ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Тема: ЭЛЕКТРОСТАТИКА

1. Закон Кулона
2. Принцип суперпозиции электрических полей
3. Электрические силовые линии
4. Электрические поля систем зарядов.

   Электрический диполь
5. Электрический потенциал
6. Связь между потенциалом и напряженностью

продолжение на следующем слайде…

7. Безвихревой характер электростатического поля

8. Поток вектора напряженности. Теорема Гаусса

9. Электростатическое поле равномерно заряженной плоскости и шаровой поверхности

9.1 Электростатическое поле равномерно заряженной плоскости

9.2 Электростатическое поле равномерно заряженной шаровой поверхности

10. Проводники в электрическом поле

10.1 Поле однородном проводнике

10.2. Поле во внутренней полости проводника

продолжение на следующем слайде…

10.3 Пробой при высоком напряжении

11. Диэлектрики в электрическом поле

11.1. Классификация диэлектриков, поляризуемость и дипольные моменты молекул

11.2. Вектор поляризации

11.3. Электреты. Пьезоэлектрики.

11.4. Сегнетоэлектрические кристаллы

12. ЭНЕРГИЯ СИСТЕМЫ ЗАРЯДОВ И ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

12.1. Электрическая емкость. Конденсаторы

12.2. Энергия взаимодействия электрических зарядов

1. Закон Кулона

Электростатика изучает электрические поля неподвижных зарядов.

Основной количественный закон электростатики был открыт французским инженером Кулоном в 1785 г.

Закон Кулона утверждает, что **между двумя покоящимися точечными зарядами действует сила, пропорциональная произведению зарядов и обратно пропорциональная квадрату расстояния между ними.**

Сила направлена по прямой от одного заряда к другому.

Если знаки заряда разноимённые, то сила является силой притяжения, и силой отталкивания, если знаки зарядов одноимённые (рис. 1):

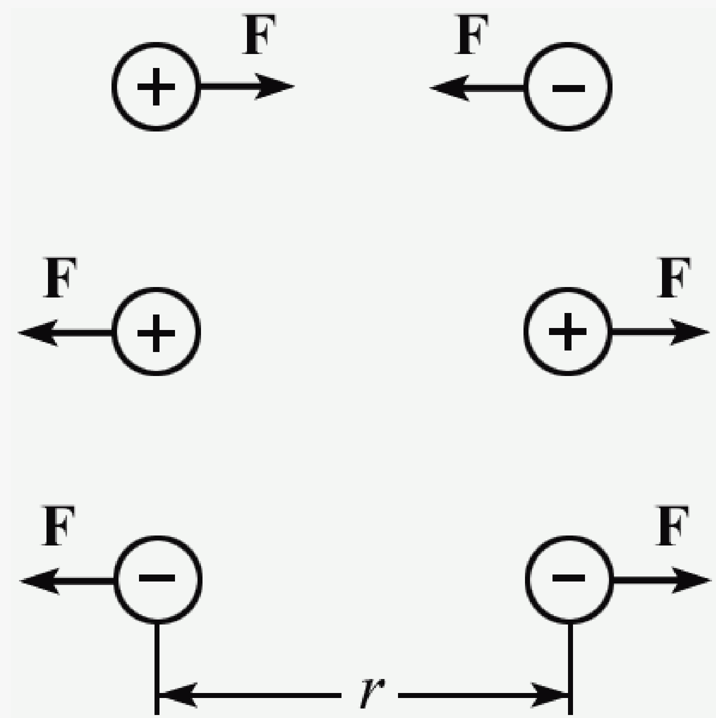


рис. 1

$$\mathbf{F}_1 = k_0 \kappa \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \left(\frac{\mathbf{r}_{12}}{r_{12}} \right) = -\mathbf{F}_2$$

Здесь $\mathbf{F}_1$ – сила, действующая на заряд q_1; $\mathbf{F}_2$ – сила, действующая на заряд q_2; r_{12} – расстояние между зарядами q_1 и q_2; $\mathbf{r}_{12}/r_{12}$ – единичный вектор, направленный от q_2 к q_1.

Множитель k_0 определяется выбором системы единиц.

В СИ он записывается в виде $k_0 = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

Величина ε_0 называется электрической постоянной.

Множитель к равен величине ε - относительной диэлектрической проницаемости среды, в которой находятся заряды.

Единицей заряда в СИ является кулон и обозначается Кл. Точечность зарядов в законе Кулона означает, что линейные размеры тел пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием между ними.

Рассмотрим два шара из углерода. Пусть они имеют небольшой избыток электронов.

Найдем такое отношение числа электронов к числу протонов, чтобы электростатическое отталкивание в точности компенсировало силу гравитационного притяжения.

По условию $F_E = F_G$, т.е.

$$k_0 \frac{q_1 q_2}{r^2} = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

(здесь q_1 и q_2 – заряды, а m_1 и m_2 – массы шаров), и можно записать

$$\left(\frac{q_1}{m_1}\right)\left(\frac{q_2}{m_2}\right) = \frac{G}{k_0}$$

Если у обоих шаров отношения числа электронов к числу протонов одинаковы, то

$$\frac{q_1}{m_1} = \sqrt{\frac{G}{k_0}}$$

Кроме того, $q_1 = (N_e - N_p)e$,

где N_e – число электронов, а Np – число протонов. Масса первого шара

$$m_1 = N_p m_p + N_n m_n + N_e m_e,$$

где m_p, m_n и m_e – массы протона, нейтрона и электрона соответственно. Учитывая, что $m_p \approx m_n >> m_e$ и $N_p = Nn$, получаем $m_1 = 2N_p m_p$.

Тогда

$$\frac{q_1}{m_1} = \frac{\left(N_e - N_p\right)e}{2N_p m_p} = \sqrt{\frac{G}{k_0}},$$

$$\frac{N_e - N_p}{N_p} = \frac{2m_p}{e}\sqrt{\frac{G}{k_0}} = 1{,}8 \cdot 10^{-18}$$

Следовательно, для компенсации гравитационного притяжения необходим лишь один дополнительный электрон на каждые $5 \cdot 10^{17}$ протонов.

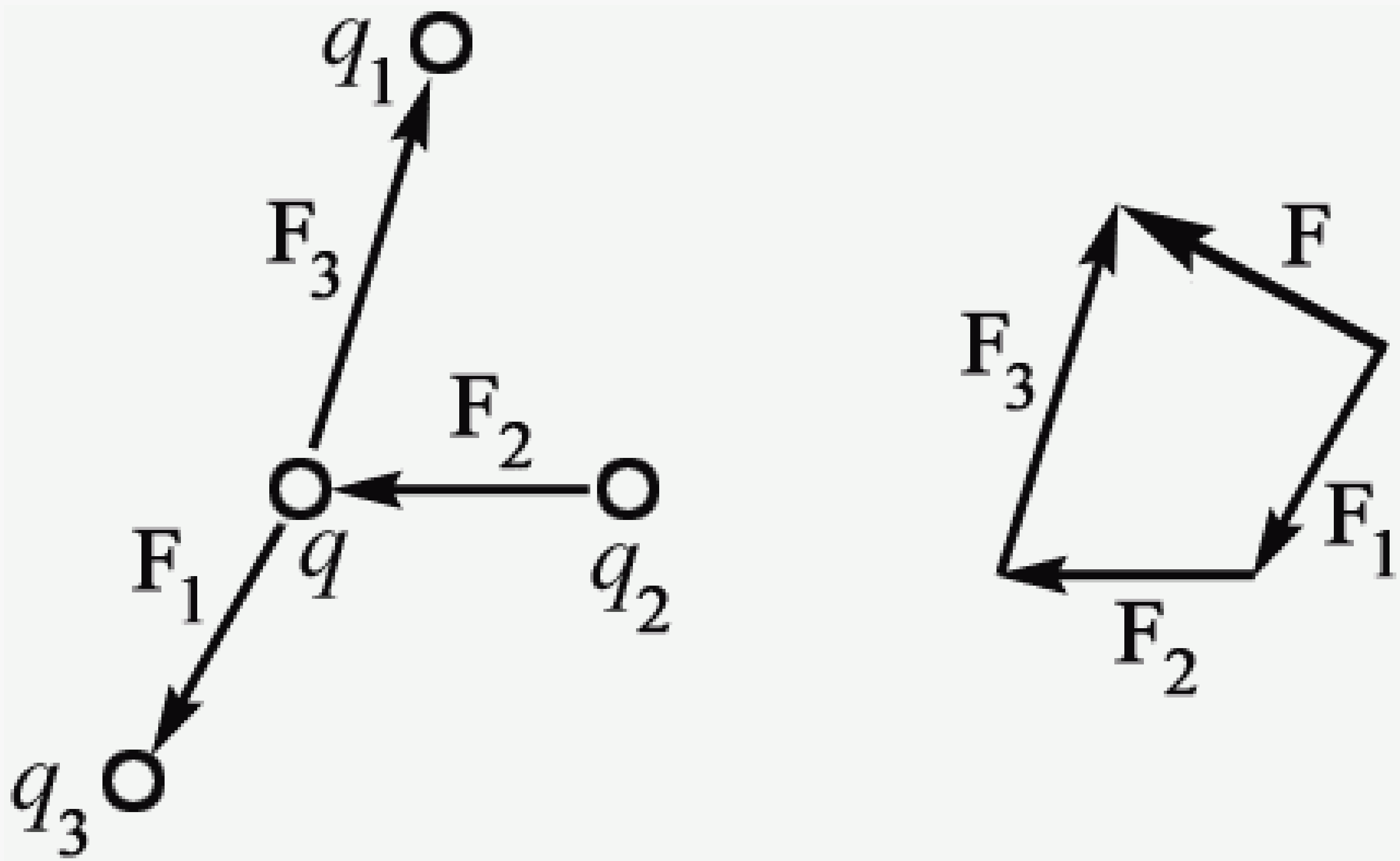
2. Принцип суперпозиции электрических полей

В случае более двух зарядов закон Кулона следует дополнить установленным экспериментально фактом: действующая на заряд q сила есть векторная сумма кулоновских сил, действующих со стороны всех прочих зарядов q_k.

Этот факт называется «принципом суперпозиции» (рис. 2):

$$\mathbf{F} = \sum_k \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q q_k}{r_k^2} \frac{\mathbf{r}_k}{r_k} = \sum_k \mathbf{F}_k$$

Здесь r_k – расстояние между зарядом q и q_k.



q_1
$\mathbf{F}_3$
$\mathbf{F}_2$
q
q_2
$\mathbf{F}_1$
q_3
$\mathbf{F}$
$\mathbf{F}_3$
$\mathbf{F}_1$
$\mathbf{F}_2$

Рис. 2

Введём понятие напряженности электрического поля - это силу, действующая на единичный положительный заряд.

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q} = \sum_k \frac{q_k}{4\pi\varepsilon_0 r_k^2} \frac{\mathbf{r}_k}{r_k} = \sum_k \mathbf{E}_k$$

где r_k – радиус-вектор, проведенный от заряда q_k в точку наблюдения **R**.

Записанная формула для **E** позволяет рассчитать напряженность электрического поля любой системы неподвижных зарядов.

Направление электрического поля совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд.

Величина **E** измеряется в ньютонах на кулон (Н/Кл) или, что то же самое, в вольтах на метр (В/м).

3. Электрические силовые линии

Для наглядного изображения электрических полей используют понятие силовых линий.

Это такая линия, направление касательной к которой в каждой точке совпадает с направлением вектора напряженности электрического поля **E** в той же точке.

Положительным направлением силовой линии условно считается направление вектора **E**.

В этом случае силовые линии начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных (рис. 3).

По густоте силовых линий можно судить о напряженности электрического поля.

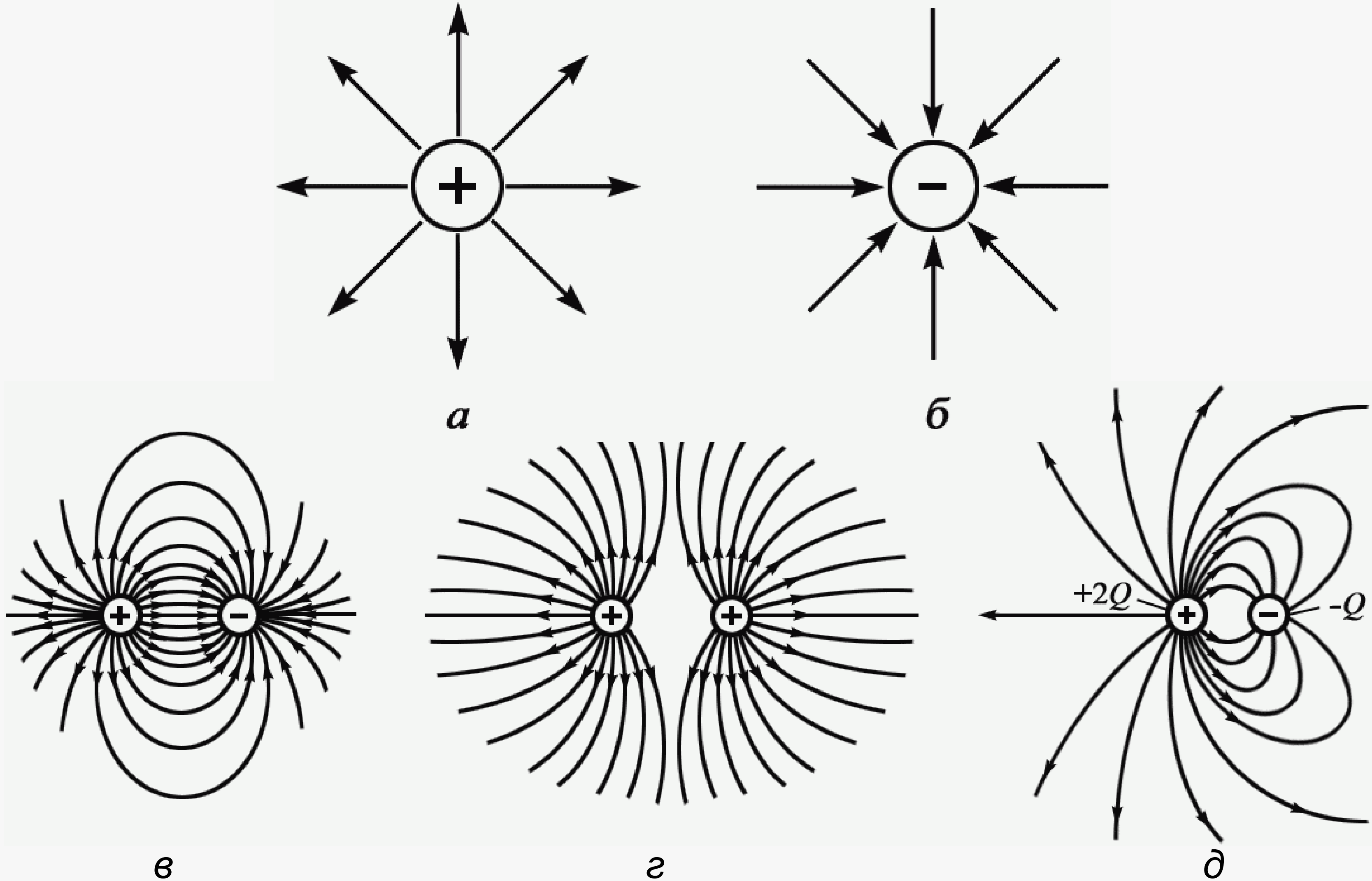


Рис. 4. Силовые линии точечного заряда: *а* – положительного; *б* – отрицательного заряда. Диаграммы силовых линий: *в* – два заряда противоположного знака (диполь); *г* – два заряда одного знака; *д* – два заряда, один из которых –*Q*, а другой +2*Q*

4. Электрические поля систем зарядов. Электрический диполь.

Простейшей системой точечных зарядов является электрический диполь – совокупность двух одинаковых по величине, но разноименных точечных зарядов ($\pm q$), расположенных на расстоянии $\mathbf{l}$ друг от друга (рис. 5).

Вектор $\mathbf{l}$ направлен от заряда $-q$ к $+q$.

Вектор

$$\mathbf{p} = \mathbf{l}q$$

называется дипольным моментом или электрическим моментом диполя.

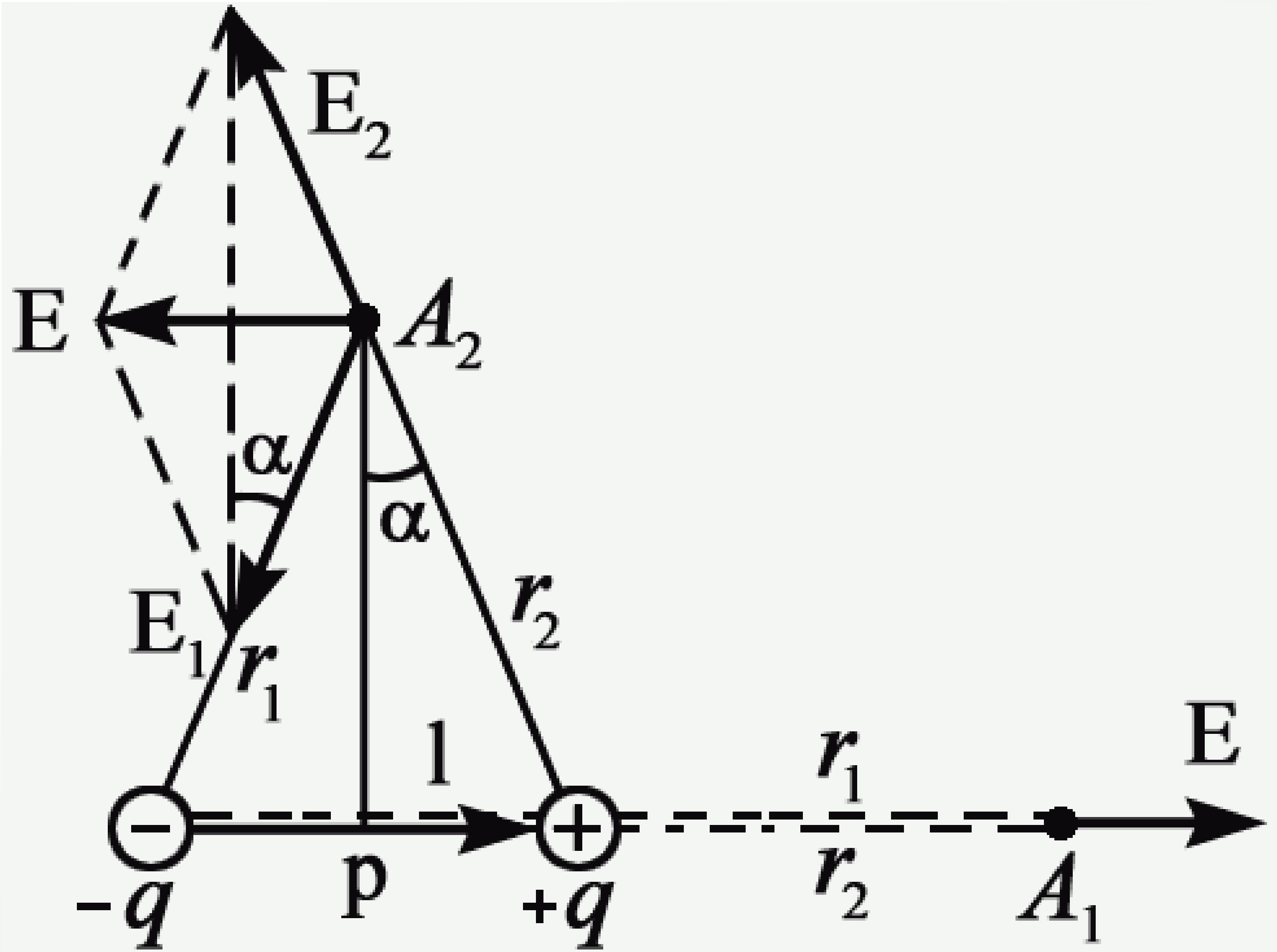


Рис. 5.

