

# **КВАНТОВАЯ ПРИРОДА ИЗЛУЧЕНИЯ**

**Тепловое излучение и люминесценция**

**Закон Кирхгофа**

**Закон Стефана-Больцмана**

**Закон смещения Вина**

**Формула Рэля-Джинса**

**Теория Планка**

# Люминесценция и тепловое излучение

*Тепловое излучение – электромагнитное излучение, испускаемое веществом возникающее за счет его внутренней энергии.*

Все другие виды свечения (излучения света), возбуждаемые за счет любого другого вида энергии, кроме теплового, называются

*люминесценцией:*

*хемилюминесценция*

*электролюминесценция*

*фотолюминесценция*

Опыт показывает, что единственным видом излучения, которое может находиться в равновесии с излучающими телами, является **тепловое излучение.**

# Закон Кирхгофа

*Поток энергии, испускаемый единицей поверхности излучающего тела в единицу времени* во всех направлениях (в пределах телесного угла  $4\pi$ ) *называется энергетической светимостью тела* ( $R$ )  $[R] = \text{Вт}/\text{м}^2$ .

$$dR_{\omega, T} = r_{\omega, T} d\nu$$

$r_{\omega}$  - *спектральная плотность энергетической светимости* или *лучеиспускательная способность тела*.

Таким образом,  $r_{\omega, T}$  - есть функция  $\omega$  и  $T$  соответственно и  $R_{\omega, T} = f(\omega, T)$ ;  $[r_{\omega, T}] = \text{Дж}/\text{м}^2$

<sup>x</sup>  
Энергетическую светимость.

$$R_T = \int_0^{\infty} dR_{\omega,T} = \int_0^{\infty} r_{\omega,T} d\omega$$

или  $R_T = \int_0^{\infty} r_{\lambda} d\lambda$

$$\alpha_{\omega,T} = \frac{d\Phi'_{\omega}}{d\Phi_{\omega}} \quad \frac{\text{погл.}}{\text{над.}} \quad \text{поглощательная}$$

