ОЛИМПИАДА АТОМНЫХ СТАНЦИЙ

МАТЕМАТИКА

Билет №000

1. Упростить выражение $$\frac{(\sqrt{a}+1)^2-\dfrac{a-\sqrt{ax}}{\sqrt{a}-\sqrt{x}}}{(\sqrt{a}+1)^3-a\sqrt{a}+2}.$$

Ответ: $\mathbf{\frac{1}{3}}$ (10 баллов)

2. Сколько точек пересечения имеют графики функций $y=-\sin x$ и $y=x^2+2x$?

Ответ: **2** (10 баллов)

3. Двое рабочих выполнили вместе работу за 12 часов. Если бы сначала первый сделал половину этой работы, а затем другой – остальную часть, то вся работа была бы выполнена за 25 часов. За какое время мог бы выполнить всю работу каждый рабочий в отдельности?

Ответ: **20;30** (10 баллов)

4. Найти область определения функции $y=\sqrt[4]{\dfrac{x}{2-x}}$.

Ответ: **[0,2)** (10 баллов)

5. Решить уравнение $$\sqrt{1+\frac{9}{x}}+4\sqrt{\frac{x}{x+9}}=4.$$

Ответ: **3** (15 баллов)

6. Решить уравнение $$\sin^4 x+\cos^4 x=1.$$

Ответ: $\frac{\pi}{2}k$ (15 баллов)

7. В равнобедренный треугольник вписана последовательность кругов так, что первый круг касается основания и боковых сторон, а каждый последующий - предыдущего круга и боковых сторон. Отношение боковой стороны треугольника к высоте равно $\sqrt{\Phi}$, где Φ - положительный корень уравнения $\Phi^4-3\Phi-2=0$. Найдите отношение площадей второго и четвертого вписанных кругов. Ответ представить в виде степени с основанием Φ.

Ответ: Φ^{12} (15 баллов)

8. Исследовать зависимость количества корней уравнения
$$x^4+k^2x^2+4k^2x+32x+4k+56=0$$
от значений параметра k.

Ответ: $\left[\begin{array}{c} \text{нет корней при } k\in(-1,2), \\ \text{один корень при } k_1=-1,\ k_2=2, \\ \text{два корня при } k\in(-\infty,-1)\cup(2,+\infty). \end{array}\right.$ (15 баллов)

Зам.председателя оргкомитета олимпиады:________________

Председатель предметного жюри: _________________