Элементарным диполем называется система зарядов с конечным дипольным моментом при стремлении расстояния между зарядами к нулю, причем расстояние от диполя до точки наблюдения r много больше l.

Примерами таких диполей являются многие молекулы, например молекула воды (рис. 5).

Вектор дипольного момента направлен от центра иона кислорода O^{2-} к середине прямой, соединяющей центры ионов водорода H^{+}.

В качестве примера рассчитаем напряженность поля точечного диполя на его оси (положение A_1) и на перпендикуляре, проведенном через центр диполя (положение A_2):

$$A_1: \quad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r_2^2} - \frac{q}{r_1^2}\right)\frac{\mathrm{l}}{l} = q\,\frac{(r_1 - r_2)(r_1 + r_2)}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2 (r_1 + l)^2 l} \approx$$

$$\approx \frac{ql \cdot 2r\,\mathrm{l}}{4\pi\varepsilon_0 r^4 l} = \frac{2\,\mathrm{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

$$A_2: \quad E = 2E_1 \sin\alpha = \frac{2q_1 r_1 \sin\alpha}{4\pi\varepsilon_0 r_1^3} \approx \frac{-p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

$$\mathbf{E} = \frac{-\mathbf{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

Последняя формула в силу условий $r >> l$ справедлива при любом положении точки A_2 относительно перпендикуляра, проведенного к оси диполя.

Поле в точках A_1 и A_2 отличается в два раза и направлено в разные стороны.

Напряженность поля диполя убывает обратно пропорционально кубу расстояния от диполя до точки наблюдения, т.е. быстрее, чем поле точечного заряда, поскольку в близких точках размещены два разноименных точечных заряда.

5. Электрический потенциал

Вычислим работу по переносу заряда из одной точки электрического поля в другую.

Работа против сил электрического поля равна интегралу по пути от исходной (a) и конечной (b) точек поля от произведения компонента силы **F**, направленной вдоль перемещения, на $d\mathbf{r}$:

$$A = -\int_a^b (\mathbf{F}, d\,\mathbf{r})$$

В случае перемещения единичного положительного заряда работа равна

$$W = \frac{A}{q} = -\left(\mathrm{E}, d\,\mathrm{r}\right) = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{r}, d\,\mathrm{r}}{r^3} =$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_b} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_a}$$

Работа зависит только от положения тела в начале (a) и в конце (b) пути, но совершенно не зависит от траектории перемещения тела из точки a в точку b.

В результате величина W может быть выражена в виде разности двух чисел $\varphi(b)$ и $\varphi(a)$ – потенциалов электрического поля в точках b и a:

$$W = -\int_a^b (\mathbf{E}, d\,\mathbf{r}) = \varphi(b) - \varphi(a) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_b} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_a}$$

Разность потенциалов между двумя точками представляет собой работу, которую необходимо затратить для перемещения единичного положительного заряда из одной точки в другую.

Величину разности потенциалов принято также называть электрическим напряжением или просто напряжением.

В общем случае потенциал определен, как и потенциальная энергия, с точностью до произвольной постоянной $\varphi(\mathbf{r}a)$.

Но поскольку физический смысл имеет не сам потенциал, а разность потенциалов, то это обстоятельство не вносит каких-либо проблем.

Если исходную точку **r***a* выбрать на бесконечности, то потенциал точечного заряда в произвольной точке **r** (**r** ≠ 0) будет равен

$$\varphi(x, y, z) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

Практической единицей измерения потенциала в СИ является вольт, сокращенно В.

Вольт – это разность потенциалов между такими точками, когда при перемещении одного кулона электричества из одной точки в другую электрическое поле совершает работу в один джоуль.

Удобной единицей измерения энергии оказывается количество энергии, сообщаемой электрону (или другой частице с тем же зарядом) при перемещении в электрическом поле между точками с разностью потенциалов 1 В.

Действующее на частицу электрическое поле увеличивает ее кинетическую энергию на величину

$$\Delta K = -\Delta U = e\Delta V = (1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{Кл})(1\ \text{В}) =$$
$$= 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{Дж}.$$

Это количество энергии называется электронвольтом:

$$1\ \text{эВ} = 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ \text{Дж}\ (\text{электронвольт}).$$

Электронвольт имеет сокращенное обозначение эВ.

Производными единицами являются МэВ, ГэВ и ТэВ:

$$1 \text{ МэВ} = 10^6 \text{ эВ} = 1{,}60 \cdot 10^{-13} \text{ Дж},$$

$$1 \text{ ГэВ} = 10^9 \text{ эВ} = 1{,}60 \cdot 10^{-10} \text{ Дж},$$

$$1 \text{ ТэВ} = 10^{12} \text{ эВ} = 1{,}60 \cdot 10^{-7} \text{ Дж}.$$

Рассмотрим боровскую модель атома водорода, в котором электрон движется по круговой орбите радиусом $R = 0{,}53 \cdot 10^{-10}$ м, в центре орбиты расположен протон.

Найдем скорость электрона, электрическую потенциальную энергию и полную энергию электрона.

Чтобы найти скорость, запишем для электрона соотношение $F = ma$, в котором $F = k_0e^2/R^2$ – электростатическая сила, а $a = v^2/R$ – ускорение. Тогда

$$k_0 \frac{e^2}{R^2} = m\frac{v^2}{R}$$

$$v = \sqrt{\frac{k_0e^2}{mR}} = \sqrt{\frac{\left(9\cdot10^9\right)\left(1{,}6\cdot10^{-19}\right)^2}{\left(9{,}11\cdot10^{-31}\right)\left(0{,}53\cdot10^{-10}\right)}}\text{ì} / \text{ñ} =$$

$$= 2{,}18\cdot10^6\ \textit{м/с} = c/137.$$

Потенциальная энергия парного взаимодействия равна

$$U = -k_0 \frac{e^2}{R} = -\left(9 \cdot 10^9\right) \frac{\left(1{,}6 \cdot 10^{-19}\right)^2}{0{,}53 \cdot 10^{-10}} \text{ Дж} = -27{,}2 \text{ эВ.}$$

Умножив обе части выражения $k_0 \dfrac{e^2}{R^2} = m \dfrac{v^2}{R}$

на $R/2$, найдем кинетическую энергию:

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} k_0 \frac{e^2}{R} = -\frac{1}{2} U$$

Мы видим, что кинетическая энергия равна половине потенциальной энергии. Полная энергия равна

$$E = K + U = -\frac{U}{2} + U = \frac{U}{2} = -13{,}6 \text{ эВ}.$$

Абсолютное значение этой величины равно той энергии, которую нужно сообщить электрону, чтобы удалить его на бесконечность.

Эта величина называется энергией ионизации.

6. Связь между потенциалом и напряженностью

Удобство введенной величины φ в том, что потенциал – это скалярная энергетическая характеристика электростатического поля.

Потенциал равен отношению потенциальной энергии взаимодействия заряда с полем к величине этого заряда.

В то же время силовое действие поля на заряд определяется напряженностью электростатического поля **E**. Напряженность электрического поля является векторной величиной, и обращаться с ней значительно сложнее, чем со скаляром.

Однако, зная распределение потенциала в пространстве, легко найти напряженность электрического поля.

Пусть точка *a* имеет координаты (*x*,*y*,*z*), точка *b* (*x* + Δ*x*,*y*,*z*). Работа по перемещению единичного заряда из точки *a* в точку *b* по прямой *x* равна разности потенциалов в двух точках:

$$\Delta W = \varphi\left(x + \Delta x, y, z\right) - \varphi\left(x, y, z\right) = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \Delta x$$

По определению, работа по перемещению единичного положительного заряда вдоль оси *x* равна

$$\Delta W = -\int \left(\mathbf{E}, d\,\mathbf{r}\right) = -E_x \Delta x$$

Приравнивая правые части полученных соотношений, находим

$$E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}$$

Аналогичным образом получаем

$$E_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y} \qquad E_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

Видно, что электрическое поле можно измерять либо в вольтах на метр (В/м), либо в ньютонах на кулон (Н/Кл) и что поле **E** направлено в сторону уменьшения потенциала.

В векторной форме записи имеем

$$\mathbf{E} = -\left(\mathbf{i}\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial \varphi}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)$$

Выражение в скобках называется градиентом потенциала φ и обозначается как grad φ или ∇φ:

$$\mathbf{E} = -\mathrm{grad}\varphi = -\nabla\varphi.$$

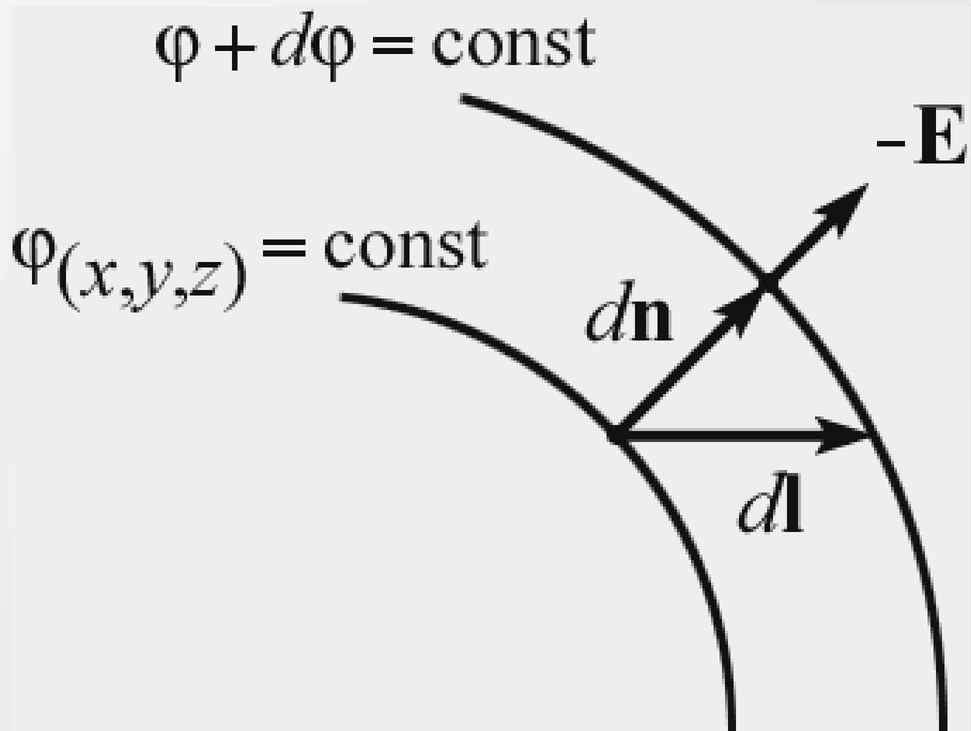
Компоненты вектора gradφ или ∇φ определяют скорость пространственного изменения потенциала: x-компонента $\partial\varphi/\partial x$ показывает, как быстро φ изменяется в направлении x, $\partial\varphi/\partial y$ – в направлении y, $\partial\varphi/\partial z$ – в направлении оси z.

Самая большая проекция $\nabla\varphi$ совпадает с направлением самого вектора $\nabla\varphi$, иными словами, это то направление, по которому φ изменяется быстрее всего.

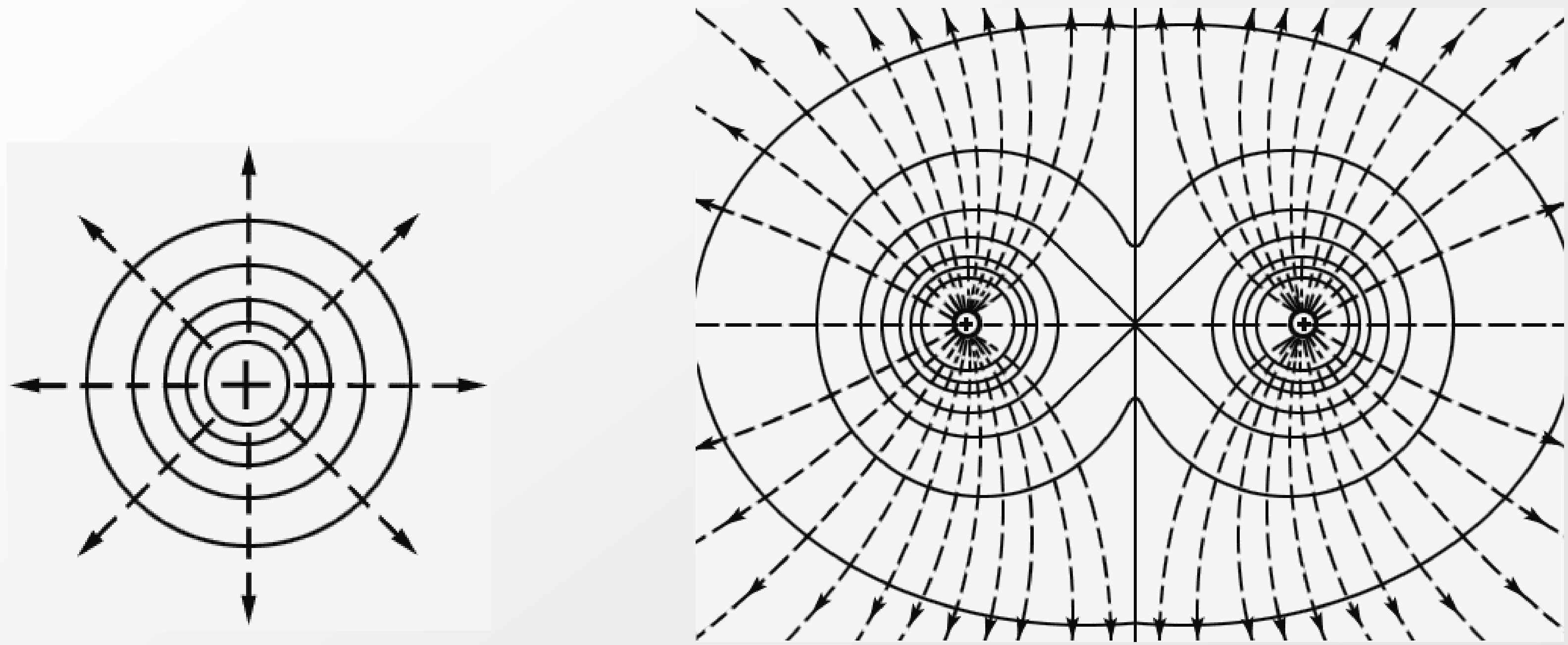
Направление градиента φ – это направление наискорейшего возрастания потенциала.

Рис. 6. Вектор напряженности электрического поля **E** направлен против направления наискорейшего изменения потенциала $\mathbf{E} = -\frac{d\varphi}{dn}\mathbf{n}$

n – единичный вектор нормали к поверхности φ = const



Вдоль электрических силовых линий потенциал изменяется максимально быстро и, следовательно, вектор **E** перпендикулярен поверхностям равного потенциала $\varphi(x,y,z)$ = const – эквипотенциальным поверхностям (рис. 7).



а б

Рис. 7. Линии напряженности и эквипотенциальные поверхности взаимно перпендикулярны. *а* – точечный заряд; эквипотенциальные поверхности поля двух равных одноименных зарядов (*б*). Пунктиром показаны силовые линии.

Эквипотенциальные поверхности могут служить для наглядного изображения картины поля.

Через равные приращения потенциала $\Delta\varphi$ чертят эквипотенциальные поверхности, а затем для полноты картины проводят силовые линии, перпендикулярные эквипотенциальным поверхностям.

Там, где расстояние между эквипотенциальными поверхностями мало, напряженность поля велика и наоборот.

Наибольшее электрическое поле в воздухе при атмосферном давлении достигает около 10^6 В/м.

В более сильных полях происходит электрический пробой – лавинный процесс, при котором каждый ион образует новые ионы и возникает искровой, или коронный, разряд.

На рис. 8 показано проявление эффекта коронного разряда.

Студентка касается рукой электрода генератора Ван-де-Граафа.

Рис. 8

Такой генератор может создавать потенциал до ~ 10^5 В. На кончиках волос возникают искровые разряды. Заряженные волосы отталкиваются друг от друга и располагаются вдоль силовых линий вокруг заряженной головы.

Определим наибольшее напряжение и заряд, которые можно сообщить находящейся в воздухе сфере диаметром 30 см. Поле сферы совпадает с полем точечного заряда. Поэтому для вычисления потенциала на поверхности сферы можно воспользоваться формулой

$$\varphi = \frac{k_0 Q}{R} = \left(k_0 \frac{Q}{R^2} \right) R$$

Выражение в скобках – это напряженность электрического поля E, следовательно,

$$V = ER.$$

Поскольку в воздухе максимальное значение $E = 10^6$ В/м, то

$$V_{\text{макс}} = (10^6\ \text{В/м})(0{,}15\ \text{м}) = 1{,}5 \cdot 10^5\ \text{В}.$$

Находя Q из формулы $V = k_0 Q/R$, получаем

$$Q_{\text{макс}} = \frac{V_{\text{макс}} R}{k_0} = \frac{\left(1{,}5 \cdot 10^5\right)\left(0{,}15\right)}{9 \cdot 10^9}\ \text{Кл} = 2{,}5 \cdot 10^{-6}\ \text{Кл}.$$

7. Безвихревой характер электростатического поля

Из условия $\mathbf{E} = -\nabla\varphi$ следует одно важное соотношение, а именно величина векторного произведения $[\nabla, \mathbf{E}]$ для стационарных электрических полей всегда равна нулю.

Действительно, по определению, имеем

$$[\nabla, \mathbf{E}] = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ \dfrac{\partial \varphi}{\partial x} & \dfrac{\partial \varphi}{\partial y} & \dfrac{\partial \varphi}{\partial z} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \end{vmatrix} \varphi = 0$$

поскольку определитель содержит две одинаковые строки. Величина $[\nabla, \mathbf{E}]$ называется ротором или вихрем и обозначается как $\mathrm{rot}\mathbf{E}$.

Мы получаем важнейшее уравнение электростатики

$$\mathrm{rot}\mathbf{E} = 0.$$

Закон Кулона дает безвихревое поле.

Согласно теореме Стокса, присутствует следующая связь между контурным и поверхностным интегралами:

$$\oint_L (\mathbf{E}, d\,\mathbf{l}) = \int_S \mathrm{rot}\,\mathbf{E}\cdot d\,\mathbf{S} = 0$$

где контур L ограничивает поверхность S, ориентация которой определяется направлением вектора положительной нормали $\mathbf{n}$:

$$d\mathbf{S} = \mathbf{n}dS.$$

Поэтому работа при перемещении заряда по любому замкнутому пути в электростатическом поле равна нулю.

