Трофимова Т.И. Курс физики: учеб. пособие для вузов. – 9-е изд., перераб. и доп. – М.: Издат. центр «Академия», 2004. – 560 с.
6. Сивухин Д.В. Общий курс физики: учеб. пособие для вузов: в 5 т. – 3-е изд., стер. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – Т. 5. Атомная и ядерная физика. – 784 с.
7. Тюрин Ю.И., Чернов И.П., Крючков Ю.Ю. Физика. Ч. 3. Оптика. Квантовая физика: учеб. пособие для технических университетов. – Томск: Изд-во Томского ун-та, 2004. – 738 с.

### *Дополнительная*

8. Ларионов В.В. Физический практикум: учеб. пособие для вузов: в 3 ч. – Томск, 2005. – Ч. 3. Оптика. Атомная и ядерная физика. – 217 с.
9. Кузнецов С.И. Колебания и волны. Геометрическая и волновая оптика: учеб. пособие. – Томск: Изд-во ТПУ, 2007. – 170 с.
10. Кузнецов С.И. Квантовая физика: учеб. пособие. – Томск: Изд-во ТПУ, 2006. – 62 с.
11. Кузнецов С.И. Квантовая оптика. Атомная и ядерная физика. Физика элементарных частиц: учеб. пособие. – Томск: Изд-во ТПУ, 2007. – 154 с.
12. Кузнецов С.И., Рогозин К.И. Справочник по физике: учебное пособие. – Томск: Изд-во ТПУ, 2012. – 224 с.
13. Тюрин Ю.И. Физика. Краткий курс: учеб. пособие / Ю.И. Тюрин, И.П. Чернов, Ю.Ю. Крючков, Э.В. Поздеева, Э.Б. Шошин. – Томск: Изд-во ТПУ, 2009. – 138 с.

*Истинный джентльмен – это тот, кто кошку всегда называет кошкой. Даже если он споткнулся о нее и упал.*

## ГЛОССАРИЙ

В глоссарии перечислены использованные в пособии термины физики, химии, математики, статистики, которые часто непереводимы напрямую. Их число быстро растет и неконтролируемо «размножается». Даны их выверенные толкования без претензий на истину в абсолютной инстанции.

**Абсорбция света** – поглощение света.

**Абсолютно черное тело** – понятие теории теплового излучения, означающее тело, которое полностью поглощает любое падающее на его поверхность электромагнитное излучение, независимо от температуры этого тела.

**Адроны** – тяжелые элементарные частицы, участвующие в сильных взаимодействиях.

**Альфа-частица** – устойчивая система из двух нейтронов и двух протонов (ядро атома гелия).

**Античастица** – для заданной элементарной частицы – элементарная частица, имеющая ту же массу и спин и равные по величине, но противоположные по знаку другие физические характеристики: электрический заряд, магнитный момент и др.

**Атом** – наименьшая часть химического элемента, способная к самостоятельному существованию и являющаяся носителем его свойств. Каждому элементу соответствует определенный род атома, обозначаемый химическим символом этого элемента.

**Атомная физика** – раздел физики, посвященный изучению строения и свойств атомов и элементарным процессам, в которых участвуют атомы.

**Атомные спектры** – спектры поглощения и испускания свободных или слабо взаимодействующих атомов, возникающие при излучательных квантовых переходах между их уровнями энергии.

**Бипризма Френеля** – в физике – двойная призма с очень малыми углами при вершинах, являющаяся оптическим устройством, позволяющим из одного источника света формировать две когерентные волны, которые дают возможность наблюдать на экране устойчивую интерференционную картину.

**Виртуальные состояния** – короткоживущие промежуточные состояния микросистемы, в которых нарушается обычная связь между энергией, импульсом и массой системы. Например, при столкновении электрона с позитроном пара  $e^+ e^-$  аннигилирует в адроны через виртуальный  $\gamma$ -квант.

**Возбужденные состояния атома** – состояния, имеющие конечное время жизни. Для свободного атома оно составляет  $\sim 10^{-8}$  с, так как атом стремится перейти в основное состояние с меньшей энергией. При этом атом испускает фотон, энергия которого равна разности энергий верхнего и нижнего уровней атома.

**Волны де Бройля** – волны, которые описывают движение электронов, протонов, ионов и других микрочастиц согласно гипотезе Луи де Бройля.

**Волновая оптика** – раздел физической оптики, изучающий совокупность явлений, в которых проявляется волновая природа света.

**Время жизни** – время, в течение которого вероятность обнаружить систему в данном состоянии уменьшается в  $e$  раз.

**Гамма-излучение** – коротковолновое электромагнитное излучение (длина волны  $\sim 2 \cdot 10^{-10}$  м). Гамма-излучение представляет собой поток гамма-квантов, которые характеризуются, как и другие фотоны, энергией, импульсом и спином.

**Геометрическая оптика** – раздел оптики, в котором изучаются законы распространения света в прозрачных средах и условия получения изображений на основании математической модели физических явлений, происходящих в оптических системах, справедливой, когда длина волны света бесконечно мала.

**Главное квантовое число** – число  $n = 1, 2, 3, \dots$ , определяющее для водорода и водородоподобных атомов возможные значения энергии.

**Голография** – способ фиксирования полной информации о трехмерных объектах, включающей распределение амплитуды и фазы в каждой точке волнового фронта. Позволяет получить объемные изображения, в высшей степени похожие на реальные.

**Деление ядер** – процесс, при котором из одного атомного ядра возникают 2 (реже 3) ядра-осколка, близких по массе.

**Дисперсия волн** – в линейных системах зависимость фазовой скорости гармонической волны от частоты (длины волны) и, как следствие, изменение формы произвольных волновых возмущений в процессе их распространения.

**Дифракция волн** – в первоначальном, узком смысле – огибание волнами препятствий, в современном, более широком – любые отклонения при распространении волн от законов геометрической оптики.

**Доза** (ионизирующего излучения) – количество энергии ионизирующего излучения, которое воспринимается некоторой средой за определенный промежуток времени. Доза ионизирующего излучения служит для оценки радиационной опасности и измеряется в грэях.

**Закон смещения Вина** – закон, определяющий положение максимума в распределении энергии в спектре излучения абсолютно черного тела при изменении его температуры.

**Замедление нейтронов** – уменьшение кинетической энергии нейтронов в результате многократных столкновений их с атомными ядрами среды.

**Изотопы** – разновидности атомов одного и того же химического элемента, атомные ядра которых имеют одинаковое число протонов и различное число нейтронов.

**Катодные лучи** – электронный пучок в вакууме, порождающий магнитное поле и отклоняющийся в магнитных и электромагнитных полях.

**Квантовые числа** – целые или полуцелые числа, определяющие возможные дискретные числовые значения энергии, импульса и момента импульса системы, которая подчиняется законам квантовой механики.

**Кварки** – гипотетические элементарные частицы, из которых состоят все адроны. Считается, что кварки заключены внутри адронов и неспособны их покидать.

**Кольца Ньютона** – интерференционная картина, возникающая в проходящем или отраженном свете в окрестности точки соприкосновения выпуклой поверхности с плоскостью.

**Лаймана серия** – спектральная серия в спектре атома водорода (и водородоподобных ионов), расположенная в УФ-области спектра.

**Люминесценция** – излучение в диапазоне видимого света, а также в ультрафиолетовом и инфракрасном диапазонах, которое возникает за счет избыточной энергии при переходе в нормальное состояние вещества, предварительно поглотившего определенное количество энергии.

**Масса атома** – определяется в основном массой его ядра и возрастает пропорционально массовому числу атома, т. е. общему числу протонов и нейтронов – числу нуклонов в ядре (ядро содержит  $Z$  протонов и  $A - Z$  нейтронов). Масса электрона ( $0,91 \cdot 10^{-27}$  г) примерно в 1840 раз меньше массы протона или нейтрона, поэтому центр тяжести атома практически совпадает с ядром.

**Масса покоя** – масса частицы/тела в системе отсчета, в которой эта частица/тело покоится.

**Нейтрино** – электрически нейтральная стабильная элементарная частица с массой покоя, близкой к нулю. Нейтрино участвует только в слабом взаимодействии, имеет высокую проникающую способность.

**Нейтрон** – входящая в состав атомных ядер электрически нейтральная элементарная частица:

- с массой покоя, равной 1838 массам электрона;
- распадающаяся в свободном состоянии на протон, электрон и антинейтрино с периодом полураспада 750 с;
- имеющая античастицу (антинейтрон).

**Нуклон** – протон или нейтрон.

**Оптика** – раздел физики, в котором изучаются оптическое излучение (свет), его распространение и явления, наблюдаемые при взаимодействии света и вещества.

**Основное состояние атома** – состояние с наименьшей энергией. Это состояние наиболее устойчиво, в нем свободный, не подверженный внешнему воздействию атом может находиться неограниченно долго.

**Очарование** – аддитивное квантовое число  $C$ , характеризующее адроны или кварки. Частицы с ненулевым значением очарования называются очарованными частицами.

**Планетарная модель атома** – модель атома, согласно которой в центре атома находится положительно заряженное ядро, в котором сосредоточена практически вся масса атома. Вокруг ядра движутся электроны, удерживаемые у ядра силами кулоновского притяжения. Совокупность электронов образует оболочку атома, которая своим отрицательным зарядом компенсирует заряд ядра.

**Поляризация света** – ориентация векторов напряженности электрического поля и магнитной индукции световой волны в плоскости, перпендикулярной световому лучу. Возникает при отражении и преломлении света, а также при распространении света в анизотропной среде. Различают линейную, круговую и эллиптическую поляризацию света.

**Постоянная Планка** – фундаментальная физическая постоянная, определяющая дискретность действия и играющая фундаментальную роль в квантовой механике.  $h = 6,626176 \cdot 10^{-34}$  Дж·с =  $4,136 \cdot 10^{-15}$  эВ·с.

**Постулаты Бора** – основные допущения, введенные без доказательства Н. Бором и положенные в основу его модели атома.

**Принцип Паули** – фундаментальный закон природы, согласно которому в квантовой системе две или более тождественные частицы с полуцелым спином не могут одновременно находиться в одном и том же состоянии.