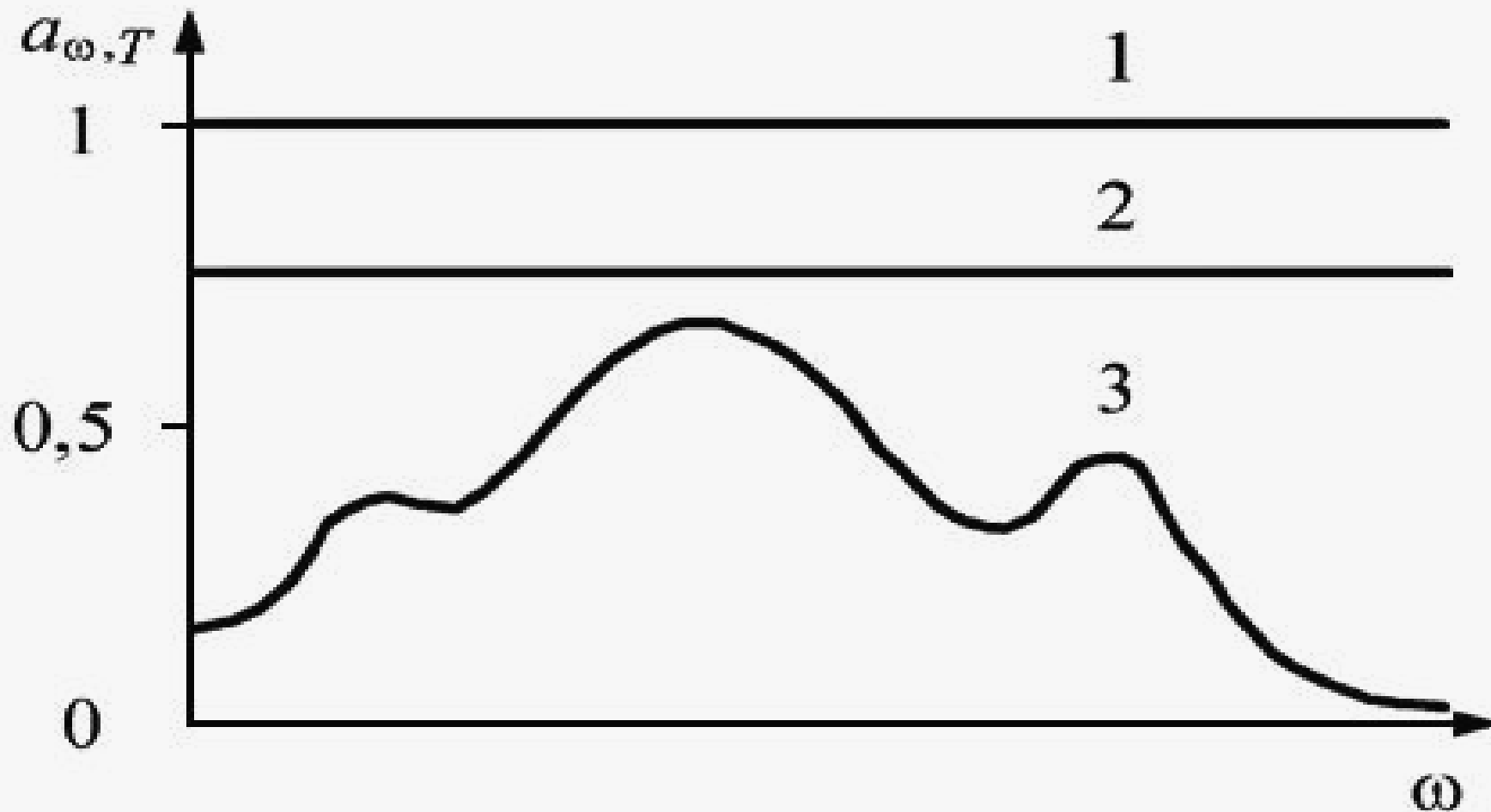
*способность тела.*

Для тела, полностью поглощающего излучения всех частот  $\alpha_{\omega,T} = 1$ . Такое тело называется *абсолютно черным*

*Тело, для которого  $\alpha_T = \text{const}$  и меньше единицы для всех частот называется серым телом*

По определению  $a_{\omega, T}$  не может быть больше единицы.

- Тело, у которого  $a_{\omega, T}$  меньше единицы и одинакова по всему диапазону частот, называют *серым телом*.
- Тело, у которого  $a_{\omega, T}$  равно единице - *абсолютно черное тело*
- Реальное тело всегда отражает часть энергии падающего на него излучения



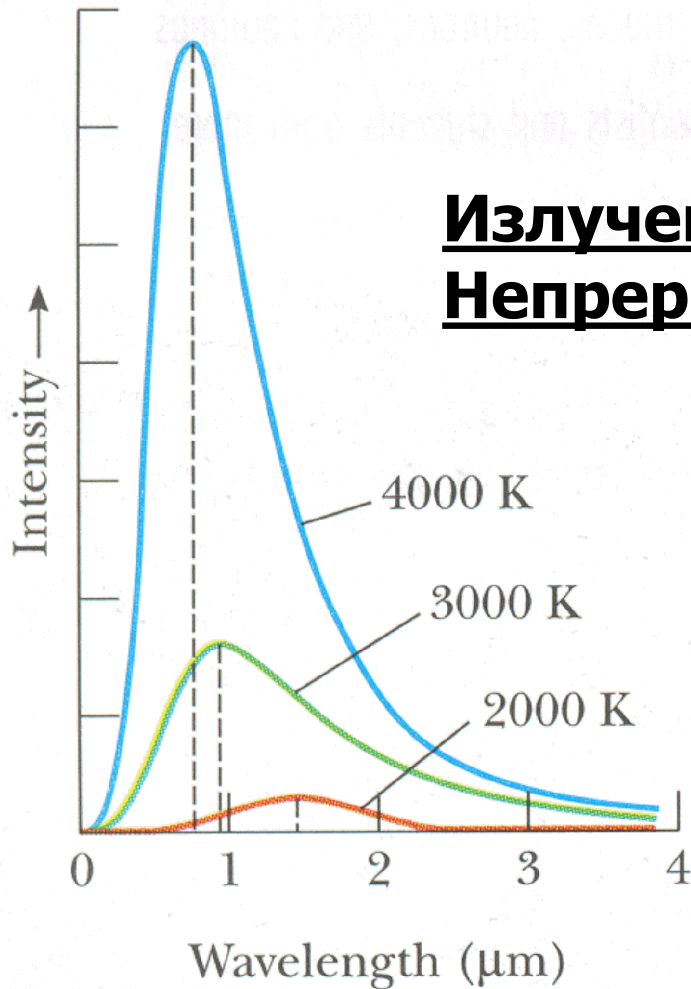
**Спектральная поглощательная способность тела:**