Это условие выполняется для любой радиальной силы $F \sim r^{-n}$ независимо от показателя степени n.

8. Поток вектора напряженности

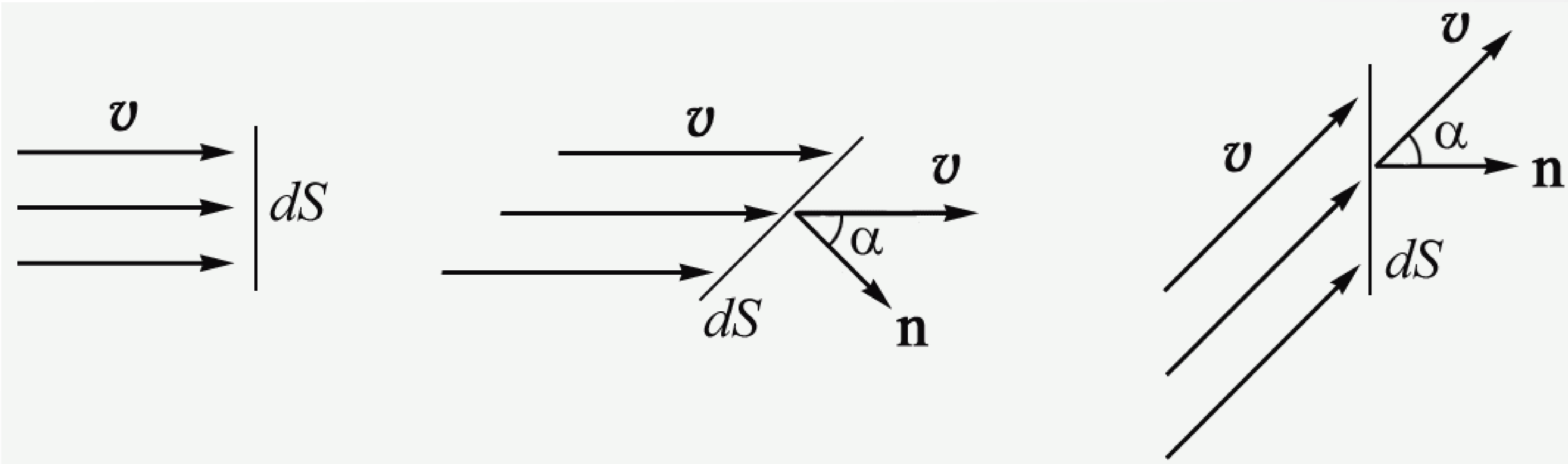
Определим одно очень важное и полезное понятие математической физики – поток вектора.

Первоначально это понятие было введено в гидродинамике и определяло количество жидкости, протекающее через некоторую поверхность.

Количество жидкости, протекающей за время dt через площадку dS, расположенной под углом α к вектору скорости $\boldsymbol{v}$ (рис. 9), определяется скалярным произведением:

$$d\Phi = (\mathbf{v},\mathbf{n}dS)dt = \mathbf{v}dS_{\perp}dt = \mathbf{v}_{\perp}dSdt,$$

где n – вектор нормали.



Ориентация элементарной площадки dS задается вектором положительной нормали **n**. Для замкнутой поверхности вектор **n** направлен наружу. Для незамкнутой направление вектора **n** условно:

$$d\mathbf{S} = dS \cdot \mathbf{n}.$$

Если поверхность S, через которую вытекает жидкость (вектор $\boldsymbol{v}$), не бесконечно мала, то для подсчета потока вектора $\boldsymbol{v}$ через поверхность $\mathbf{S}$ надо вычислить интеграл $\int(\boldsymbol{v}, d\,\mathbf{S})$ по всей поверхности S.

Независимо от физической природы вектора $\boldsymbol{v}$ выражения типа $\int(\boldsymbol{v}, d\,\mathbf{S})$ называются потоком вектора $\boldsymbol{v}$ через поверхность S.

В частности, величина

$$\Phi = \int\limits_{(S)} (\mathbf{E}, d\,\mathbf{S})$$

называется потоком вектора напряженности электрического поля $\mathbf{E}$.

Слову «поток » здесь придается смысл поверхностного интеграла от нормальной составляющей вектора **E**.

Величина Ф равна числу силовых линий, пересекающих поверхность *S*.

Покажем на примере точечного заряда, что число силовых линий (поток Ф) остается постоянным для любой замкнутой поверхности *S*.

Окружим заряд q воображаемой сферой радиусом r_1 (рис. 10)

Поскольку площадь сферы равна $4\pi r_1^2$, число силовых линий, пересекающих эту сферу, равно произведению E на площадь:

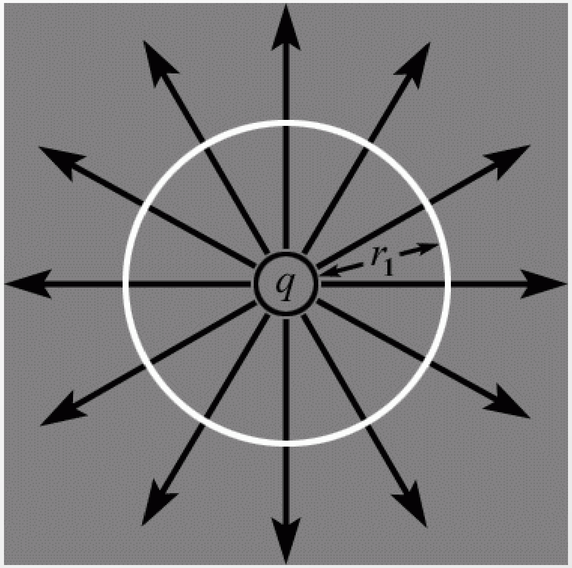


Рис. 10

$$\Phi = E\left(4\pi r_1^{\ 2}\right) = \left(k_0\,\frac{q}{r_1^{\ 2}}\right)\left(4\pi r_1^{\ 2}\right) = 4\pi k_0 q = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Следует заметить, что полученный результат не зависит от r_1 и поэтому справедлив для всех значений r.

Таким образом, полное число силовых линий, выходящих из точечного заряда q, равно $4\pi k_0 q$, и эти линии непрерывны на всем пути до бесконечности.

Число силовых линий равно $\Phi = 4\pi k_0 q$, даже если замкнутая поверхность не является сферой.

Если поверхности dS и dS' пересекает одно и то же число линий, то $(\mathbf{E}, d\mathbf{S}) = (\mathbf{E}, d\mathbf{S}')$, и, следовательно,

$$\Phi = \int\limits_{\text{По сфере}} \left(\mathbf{E}, d\,\mathbf{S}\right) = \int\limits_{S'} \left(\mathbf{E}, d\,\mathbf{S}'\right)$$

где S' – замкнутая поверхность любой формы, охватывающая заряд q.

Интеграл от **E** по замкнутой поверхности любой формы равен

$$\oint \left(\mathbf{E}, d\,\mathbf{S}\right) = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

при условии, что поверхность охватывает полный электрический заряд q.

Итак, поток вектора напряженности электрического поля через любую замкнутую поверхность равен полному электрическому заряду, заключенному под данной поверхностью, деленному на ε_0 – теорема Гаусса в интегральной форме.

Отметим, что теорема Гаусса в электростатике имеет место только при строгом соблюдении закона обратных квадратов, определяющего взаимодействие точечных зарядов.

Поэтому следствия теоремы Гаусса позволяют с высокой точностью проверить закон Кулона.

Применим теорему Гаусса для вычисления электрического поля и заряда Земли. Земля обладает небольшим электрическим полем, напряженность которого непосредственно над ее поверхностью составляет около 100 Н/Кл.

Определим:

а) Какова напряженность электрического поля непосредственно под поверхностью Земли?

б) Чему равен поверхностный заряд, создающий вблизи поверхности Земли напряженность E = 100 Н/Кл? Сколько для этого требуется избыточных электронов на каждый квадратный сантиметр поверхности?

а) Поскольку Земля – это проводник, а не изолятор, то под поверхностью Земли, как внутри всякого проводника, постоянное поле существовать не может.

б) Применим теорему Гаусса к сфере, которая окружает Землю и имеет радиус несколько больше радиуса Земли $R_З$.

Поскольку E постоянна по сфере, то интеграл равен произведению E на площадь поверхности Земли $A_З$:

$$\oint_S (E, dS) = E \cdot A_З.$$

Теорема Гаусса принимает вид $$E \cdot A_ç = \frac{q_з}{\varepsilon_0}$$

где $q_з$ – полный поверхностный заряд.
Поверхностная плотность заряда

$$\sigma = \frac{q_з}{A_з} = E\varepsilon_0 = \frac{100}{4\pi\left(9 \cdot 10^9\right)}$$ Кл/м^2 = $8{,}84 \cdot 10^{-14}$ Кл/см^2.

Поскольку заряд электрона e = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, то, подставляя вместо 1 Кл величину $e/(1{,}6 \cdot 10^{-19})$, получаем

$$\sigma = 8{,}84 \cdot 10^{-14} \frac{e/\left(1{,}6 \cdot 10^{-19}\right)}{\text{см}^2} = 5{,}52 \cdot 10^5 \frac{e}{\text{см}^2}$$

– около полумиллиона электронов на квадратный сантиметр. Это очень небольшая величина, поскольку на 1 см^2 находится примерно 10^{15} атомов.

9. Электростатическое поле равномерно заряженной плоскости и шаровой поверхности

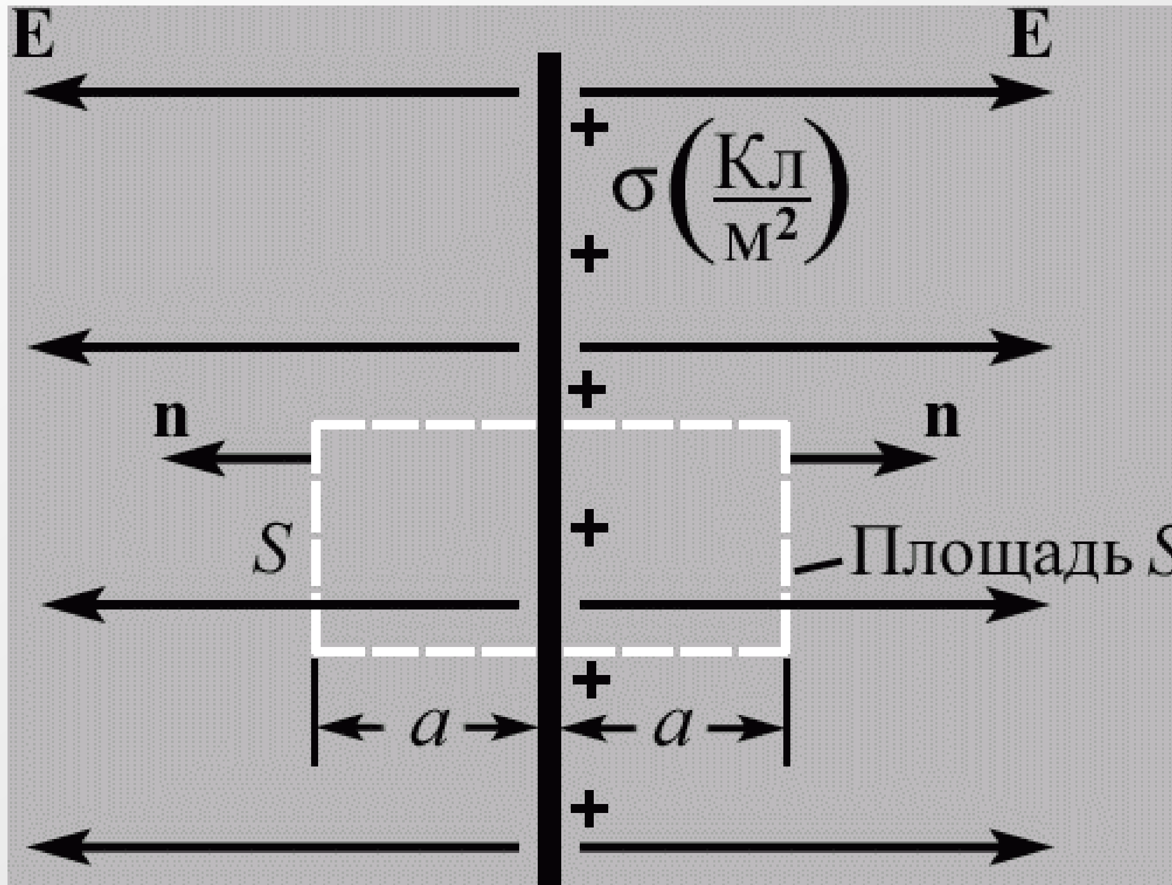
9.1. Электростатическое поле равномерно заряженной плоскости

Теорема Гаусса полезна при решении ряда задач, связанных с вычислением напряженности электрического поля от системы симметрично расположенных зарядов.

Симметрия может быть точечной, линейной, сферической и плоскостной.

Пусть имеется однородно заряженная плоскость бесконечной ($L >> r$) протяженности. Заряд, приходящийся на единицу площади, равен σ [Кл/м^2] (рис. 11).

Рис. 11. Силовые линии напряженности электрического поля **E** перпендикулярны этой плоскости. Штриховой линией показан цилиндр длиной 2*a* и площадью основания *S* .



Вектор **E** перпендикулярен плоскости, поскольку на ней нет выделенных направлений, а пространство однородно.

Проведем цилиндр с основаниями S, параллельными плоскости, и образующей $2a$, перпендикулярной плоскости.

Если площадь основания цилиндра S, то внутри него заключен заряд $q = \sigma S$ и поток через поверхность цилиндра будет равен в силу теоремы Гаусса

$$\Phi = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$$

С другой стороны, по определению, имеем

$$\Phi = \int\limits_{(S)} (\mathbf{E}, d\,\mathbf{S}) = \mathbf{E}\,\mathbf{n}(S\,\mathbf{n} + S\,\mathbf{n}) = 2ES$$

Поток через боковую поверхность цилиндра отсутствует. Приравнивая выражения для Ф, получаем

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

– напряженность поля от бесконечно заряженной плоскости не зависит от расстояния до нее.

Потенциал бесконечно заряженной плоскости определяется из соотношения

$$-\frac{\partial \varphi}{\partial r} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0},$$

где r – расстояние до плоскости,

$$\varphi = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} r + \varphi_0.$$

Потенциал неограниченно возрастает при удалении от бесконечной заряженной плоскости.

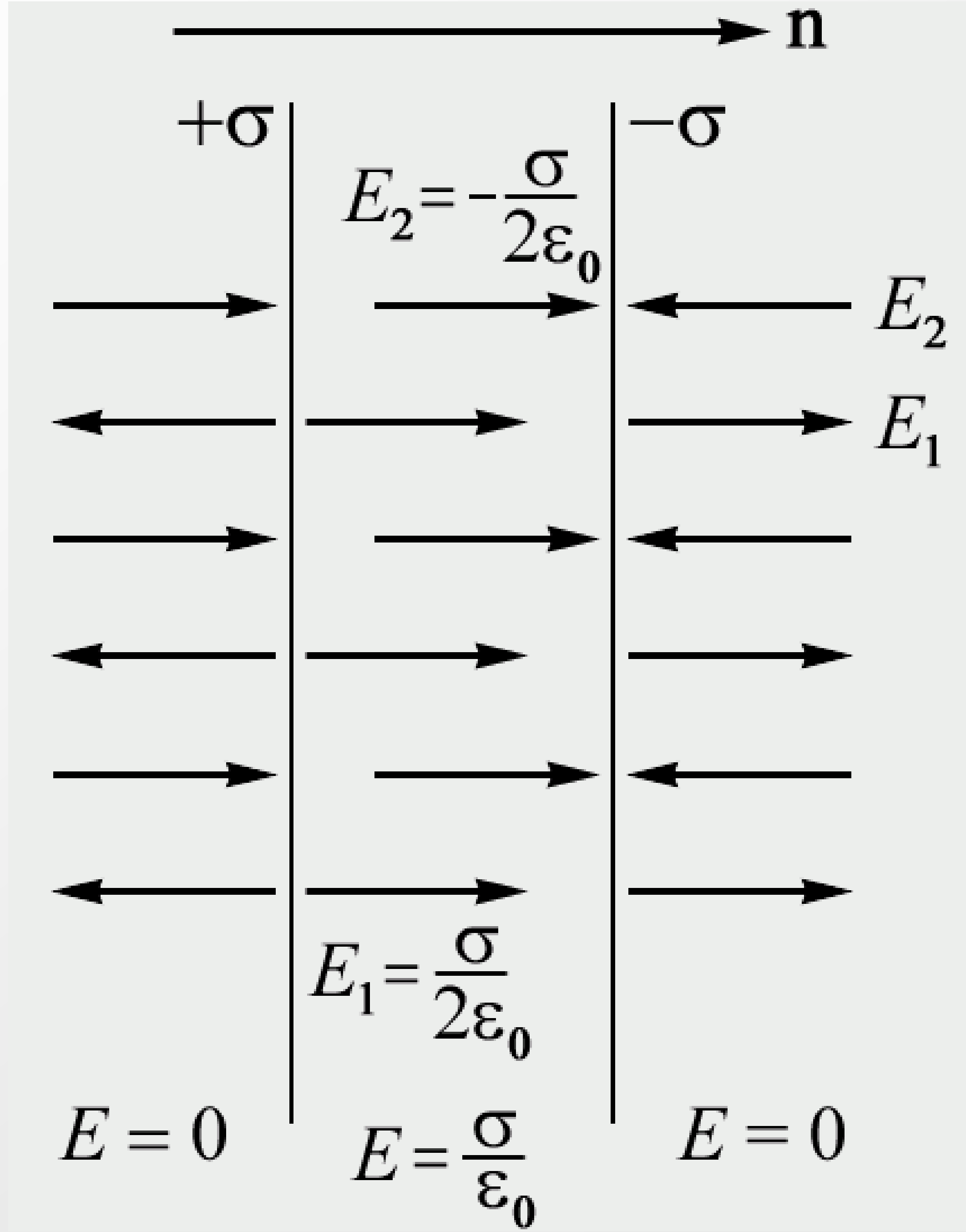
Пусть имеются две бесконечные параллельные плоскости с равными, но противоположными зарядами $+\sigma$, $-\sigma$ на единице поверхности (рис. 12).

Воспользовавшись принципом суперпозиции, получаем для поля между плоскостями

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = \frac{+\sigma}{2\varepsilon_0}\mathbf{n} - \frac{-\sigma}{2\varepsilon_0}\mathbf{n} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\mathbf{n}$$

Рис. 12. Напряженность электрического поля между двумя плоскостями удваивается, а вне этого промежутка равна нулю. Вне плоскостей поля от первой и второй плоскостей направлены противоположным образом и компенсируют друг друга:

$$\mathbf{E} = -\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = 0.$$



9.2. Электростатическое поле равномерно заряженной шаровой поверхности

Рассмотрим сферу радиуса R с равномерно заряженной поверхностью. Плотность заряда поверхности сферы равна σ (Кл/м^2).