**Радиоактивность** – спонтанное превращение ядер неустойчивых изотопов одних элементов в ядра других изотопов. Радиоактивный распад происходит по экспоненциальному закону.

**Размеры атома** – определяются размерами его электронной оболочки, не имеющей строго определенных границ. Линейные размеры атома  $\sim 10^{-8}$  см. Площадь поперечных сечений  $\sim 10^{-16}$  см<sup>2</sup>. Объем  $\sim 10^{-24}$  см<sup>3</sup>.

**Размеры ядра** – линейные размеры атомных ядер много меньше линейных размеров атома ( $\sim 10^{-13} \dots 10^{-12}$  см), поэтому ядро часто рассматривают как точечный заряд, и лишь для тонких эффектов взаимодействия ядра с электронами учитывают его конечные размеры.

**Рентгеновское излучение** – электромагнитное излучение, занимающее спектральную область между ультрафиолетовым излучением и гамма-излучением.

**Световой луч** – линия, вдоль которой распространяется поток энергии, испущенный в определенном направлении источником света.

**Связанные состояния** – состояние системы частиц, при котором относительное движение частиц происходит в ограниченной области пространства (является финитным) в течение длительного времени по сравнению с характерными для данной системы периодами.

**Сильное взаимодействие** – короткодействующее взаимодействие элементарных частиц, находящихся на расстоянии до  $10^{-15}$  м.

**Слабое взаимодействие** – короткодействующее взаимодействие элементарных частиц, находящихся на расстоянии до  $10^{-18}$  м. Слабое взаимодействие обуславливает большинство распадов элементарных частиц, взаимодействия нейтронов.

**Спектроскопия** – область физики, посвященная исследованию распределения интенсивности электромагнитного излучения по длинам волн или частотам.

**Тепловое излучение** – электромагнитное излучение, испускаемое веществом и возникающее за счет его внутренней энергии (в отличие, например, от люминесценции). Тепловое излучение имеет сплошной спектр, положение максимума которого зависит от температуры вещества.

**Туннельный эффект** – прохождение (просачивание) частиц сквозь потенциальные барьеры. Туннельный эффект является квантово-механическим эффектом, связанным с тем, что частицы обладают волновыми свойствами.

**Угол Брюстера** – угол падения луча неполяризованного света, при котором весь свет, отраженный от поверхности диэлектрика, является плоскополяризованным.

**Упругое рассеяние частиц** – столкновение частиц, в результате которого меняются только их импульсы, а внутренние состояния остаются неизменными.

**Фазовая скорость** – скорость распространения в пространстве фронта монохроматической волны.

**Ферми** – единица длины в ядерной физике.  $1 \text{ Ф} = 10^{-15} \text{ м}$ .

**Фотон** – квантовый пакет (квант) электромагнитного излучения с нулевой массой и спином, равным 1. Фотон является переносчиком электромагнитного взаимодействия.

**Фотоэффект** – явление, связанное с освобождением электронов твердого тела или жидкости под действием электромагнитного излучения.

**Черенкова – Вавилова излучение** – излучение света электрически заряженной частицей, возникающее при ее движении в среде с постоянной скоростью, превышающей фазовую скорость света в этой среде (скорость распространения в ней световых волн).

**Шредингера уравнение** – основное динамическое уравнение нерелятивистской квантовой механики. В квантовой механике играет такую же фундаментальную роль, как уравнения Ньютона в классической механике и уравнения Максвелла в классической теории электромагнетизма.

**Электронोगрафия** – экспериментальный метод исследования строения вещества, основанный на дифракции электронов.

**Элементарные частицы** – простейшие структурные элементы материи, которые на современном уровне развития физики нельзя считать соединением других частиц.

**Энергетические уровни** – значения, которые может принимать энергия атома, молекулы и другой квантовой системы. Образуют непрерывный, дискретный или смешанный энергетический спектр системы.

**Энергия покоя** – энергия тела (или частицы) в системе отсчета, относительно которой тело покоится. Численно равна произведению массы покоя тела на квадрат скорости света в вакууме.

**Эффект Комптона** – рассеяние электромагнитного излучения малых длин волн (рентгеновских и гамма-лучей) на свободных или слабо связанных электронах. При этом фотоны в результате упругого соударения с электронами передают им часть своего импульса и часть своей энергии.

**Ядерная физика** – наука о строении, свойствах и превращениях атомных ядер.

**Ядерные реакции** – превращения атомных ядер, вызванные их взаимодействием с частицами или друг с другом. Обычно происходят при бомбардировке тяжелых атомных ядер более легкими ядрами или частицами.



# ПРИЛОЖЕНИЯ

## РАЗЛИЧНЫЕ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ

### *Копенгагенская интерпретация волновой функции*

Как было показано выше, эксперименты подтвердили гипотезу де Бройля в опытах по дифракции электронов на кристаллах, а в дальнейшем – по дифракции протонов, нейтронов, атомов и молекул.

Здесь возникает парадокс, связанный с тем, что, если электрон – волна (как и другие частицы), а волна неограниченно делима, то мы должны найти половину или часть электрона. Однако во всех экспериментах электрон всегда был целым, как, впрочем, и фотон и другие частицы. Физики придумали математический формализм, с помощью которого устраняется данный парадокс.

Этот формализм ставит в соответствие каждой частице амплитуду вероятности  $\Psi(x, y, z, t)$ , которая представляет собой функцию координат и времени.

Было придумано уравнение движения квантовых частиц – уравнение Шредингера с использованием пси-функции.

Одно из важных свойств волновой функции  $\Psi$  – **принцип суперпозиции квантовых состояний**, которое формально является следствием линейности уравнения Шредингера для пси-функции.

Из принципа суперпозиций квантовых состояний следует вероятностная трактовка волновой функции:

$$P = |\Psi|^2 = \left| \sum_n C_n \Psi_n \right|^2 = \sum_n |C_n|^2 |\Psi_n|^2.$$

В таком состоянии квадрат модуля коэффициента  $C_n$  определяет вероятность того, что *при измерении*, проведенном над системой с волновой функцией  $\Psi$ , мы обнаружим ее в квантовом состоянии, описываемом волновой функцией  $\Psi_n$ .

Матричный математический аппарат для расчета этой вероятности был разработан В. Гейзенбергом.

Данная интерпретация волновой функции, озвученная официально на конгрессе физиков в Копенгагене, получила название **Копенгагенская интерпретация**.

При такой интерпретации, по *современной терминологии*, матрицами плотности описывается *смешанное* состояние квантовой системы.

*Смешанное* состояние возникает тогда, когда рассматривается квантовая система и *неконтролируемое* воздействие на нее окружающей среды.

Данная интерпретация волновой функции отвергает формальную логику («да – нет», «истина – ложь») и приводит к новой – *вероятностной* – логике.

Защитником такой трактовки был Н. Бор, противником – А. Эйнштейн, который не мог смириться с мыслью, что «*Бог играет с нами в кости*».

### ***Интерпретация Шредингера***

Другая интерпретация волновой функции была предложена Шредингером, но в то время она не получила широкой поддержки из-за *невероятных следствий*, вытекающих из нее.

Прежде чем перейти к интерпретации Шредингера, отметим, что *принцип суперпозиции* в квантовой физике является *основополагающим*, в то время как в классической физике этот принцип – *приближенный*.

Согласно классической физике, исследуемый объект может находиться в каком-то *одном* из множества возможных состояний. Однако он не может находиться *в нескольких состояниях одновременно*, т. е. нельзя придать никакого смысла сумме возможных состояний. Если я нахожусь сейчас в аудитории, я, стало быть, не в коридоре. Состояние, когда я одновременно нахожусь и в аудитории, и в коридоре, *лишено смысла*. Я ведь не могу одновременно находиться и там, и там! И не могу одновременно выйти отсюда через дверь и выскочить через окно. Я либо выхожу через дверь, либо выскакиваю в окно. Как видно, такой подход полностью согласуется с житейским здравым смыслом, т. е. с экспериментом.

Однако в квантовой физике такая ситуация является лишь *одной из возможных*. Состояния системы, когда возможен либо один вариант, либо другой, в квантовой механике называют *смешанными*. Это состояния, которые нельзя описать с помощью волновой функции из-за *неизвестности компонент*, обусловленных ее *взаимодействием с окружением*. Они описываются матрицей плотности. В этом случае можно говорить только о вероятности различных исходов экспериментальных измерений. Это и привело к тому, что Копенгагенская интерпретация волновой функции стала основной на некоторое время.

Сейчас хорошо известно, что в природе имеет место и совершенно другая ситуация, когда объект находится *в нескольких состояниях одновременно*, т. е. имеет место наложение двух или более состояний друг на друга. И не просто наложение, а наложение *без какого-либо взаимного влияния*.

Например, экспериментально доказано, что одна частица может *одновременно* проходить через две щели в непрозрачном экране. Частица, проходящая через первую щель, – это *одно состояние*. Та же частица, проходящая через вторую щель, – *другое состояние*. И эксперимент показывает, что наблюдается *сумма этих состояний*, т. е. частица *одновременно проходит через две щели*. В таком случае говорят о *суперпозиции состояний*.

Речь идет о *квантовой суперпозиции (когерентной суперпозиции)*, т. е. о суперпозиции состояний, которые не могут быть реализованы одновременно с классической точки зрения. Далее под словом *суперпозиция* понимается именно *квантовая суперпозиция*.

Наличие этих двух типов состояний – *смешанного (в дальнейшем смесь)* и *суперпозиции* – является *узловым* для понимания квантовой картины мира.

Другой важной для нас темой будут *условия перехода суперпозиции состояний в смесь* и наоборот. Эти вопросы мы разберем качественно (эксперименты по дифракции частиц описаны выше) на примере знаменитого двухщелевого эксперимента (рис. П.1).