- 1 – абсолютно черное тело;
- 2 – серое тело;
- 3 – реальное тело

# Спектры излучения

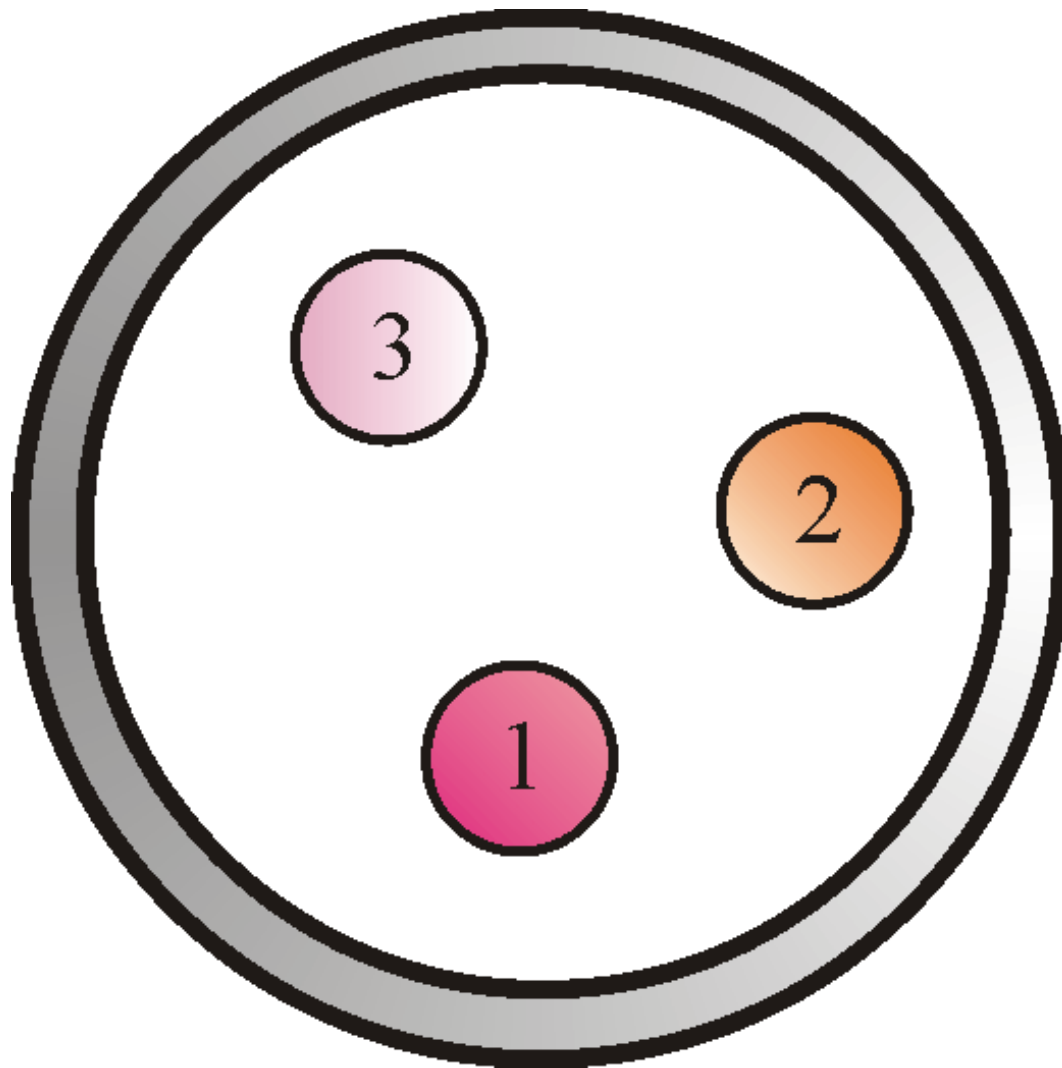
Типы спектров:  
*непрерывные*

Излучение абсолютно черного тела.  
Непрерывный спектр.