Найдем напряженность поля вне и внутри заряженной сферы. Ввиду шаровой симметрии вектор напряженности электрического поля направлен перпендикулярно поверхности, а его величина постоянна в любой точке поверхности сферы.

Выделим сферу радиусом r (рис. 13). Согласно теореме Гаусса, поток вектора напряженности электрического поля равен заряду, находящемуся под этой сферой, деленному на ε_0:

$$\Phi = \begin{cases} 0, \ r < R, \\ \dfrac{\sigma 4\pi R^2}{\varepsilon_0}, \ r \geq R. \end{cases}$$

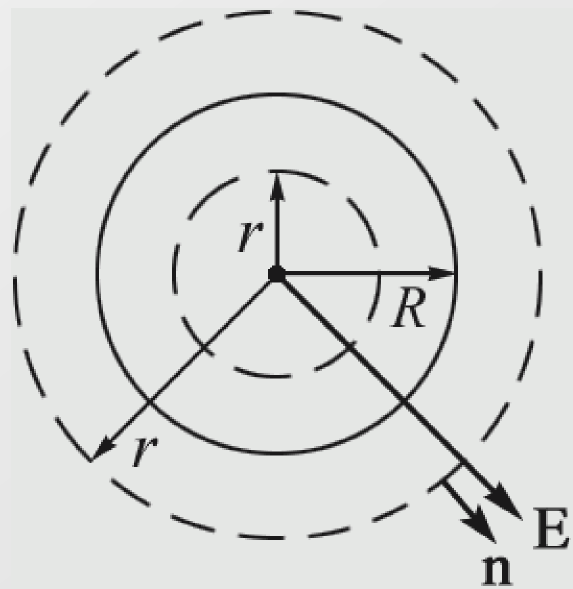


Рис. 13. Направление вектора напряженности **E** равномерно заряженной сферы совпадает с направлением положительной нормали **n**

По определению, для потока вектора **E** сквозь сферическую поверхность

$$\Phi = \int (\mathbf{E}, d\,\mathbf{S}) = \int (E\,\mathbf{n}\cdot\mathbf{n}\,dS) = E\int dS = E\,4\pi r^2$$

Приравнивая эти два выражения для потока, находим напряженность электрического поля в зависимости от расстояния до центра заряженной сферы (рис. 14, *a*):

$$E = \begin{cases} 0, \ r < R - \text{âíóòðè ñôåðû}, \\ \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}, \ r \geq R - \text{âíå çàðÿæåííîé ñôåðè÷åñêîé ïîâåðõíîñòè.} \end{cases}$$

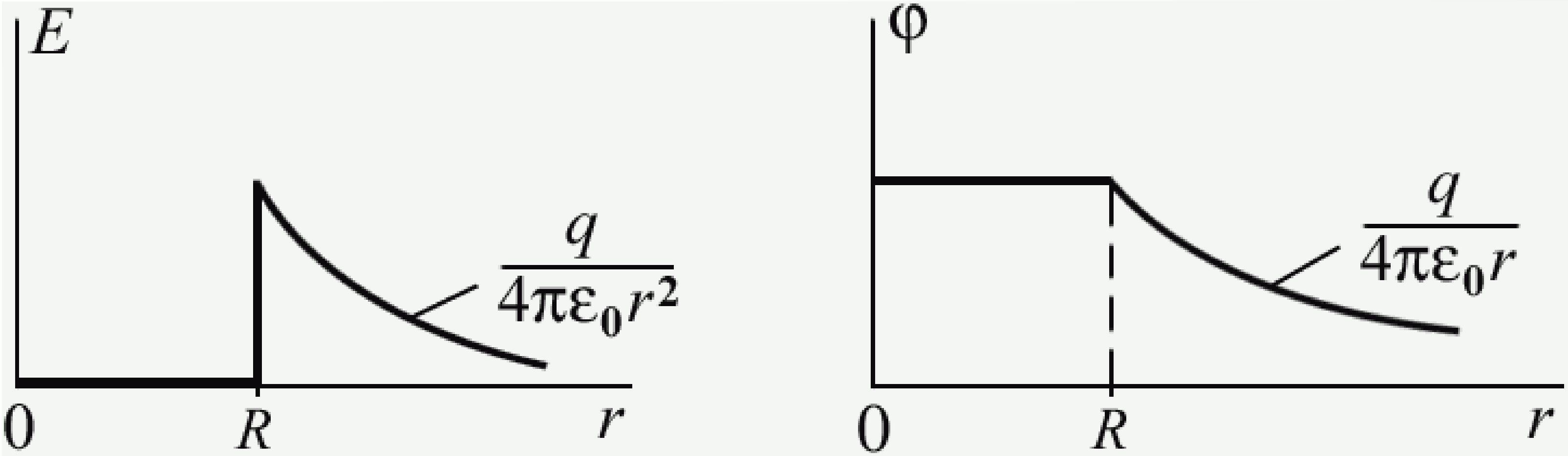


Рис. 14. Напряженность (*а*) и потенциал (*б*) электрического поля, создаваемые сферой радиусом *R*

Поле внутри заряженной сферической поверхности отсутствует, а вне сферы изменяется так, как если бы весь заряд сферы $q = 4\pi R^2\sigma$ был сосредоточен в виде точечного заряда в ее центре.

Соответственно, потенциал внутри равномерно заряженной сферы постоянен, а вне сферы изменяется как потенциал точечного заряда (рис. 15, *б*)

10. Проводники в электрическом поле

10.1. Поле однородном проводнике

Проводники, к ним относятся металлы, электролиты и плазма, содержат свободные заряды, способные перемещаться в пределах тела.

Металлы содержат много свободных электронов, и любое электрическое поле приводит их в движение.

Если есть источник сторонних сил (некулоновских, неконсервативных и непотенциальных), то движение зарядов можно поддерживать непрерывно.

В условиях электростатики действуют только кулоновские силы, то поле этих сил вызывает в проводнике перераспределение зарядов, приводящее к исчезновению поля внутри проводника.

Поскольку металл – проводник и внутреннее поле в нем равно нулю, то, значит, равен нулю и градиент потенциала – $\mathrm{grad}\varphi = \mathbf{E} = 0$.

Следовательно в однородном проводнике потенциал от точки к точке не изменяется, однородный проводник является эквипотенциальной областью, эквипотенциальна и его поверхность.

Покажем, что сообщенный проводнику заряд оказывается на поверхности проводника, даже если этот заряд был введен внутрь проводника.
На рис. 15 изображен проводник произвольной формы (он может быть даже пустотелым).

Выберем непосредственно под поверхностью проводника замкнутую поверхность *S*, показанную на рисунке штриховой линией.
Применим к этой поверхности теорему Гаусса:

$$\oint_S \left(\mathbf{E}, d\,\mathbf{S}\right) = \frac{q_{\text{внутр}}}{\varepsilon_0}$$

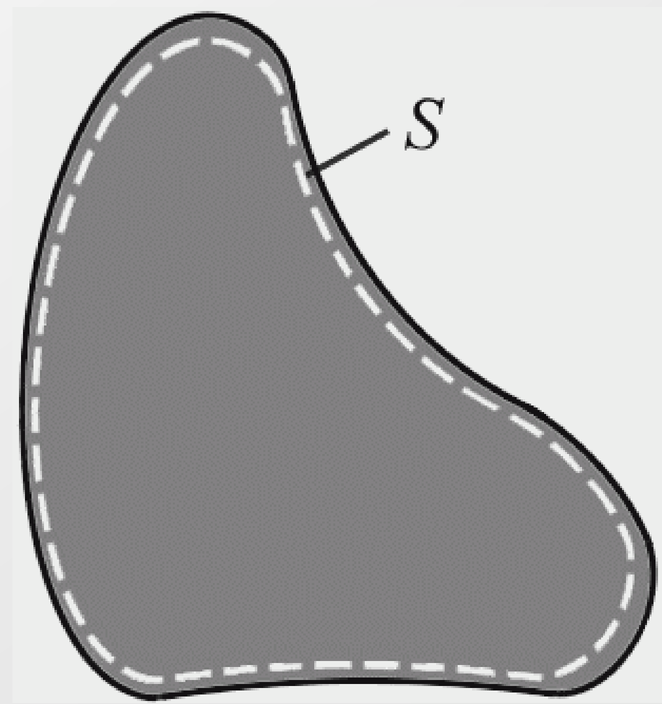


Рис. 15

В любой точке проводящей поверхности S поле должно быть равно нулю, иначе электроны проводимости пришли бы в движение.

Неподвижность зарядов в проводнике означает, что внутри проводника на них не действуют электрические силы, т.е. $E = 0$ на поверхности S.

В этом случае

$$\oint_S (\mathbf{E}, d\,\mathbf{S}) = 0$$

Таким образом, поток вектора **E** через поверхность S равен нулю:

$$\frac{q_{\text{внутр}}}{\varepsilon_0} = 0.$$

Отсюда $q_{\text{внутр}} = 0$ – заряд внутри замкнутой поверхности проводника отсутствует.

Поскольку внутри проводника не может быть нескомпенсированных зарядов, то при зарядке проводника они будут накапливаться лишь на его поверхности, где существуют большие силы, не дающие зарядам покинуть ее.

Толщина поверхностного заряженного слоя составляет один–два атомных слоя. Поэтому достаточно правильно говорить, что заряды в проводнике сосредоточены исключительно на поверхности.

Силовые линии электрического поля заряженной поверхности перпендикулярны поверхности – поверхности равного потенциала.

В противном случае возникли бы составляющие силы $\mathbf{F} = e\mathbf{E}$, заставляющие двигаться заряд вдоль поверхности.

Применяя теорему Гаусса, можно найти напряженность поля у поверхности проводника с плотностью заряда σ [Кл/м^2] (рис. 16).

Возьмём за Гауссову поверхность небольшой цилиндр и учтём, что внутри проводника поля нет, получим из условия

$$\mathbf{E}\cdot\mathbf{S}+\mathbf{0}\cdot\mathbf{S}=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}S$$

что напряженность поля у поверхности проводника в два раза больше, чем у заряженной плоскости

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

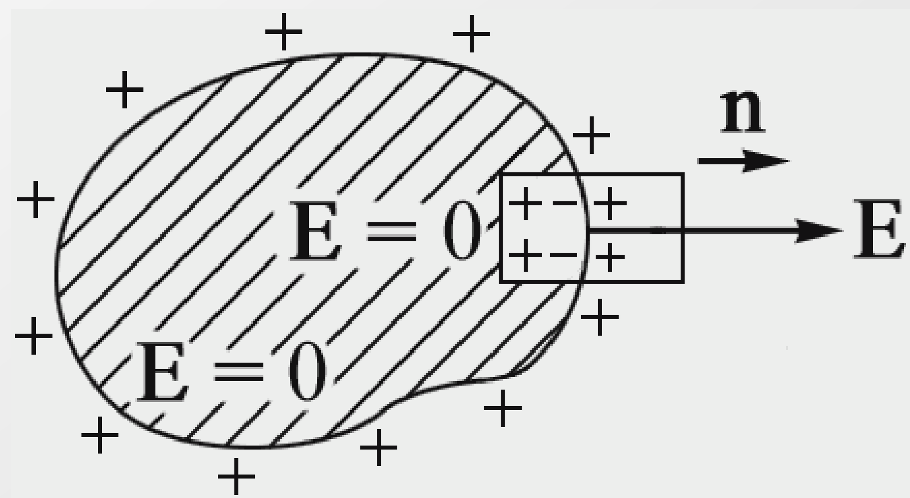


Рис. 16

Это связано с тем, что помимо заряда σ в проводнике есть и другие заряды.

Эти заряды создают поле, дополнительное к полю слоя зарядов $\sigma/(2\varepsilon_0)$.

В объеме металла это поле компенсирует заряд поверхности, а вне проводника складывается с полем поверхностного слоя зарядов и дает удвоенную величину поля у поверхности проводника, в отличие от уединенного слоя зарядов.

10.2. Поле во внутренней полости проводника

Рассмотрим проводник, имеющий внутри полость, которая не содержит внутри себя изолированных зарядов. Оказывается, что в этом случае при любой форме полости в ней не будет электрического поля (рис. 17).

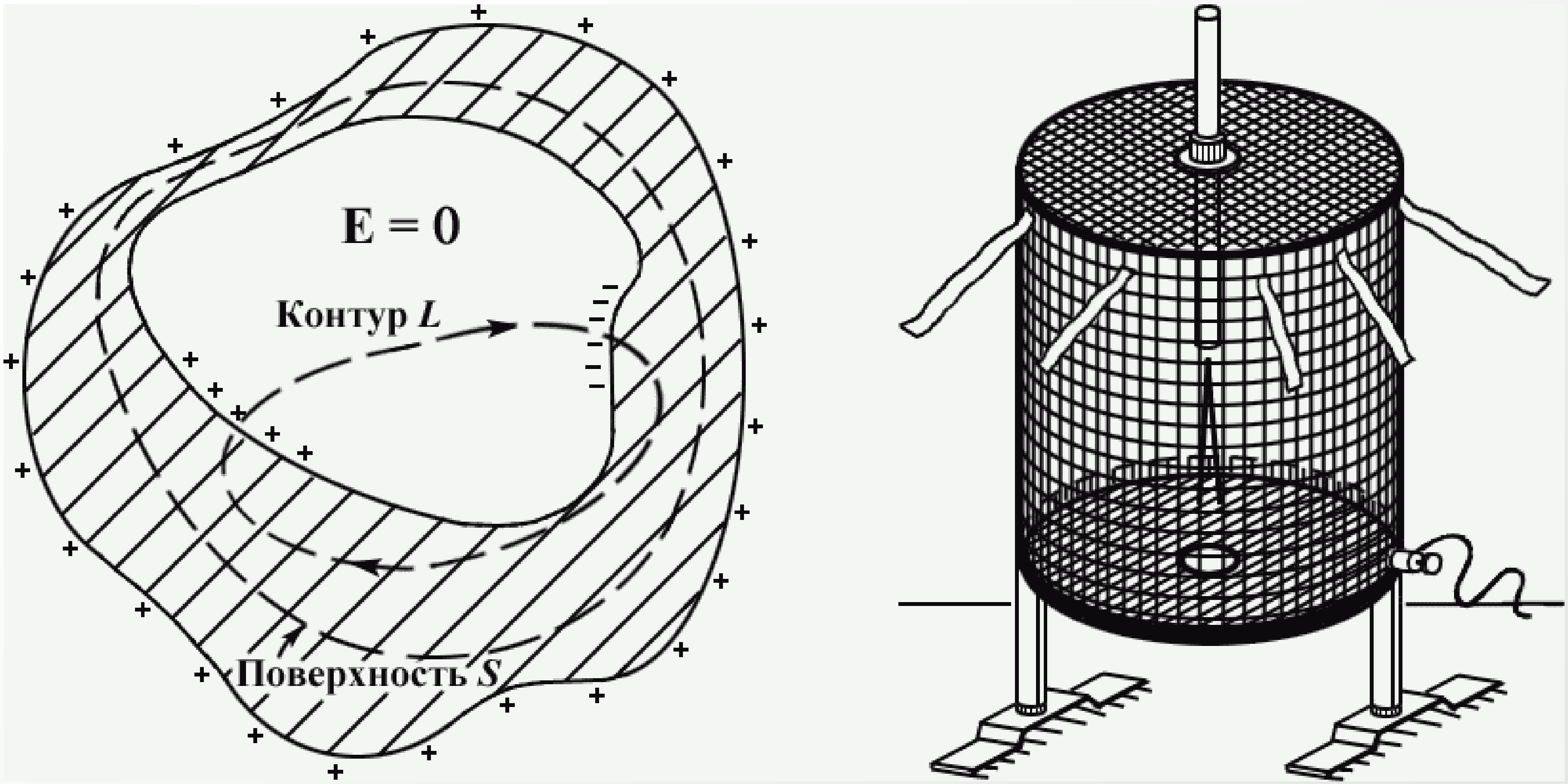


Рис. 17. В отсутствии закрепленных локализованных зарядов в полости проводника в ней отсутствует электрическое поле (*а*). Если заряженную сетку замкнуть, то бумажные лепестки не будут расходиться внутри сетки, где поле равно нулю, но будут отклоняться с внешней стороны, где локализованы заряды (*б*)

Отсутствие электрических полей в металлической полости любого вида объясняет принцип «защиты» электрических приборов и оборудования от влияния внешних электрических полей.

Если поместить заряженное тело внутрь металлической полости, то заряды с него полностью перетекают на поверхность внешнего тела, оставляя внутреннюю поверхность электрически нейтральной.

В принципе такую процедуру возможно повторять многократно, заряжая внешнее тело до очень высокого потенциала, сообщая ему большой электрический заряд. Величина накопленного заряда ограничивается утечкой электричества за счет ионизации воздуха.

Непрерывный перенос заряда на проводник через его внутреннюю полость лежит в основе работы генератора Ван-де-Граафа (рис. 18).

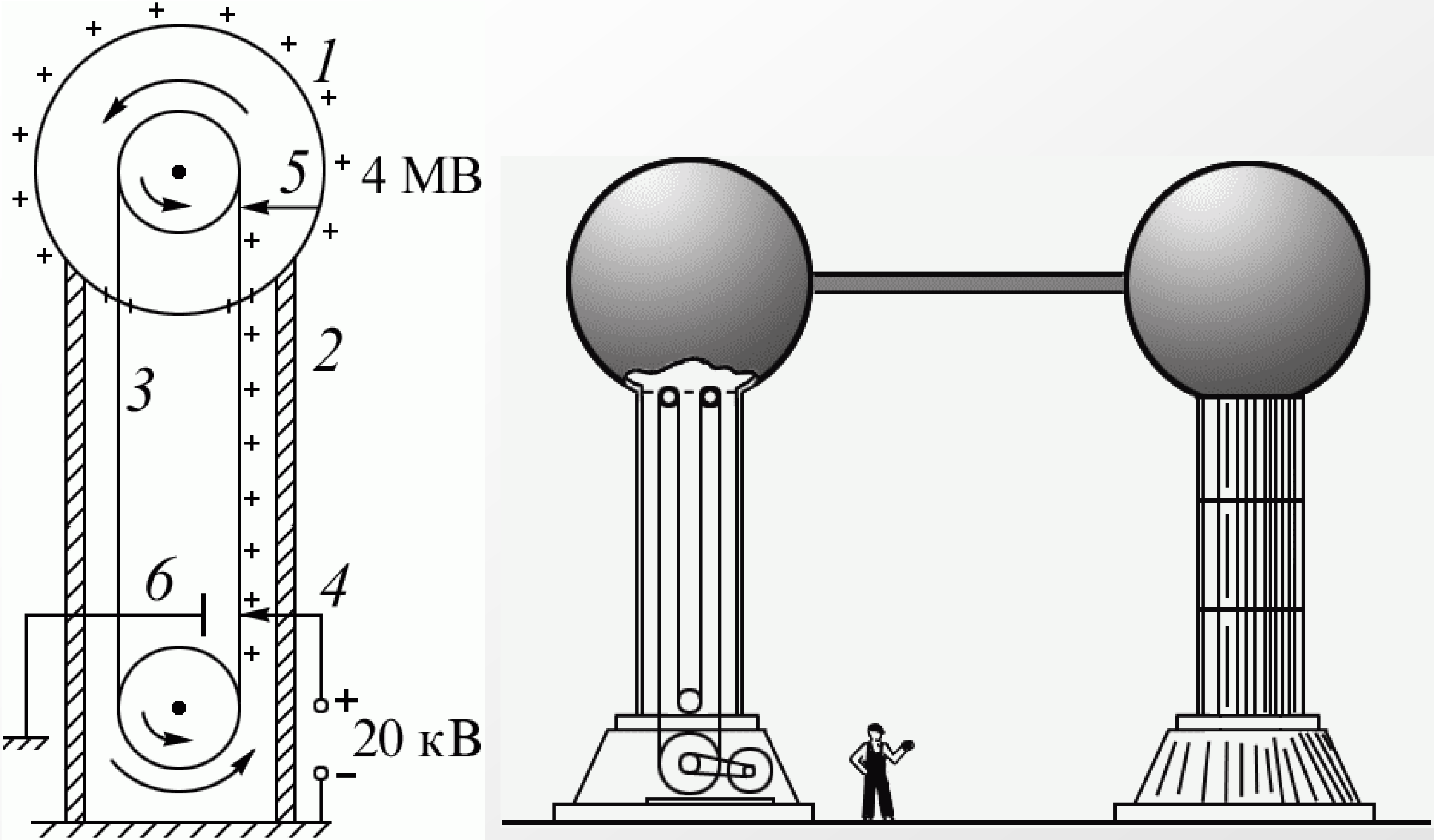


Рис. 18. Устройство электростатического генератора Ван-де-Граафа

Генератор Ван-де-Граафа состоит из металлического шара диаметром до нескольких метров *1*, укрепленного на изоляторе *2*. Внутри изолятора движется непроводящая лента *3*, непрерывно перенося заряд с высоковольтных остриев *4* на поверхность шара через снимающие острия *5*. Для усиления эффекта стекания заряда с остриев *4* напротив них за лентой расположена заземленная пластина *6*.