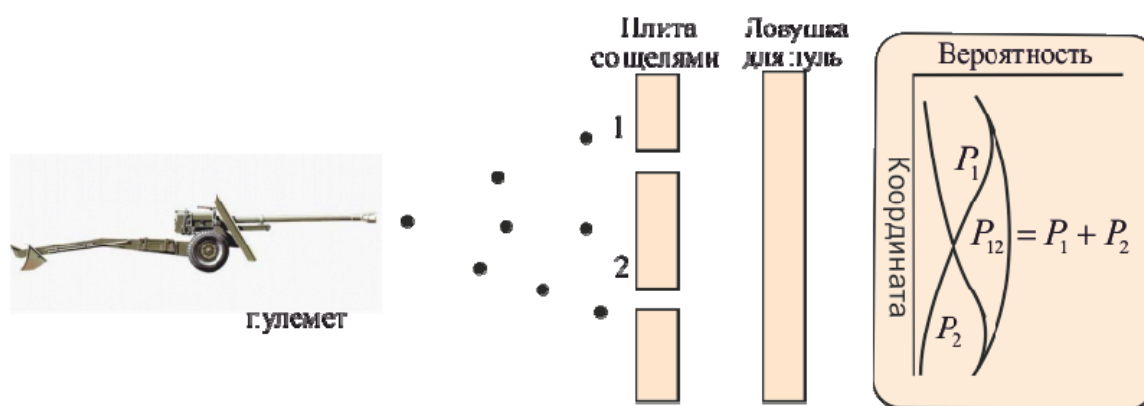


Рис. П.1

Поставим пулемет (*макроскопические частицы*) перед препятствием с двумя щелями и будем стрелять. Можно пересчитать число пуль, застрявших в ловушке, на единицу ее длины, и разделить его на полное число выпущенных пуль. Эту величину – число застрявших пуль на единицу длины ловушки в окрестности некоторой точки  $X$ , отнесенной к полному числу пуль, – мы будем называть вероятностью попадания пули в точку  $X$ . Заметим, что мы можем говорить только о вероятности; ведь мы не можем сказать определенно, куда попадет очередная пуля. Ведь пуля, даже попав в щель, может срикошетить от ее края и уйти вообще неизвестно куда.

Сравнив величины  $P_1$ ,  $P_2$  и  $P_{12}$ , мы можем сделать вывод, что вероятности *просто складываются*:

$$P_1 + P_2 = P_{12}.$$

Итак, для пуль действие двух щелей складывается из действия каждой щели в отдельности.

Представим себе такой же опыт с электронами (дифракция электронов), рис. П.2.

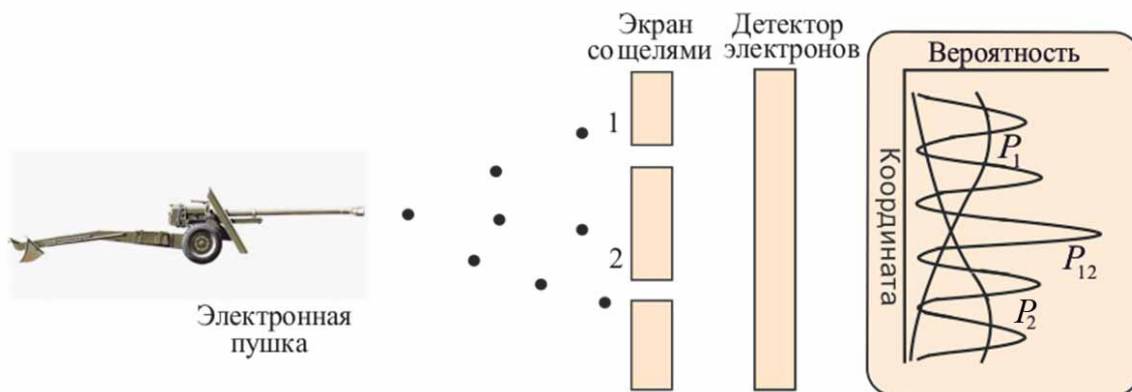


Рис. П.2

Результаты измерений для электронов в случае, когда одна из щелей закрыта, выглядят вполне разумно и весьма походят на наш опыт с пулеметной стрельбой (кривые  $P_1$  и  $P_2$  на рисунке – синяя и зеленая кривые). А вот для случая, когда обе щели открыты, мы получаем совершенно *неожиданную* кривую  $P_{12}$ . Она явным образом не совпадает с суммой  $P_1$  и  $P_2$ . Получившуюся картину называют интерференционной картиной от двух щелей. А теперь вспомним, что интерференция в классической физике возникает из-за делимости волн, однако в случае электронов *его части экспериментально не обнаружены* и, следовательно, корпускулярно-волновой дуализм электронов (как и других частиц) обусловлен другой причиной.

Давайте попробуем разобраться, в чем тут дело. Если мы исходим из гипотезы, что электрон проходит либо через щель 1, либо через щель 2, то в случае двух открытых щелей мы должны получить сумму эффектов от одной и другой щелей, как это имело место в опыте с пулеметной стрельбой.

Вероятности независимых событий складываются, и в этом случае мы бы получили  $P_1 + P_2 = P_{12}$ . Может, мы не учли какой-нибудь существенный эффект и суперпозиция состояний здесь совсем ни при чем? Может быть, у нас очень мощный поток электронов, и разные электроны, проходя через разные щели, как-то искажают движение друг друга?

Для проверки этой гипотезы необходимо модернизировать электронную пушку так, чтобы электроны вылетали из нее достаточно редко. Тогда каждый электрон пролетит все расстояние от пушки до детектора и будет зарегистрирован, так что никакого взаимного влияния летящих электронов друг на друга не будет.

Однако в результате модернизации *результат не изменился*.

Но, может быть, электроны каким-то образом блуждают от отверстия к отверстию и только потом достигают детектора? Это объяснение также не проходит: на кривой  $P_{12}$  при двух открытых щелях есть точки, в которые попадает значительно меньше электронов, чем при любой из открытых щелей. И наоборот, есть точки, количество электронов в которых более чем вдвое превышает сумму электронов, прошедших из каждой щели по отдельности.

Стало быть, утверждение о том, что электроны проходят либо сквозь щель 1, либо сквозь щель 2, *неверно*. Они проходят через обе щели *одновременно*, т. е. *существует квантовая суперпозиция состояний*.

Таким образом, в интерпретации Шредингера для описания *изолированной* от окружения (*замкнутой*) квантовой системы используется понятие *чистого* (или *когерентного*) состояния, которое характеризуется волновой функцией, называемой *вектором состояния*:

$$\Psi = \sum_{n=1}^N C_n \Psi_n.$$

### ***Наблюдатель***

Как формируется вектор состояния, рассмотрим на примере *кота* Шредингера. Кот (кошка) Шредингера – герой кажущегося парадоксальным мысленного эксперимента Эрвина Шредингера. Суть мысленного эксперимента заключается в том, что в закрытый ящик помещен кот. В ящике имеется механизм, содержащий радиоактивное ядро и емкость с ядовитым газом. Параметры эксперимента подобраны так, что вероятность того, что ядро распадется за 1 час, составляет 50 %. Если ядро распадается, оно приводит механизм в действие, он открывает емкость с газом, и кот умирает.

Согласно квантовой механике, если над ядром не производится наблюдения, его состояние описывается суперпозицией двух состояний – распавшегося ядра и нераспавшегося ядра; следовательно, кот, сидящий в ящике, и *жив*, и *мертв одновременно*. *Это вектор состояния квантового кота*.

А теперь внимание! *Происходит действие*. Если ящик *открыть*, то *наблюдатель* увидит только какое-нибудь одно конкретное состояние – «ядро распалось, кот мертв» или «ядро не распалось, кот жив».

В этом случае физики говорят, что вектор состояния *при внешнем воздействии (наблюдении) коллапсирует*. Исчезают все остальные состояния и остается только одно – *собственное*.

В проблеме *кота* вектор состояния по определению может коллапсировать двумя способами: уступив «мертвому коту» или «живому коту».

Допустим, наблюдатель увидел, что кот жив. Возникает вопрос: а куда делся мертвый кот?

В 1952 г., американские ученые Эверетт, Уиллер и Грэхем предложили иную модель, сокращенно называемую по начальным буквам их фамилий – ЭУГ (EWG). В этой модели вектор состояния никогда не коллапсирует. Каждый возможный исход проявляется в *различных собственных состояниях*.

Так как эти собственные состояния должны где-то существовать и не могут сосуществовать в пределах одного и того же пространства-времени, *они существуют в различных вселенных*. В другой вселенной собственное состояние содержит мертвого кота. Это происходит каждый раз, когда возникает вероятность 50 %, – вектор состояния «расщепляется» на два вектора в двух вселенных.

Никто еще не вычислил точного числа параллельных миров (называемых *мирами Эверетта*), существующих согласно этой модели, но, т. к. все возможные вселенные должны были возникнуть из одного Большого взрыва (как принимается в этой модели), это число является очень большим, но не бесконечным. Доктор Брайс де Витт в журнале «Physics today» (1970) оценил его как превышающее 10<sup>100</sup>, но не смог уточнить, насколько превышающее.

Продолжим тему *наблюдателя*. Когда *кот* со всем оборудованием находился в закрытом ящике, для нас (*наблюдателей*) эта квантовая система была *замкнутой* и, следовательно, находилась в *чистом, когерентном* состоянии, которое для *наблюдателя невидимо*.

Чтобы узнать о свойствах системы, *наблюдатель должен воздействовать на нее (открыть дверцу)*, тем самым *заставит* вектор состояния системы *коллапсировать*, т. е. *проявить систему в нашей реальности*. Такой процесс называется *декогеренцией*, он переводит квантовую систему из *чистого* состояния в *смешанное*. *Воздействие (наблюдение) на замкнутую («невидимую») квантовую систему заставляет проявляться ее в нашей реальности*.

### ***Нелокальность нашего мира***

В чистом суперпозиционном состоянии квантовая система *невидима*, т. е. *никак не проявляется в физическом мире, не имеет материального носителя, неощутима, ни с чем не связана. Она нелокальна*.

Таким образом, если рассматривать *Вселенную* (*мир* в целом), которая по определению является *замкнутой системой*, то следует вывод о том, что *Вселенная*, рассматриваемая как единое целое, является *чисто квантовой системой*. Вселенная в целом находится в *чистом запутанном состоянии* (ЧЗС), или, как говорил Гермес Трисмегист, «мир является невидимым в своей целостности».