Intensity of black-

**Основная проблема  
– понять  
наблюдаемое  
распределение  
излучения  
испускаемого  
черным тел по длинам  
волн.**



такая система через некоторое время придет в состояние теплового равновесия





**Кирхгоф Густав Роберт (1824 – 1887) –** немецкий физик. Работы посвящены электричеству, механике, гидродинамике, математической физике, оптике, гидродинамике. Построил

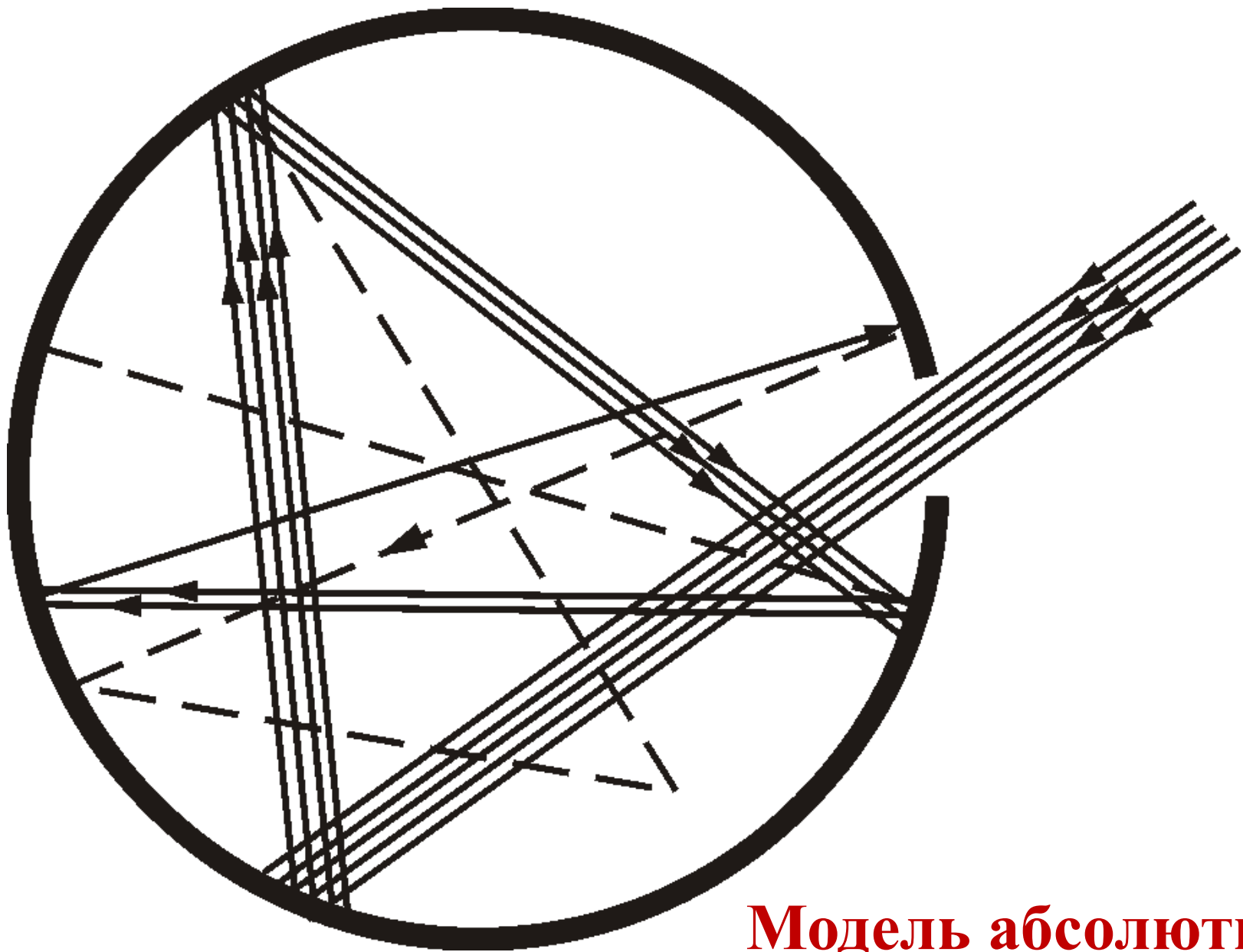
общую теорию движению тока в проводниках. Развил строгую теорию дифракции. Установил один из основных законов теплового излучения, согласно которому отношение испускательной способности тела к поглотительной не зависит от природы излучающего тела (закон Кирхгофа).

Густав Кирхгоф в 1856 году сформулировал закон (он же в 1862 году предложил модель абсолютно черного тела).