Генератор позволяет получать напряжение до $3 \div 5$ миллионов вольт и может быть использован для ускорения электронов и ионов.

При этом находиться внутри шара генератора Ван-де-Граафа безопасно, так как там нет заряда и поля, хотя внешняя его поверхность имеет миллионновольтный потенциал. Это наиболее помехозащищенное место, где располагаются люди с измерительными приборами.

Экспериментально первым, кто заметил, что поле внутри заряженной сферы равно нулю, был Франклин.

10.3. Пробой при высоком напряжении

Рассмотрим распределение поля вокруг проводников несферической формы, имеющих, например, острие. Оказывается, что поле около острия намного сильнее, чем в остальных местах.

Это связано с тем, что заряды стремятся растечься по поверхности проводника, а кончик острия отстоит максимально далеко от остальной поверхности (рис. 19).

Даже небольшое количество заряда на острие может создать высокую поверхностную плотность заряда, а высокая плотность заряда обеспечивает высокую напряженность поля у поверхности проводника:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

В общем случае в тех местах, где радиус кривизны поверхности меньше, поле оказывается сильнее.

Рассмотрим в качестве примера большую и маленькую сферы, соединенные проводником (рис. 20). На большой сфере радиусом R содержится заряд Q, а на малой радиусом r – заряд q.

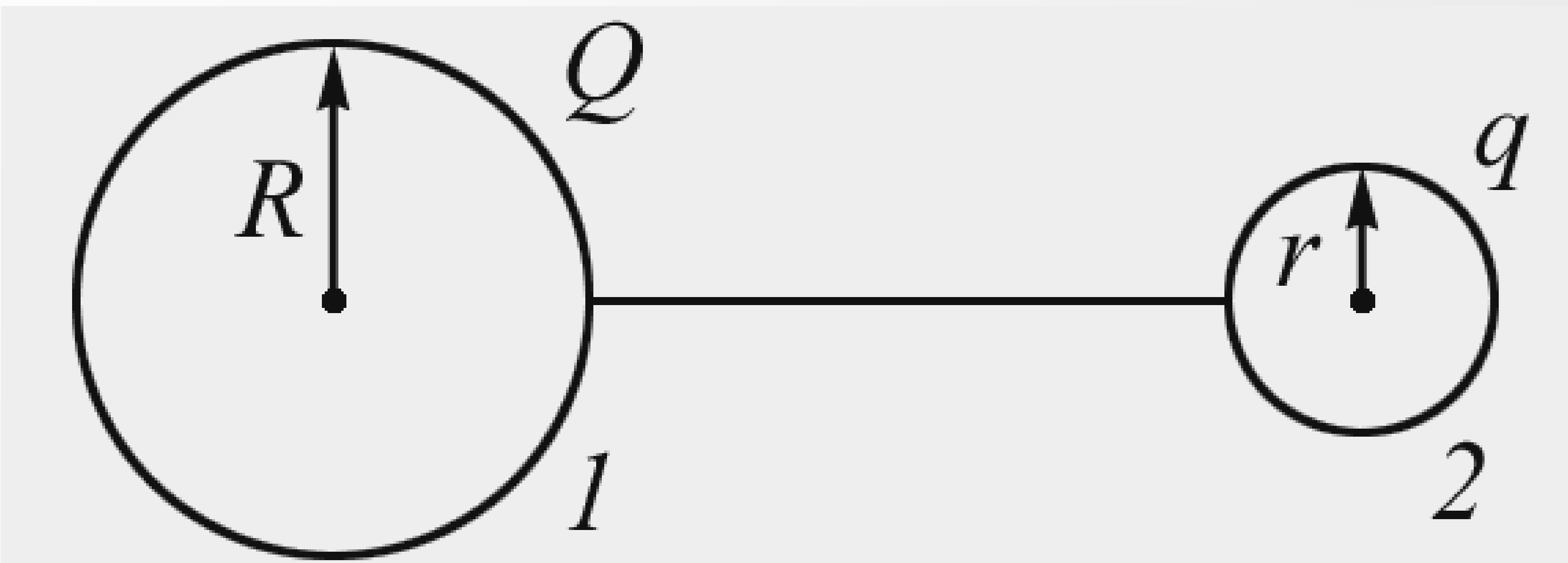


Рис. 20

Вся система эквипотенциальна, и, следовательно, потенциалы сфер можно приравнять:

$$\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

Откуда следует, что

$$\frac{Q}{R}=\frac{q}{r}$$

Отношение напряженностей полей большой и малой сфер равно

$$\frac{E_R}{E_r}=\frac{Q/4\pi\varepsilon_0 R^2}{q/4\pi\varepsilon_0 r^2}=\frac{Q}{q}\frac{r^2}{R^2}=\frac{r}{R}$$

Напряженность поля сферы малого радиуса в *R*/*r* раз больше напряженности поля сферы большого радиуса:

$$E_r = \frac{R}{r} E_R$$

Этот результат показывает, что вокруг острия в воздухе может возникнуть пробой.

Напряженность поля около острия велика. Свободный заряд в поле острия может набрать энергию, достаточную для ионизации молекул воздуха, и будет стекать с острия.

Движение заряда от острия можно наблюдать по отклонению пламени свечи (рис. 21) или по вращению «франклинова колеса» (рис. 22).

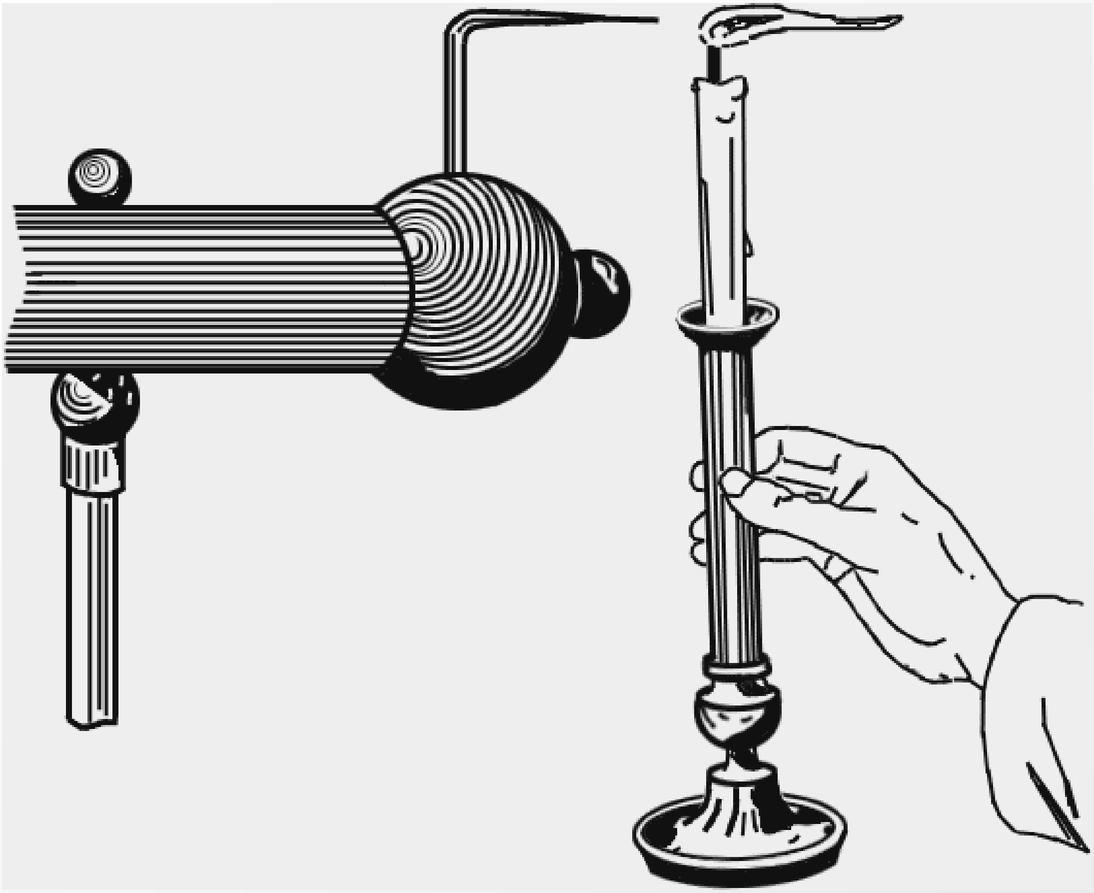


Рис. 21. «Электрический ветер»

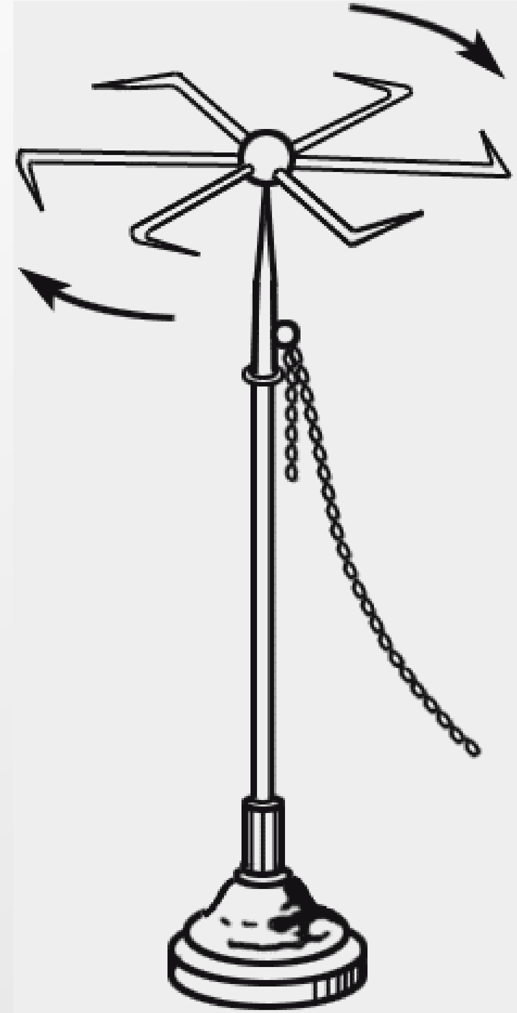


Рис. 22. Франклиново колесо

В результате каскада подобных столкновений будет появляться все больше ионов.
Их движение сформирует искру или разряд.

Поэтому тела с высоким потенциалом во избежание пробоя и разрядки должны иметь гладкую поверхность с большим радиусом кривизны, а вне острия детали и неровности следует помещать под гладкие металлические поверхности.

11. Диэлектрики в электрическом поле

11.1. Классификация диэлектриков, поляризуемость и дипольные моменты молекул

Диэлектрики, в отличие от металлов, плохо проводят электрический ток.

Термин «диэлектрик» образован от греческого *diá* – через и английского *electric* – электрический и был введен в употребление М. Фарадеем для обозначения сред, через которые проникает электрическое поле. Металлы же, как известно, электрическое поле экранируют.

Заряды в диэлектрике не могут свободно перемещаться, а могут смещаться лишь на малые расстояния, порядка межатомных, из положения равновесия под действием внешнего электрического поля.

Различие в электропроводности диэлектриков и металлов классическая теория объясняет наличием в металлах свободных электронов, в то время как в диэлектриках все электроны связаны, они принадлежат отдельным атомам.

Все молекулы диэлектрика электрически нейтральны: суммарный заряд электронов и атомных ядер, входящих в молекулы, равен нулю.

Тем не менее молекулы обладают электрическими свойствами.

В первом приближении молекулу можно рассматривать как электрический диполь с электрическим моментом

$$p=q\mathbf{l}.$$

Здесь q- суммарный электрический заряд, **l**- вектор, проведённый из « центра тяжести» электронов в молекуле в центр « центра тяжести» положительных зарядов атомных ядер.

Диэлектрик называется неполярным (диэлектрик с неполярными молекулами», если в отсутствии электрического поля « центры тяжести» отрицательных и положительных зарядов молекул совпадают (**l** =0).

Во внешнем электрическом поле E_0 « центры тяжести» отрицательных и положительных зарядов атомных ядер и молекул смещаются.

Происходит поляризация диэлектрика (рис. 23, электронная поляризуемость). Молекулы становятся электрическими диполями, ориентированными положительно заряженными концами в направлении электрического поля.

Само смещение зарядов диэлектрика в разные стороны называется электрической поляризацией. Заряды, появляющиеся в результате поляризации, называют индукционными или связанными.

В объеме однородного диэлектрика поляризационные заряды взаимно компенсируются, и заряд остается нескомпенсированным лишь на поверхности диэлектрика.

Возможен иной механизм поляризации, если молекулы диэлектрика являются полярными, « центры тяжести» отрицательных и положительных зарядов не совпадают, и они обладают собственными дипольными моментами.

В отсутствие поля благодаря хаотичному тепловому движению дипольные моменты не ориентированы.

Во внешнем электрическом поле молекулы выстраиваются своими дипольными моментами преимущественно вдоль линий поля и диэлектрик поляризуется (Рис. 23, ориентационная поляризуемость).

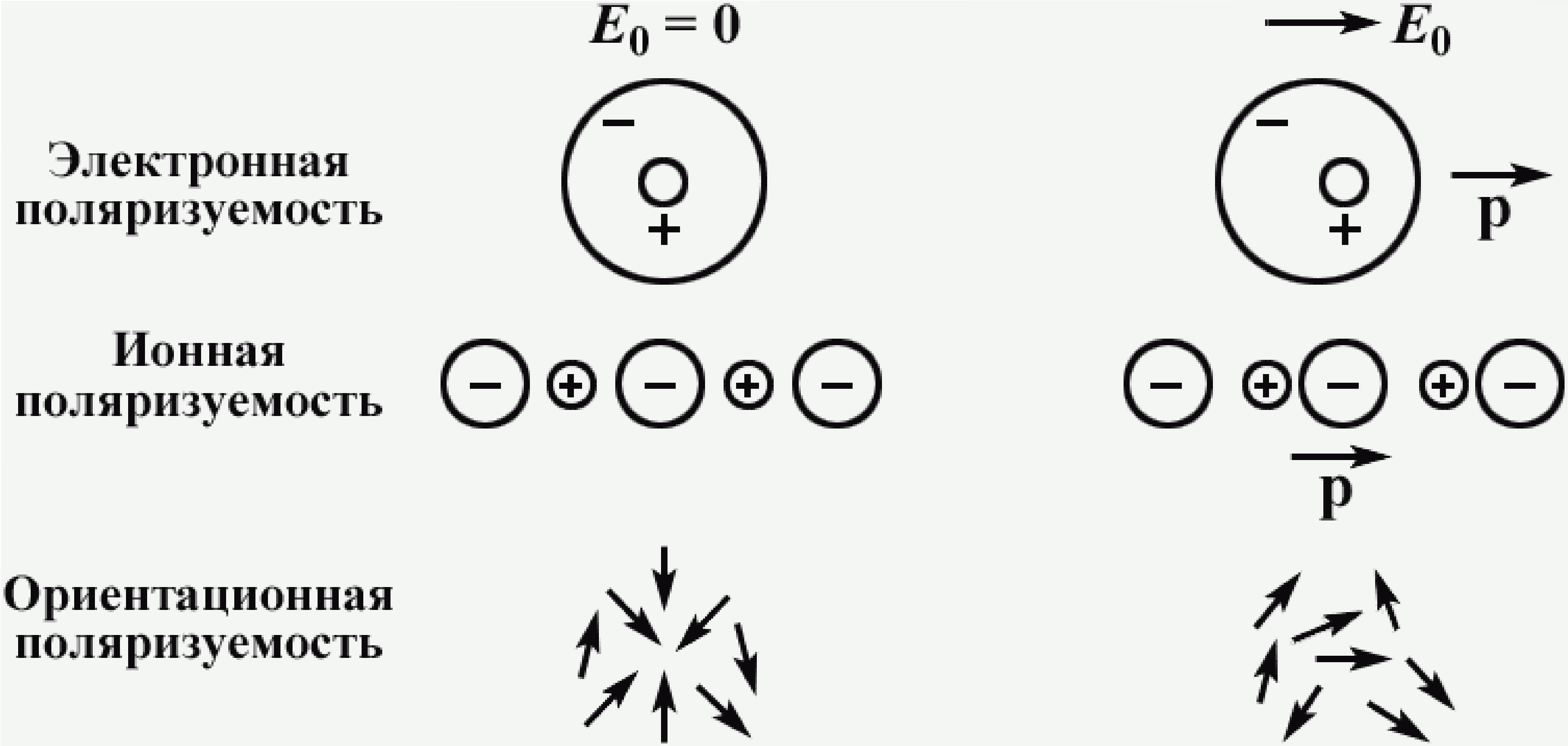


Рис. 23. Схематическое изображение трех основных типов вкладов в поляризуемость. Слева – ситуация в отсутствие внешнего поля E_0, справа – при включении поля E_0; **p** – вектор дипольного момента

Существует также тип диэлектриков, построенных из ионов разного знака, например кристалл поваренной соли Na+Cl–.

Такие диэлектрики называют ионными. Они состоят из двух подрешеток положительных и отрицательных ионов.

Во внешнем электрическом поле эти подрешетки сдвигаются в разные стороны, что и приводит к поляризации диэлектриков (Рис. 23 ионная поляризуемость).