*Наш мир нелокален.* Парадоксы квантовой механики, корпускулярно-волновой дуализм и т. д. могут быть выведены именно отсюда, из *нелокальности*. В чистом запутанном состоянии Вселенной в целом *есть все, что есть, все, что было, и все, чего не было.* Там *есть и то, чего там нет!*

*Она все. И она ничто. Абсолютный вакуум. Пустота.*

Другими словами, **реальность** – это **локализация** объектов из ЧЗС всей системы, где эти объекты находятся в *нелокальном* виде.

«Видимой» систему делает процесс декогеренции, когда внешнее воздействие (наблюдатель) «проявляет» эту систему в нашем мире.

### **Наблюдатель и декогеренция**

Рассмотрим процесс декогеренции, локализации объектов из нелокального чистого квантового состояния на примере наших электронов. Давайте теперь видоизменим наш опыт так, чтобы можно было проследить за электроном, через какую щель он проходит (рис. П.3). Поставим возле одной из щелей детектор, который регистрирует прохождение электрона сквозь нее. В этом случае, если пролетный детектор регистрирует прохождение электрона через щель 2, мы будем знать, что электрон прошел через эту щель, а если пролетный детектор не дает сигнала, а основной детектор электронов дает сигнал, то ясно, что электрон прошел через щель 1.

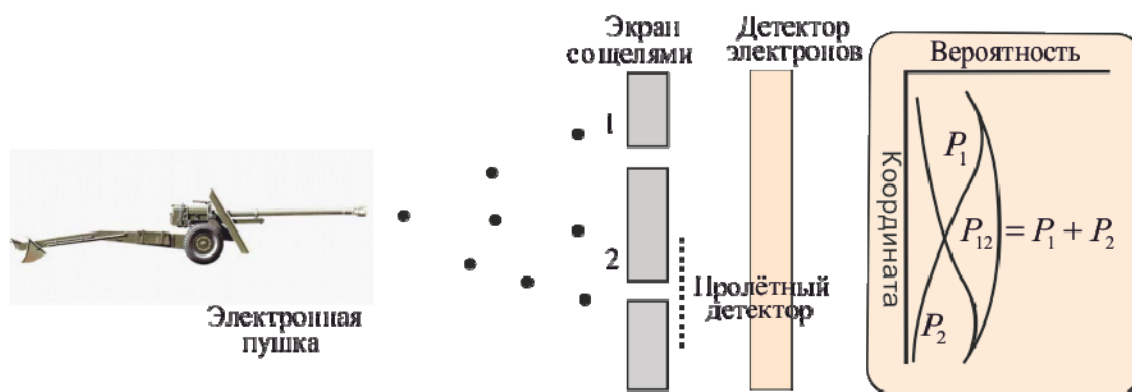


Рис. П.3

Результат этого эксперимента качественно ничем не отличается от опыта с пулеметной стрельбой. Таким образом, мы нашли, что когда мы

смотрим на электрон, то обнаруживаем, что он проходит либо через одно отверстие, либо через другое. *Суперпозиции этих двух состояний нет.* А когда мы на него не смотрим, он одновременно проходит через две щели (суперпозиция квантовых состояний), и распределение их на экране совсем не такое, чем тогда, когда мы на них смотрим. Таким образом, для *декогеренции (локализации)* объекта **существенным** оказывается только сам факт **фиксации** (наблюдения – взаимодействия) состояния объекта.

Иначе говоря, *взаимодействие* квантовой (замкнутой) системы с *окружением*, к которому относится и *измерительная система (наблюдатель)*, приводит к *необратимому* квантовому эффекту – разрушению квантовой когеренции (*декогеренции квантовых состояний*).

В конечном итоге квантовая система *достигает термодинамического равновесия с окружением* и *локализуется в нашем пространстве-времени в смешанном состоянии (смесь)*.

### ***Запутанные состояния и квантовые корреляции***

*Запутанные состояния* могут возникать в системе, которая состоит из *нескольких взаимодействующих подсистем*. Например, если электрон сталкивается с атомом, то образуется запутанное состояние, в котором состояние электрона будет *скоррелировано (запутано)* с состоянием атома.

*Запутанные состояния* необходимы для описания совокупной системы, образованной *из всех когда-то провзаимодействовавших* между собой частей.

Так вот, теория *декогеренции* утверждает, что *суперпозиция состояний* в какой-либо системе **возможна** лишь в том случае, если **в окружении не записывается информация, достаточная** для разделения компонент суперпозиции. Другими словами, важно, чтобы состояния нашей системы не слишком «перепутывались» с состоянием окружения.

Отсюда следует, что запутанные состояния частиц означают наличие связи каких-то характеристик этих частиц после их взаимодействия, и эта связь куда *более жесткая*, чем следует из классических представлений.

Если частицы когда-то *провзаимодействовали*, то в замкнутых системах связь между ними будет *сохраняться всегда*, и изменение состояния одной частицы приведет к *мгновенному* изменению состояния другой, *на каком бы расстоянии* друг от друга они ни находились. Мир – нелокален!

Кроме того, для наблюдателя Б, *ничего не знающего* о манипуляциях со своей частицей наблюдателя А, изменение состояния его частицы *будет казаться чудом. Есть следствие – нет причины.*

В настоящее время проведено около сотни экспериментов, доказывающих нелокальность окружающего нас мира.



Интересно, что мысленный эксперимент, близкий к экспериментам, проведенным совсем недавно, провел еще Альберт Эйнштейн, пытаясь опровергнуть квантовую механику. Но мир оказался *гораздо фантастичнее*, чем это ему представлялось.

Чтобы сказанное выше стало понятнее, рассмотрим эксперимент (по созданию запутанных состояний), проведенный в Рочестерском университете Ричардом Манделом с коллегами в середине 90-х гг. прошлого столетия.

Лазерный луч (рис. П.4) с помощью полупрозрачного зеркала расщеплялся на два пучка, а затем каждый из пучков направлялся на так называемый нелинейный кристалл, т. е. преобразователь частоты, способный расщеплять квант света (фотон) на два дочерних кванта. Затем с помощью системы зеркал делалось так, что каждая из этих двух пар фотонов интерферировала между собой примерно так, как интерферировали компоненты суперпозиции в нашем опыте с рассеянием электронов на двух щелях. Результаты наблюдения интерференционной картины фиксировались детекторами *A1–A2* для первой пары фотонов и детекторами *A3–A4* – для второй пары.

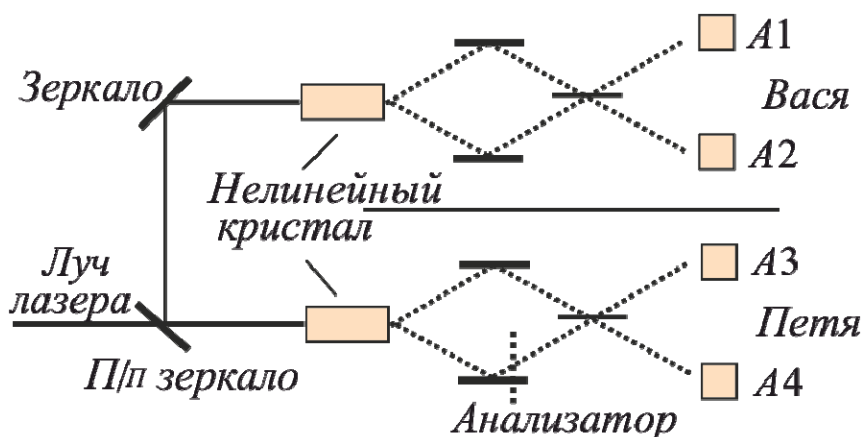


Рис. П.4

Любая частица, обладающая ненулевым спином, в т. ч. фотон, характеризуется поляризацией, т. е. проекцией спина на направление движения. Фотоны могут обладать двумя состояниями поляризации, отвечающими двум возможным проекциям спина, – вдоль и против направления движения (*суперпозиция*). Поэтому анализатором можно выделять компоненты суперпозиции.

Итак, Ричард Мандел пространственно разнес два пучка на достаточно большое расстояние (в современных экспериментах – до сотни километров) и начал менять с помощью анализатора соотношение между компонентами суперпозиции на одном из них.

В силу его манипуляций с анализатором интерференционная картина на этом пучке менялась. Второй пучок он вообще не трогал. Но интерференционная картина, наблюдаемая на этом (втором) пучке, точь-в-точь повторяла интерференционную картину на пучке, с которым экспериментировал Мандел. И картина эта *менялась мгновенно (телепортация фотона)*, в то же самое время, когда менялась картина на первом пучке. И это притом, что никаких «объективных» причин для изменения картины на первом пучке просто не было. Ведь человек в этом случае никак не взаимодействовал с объектом наблюдения, и никакого материального носителя взаимодействия между пучками не было.

Выходит, квантовый объект каким-то *невероятным образом узнавал*, что происходит с другим объектом, удаленным от него на значительное расстояние.

Это явление обычно называют *квантовыми корреляциями*. *Квантовые корреляции – неотъемлемое свойство запутанных состояний*. Если частицы когда-то провзаимодействовали, *то в замкнутых системах связь между ними будет сохраняться всегда*.

Если с помощью анализатора или другого устройства мы определяем состояние (например, поляризацию) одной частицы из пары, то состояние второй частицы тоже *мгновенно становится определенным, независимо от расстояния* до первой частицы. И вести себя эта частица *будет теперь иначе*, чем до измерения, проведенного с первой частицей.

Рассмотрим это на примере, наделив (временно) квантовые частицы свойствами, чувственно воспринимаемыми нами. Например, цветом – черным и белым. Каждая частица изначально белая или черная, мы только *не знаем их цвет*. Вылетевшие частицы будут вести себя как *серые*, т. е. в каждой из них будет присутствовать *суперпозиция белого и черного*, и это проявится в эксперименте.

Но так будет происходить только до тех пор, пока мы не определим цвет одной из частиц.