*Отношение испускаемой к поглощательной способности не зависит от природы тела, оно является для всех тел одной и той же (универсальной) функцией частоты и температуры.*

$$\frac{r_{\omega, T}}{\alpha_{\omega, T}} = f(\omega, T)$$

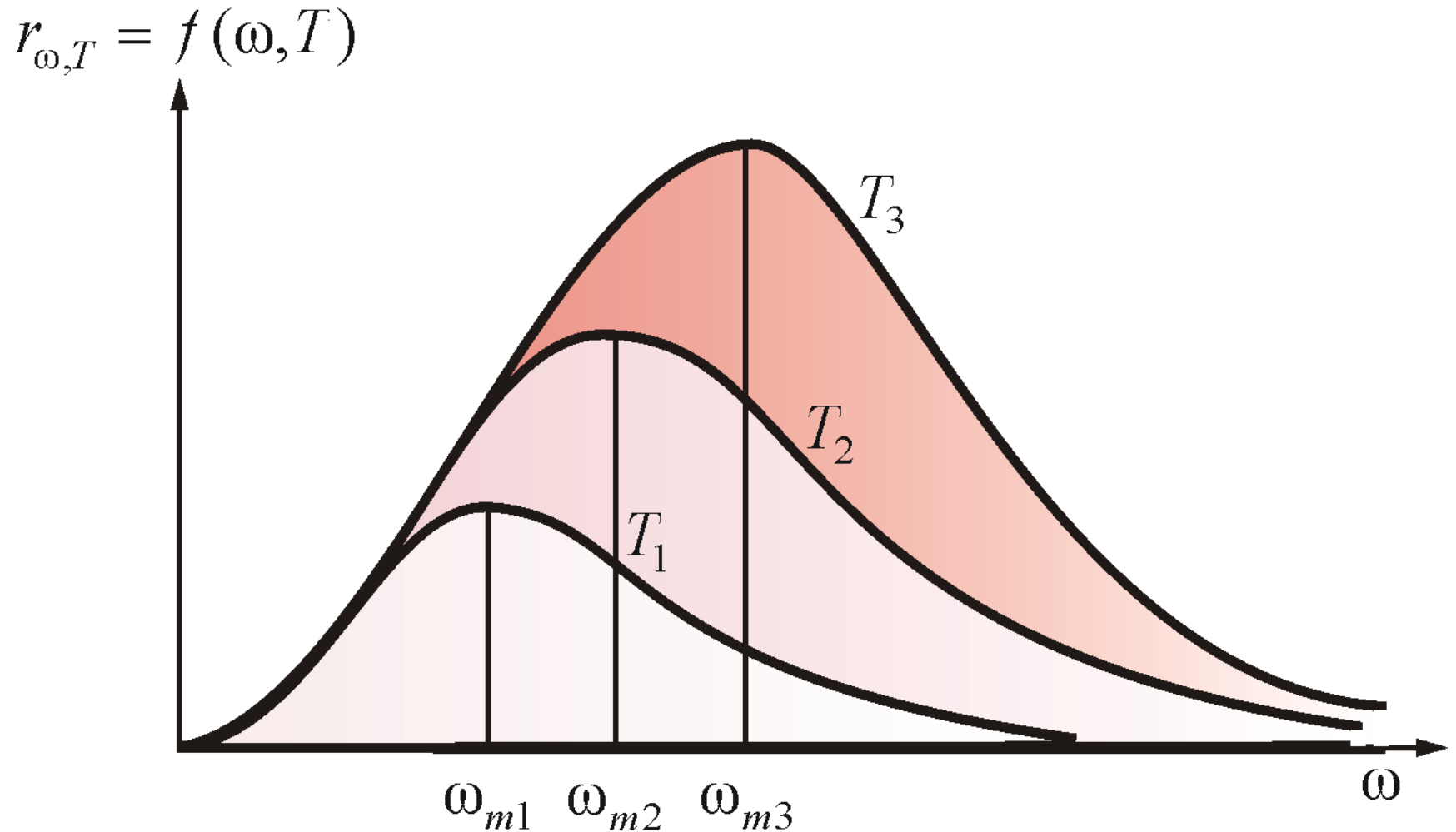
где  $f(\omega, T)$  – универсальная функция Кирхгофа  
Сажа или платиновая чернь имеют поглощающую способность  $\alpha_{\omega, T} \approx 1$



**Модель абсолютно  
черного тела**

x

Разлагая это излучение в спектр можно найти экспериментальный вид функции  $f(\omega, T)$