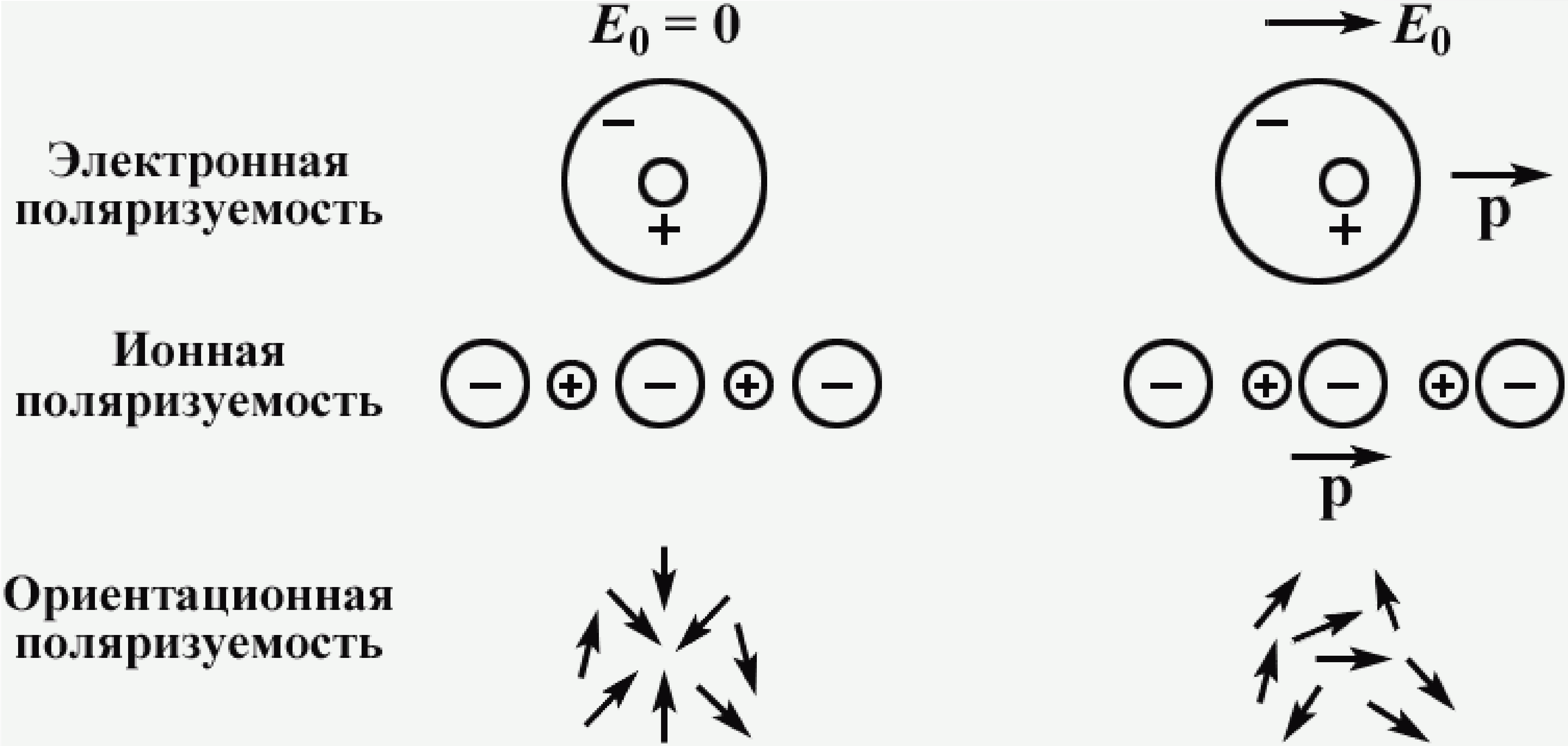


Рис. 23. Схематическое изображение трех основных типов вкладов в поляризуемость. Слева – ситуация в отсутствие внешнего поля E_0, справа – при включении поля E_0; **p** – вектор дипольного момента

Отвлекаясь от конкретных механизмов поляризации диэлектриков, отметим, что в любом случае во внешнем электрическом поле на поверхности диэлектриков появляются некомпенсированные электрические заряды. (Это смещение зарядов крайне невелико, поскольку внутренние поля имеют величину порядка 1011 В/м и намного превосходят любые реально достижимые внешние поля.

11.2. Вектор поляризации

Класс диэлектриков охватывает большое количество веществ в твердом, жидком и газообразном состояниях. Для количественного описания поляризации диэлектриков вводится понятие вектора поляризации, или поляризованность **P**.

Вектором поляризации называют дипольный момент единицы объема диэлектрика при его поляризации.

В изотропных условиях ненулевой вклад в этот интеграл дают заряды, сосредоточенные на поверхности диэлектрика (рис. 24):

$$\mathbf{P} = \frac{1}{V} \int\limits_{(V)} \mathbf{P}_{\text{ср}} \, dV$$

Здесь $\mathbf{P}_{\text{ср}} = \mathbf{p}N$, где $\mathbf{P}_{\text{ср}}$ – средний дипольный момент единицы объема, направленный вдоль вектора электрического поля; N – концентрация частиц; $\mathbf{p}$ – средний дипольный момент одной частицы.

Если поместить диэлектрик в однородное электрическое поле $\mathbf{E}_0$, то на поверхности диэлектрика появятся поляризационные заряды с поверхностной плотностью σпол.

Пусть S – площадь основания параллелепипеда, $\mathbf{l}$ – вектор, проведенный от отрицательного к положительному основанию. Вектор поляризации диэлектрика, по определению, будет равен

$$\mathbf{P} = \frac{\sigma_{\text{пол}} S\, \mathbf{l}}{V}$$

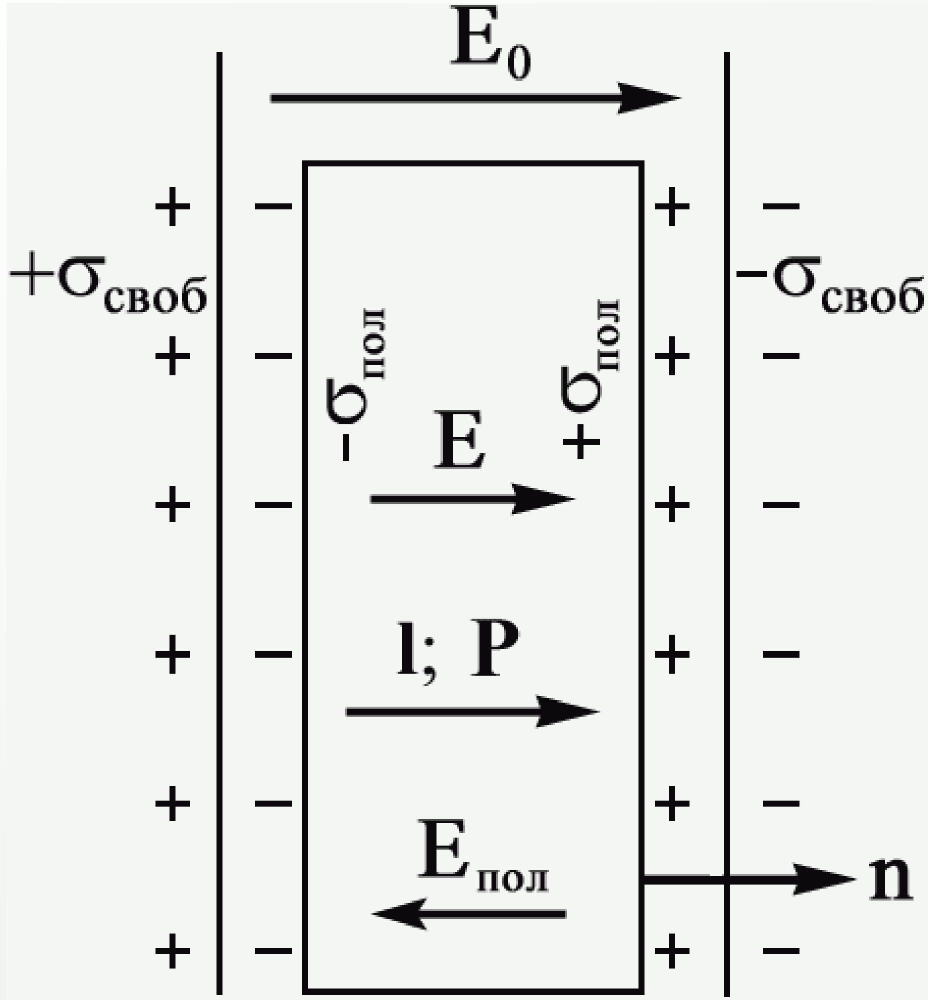


Рис. 24. Поле поляризационных зарядов $\mathbf{E}_{пол}$ направлено против внешнего электрического поля $\mathbf{E}_0$, созданного свободными зарядами; $\mathbf{E}$ = = $\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_{пол}$ – результирующее поле в диэлектрике. **P** – вектор поляризации, $\sigma_{пол} = (\mathbf{P},\mathbf{n})$

Величина объема параллелепипеда равна $V = S(\mathbf{n},\mathbf{l})$, где **n** – вектор нормали, проведенной к основанию положительно заряженного основания параллелепипеда.

Используя данное соотношение, получаем

$$(\mathbf{P},\mathbf{n})S(\mathbf{n},\mathbf{l}) = \sigma_{\text{пол}}S(\mathbf{l},\mathbf{n}),$$

$$\sigma_{\text{пол}} = (\mathbf{P},\mathbf{n}).$$

Последнее равенство справедливо для поверхности диэлектрика любой формы.

Величина напряженности поля в однородном поляризованном диэлектрике равна, согласно теореме Гаусса,

$$\mathbf{E} = \frac{\sigma_{своб} - \sigma_{пол}}{\varepsilon_0}\mathbf{n}$$

Здесь $\sigma_{своб}$ – заряд на обкладках металлических пластин, создающих однородное электрическое поле, между которыми помещен диэлектрик (рис. 24).

Поскольку в нашем случае векторы **P** и **n** параллельны, то

$$\sigma_{\text{пол}} = P.$$

Из этого уравнения можно определить поле в диэлектрике **E**, если известна зависимость **P**(**E**) – уравнение состояния диэлектрика.

Зависимость **P**(**E**) отражает электрические свойства диэлектрика и определяется типом веществ, однородностью, степенью чистоты материала, дефектностью и пр.

Для большинства диэлектриков в широком интервале величин **E** справедлива линейная зависимость **P** от **E**, выражаемая для изотропных веществ и кристаллов с кубической решеткой соотношением

$$\mathbf{P} = i\varepsilon_0\mathbf{E}.$$

Коэффициент пропорциональности i (каппа) называется диэлектрической восприимчивостью диэлектрика. В результате получаем

$$\mathbf{E} = \frac{\sigma_{\text{своб}} - \sigma_{\text{пол}}}{\varepsilon_0}\mathbf{n} = \frac{\sigma_{\text{своб}}}{\varepsilon_0}\mathbf{n} - \frac{\mathbf{P}}{\varepsilon_0} = \mathbf{E}_0 - \varkappa\mathbf{E}$$

Поле в диэлектрике равно

$$\mathbf{E} = \frac{\sigma_{своб}}{\varepsilon_0}\mathbf{n}\frac{1}{1+\varkappa} = \mathbf{E}_0\frac{1}{1+\varkappa}$$

Здесь $\mathbf{E}_0 = (\sigma_{своб}/\varepsilon_0)\mathbf{n}$ – электрическое поле, созданное между плоскопараллельными пластинами вне диэлектрика; **E** – напряженность электрического поля в диэлектрике оказывается в $\varepsilon = (1 + i)$ раз меньше исходного поля.

Величина ε называется диэлектрической проницаемостью и характеризует электрические свойства диэлектрика.

Точечные заряды, помещенные в диэлектрик, будут взаимодействовать с силой

$$F = qE = q\frac{E_0}{\varepsilon} = \frac{F_0}{\varepsilon}$$

в ε раз меньше, чем в вакууме F_0.

Пусть два противоположно наэлектризованных шарика взаимодействуют друг с другом в пустоте, а затем их погружают в изолирующую жидкость, например в керосин.

Сила взаимодействия между шариками при погружении в керосин уменьшается приблизительно вдвое против той силы, которая наблюдалась между ними в воздухе или в пустоте (диэлектрическая постоянная керосина ≈ 2).

Уменьшение силы взаимодействия между шариками происходит из-за того, что керосин поляризуется.

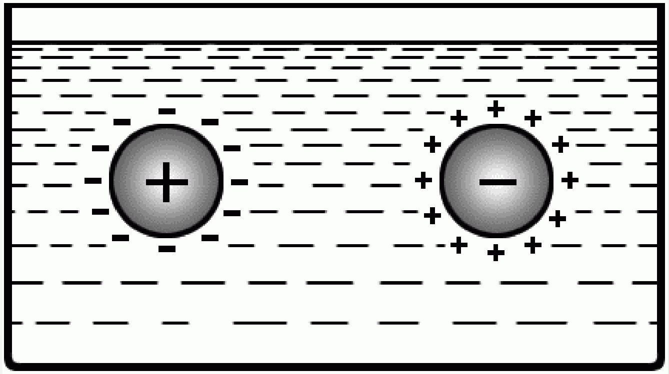


Рис. 25. Поляризация среды уменьшает силу взаимодействия между зарядами в ε раз

У поверхности положительно заряженного шарика сосредотачиваются отрицательные заряды молекулярных диполей керосина (рис. 25), а около отрицательно заряженного шарика – положительные заряды.

Появившаяся поляризация уменьшает силу взаимодействия шариков.

Это уменьшение силы взаимодействия вследствие поляризации среды формально учитывается в законе Кулона введением диэлектрической постоянной среды $\varepsilon = 1 + i$.

Численное значение диэлектрической постоянной вещества определяется электрическими свойствами молекул и их числом в единице объема.

С увеличением полярности молекул и поляризуемости вещества растет диэлектрическая постоянная.

Если число молекул в единице объема мало, то эффект поляризации сказывается слабо, поэтому диэлектрическая постоянная всех газов близка к единице.

11.3. Электреты. Пьезоэлектрики

Диэлектрики обладают рядом интересных и практически важных особенностей.

Одна из них связана с наличием у ряда веществ постоянной поляризации, даже в отсутствие внешнего электрического поля.

Спонтанная поляризация является результатом несовпадения «центров тяжести» положительных и отрицательных зарядов и может быть получена искусственно.

Если растопить воск и поместить его в электрическое поле, то в процессе затвердевания дипольные моменты его молекул окажутся частично ориентированными по полю и останутся в таком положении в затвердевшем материале после снятия поля.

Вещество, обладающее поляризацией в отсутствие внешнего электрического поля, называется электретом.

Изменение поляризации в диэлектриках может происходить под действием механических напряжений, например при сгибе кристалла или при его сжатии и растяжении.

Наблюдаемый при этом слабый электрический эффект называется прямым пьезоэлектрическим эффектом.

Этот эффект обнаружен в 1880 г. братьями Пьером и Жаком Кюри. Пьезоэлектрическими свойствами обладают только ионные кристаллы.

Если кристаллические решетки положительных и отрицательных ионов таких кристаллов при внешнем воздействии деформируются по-разному, то в противоположных местах на поверхности кристалла выступают электрические заряды разных знаков и наблюдается пьезоэлектрический эффект.

Важнейшим пьезоэлектриком является кварц. В нем можно возбудить поле до 30000 В/см.

Многочисленны практические приложения пьезоэффекта. Так, пьезоэлектрический манометр – кварцевая пластинка, помещаемая в исследуемый газ, позволяет измерять быстропеременные давления.

Существуют различные пьезоэлектрические преобразователи, пьезоэлектрические стабилизаторы и фильтры, пьезоэлектрические датчики, звукосниматели, микрофоны, кварцевые излучатели ультразвука и пр.

11.4. Сегнетоэлектрические кристаллы

В сегнетоэлектрических кристаллах электрический дипольный момент существует даже в отсутствие внешнего электрического поля. В сегнетоэлектрическом состоянии центр положительных зарядов всего кристалла не совпадает с центром отрицательных.

Зависимость поляризации от электрического поля в сегнетоэлектрическом состоянии имеет нелинейный вид, называемый петлей Гистерезиса. Такой вид характерен именно для сегнетоэлектрического состояния (рис. 26).

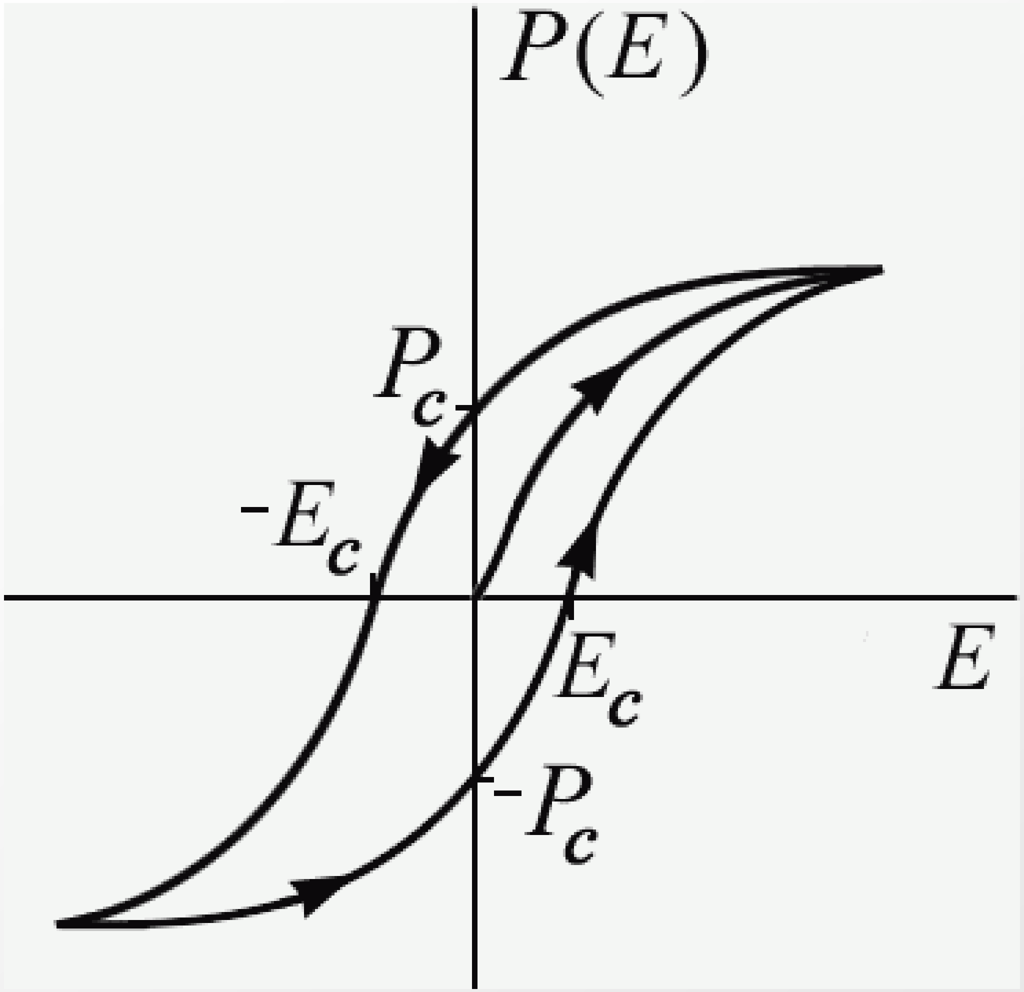


Рис. 26. Кривая поляризации сегнетоэлектрика – петля Гистерезиса. E_c – коэрцетивная сила, P_c – остаточная поляризация сегнетоэлектрика – петля Гистерезиса. E_c – коэрцетивная сила, P_c – остаточная поляризация

Обычно сегнетоэлектрики не бывают однородно поляризованными, а состоят из доменов – областей с различными направлениями поляризации (рис. 27). В результате суммарный дипольный момент практически отсутствует.