Если мы определили ее цвет как черный, то другая *немедленно перестает вести себя как серая* и начинает проявлять себя в эксперименте *как белая, на каком бы расстоянии она ни находилась*, т. е. поведет себя *иначе*, чем до измерения с первой частицей.

Теперь представим, что возле одного из пучков находится Петя, который проводит эксперименты, а возле другого – Вася, который не знает о существовании Пети. Для Васи изменение результатов эксперимента на его пучке выглядит *как чудо, чудо в самом мракобесном понимании*. Ведь Вася ничего не делает со своим пучком, все условия эксперимента остаются постоянными, а интерференционная картина по совершенно непонятным причинам меняется: то он видит «белые» час-

тицы, то «серые», то «черные». А никаких причин для изменения картины Вася не найдет, как бы он ни старался. Для него это выглядит так, как будто *есть следствие, но нет причины*.

Похожую схему установки можно использовать и для *мгновенной* передачи информации между Васей и Петей, для этого лишь необходимо, чтобы они согласовали свои действия. Собственно говоря, никакой передачи информации не происходит, информация просто распределена между подсистемами, а Вася и Петя в ходе подобного эксперимента *имеют доступ к единому нелокальному объекту*.

Часто спрашивают: не противоречит ли возможность мгновенной передачи информации теории относительности? Нет, не противоречит.

Теория относительности говорит о пределе в виде скорости света на скорость движения материальных объектов и скорость передачи взаимодействия между ними. Это совершенно справедливо для локальных (классических) объектов.

В случае же пар фотонов в *запутанном* состоянии *нет никакого взаимодействия между ними, нет никакой передачи информации* между ними. Они просто остаются *единым объектом*, как бы далеко друг от друга ни находились.

Это *грань реальности*, которая выходит за рамки теории относительности.

Давайте теперь вообразим, что Вася находится возле нас, а Петя вместе со своей установкой – возле звезды, расстояние до которой миллион световых лет, т. е. Петя поставил свои эксперименты миллион лет назад, а до Васи только сейчас долетел свет из расщепленного пучка, и он начал свои эксперименты с ним.

Что же будет? Будет то же самое: эксперименты Васи изменят результаты экспериментов Пети (в прошлом), который, может быть, уже давным-давно умер (правда неизвестно, сколько живет инопланетянин Петя) и даже успел опубликовать результаты. Ведь определение Васей состояния фотонов определяет свойства Петиних фотонов, и результаты у того меняются вне зависимости от расстояния между ними.

Отсюда вывод: ***мы из будущего можем менять состояние системы в прошлом***.

А что происходит, когда мы наблюдаем свет далеких звезд? Или наблюдаем температурные неоднородности и поляризацию реликтового излучения, которое возникло задолго до возникновения первых звезд и галактик? Совершенно верно, мы можем менять состояние далекого прошлого Вселенной, а стало быть, менять историю!?

Данный парадокс отметил еще Эйнштейн в полемике о квантовой физике, предложив в качестве наблюдателя мышь (*мышь Эйнштейна*),

которая могла наблюдать окружающий мир (в т. ч. и диспуты физиков) и менять историю. На что ему образно ответили, что у мыши мало мозгов. И это справедливо, потому что наше воздействие пока (пока?) *недостаточно* для разделения компонент суперпозиции.

А теперь кратко изложим основное из вышесказанного.

Физическим системам *нельзя приписать* (по крайней мере, всегда) характеристики как *объективно существующие и независимые от проводимых измерений*. Другими словами, характеристики объекта *создаются* наблюдателем. Вне акта наблюдения (воздействия внешней среды на систему) состояние любого объекта во многом является *неопределенным*.

Частицы, образованные когда-то в одном акте, остаются в замкнутой системе *единым объектом*, вне зависимости от того, на каком расстоянии они находятся и как давно произошло их разделение. Такие объекты находятся в замкнутой системе *везде и нигде*. В этом проявляется *нелокальность* нашего мира.

В *замкнутой системе* понятия времени и пространства, причины и следствия *теряют смысл*.

Похоже, что замкнутая система типа нашей Вселенной – и есть такой объект.

### ***От волновой функции к квантовым компьютерам***

Можно ли использовать на практике эти «безумные» следствия из интерпретации Шредингера волновой функции? Можно! К изложению этих возможностей и перейдем.

Свойство квантовых частиц быть одновременно во многих состояниях, называемое ***квантовым параллелизмом***, успешно используется в квантовых вычислениях.

Сейчас каждый из нас хотя бы в самых общих чертах представляет, что такое обычный компьютер. А что Вы скажете насчет компьютера, информационный ресурс которого превышает число частиц во Вселенной (по оценкам специалистов, оно равно  $10^{80}$ ), т. е. компьютера, который по своей эффективности превосходил бы обычный ПК примерно во столько же раз, во сколько Вселенная превосходит один атом?

Скажете, что такое просто невозможно? И будете неправы! Поскольку в настоящее время работа над такими компьютерами идет полным ходом. Их называли *квантовыми компьютерами*.

Для этого устройства нужно не так уж много рабочих ячеек памяти, обрабатывающих информацию (для обычного ПК – это объем оперативной памяти), – достаточно будет всего лишь нескольких сотен. Скажем, довольно трехсот ячеек, чтобы информационный ресурс компьютера примерно на 10 порядков превысил число частиц во Вселенной

( $2^{300} = 10^{90}$ ). И весь этот гигантский массив информации будет согласованно изменяться (вследствие квантового параллелизма) за один рабочий такт.

Каждая ячейка памяти обычного ПК может находиться в двух основных состояниях: 0 и 1 (один бит), общее число состояний для  $N$  ячеек равно  $2^N$  (булевы состояния). Классический компьютер в каждый момент времени может реализовать лишь одну последовательность состояний из 0 и 1 для своих битов регистра памяти.

Так, классический компьютер с регистром из 300 бит может последовательно перебрать те же  $2^{300}$  состояний, но в каждый момент времени он *может находиться лишь в одном из них*. Поэтому время, затраченное на такой перебор (учитывая быстроедействие современных ПК), превышает возраст Вселенной.

Для квантовых компьютеров каждое состояние квантовой системы из  $N$  двухуровневых квантовых элементов (они получили наименование *кубитов* (*quantum bits*)), в отличие от классической, может находиться в некоторой когерентной суперпозиции из  $2^N$  булевых состояний, т. е. характеризуется вектором состояния в  $2^N$ -мерном гильбертовом пространстве.

Когда же в квантовом компьютере *изменяется один кубит*, то вместе с ним *согласованно меняются* все остальные, и вся суперпозиция *мгновенно* перестраивается.

Проще говоря, если в обычном компьютере мы совершаем логические операции над булевыми состояниями  $2^N$  раз, то в квантовом компьютере число квантовых логических операций, действующих в  $2^N$ -мерном гильбертовом пространстве, равно  $N$ .

За счет этого обеспечивается гигантское быстроедействие и, по оценкам специалистов, получается, что вычислительные ресурсы квантового компьютера будут *экспоненциально велики* по сравнению с классическим.

Когда *банкиры осознали*, что квантовый компьютер способен за реальное время *взломать* шифры в банковской сфере, где широко применяется криптосистема, основанная на *невозможности* разложения достаточно большого числа на простые множители за *приемлемое для обычных компьютеров время*, они направили огромные средства на научные исследования в области квантовых вычислений.

В эту же сферу устремились и многие научные коллективы, срочно переориентировав свою тематику. Квантовым вычислениям стало посвящаться наибольшее количество научных публикаций по сравнению с другими разделами физики. В отдельные годы число напечатанных в реферируемых журналах статей на эту тему превышало количество публи-

каций на все другие темы из области физики, вместе взятые. Все это способствовало тому, что достаточно быстро были созданы реальные прототипы квантового компьютера, а теоретические основы, необходимые для его создания, получили очень мощный импульс к развитию.

Для примера рассмотрим один физический носитель, на основе которого можно создавать кубиты для квантового компьютера. Это кристаллы гидроксиапатита кальция  $\text{Ca}_5(\text{PO}_4)_3\text{OH}$ .

Эти монокристаллы считаются очень перспективными кандидатами на роль физической основы твердотельного квантового компьютера, который можно реализовать методами ядерно-магнитного резонанса (ЯМР). Природа, словно по заказу, создала материал, идеально подходящий для реализации квантового компьютера. Микроструктура кристалла представляет собой плоскости, перпендикулярные одномерным цепочкам протонов гидроксильных групп ОН (рис. П.5). Каждая цепочка окружена шестью аналогичными, и *существенно то*, что расстояние между отдельными «нитеями» почти в *три раза больше*, чем расстояние между протонами в самой цепочке.

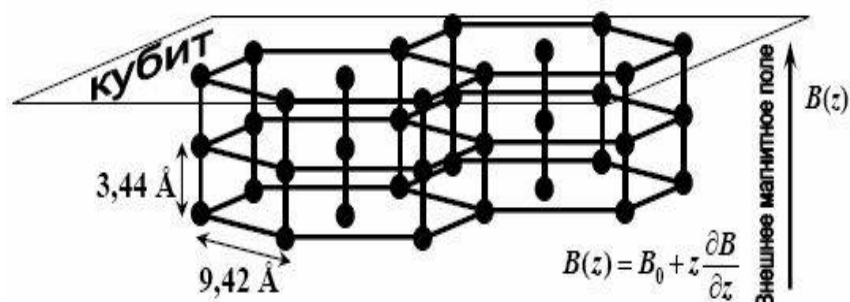


Рис. П.5

Поскольку диполь-дипольное взаимодействие (ДДВ) ядерных спинов убывает с расстоянием как  $1/r^3$ , константа ДДВ между ближайшими ядрами в одной цепочке в десятки раз больше максимальной константы ДДВ спинов в соседних «нитеях».

Поэтому можно считать, что отдельные цепочки ядерных спинов слабо взаимодействуют между собой. В некотором приближении можно рассматривать структуру гидроксиапатита как квазиодномерную (линейную). Это позволяет оперировать целыми плоскостями протонов так, как будто это одиночные, линейно расположенные ядерные спины.