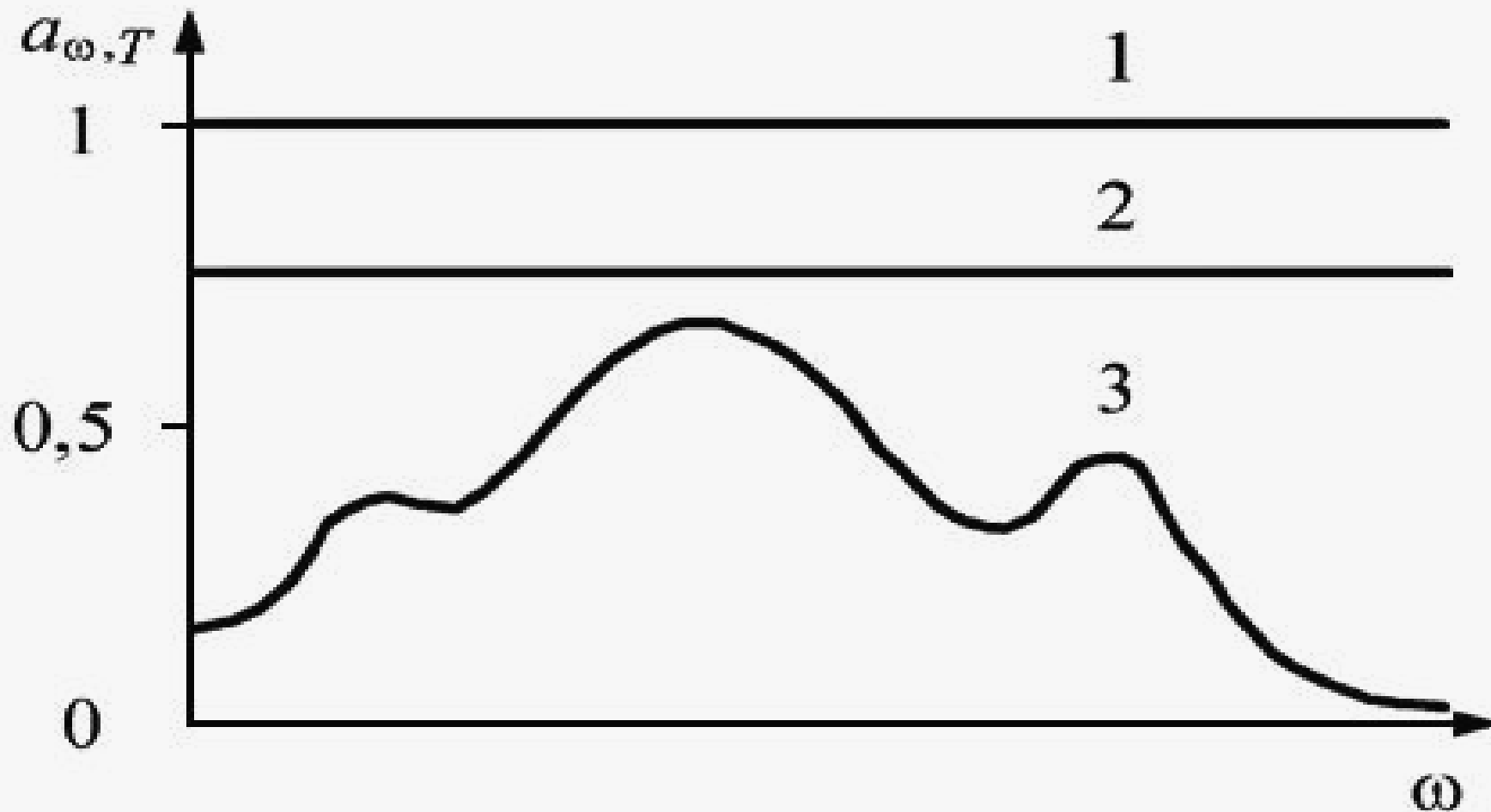


По определению  $a_{\omega, T}$  не может быть больше единицы.

Тело, у которого  $a_{\omega, T}$  меньше единицы и одинакова по всему диапазону частот, называют *серым телом*.

Тело, у которого  $a_{\omega, T}$  равно единицы- *абсолютно черное тело*

Реальное тело всегда отражает часть энергии падающего на него излучения.