Под действием электрического поля *E* доменные границы смещаются так, что объем доменов, поляризованных по полю, увеличивается за счет доменов, поляризованных против поля.

В реальных кристаллах доменные границы обычно «закреплены» на дефектах и неоднородностях и необходимы достаточно сильные электрические поля, чтобы перемещать их по образцу.

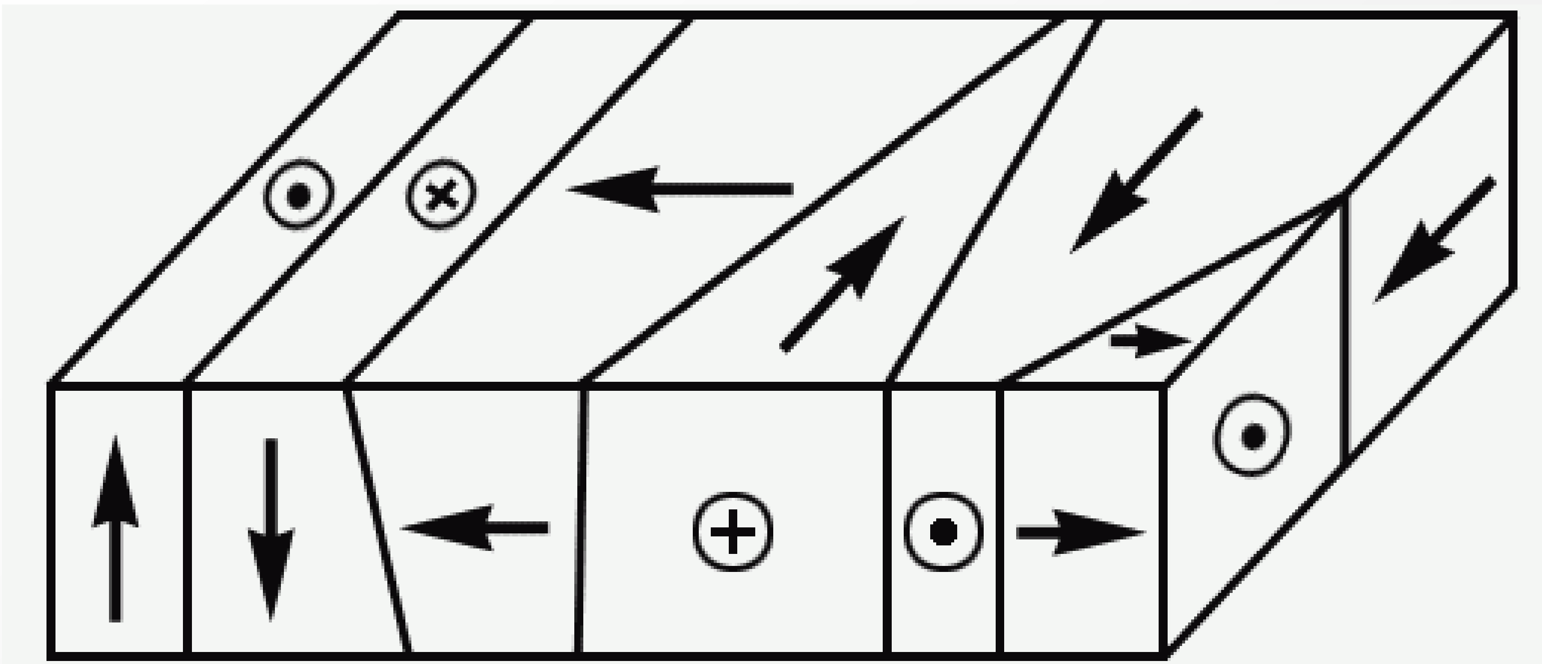


Рис. 27. Изображение доменов тетрагональной модификации $BaTiO_3$. Стрелки указывают направление вектора поляризации

В сильном электрическом поле кристалл становится однодоменным.

После выключения электрического поля образец в течение длительного времени остается поляризованным. P_c – остаточная поляризация.

Для того чтобы суммарные объемы доменов противоположного знака сравнялись, необходимо приложить достаточно сильное поле противоположного направления E_c – коэрцитивное поле (рис. 26).

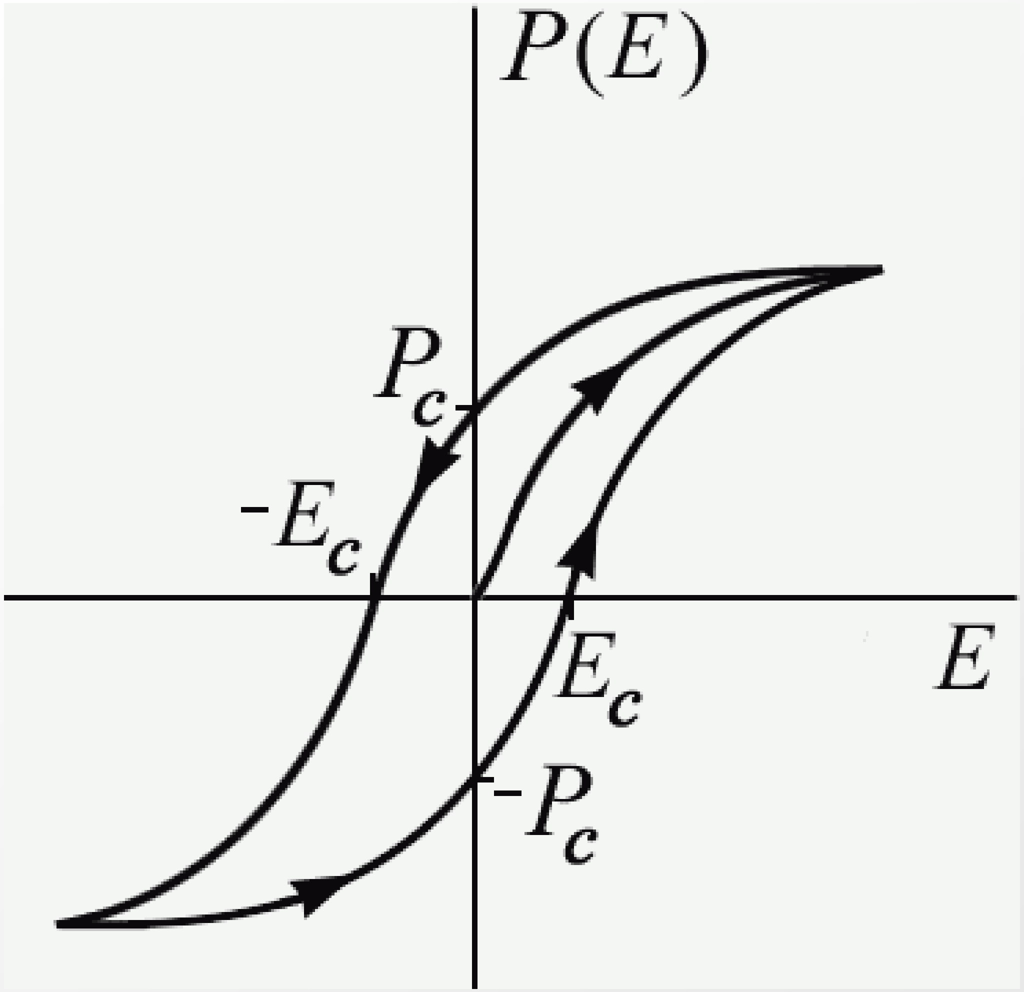


Рис. 26. Кривая поляризации сегнетоэлектрика – петля Гистерезиса. E_c – коэрцетивная сила, P_c – остаточная поляризация сегнетоэлектрика – петля Гистерезиса. E_c – коэрцетивная сила, P_c – остаточная поляризация

Особенность сегнетоэлектриков состоит в сравнительно легком изменении величины дипольного момента под влиянием электрического поля, упругих напряжений, изменения температуры.

Резкое изменение поляризации сегнетоэлектриков под влиянием электрического поля обусловливает большую величину диэлектрической проницаемости ε многодоменного сегнетоэлектрика. Значение ε тем больше, чем слабее закреплены доменные границы на дефектах и на поверхности.

Сегнетоэлектрическое состояние исчезает выше некоторой температуры T_C, называемой точкой Кюри.

Одним из наиболее известных сегнетоэлектриков является титанат бария $BaTiO_3$, имеющий температуру перехода T_C = 393 К. Всего известно несколько сотен сегнетоэлектриков. Впервые сегнетоэлектрические свойства были обнаружены у кристаллов сегнетовой соли $KNaC_4H_4O_6 \cdot 4H_2O$ в 1920 г.

Сегнетоэлектрические материалы (монокристаллы, керамики, пленки) широко применяются в качестве веществ с большими значениями диэлектрической проницаемости и пьезоэлектрических констант в конденсаторах и пьезоэлектрических преобразователях.

Резкое изменение проводимости вблизи T_C используется для контроля за температурой.

Большие значения диэлектрических констант позволяют использовать сегнетоэлектрики в детекторах электромагнитных волн от видимого до субмиллиметрового диапазона и в качестве электрооптических материалов.

Основные выводы:

Элементарные частицы обладают собственным электрическим зарядом, который может быть равен нулю, ^{+}e, ^{-}e или целому кратному элементарного заряда, $e = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Согласно закону Кулона, сила, действующая между двумя заряженными частицами, равна

$$\mathbf{F} = k_0 \frac{q_1 q_2}{r^2} \mathbf{r}, \text{ где } k_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9{,}00 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{Кл}^2.$$

Напряженность электрического поля – это сила, действующая на единичный положительный электрический заряд:

$$\mathbf{E} = \mathbf{F}/q.$$

Вектор напряженности электрического поля точечного заряда q равен

$$\mathbf{E} = k_0(Q/r^2)\,\hat{\mathbf{r}}.$$

Напряженность электрического поля, создаваемая элементом объема dV с плотностью заряда ρ, равна

$$d\mathbf{E} = k_0(\,\hat{\mathbf{r}}\,/r^2)\rho dV.$$

Электрическое поле протяженного тела можно вычислить, интегрируя последнее выражение по объему этого тела.

Поток электрического поля (т.е. число силовых линий электрического поля) равен $d\Phi = (\mathbf{E}, d\mathbf{S})$. Полный поток, выходящий из заряженного тела:

$$\Phi = \oint (\mathbf{E}, d\,\mathbf{S})$$

Теорема Гаусса утверждает, что величина интеграла по замкнутой поверхности равна умноженной величине полного заряда, находящегося внутри поверхности:

$$\oint \left(\mathbf{E} \cdot d\,\mathbf{S}\right) = 4\pi k_0 q = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Одно из следствий теоремы Гаусса состоит в том, что полный заряд внутри проводника равен нулю.

Электрическая потенциальная энергия заряда q дается выражением

$$U = -q\int_{\infty}^{r}(\mathbf{E}, d\,\mathbf{r})$$

причем на бесконечности величина U полагается равной нулю.

Электрический потенциал точечного заряда равен

$$V = q/4\pi\varepsilon_0 r.$$

Ускоряясь в поле с разностью потенциалов 1 В, электрон приобретает кинетическую энергию, равную одному электронвольту (1 эВ),

$$1\ \text{эВ} = 1{,}60\cdot 10^{-19}\ \text{Дж}.$$

Диполь состоит из двух точечных зарядов q, равных по величине и противоположных по знаку, l - расстояние между ними.

Электрический момент диполя равен

$$\mathbf{p} = q\mathbf{l},$$

где вектор $\mathbf{l}$ проведен от отрицательного заряда диполя к положительному.

Диэлектрики – вещества, плохо проводящие электрический ток по сравнению с проводниками из-за малой концентрации подвижных зарядов.

Под действием внешнего электрического поля в диэлектрике происходит поляризация (разделение) зарядов и возникает дополнительное к внешнему электрическое поле.

Дипольный момент единицы объема диэлектрика – вектор поляризации или поляризованность $\mathbf{P}$:

$$\mathbf{P} = \frac{1}{\Delta V}\sum_{i=1}^{N}\mathbf{p}_i = \frac{1}{\Delta V}\int\limits_{(\Delta V)}\mathbf{P}_{\text{ср}}\, dV.$$

Здесь $\mathbf{p}_i$ – дипольный момент i-й молекулы (атома); N – число молекул в объеме V; $\mathbf{P}_{\text{ср}}$ – средний дипольный момент в объеме dV.

В объеме однородного диэлектрика поляризационные заряды взаимно компенсируются, и заряд остается некомпенсированным только на поверхности диэлектрика, при этом выполняется соотношение

$$\sigma_{\text{пол}} = (\mathbf{P},\mathbf{n}).$$

Для большинства диэлектриков в широком интервале напряженностей полей имеет место линейная зависимость **P** от **E**:

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 \iota \mathbf{E}.$$

Коэффициент пропорциональности ι называют диэлектрической восприимчивостью. Напряженность **E** среднего макроскопического поля в диэлектрике связана с напряженностью $\mathbf{E}_0$ внешнего поля соотношениями

$$\mathrm{E} = \frac{\mathrm{E}_0}{\varepsilon}, \ \mathrm{E} = \mathrm{E}_0 - \frac{\mathrm{P}}{\varepsilon_0}$$

Величина ε = 1 + ι называется диэлектрической проницаемостью. В вакууме ι = 0 и ε = 1.

$$\iota = \alpha N,$$

где N – число диполей в единице объема.

Полная поляризуемость α включает в себя три части: электронную, ионную, ориентационную (дипольную).

Электронная поляризуемость обусловлена смещением электронной оболочки атома относительно ядра.

Ионная поляризуемость вызвана смещением заряженных ионов по отношению к другим ионам.

Ориентационная (дипольная) поляризуемость обусловлена ориентацией полярных молекул во внешнем электрическом поле.

В сегнетоэлектриках электрический дипольный момент существует даже в отсутствие внешнего электрического поля, поскольку центр положительных зарядов всего кристалла или отдельной его области – домена – не совпадает с центром отрицательных.

Диэлектрики широко используются как изоляционные материалы, преобразователи механических колебаний в электрические и, наоборот, в лазерах и квантовых усилителях.

12. ЭНЕРГИЯ СИСТЕМЫ ЗАРЯДОВ И ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

12.1. Электрическая емкость. Конденсаторы

Электроемкость, или просто емкость – характеристика проводящего тела, связанная с его способностью накапливать электрический заряд.

В силу принципа суперпозиции потенциал тела φ растет пропорционально заряду проводника *q*, если считать потенциал на бесконечности равным нулю.

Существует пропорциональность

$$q = C\varphi.$$

Коэффициент C называется электрической емкостью уединенного проводника.

Численно емкость равна заряду, который необходимо сообщить уединенному проводнику для того, чтобы увеличить его потенциал на единицу,

$$C = \frac{q}{\varphi}$$

Емкость зависит от размеров и формы проводника, диэлектрической проницаемости окружающей среды.

Емкость проводника не зависит от проводимости вещества, его агрегатного состояния, величины заряда на проводнике и потенциала проводника.

Для шара радиусом R в однородном диэлектрике

$$\varphi = q/4\pi\varepsilon_0\varepsilon R,$$

емкость равна

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R.$$

Практически более важным является устройство, называемое конденсатором (лат. *condensator* – тот, кто уплотняет, сгущает).

Конденсатор обладает свойством накапливать и удерживать электрический заряд. Почти ни одно электронное устройство не обходится без конденсаторов.

Конденсатор состоит из двух металлических обкладок, разделенных слоем диэлектрика (рис. 28).

Линейные размеры пластин обычно заметно превосходят толщину слоя диэлектрика – расстояние между пластинами.

Поскольку пластины располагаются близко одна от другой, то заряды одной пластины будут притягивать к себе заряды другой пластины и равномерно распределяться на внутренней поверхности пластин с поверхностной плотностью $\pm\sigma$.

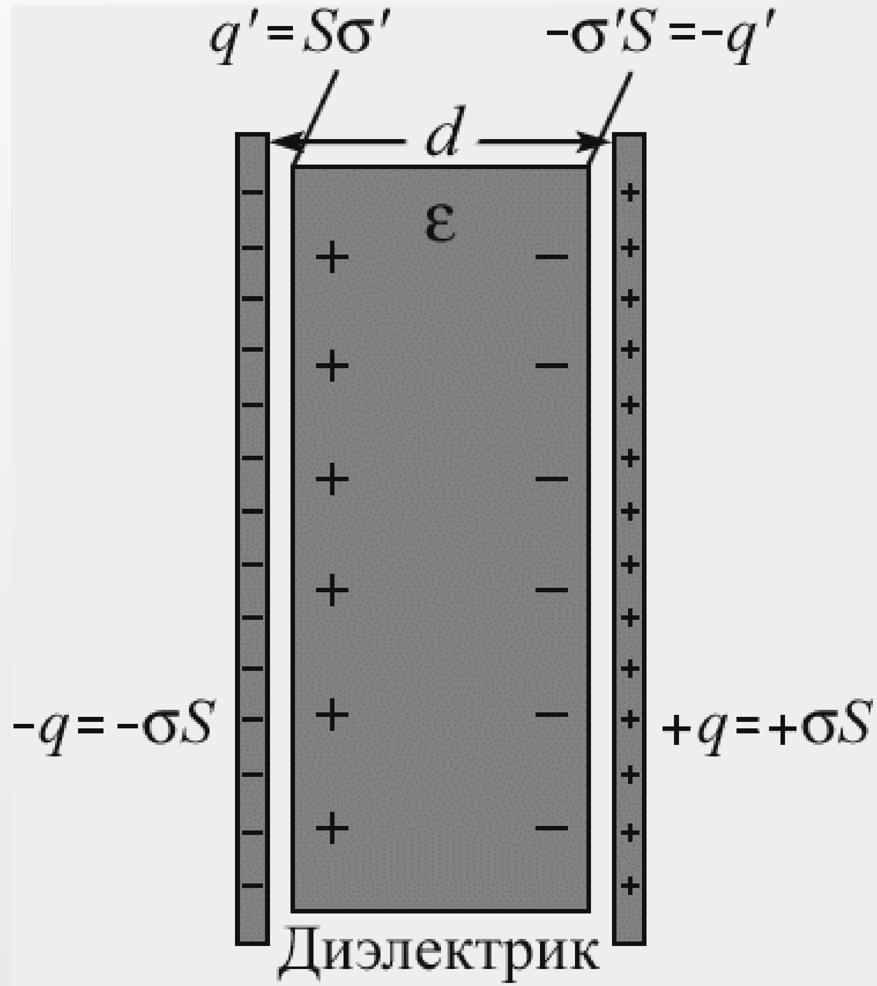


Рис. 28

Напряженность поля между пластинами равна

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0},$$

а вне пластин поле отсутствует $E = 0$.