Поэтому предлагается создать твердотельный квантовый компьютер методами ЯМР на монокристалле гидроксиапатита кальция, помещенном в сильное магнитное поле, изменяющееся вдоль одной из осей монокристалла. В таком компьютере можно организовать согласованную работу очень большого числа кубитов. В случае с гидроксиапати-

том существенно то, что монокристалл представляет собой параллельные плоскости, состоящие из протонов, и *каждая такая плоскость* может играть роль кубита. Таким образом, кубитом является не отдельный спин, а большое число ядерных спинов, лежащих в одной плоскости, и манипулировать ими становится гораздо легче, поскольку речь идет о макроскопических величинах.

Особое внимание к этому монокристаллу связано с тем, что в головном мозге человека есть небольшой орган – *эпифиз, или шишковидное тело. Шишковидное тело (corpus pineale)* представляет собой конусовидное образование длиной 6 мм и диаметром 4 мм.

Внутренность шишковидного тела состоит из замкнутых фолликул, окруженных врастаниями соединительной ткани. Фолликулы заполнены эпителиальными клетками, смешанными с известковым веществом – *мозговым песком (acervulus cerebri)*. Известковые отложения также обнаруживаются в поводке эпифиза и вдоль сосудистых сплетений.

*Функция шишковидного тела неизвестна.* Декарт полагал, что эпифиз является «*седалищем духа*». Обратите внимание на то, что в шишковидной железе содержится мельчайший «*песок*», о роли которого современной науке неизвестно практически ничего.

Исследования показали, что этого «*песка*» *нет* у детей примерно до 7 лет, и у людей слабоумных, и вообще у всех тех, кто страдает теми или иными расстройствами умственной организации.

Самое интересное оказывается то, что этот «*песок*» содержит в своем составе *гидроксиапатит кальция*. Именно о нем шла речь как об одном из самых подходящих кандидатов на роль физической основы квантового компьютера. Поразительное совпадение и, вероятно, не случайное.

Возникла гипотеза, что мозг человека содержит квантовый компьютер. В рамках предлагаемой гипотезы интересно проанализировать еще и такой вопрос: а что происходит с человеком, у которого удален эпифиз? Такие операции проводят при наличии в нем злокачественной опухоли.

Встречаются описания случаев, когда после удаления эпифиза люди испытывают так называемое *би-размещение*. Они демонстрируют *виртуальное би-размещение*, при котором существуют одновременно и в *призрачной реальности* (описываемое больным), и в *настоящем* (совпадающее с реальностью окружающих людей).

Здесь видится аналогия со сломанным квантовым компьютером, когда *теряется способность* выделить из суперпозиционного состояния подходящую «*картинку*» *восприятия*, и они остаются наложенными друг на друга.

# ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

## 1. Геометрическая оптика

Закон отражения света  $\alpha = \gamma$ .

Закон преломления света  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c}{v} = n_{21}$ .

Предельный угол  $\alpha_{\text{пр}} = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$ .

Оптическая сила тонкой линзы  $D = \frac{1}{F} = \left( \frac{n_{\text{л}}}{n_{\text{ср}}} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$ .

Формула тонкой линзы  $\frac{1}{d} \pm \frac{1}{f} = \pm \frac{1}{F} = D$ .

Увеличение линзы  $\Gamma = \frac{h}{H} = \frac{f}{d}$ .

Увеличение лупы  $\Gamma = \frac{d_0}{F}$ .

Угловое увеличение телескопа  $\Gamma = \frac{F_1}{F_2}$ .

Увеличение микроскопа  $\Gamma = d_0 a D_1 D_2$ .

Фокусное расстояние сферического зеркала  $F = \frac{R}{2}$ .

Оптическая сила сферического зеркала  $D = \frac{1}{F}$ .

Формула сферического зеркала  $\pm \frac{1}{F} = \frac{1}{d} \pm \frac{1}{f}$ .

Поток излучения  $\Phi = \frac{E}{t}$ .

Энергетическая светимость (излучательность)  $R = \frac{\Phi}{S}$ .

Энергетическая сила света  $J = \frac{\Phi}{\omega}$ .

Энергетическая яркость (лучистость)  $B = \frac{\Delta J}{\Delta S}$ .



Освещенность  $E = \frac{d\Phi}{dS}$ , или  $E = \frac{J}{r^2} \cos \alpha$ .

## 2. Волновая оптика

### Интерференция света

Амплитуда результирующего колебания при сложении двух колебаний  $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$ .

Интенсивность результирующей световой волны

$$J = J_1 + J_2 + 2\sqrt{J_1J_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Видимость интерференционных полос

$$V = \frac{J_{\max} - J_{\min}}{J_{\max} + J_{\min}}, \text{ или } V = \frac{2A_1A_2}{A_1^2 + A_2^2} = \frac{2\sqrt{J_1J_2}}{J_1 + J_2}.$$

Оптическая длина пути  $L = nS$ .

Оптическая разность хода  $\Delta = L_2 - L_1$ .

Условие интерференционных максимумов  $\Delta = \pm m\lambda_0$  ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ).

Условие интерференционных минимумов  $\Delta = \pm(2m + 1)\frac{\lambda_0}{2}$ .

Координаты максимумов интенсивности

$$x_{\max} = \pm m \frac{l}{d} \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

Координаты минимумов интенсивности

$$x_{\min} = \pm(m + \frac{1}{2}) \frac{l}{d} \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

Время когерентности  $\tau_{\text{ког}} = \frac{\pi}{\Delta\omega}$ .

Критический максимум  $m_{\text{кр}} = \frac{\lambda}{2\Delta\lambda}$ .

Оптическая разность хода при интерференции в тонких пленках

$$\Delta = 2nh \cos \beta \pm \frac{\lambda_0}{2} = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \pm \frac{\lambda_0}{2}.$$

Оптическая разность хода при интерференции на клине

$$\Delta = 2b\sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)} \pm \frac{\lambda_0}{2}.$$

Радиус  $m$ -го светлого кольца Ньютона  $r_m = \sqrt{\left(m - \frac{1}{2}\right)\lambda_0 R}$ .

Радиус  $m$ -го темного кольца Ньютона  $r_m = \sqrt{mR\lambda_0}$ .

### Дифракция света

Условие дифракционных максимумов от одной щели

$$b \sin \varphi = \pm(2m + 1)\frac{\lambda}{2}, \quad (m = 1, 2, 3, \dots).$$

Условие дифракционных минимумов от одной щели

$$b \sin \varphi = \pm m \frac{\lambda}{2}, \quad (m = 1, 2, 3, \dots).$$

Интенсивность света при дифракции на одной щели

$$J_\varphi = J_0 \frac{\sin^2\left(\pi \frac{b \sin \varphi}{\lambda}\right)}{\left(\pi \frac{b \sin \varphi}{\lambda}\right)^2}.$$

Условие максимума дифракционной решетки

$$d \sin \varphi = \pm m \lambda \quad (m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots).$$

Условие минимума дифракционной решетки  $b \sin \varphi = \pm m \lambda$ .

### Взаимодействие света с веществом

Зависимость угла отклонения лучей призмой  $\varphi$  от преломляющего угла  $A$  призмы и показателя преломления  $n$   $\varphi = A(n - 1)$ .

Дисперсия вещества  $D = \frac{dn}{d\lambda}$ , или  $D = \frac{dn}{dv}$ .

### Поляризация света

Закон Брюстера:  $\operatorname{tg} \alpha_B = \frac{n_2}{n_1}$ .

Степень поляризации  $P = \frac{J_x - J_y}{J_x + J_y}$ .

Закон Малюса:  $J = \frac{1}{2} J_{\text{ест}} \cos^2 \alpha$ .

Оптическая разность хода в эффекте Керра  $\Delta l(n_o + n_e) = k_2 l E^2$ .

Угол вращения плоскости поляризации в кристаллах  $\varphi = \alpha d$ .

### 3. Элементы квантовой механики, атомной и ядерной физики

#### Квантовая природа излучения

Излучательность (энергетическая светимость) тела  $R = \int_0^{\infty} r_{\nu, T} d\nu$ .

Поглощательная способность тела  $\alpha_{\nu, T} = \frac{d\Phi'_{\nu}}{d\Phi_{\nu}}$ .

Универсальная функция Кирхгофа:  $\frac{r_{\nu, T}}{\alpha_{\nu, T}} = f(\nu, T)$ .

Закон Стефана – Больцмана:  $R = \sigma T^4$ .

Энергетическая светимость серого тела  $R_{\text{сер}} = \alpha_{\nu, T} \sigma T^4$ .

Закон смещения Вина:  $\frac{\nu_{\text{max}}}{T} = \text{const}$ , или  $\lambda_{\text{max}} = \frac{b}{T}$ .

Формула Планка:

$$r_{\nu, T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1}, \text{ или } r_{\lambda, T} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{kT\lambda}\right) - 1}.$$

#### Квантовые явления в оптике

Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта:  $h\nu = \frac{m\nu^2}{2} + A$ .

Энергия фотона  $E = h\nu = h\left(\frac{c}{\lambda}\right)$ .

«Красная граница» фотоэффекта  $\nu_{\text{кр}} = \frac{A}{h}$ ;  $\lambda_{\text{кр}} = \frac{hc}{A}$ .

Ток насыщения  $I_{\text{нас}} = en$ .

Масса фотона  $m_{\text{ф}} = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}$ .

Импульс фотона  $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ ;  $p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{2\pi\hbar}{\lambda}$ .

Волновые вектор и число  $\vec{k} = \frac{2\pi}{h}\vec{p}$  и  $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi\nu}{v} = \frac{2\pi}{T}$ .

Связь между энергией и импульсом фотона  $E = c\sqrt{p^2 + m_0^2 c^2}$ .

Изменение длины волны в эффекте Комптона  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\Phi}{2}$ .

Комптоновская длина волны  $\lambda_c = \frac{h}{mc}$ .

Коротковолновая граница рентгеновского спектра  $\lambda_{\min} = \frac{c}{\nu_{\max}} = \frac{ch}{eU}$ .

Закон Мозли:  $\nu = R(Z - \sigma)^2 \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ .

Импульс, переданный фотоном при поглощении,  $p_{\text{погл}} = \frac{h\nu}{c}$ .

Импульс, переданный фотоном при отражении,  $p_{\text{отр}} = \frac{2h\nu}{c}$ .

Энергетическая освещенность поверхности  $E_{\text{ед}} = Nh\nu$ .

Давления света  $P = \frac{E_{\text{ед}}}{c}(1 + \rho)$ .

### **Корпускулярно-волновой дуализм микрочастиц**

Длина волны де Бройля  $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\nu}$ .

Фазовая скорость волн де Бройля  $\nu_{\text{фаз}} = \frac{\omega}{k} = \frac{c^2}{\nu}$ .

Групповая скорость волн де Бройля  $u = \frac{d\omega}{dk} = \nu$ .

Связь длины волны с кинетической энергией  $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE_{\text{к}}}}$ .

Длина волны, соответствующая атому массой  $m$ ,  $\lambda = \frac{h}{\sqrt{3mkT}}$ .

### **Квантово-механическое описание микрочастиц**

Соотношение неопределенностей Гейзенберга

$$\Delta x \Delta p \geq h, \quad \Delta E \Delta t \geq h.$$

Плотность вероятности  $\frac{dP}{dV} = |\Psi(x, y, z, t)|^2$ .

Вероятность нахождения частицы в элементе объема  $P = \int_V |\Psi|^2 dV$ .

Условие нормировки вероятностей  $\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi|^2 dV = 1$ .

Среднее расстояние электрона от ядра  $\langle r \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} r |\Psi|^2 dV$ .

Общее уравнение Шредингера:  $-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + U(x, y, z, t) \Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}$ .

Уравнение Шредингера для стационарных состояний:

$$\nabla^2 \Psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \Psi = 0 \text{ или } \hat{H} \Psi = E \Psi.$$

Оператор энергии (гамильтониан)  $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U$ .

### Частица в одномерной потенциальной яме

Уравнение Шредингера для свободной частицы:  $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \Psi = 0$ .

Энергия свободной частицы  $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ .

Связь энергии с импульсом  $E = \frac{p^2}{2m}$ .

Плотность вероятности обнаружения частицы  $|\Psi|^2 = \Psi \Psi' = |A|^2$ .

Потенциальная энергия для прямоугольной ямы  $U = \begin{cases} \infty, & x < 0; \\ 0, & 0 \leq x \leq l; \\ \infty, & x > l. \end{cases}$

Уравнение Шредингера для частицы в яме:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \Psi = 0, \text{ или } \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + k^2 \Psi = 0.$$

Общее решение уравнения Шредингера:  $\Psi(x) = A \sin kx$ .

Энергия частицы в яме  $E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2ml^2}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ).

Собственные функции частицы в яме  $\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi}{l} x$ .

Энергетический интервал между двумя соседними уровнями

$$\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{ml^2} n^2.$$

Минимальная энергия частицы в яме  $E_{\min} = \frac{\Delta P^2}{2m} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{ml^2}$ .

Уравнение Шредингера для квантового осциллятора:

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E - \frac{m\omega^2 x^2}{2} \right) \Psi = 0.$$

Энергия квантового осциллятора  $E_n = \left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega$ .

Минимальная (нулевая) энергия квантового осциллятора  $E_0 = \frac{1}{2} \hbar\omega$ .

Правило отбора:  $\Delta n = \pm 1$ .

Коэффициент прозрачности прямоугольного потенциального барьера

$$D = D_0 \exp\left( -\frac{2l\sqrt{2m(U-E)}}{\hbar} \right).$$

Распределение Бозе – Эйнштейна:  $\langle N_i \rangle = \frac{1}{\exp\left(\frac{E_i - u}{kT}\right) - 1}$ .

Распределение Ферми – Дирака:  $\langle N_i \rangle = \frac{1}{\exp\left(\frac{E_i - u}{kT}\right) + 1}$ .

Уровень Ферми в собственном полупроводнике  $\varepsilon_F = \frac{\Delta E}{2}$ .

Удельная проводимость собственных полупроводников

$$\gamma = \gamma_0 \exp\left( -\frac{\Delta E}{2kt} \right).$$

Правило Стокса для люминесцентного излучения:  $h\nu = h\nu_{\text{люм}} + \Delta E$ .

### Модели атомов. Атом водорода по теории Бора

Обобщенная формула Бальмера:  $\nu = R \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ , или

$$\frac{1}{\lambda} = R' \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (k = 1, 2, 3, \dots, n = k + 1, k + 2, k + 3, \dots).$$

Первый постулат Бора (правило квантования орбит):

$$m_e v r = n\hbar, \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

Второй постулат Бора (правило частот):  $h\nu = E_n - E_k$ .

Уравнение Шредингера для электрона в атоме водорода:

$$\Delta\Psi + \frac{2m}{\hbar} \left( E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \Psi = 0.$$

Радиусы стационарных орбит  $r_n = \frac{\hbar^2 n^2}{k_0 m_e Z e^2}$ , ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ).

Энергия электрона в водородоподобном атоме

$$E_n = -\frac{m_e Z^2 e^4}{8h^2 \epsilon_0^2} \frac{1}{n^2}, \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

Энергия испускаемого кванта  $h\nu = E_n - E_m = \frac{m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$ .

Энергия ионизации атома водорода  $E_i = -E_1 = -\frac{m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2}$ .

### Водородоподобные системы в квантовой механике

Волновая функция положения электрона в атоме  $\Psi(r) = \sqrt{\frac{1}{\pi r_1^3}} \cdot e^{-\frac{r}{r_1}}$ .

Потенциальная энергия взаимодействия электрона с ядром

$$U(r) = -k_0 \frac{Ze^2}{r}.$$

Уравнение Шредингера для электрона в атоме:

$$\Delta\Psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \Psi = 0.$$

Магнитный момент атома  $P_m = \frac{e}{2m_e} L = \frac{e\hbar^2}{2m_e} \sqrt{l(l+1)} = \mu_B \sqrt{l(l+1)}$ .

Магнетон Бора  $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ Дж} \cdot \text{Тл}^{-1}$ .

Квантование орбитального момента импульса  $L = \hbar \sqrt{l(l+1)}$ .

Связь между магнитным моментом и орбитальным моментом импульса электрона:  $\vec{P}_m = -\gamma \vec{L}_e = -\frac{e}{2m_e} \vec{L}_e$ .

Орбитальное гиромагнитное отношение  $\gamma = \frac{e}{2m_e}$ .

Квантование спина электрона  $L_s = \hbar \sqrt{s(s+1)}$ .

Численное значение спина электрона  $L_s = \pm \frac{\hbar}{2}$ .

Спиновое гиромагнитное отношение  $\gamma_s = \frac{P_{msz}}{L_{sz}} = -\frac{e}{m_e}$ .

Принцип Паули:  $Z(n, l, m, m_s) = 0$  или 1.

### Физика атомного ядра и элементарных частиц

Радиус ядра  $R = R_0 A^{1/3}$ .

Массовое число  $A = Z + N$ .

Спин ядра  $L_{\text{яд}} = \hbar \sqrt{I(I+1)}$ .

Связь между магнитным моментом ядра и спином:  $P_{m \text{ яд}} = \gamma_{\text{яд}} L_{\text{яд}}$ .

Ядерный магнетон  $\mu_{\text{яд}} = \frac{e\hbar}{2m_p}$ .

Квадрупольный электрический момент ядра  $Q = \frac{2}{5} Z e (b^2 - a^2)$ .

Дефект массы ядра  $\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - M_{\text{яд}} = \frac{E_{\text{св}}}{c^2}$ .

Энергия связи нуклонов в ядре

$$E_{\text{св}} = \Delta m c^2 = [Zm_p + (A - Z)m_n - M_{\text{яд}}] \cdot c^2.$$

Удельная энергия связи ядра  $w_{\text{св}} = \frac{E_{\text{св}}}{A}$ .

Закон радиоактивного распада:  $N = N_0 e^{-\lambda t}$ .

Период полураспада  $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$ .

Среднее время жизни радиоактивного ядра  $\tau = \frac{1}{\lambda}$ .

Активность нуклида  $A = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda N$ .

Правило смещения для  $\alpha$ -распада:  ${}^A_Z X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2} Y + {}^4_2 \text{He}$ .

Правило смещения для  $\beta^-$ -распада:  ${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z+1} Y + {}^0_{-1} e$ .

Правило смещения для  $\beta^+$ -распада:  ${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z-1} Y + {}^0_1 e$ .

Символическая запись для ядерной реакции:  $X + a \rightarrow Y + b$ ,  
или  $X(a, b)Y$ .

Эффективное сечение поглощения ядерной реакции  $\sigma = \frac{dN}{nNdx}$ .



Формула Вайцеккера:

$$E_{\text{св}} = \alpha_1 A - \alpha_2 A^{2/3} - \alpha_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - \alpha_4 \left( \frac{A}{2} - Z \right)^2 A + \alpha_5 A^{-3/4}.$$

Константа взаимодействия между элементарными частицами

$$\alpha = \frac{E}{m_0 c^2}.$$

Три уровня микромира:

*молекулярно-атомный* ( $E = 1 \dots 10$  эВ,  $\Delta r \approx 10^{-8} \dots 10^{-10}$  м);

*ядерный* ( $E = 10^6 \dots 10^8$  эВ,  $\Delta r \approx 10^{-14} \dots 10^{-15}$  м);

*элементарные частицы* ( $E > 10^8$  эВ,  $\Delta r < 10^{-15}$ ).

# СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ

## Фундаментальные физические постоянные

Гравитационная постоянная	$\gamma = 6,6720 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$
Скорость света в вакууме	$c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 12,5663706144 \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$
Электрическая постоянная	$\epsilon_0 = 8,85418782 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Постоянная Планка	$h = 6,626176 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} = 2 \pi \hbar$
Масса покоя электрона	$m_e = 9,109534 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Масса покоя протона	$m_p = 1,6726485 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса покоя нейтрона	$m_n = 1,6749543 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Отношение массы протона к массе электрона	$m_p/m_e = 1836,15152$
Элементарный заряд	$e = 1,6021892 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Отношение заряда электрона к его массе (удельный заряд)	$e/m_e = 1,7588047 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$
Атомная единица массы	$1 \text{ а. е. м.} = 1,6605655 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Постоянная Авогадро	$N_A = 6,022045 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Постоянная Больцмана	$k = 1,380662 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Постоянная Стефана – Больцмана	$\sigma = 5,67 \cdot 10^8 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}^4$
Постоянная Вина	$b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
Постоянная Ридберга	$R' = 10\,967\,758 \text{ м}^{-1}$ , или $R = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$
Комптоновская длина волны электрона	$\lambda_C = 2,4263089 \cdot 10^{-12} \text{ м}$
Магнетон Бора	$\mu_B = 9,274078 \cdot 10^{-24} \text{ Дж/Тл}$
Ядерный магнетон	$\mu_{\text{яд}} = 5,050824 \cdot 10^{-27} \text{ Дж/Тл}$

## Греческий алфавит

А $\alpha$ – альфа	Н $\eta$ – эта	Ν $\nu$ – ню	Τ $\tau$ – тау
Β $\beta$ – бета	Θ $\theta$ – тэта	Ξ $\xi$ – кси	Υ $\upsilon$ – ипсилон
Γ $\gamma$ – гамма	Ι $\iota$ – йота	Ο $\omicron$ – омикрон	Φ $\phi$ – фи
Δ $\delta$ – дельта	Κ $\kappa$ – каппа	Π $\pi$ – пи	Χ $\chi$ – хи
Ε $\epsilon$ – эпсилон	Λ $\lambda$ – ламбда	Ρ $\rho$ – ро	Ψ $\psi$ – пси
Ζ $\zeta$ – дзета	Μ $\mu$ – мю	Σ $\sigma$ – сигма	Ω $\omega$ – омега

**Внесистемные единицы измерений  
и их перевод в единицы СИ**

Единица	Обозначение	Перевод в единицы СИ
Микрон	мкм	$1 \cdot 10^{-6}$ м
Ангстрем	Å	$1 \cdot 10^{-10}$ м
Световой год	св. год	$9,46 \cdot 10^{15}$ м
Парсек	пк	$3,09 \cdot 10^{16}$ м
Литр	л	$1 \cdot 10^{-3}$ м <sup>3</sup>
Атомная единица массы	а. е. м.	$1,66 \cdot 10^{-27}$ кг
Тонна	т	1000 кг
Минута	мин	60 с
Час	ч	3600 с
Сутки	сут/	86 400 с
Секунда	"	$4,85 \cdot 10^{-6}$ рад
Минута	'	$2,9 \cdot 10^{-4}$ рад
Градус	°	0,017 рад
Оборот	об	6,28 рад
Полный телесный угол	–	12,57 ср
Оборот в секунду	об/с	$1 \text{ с}^{-1}$
Оборот в минуту	об/мин	$0,0167 \text{ с}^{-1}$
Километр в час	км/ч	0,278 м/с
Оборот в секунду	об/с	6,28 рад/с
Оборот в минуту	об/мин	0,105 рад/с
Миллиметр ртутного столба	мм рт. ст.	133 Па
Бар	бар	$1 \cdot 10^5$ Па
Киловатт-час	кВт · ч	$3,6 \cdot 10^6$ Дж
Электронвольт	эВ	$1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж
Ампер-час	А · ч	$3,6 \cdot 10^{-3}$ Кл
Калория	кал	$4,19 \cdot 10^6$ Дж
Рентген	Р	$2,58 \cdot 10^{-3}$ Кл/кг
Рад	рад	0,01 Дж/кг
Кюри	Ки	$3,7 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$
Распад в секунду	расп/с	$1 \text{ с}^{-1}$

**Диаметры атомов и молекул  $d$ , нм**

Гелий	0,20	Кислород	0,30
Водород	0,23	Азот	0,30

**Множители и приставки для образования  
десятичных кратных и дольных единиц и их наименований**

Множитель	Приставка	Обозначение
$1\ 000\ 000\ 000\ 000 = 10^{12}$	тера	Т
$1\ 000\ 000\ 000 = 10^9$	гига	Г
$1\ 000\ 000 = 10^6$	мега	М
$1000 = 10^3$	кило	к
$100 = 10^2$	гекто	г
$10 = 10^1$	дека	да
$0,1 = 10^{-1}$	деци	д
$0,01 = 10^{-2}$	санци	с
$0,001 = 10^{-3}$	милли	м
$0,000001 = 10^{-6}$	микро	мк
$0,000000001 = 10^{-9}$	нано	н
$0,0000000000001 = 10^{-12}$	пико	п
$0,0000000000000001 = 10^{-15}$	фемто	ф
$0,000000000000000001 = 10^{-18}$	атто	а

**Основные характеристики элементарных частиц**

Наименование	Обозначение	Масса покоя, $m_e$	Заряд, $e^-$	Спин, $\hbar$	Время жизни, с
<b>Фотон</b>	$\gamma$	0	0	1	Стабилен
<b>Лептоны</b>					
Электронное нейтрино	$\nu_e$	$<4 \cdot 10^{-4}$	0	1/2	Стабилен
Электронное антинейтрино	$\tilde{\nu}_e$	$<4 \cdot 10^{-4}$	0	1/2	Стабилен
Мюонное нейтрино	$\nu_\mu$	$<8$	0	1/2	Стабилен
Мюонное антинейтрино	$\tilde{\nu}_\mu$	$<8$	0	1/2	Стабилен
Электрон	$e^-$	1	-1	1/2	Стабилен
Позитрон	$e^+$	1	+1	1/2	Стабилен
Отрицательный мюон	$\mu^-$	206,77	-1	1/2	$2,21 \cdot 10^{-6}$
Положительный мюон	$\mu^+$	206,77	+1	1/2	$2,21 \cdot 10^{-6}$
<b>Мезоны</b>					
Пи-плюс	$\pi^+$	273,18	+1	0	$2,55 \cdot 10^{-8}$
Пи-минус	$\pi^-$	273,18	-1	0	$2,55 \cdot 10^{-8}$
Пи-нуль	$\pi^0$	264,2	0	0	$2,3 \cdot 10^{-16}$
Ка-плюс	$K^+$	966,6	+1	0	$1,22 \cdot 10^{-8}$
Ка-минус	$K^-$	966,6	-1	0	$1,22 \cdot 10^{-8}$

Наименование	Обозначение	Масса покоя, $m_e$	Заряд, $e^-$	Спин, $\hbar$	Время жизни, с
Ка-нуль	$K^0$	974,2	0	0	$\sim 10^{-10}$
Анти-ка-нуль	$\tilde{K}^0$	974,2	0	0	$\sim 6 \cdot 10^{-8}$
<b>Барионы нуклоны</b>					
Протон	$p$	1836,12	-1	1/2	Стабилен
Антипротон	$\tilde{p}$	1836,12	+1	1/2	Стабилен
Нейтрон	$n$	1838,65	0	1/2	$1,01 \cdot 10^3$
Антинейтрон	$\tilde{n}$	1838,65	0	1/2	$1,01 \cdot 10^3$
<b>Барионы гипероны</b>					
Ламбда-нуль	$\Lambda^0$	2182,8	0	1/2	$2,51 \cdot 10^{-10}$
Анти-ламбда-нуль	$\tilde{\Lambda}^0$	2182,8	0	1/2	$2,51 \cdot 10^{-10}$
Сигма-плюс	$\Sigma^+$	2327,7	+1	1/2	$0,81 \cdot 10^{-10}$
Анти-сигма-плюс	$\tilde{\Sigma}^+$	2327,7	-1	1/2	$0,81 \cdot 10^{-10}$
Сигма-минус	$\Sigma^-$	2342,6	-1	1/2	$1,6 \cdot 10^{-10}$
Анти-сигма-минус	$\tilde{\Sigma}^-$	2342,6	+1	1/2	$1,6 \cdot 10^{-10}$
Сигма-нуль	$\Sigma^0$	2333,4	0	1/2	$< 10 \cdot 10^{-14}$
Анти-сигма-нуль	$\tilde{\Sigma}^0$	2333,4	0	1/2	$< 10 \cdot 10^{-14}$
Кси-минус	$\Xi^-$	2584,7	-1	1/2	$1,7 \cdot 10^{-10}$
Анти-кси-минус	$\tilde{\Xi}^-$	2584,7	+1	1/2	$1,7 \cdot 10^{-10}$
Кси-нуль	$\Xi^0$	2572	0	1/2	$3,5 \cdot 10^{-10}$
Анти-кси-нуль	$\tilde{\Xi}^0$	2572	0	1/2	$3,5 \cdot 10^{-10}$
Омега-минус	$\Omega^-$	3278	-1	1/2	$\sim 0,7 \cdot 10^{-10}$
Анти-омега-минус	$\tilde{\Omega}^-$	3278	+1	3/2	$\sim 0,7 \cdot 10^{-10}$

Учебное издание

КУЗНЕЦОВ Сергей Иванович

# КУРС ФИЗИКИ С ПРИМЕРАМИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

## ЧАСТЬ III

Геометрическая и волновая оптика.  
Элементы атомной и ядерной физики.  
Основы физики элементарных частиц

Учебное пособие

Научный редактор

*доктор педагогических наук, профессор В.В. Ларионов*

Выпускающий редактор *Д.В. Заремба*

Редактор *С.Н. Каранотин*

Компьютерная верстка *К.С. Чечельницкая*

Дизайн обложки *Т.А. Фатеева*

Подписано к печати 07.11.2014. Формат 60×84/16. Бумага «Снегурочка».


Печать XEROX. Усл. печ. л. 17,56. Уч.-изд. л. 15,89.

Заказ 1116-14. Тираж 100 экз.



Национальный исследовательский Томский политехнический университет  
Система менеджмента качества  
Издательства Томского политехнического университета  
сертифицирована в соответствии с требованиями ISO 9001:2008



**ИЗДАТЕЛЬСТВО**  ТПУ. 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30  
Тел./факс: 8(3822)56-35-35, [www.tpu.ru](http://www.tpu.ru)