Спектральная поглощательная способность тела:

1 – абсолютно черное тело; 2 – серое тело; 3 – реальное тело

# Закон Стефана-Больцмана



Австрийский физик Стефан в 1879 году анализируя экспериментальные данные, пришел к выводу, что энергетическая светимость *любого* тела пропорциональна  $T^4$ .

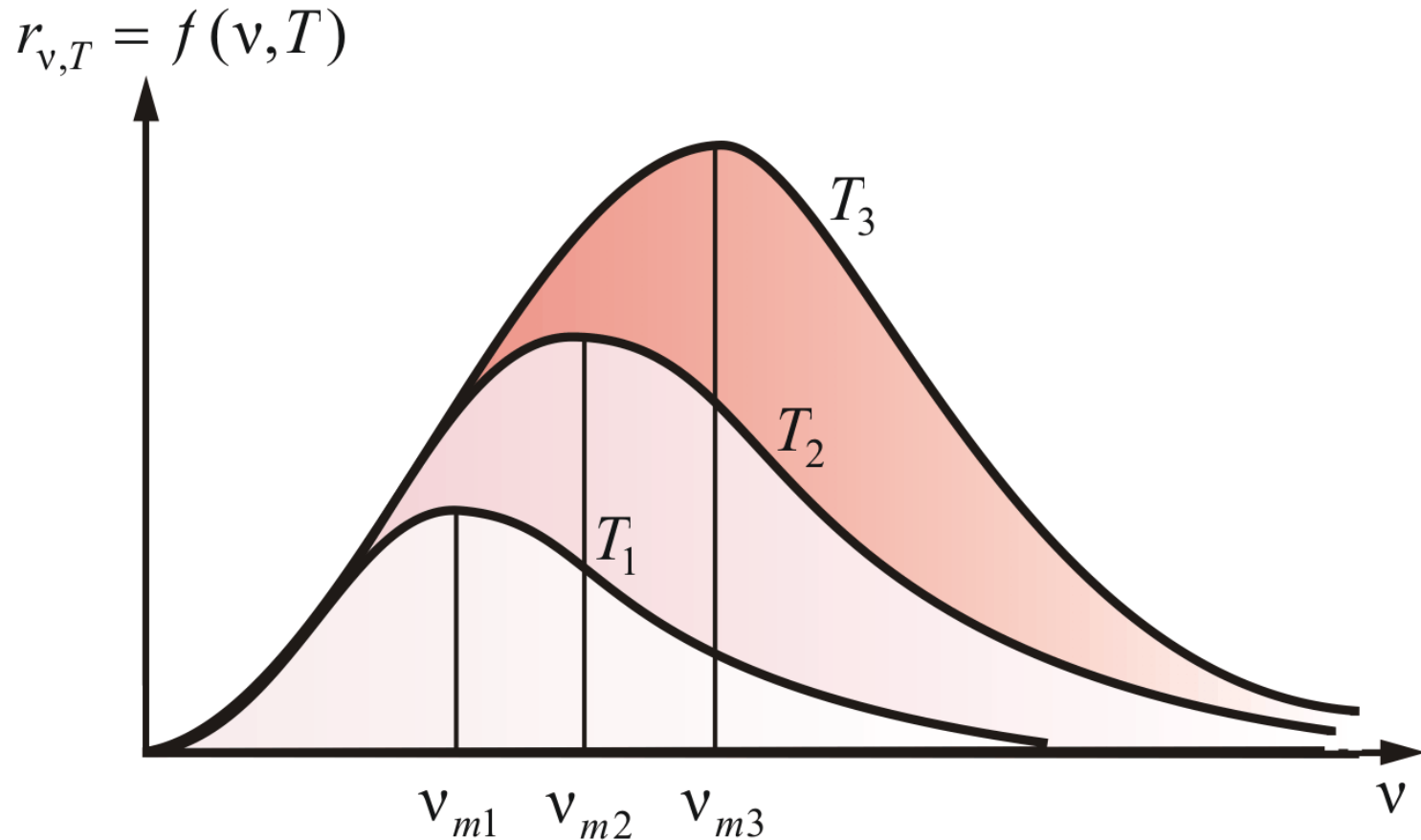
**Больцман Людвиг** (1844 – 1906) – австрийский физик-теоретик, один из основоположников классической статической физик. Основные работы в области кинетической теории газов, термодинамики и теории излучения. Вывел основное кинетическое уравнение газов, являющееся основой физической кинематики. Впервые применил к излучению принципы термодинамики.