Появление индуцированного заряда $q' = \sigma' S$ на диэлектрической пластине помещенной между обкладками конденсатора, уменьшает напряженность поля E, разность потенциалов $\Delta\varphi$ между обкладками и приводит к увеличению емкости конденсатора

$$C = q/\Delta\varphi.$$

Разность потенциалов между пластинами $\Delta\varphi$ пропорциональна заряду на обкладках конденсатора q:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Ed = \frac{d}{\varepsilon\varepsilon_0 S} q = C^{-1} q, \; C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$$

Здесь d – расстояние между пластинами; S – площадь пластины; $q = \sigma S$ – полный заряд на одной из обкладок конденсатора.

Величина C не зависит от q и $\Delta\varphi$, а определяется размерами и устройством конденсатора и называется емкостью конденсатора.

В системе СИ единицей емкости является Фарада:

$$1\hat{O} = \frac{1\hat{E}\ddot{e}}{1\hat{A}}.$$

В этом случае величину ε_0 можно выразить в фарадах на метр:

$$\left[\varepsilon_0\right] = \frac{1\hat{O}}{1\grave{\imath}}.$$

Емкостью в одну фараду обладает уединенный шар с радиусом $9\cdot10^9$ м (радиус Солнца $6{,}45\cdot10^8$ м). Это очень большая емкость.

Типичные емкости конденсаторов составляют от 10^{-12} Ф = 1пФ (пикофарада) до миллифарад.

Пара обкладок площадью 1 см^2 с промежутком 1 мм имеет емкость примерно 1 пФ. Широко распространена единица емкости микрофарада – 1μФ = 10^{-6} Ф, 1 пФ = 10^{-6} μФ.

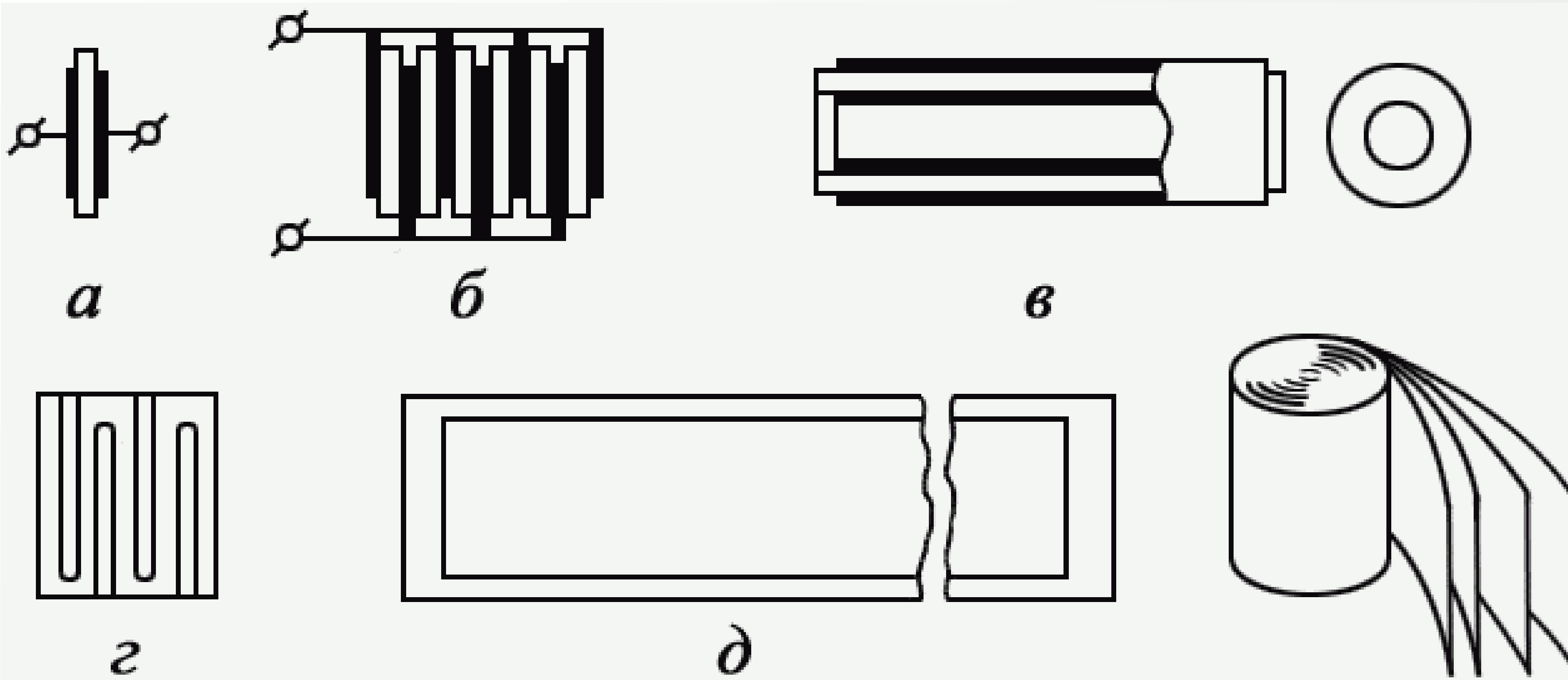


Рис. 29. Устройство конденсаторов

При изготовлении конденсаторов используют несколько базовых конструкций В простейшем случае это плоский конденсатор – две плоские металлические обкладки, разделенные диэлектриком (*а*),

плоский многопластинчатый конденсатор, содержащий *n* обкладок, соединенных параллельно (*б*),

цилиндрический и многосекционный (*в*, *г*), спиральный (*д*), в котором обкладки и диэлектрики представляют собой ленты, скручиваемые спиралью.

Конденсаторы могут быть соединены в батареи последовательно (рис. 30) или параллельно (рис. 31).

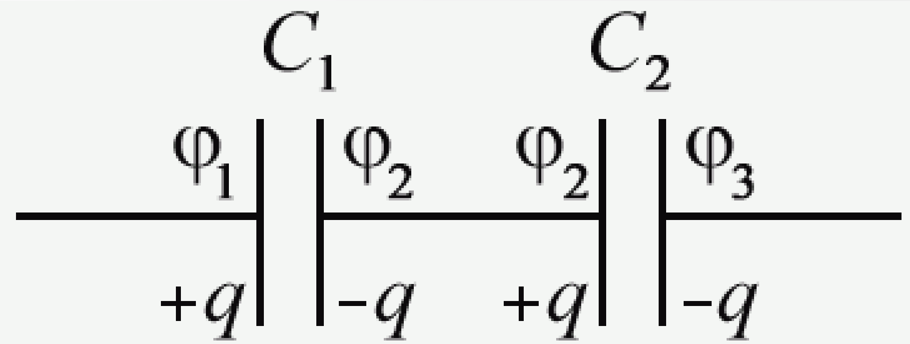


Рис. 30. При последовательном соединении разности потенциалов складываются: $\varphi_1 - \varphi_3 = (\varphi_1 - \varphi_2) + (\varphi_2 - \varphi_3)$, заряды на пластинах одинаковы.

В результате можем записать

$$\frac{\varphi_1 - \varphi_3}{q} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{q} + \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{q} \quad \text{или} \quad \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

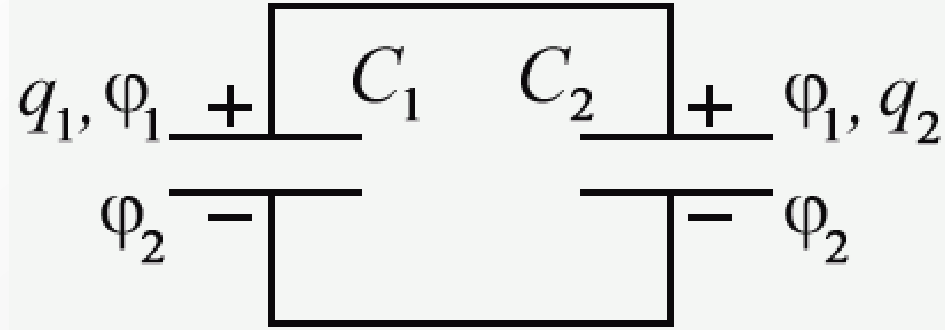
Полученное соотношение легко обобщается на случай любого числа конденсаторов

$$\frac{1}{C} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{C_k}$$

Результирующая емкость меньше емкости любого из включенных последовательно в цепь конденсаторов, но пробивное напряжение батареи конденсаторов становится равным сумме падений напряжений на каждом из конденсаторов.

Рис. 31. При параллельном соединении конденсаторов потенциалы обкладок конденсаторов равны, а заряд на обкладках равен сумме зарядов всех конденсаторов:

$q = q_1 + q_2, \quad \Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2.$



Разделив первое равенство на второе, получим при параллельном соединении электрическая емкость батареи равна сумме емкостей конденсаторов, ее составляющих. Это справедливо для любого количества соединенных параллельно конденсаторов:

$$C = \frac{q_1}{\Delta\varphi} + \frac{q_2}{\Delta\varphi} = C_1 + C_2$$

12.2. Энергия взаимодействия электрических зарядов

При перемещении электрических зарядов силы кулоновского взаимодействия совершают определенную работу δA. Работа, совершенная системой, определяется убылью энергии взаимодействия $-dU$ зарядов

$$\delta A = -dU.$$

Энергия взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2, находящихся на расстоянии r_{12}, численно равна работе по перемещению заряда q_1 в поле неподвижного заряда q_2 из точки с потенциалом

$\varphi_1 = \dfrac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}}$ в точку с потенциалом $\varphi_1 + d\varphi_1$:

$$\delta A = -q_1 d\varphi_1 = -d\left(\frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}}\right) = -dU$$

откуда

$$U = q_1\varphi_1 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}} + U_0$$

Рассчитаем энергию конденсатора. Будем постепенно отнимать у нижней пластины заряд dq и переносить его на верхнюю пластину (рис. 32). В результате между пластинами возникнет разность потенциалов $\varphi_2 - \varphi_1$. При переносе каждой порции заряда совершается элементарная работа

$$\delta A = -dq(\varphi_2 - \varphi_1).$$

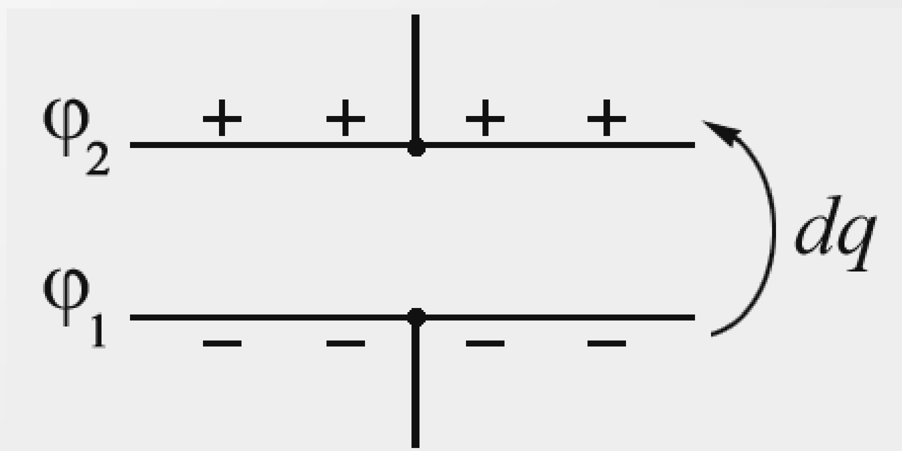


Рис. 32

Воспользовавшись определением емкости

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2},$$

получаем

$$\delta A = \frac{q\,dq}{C}.$$

Общая работа, затраченная на увеличение заряда пластин конденсатора от 0 до q, равна

$$A = \int_0^q \delta A = \int_0^q \frac{q\,dq}{C} = \frac{q^2}{2C}$$

При вычислении интеграла учтено, что емкость C не зависит от q и φ. Величина полной работы A равна энергии, запасенной конденсатором:

$$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{q(\varphi_1 - \varphi_2)}{2}$$

Эту энергию можно также записать в виде

$$U = \frac{1}{2} C (\varphi_1 - \varphi_2)^2$$

Полученное для U соотношение позволяет рассчитать энергию равномерно заряженной сферы, емкость которой по отношению к бесконечности ($R_2 = \infty$) равна

Полученное для U соотношение позволяет рассчитать энергию равномерно заряженной сферы, емкость которой по отношению к бесконечности (R_2 = ∞) равна

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R.$$

Соответственно

$$U = \frac{1}{2}\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

Основные выводы:

Элементарные частицы обладают собственным электрическим зарядом, который может быть равен нулю, ^{+}e, ^{-}e или целому кратному элементарного заряда, $e = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Согласно закону Кулона, сила, действующая между двумя заряженными частицами, равна

$$\mathbf{F} = k_0 \frac{q_1 q_2}{r^2} \mathbf{r}, \text{ где } k_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9{,}00 \cdot 10^{9} \text{ Н·м}^2/\text{Кл}^2.$$

Напряженность электрического поля – это сила, действующая на единичный положительный электрический заряд:

$$\mathbf{E} = \mathbf{F}/q.$$

Вектор напряженности электрического поля точечного заряда q равен

$$\mathbf{E} = k_0(Q/r^2)\hat{\mathbf{r}}.$$

Напряженность электрического поля, создаваемая элементом объема dV с плотностью заряда ρ, равна

$$d\mathbf{E} = k_0(\hat{\mathbf{r}}/r^2)\rho dV.$$

Электрическое поле протяженного тела можно вычислить, интегрируя последнее выражение по объему этого тела.

Поток электрического поля (т.е. число силовых линий электрического поля) равен $d\Phi = (\mathbf{E}, d\mathbf{S})$. Полный поток, выходящий из заряженного тела:

$$\Phi = \oint \left(\mathbf{E}, d\,\mathbf{S}\right)$$

Теорема Гаусса утверждает, что величина интеграла по замкнутой поверхности равна умноженной величине полного заряда, находящегося внутри поверхности:

$$\oint(\mathbf{E}.d\,\mathbf{S}) = 4\pi k_0 q = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Одно из следствий теоремы Гаусса состоит в том, что полный заряд внутри проводника равен нулю.

Электрическая потенциальная энергия заряда q дается выражением

$$U = -q\int_{\infty}^{r}\left(\mathbf{E}, d\,\mathbf{r}\right)$$

причем на бесконечности величина U полагается равной нулю.

Электрический потенциал точечного заряда равен

$$V = q/4\pi\varepsilon_0 r.$$

Ускоряясь в поле с разностью потенциалов 1 В, электрон приобретает кинетическую энергию, равную одному электронвольту (1 эВ),

$$1\ \text{эВ} = 1{,}60\cdot10^{-19}\ \text{Дж}.$$

Диполь состоит из двух точечных зарядов q, равных по величине и противоположных по знаку, l - расстояние между ними.

Электрический момент диполя равен

$$\mathbf{p} = q\mathbf{l},$$

где вектор $\mathbf{l}$ проведен от отрицательного заряда диполя к положительному.

Диэлектрики – вещества, плохо проводящие электрический ток по сравнению с проводниками из-за малой концентрации подвижных зарядов.

Под действием внешнего электрического поля в диэлектрике происходит поляризация (разделение) зарядов и возникает дополнительное к внешнему электрическое поле.

Дипольный момент единицы объема диэлектрика – вектор поляризации или поляризованность $\mathbf{P}$:

$$\mathbf{P} = \frac{1}{\Delta V}\sum_{i=1}^{N}\mathbf{p}_i = \frac{1}{\Delta V}\int_{(\Delta V)}\mathbf{P}_{\text{ср}}\, dV.$$

Здесь $\mathbf{p}_i$ – дипольный момент i-й молекулы (атома); N – число молекул в объеме V; $\mathbf{P}_{\text{ср}}$ – средний дипольный момент в объеме dV.

В объеме однородного диэлектрика поляризационные заряды взаимно компенсируются, и заряд остается некомпенсированным только на поверхности диэлектрика, при этом выполняется соотношение

$$\sigma_{\text{пол}} = (\mathbf{P},\mathbf{n}).$$

Для большинства диэлектриков в широком интервале напряженностей полей имеет место линейная зависимость **P** от **E**:

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 \iota \mathbf{E}.$$

Коэффициент пропорциональности ι называют диэлектрической восприимчивостью. Напряженность **E** среднего макроскопического поля в диэлектрике связана с напряженностью $\mathbf{E}_0$ внешнего поля соотношениями

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon}, \; E = E_0 - \frac{P}{\varepsilon_0}$$

Величина $\varepsilon = 1 + \iota$ называется диэлектрической проницаемостью. В вакууме $\iota = 0$ и $\varepsilon = 1$.

$$\iota = \alpha N,$$

где N – число диполей в единице объема.

Полная поляризуемость α включает в себя три части: электронную, ионную, ориентационную (дипольную).

Электронная поляризуемость обусловлена смещением электронной оболочки атома относительно ядра.

Ионная поляризуемость вызвана смещением заряженных ионов по отношению к другим ионам.

Ориентационная (дипольная) поляризуемость обусловлена ориентацией полярных молекул во внешнем электрическом поле.

В сегнетоэлектриках электрический дипольный момент существует даже в отсутствие внешнего электрического поля, поскольку центр положительных зарядов всего кристалла или отдельной его области – домена – не совпадает с центром отрицательных.

Диэлектрики широко используются как изоляционные материалы, преобразователи механических колебаний в электрические и, наоборот, в лазерах и квантовых усилителях.

Электроемкость – способность тел накапливать и сохранять электрический заряд. Электроемкость определяется геометрией тел, средой, в которой они находятся, но не зависит от заряда и потенциала тела.

Электрическая емкость уединенного проводника или конденсатора

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi},$$

где q – заряд, сообщенный проводнику (конденсатору);

$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ – изменение потенциала, вызванное этим зарядом.

Единицей измерения электроемкости в системе СИ служит фарада:

$$1\ \Phi = \frac{1\ \text{Кл}}{1\ \text{В}}.$$

На практике используются более мелкие единицы – пикофарада $1\ \text{пФ} = 10^{-12}\ \Phi$ и микрофарада $1\ \text{мкФ} = 10^{-6}\ \Phi$.

Электрическая емкость уединенной проводящей сферы радиусом R ($R_2 = \infty$), находящейся в бесконечной среде с диэлектрической проницаемостью ε,

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R.$$

Электрическая емкость плоского конденсатора

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon S/d,$$

где S – площадь пластин (каждой пластины);
d – расстояние между ними; ε – диэлектрическая проницаемость диэлектрика, заполняющего пространство между пластинами.

Электрическая емкость последовательно соединенных конденсаторов:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n},$$

где n – число конденсаторов.

В случае двух конденсаторов

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}.$$

Электрическая емкость параллельно соединенных конденсаторов:

$$C = C_1 + C_2 + \ldots + C_n,$$

В случае двух конденсаторов $C = C_1 + C_2$.

Запасенная в конденсаторе энергия

$$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\Delta\varphi}{2} = \frac{C\Delta\varphi^2}{2}$$