Позднее Больцман, применив термодинамический метод к исследованию черного излучения, показал, что это справедливо только для *абсолютно черного тела*.

Площадь над кривой  $r_{\omega,T} = f(T)$  равна

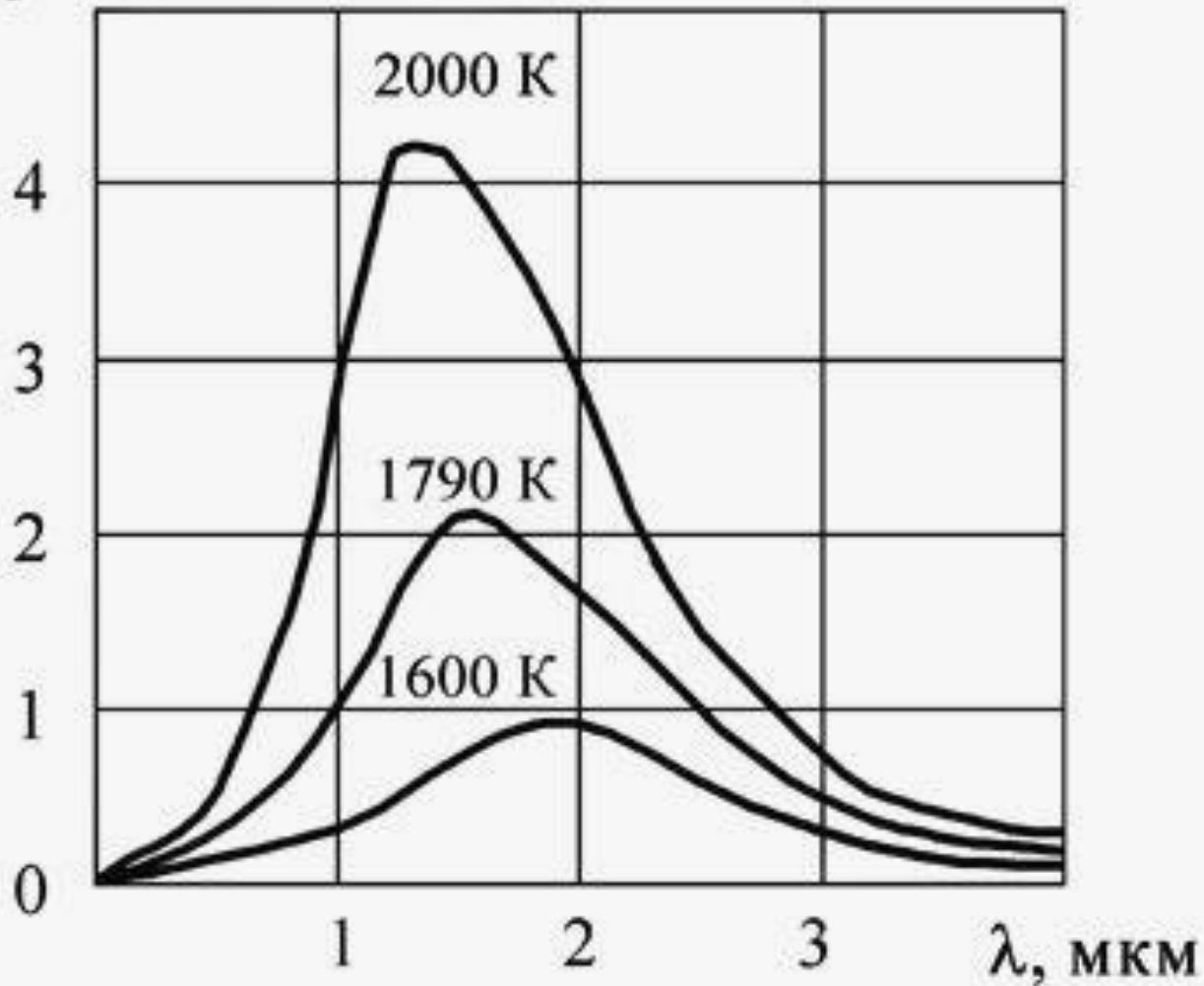
$$R = \sigma T^4 - \text{закон Стефана-Больцмана}$$

$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$  – постоянная  
Стефана-Больцмана.





$$r_{\lambda, T}^* \times 10^{-11} \text{ Вт/м}^3$$



Спектральная излучательная способность абсолютно  
черного тела

## Законы смещения Вина

В 1893 году немецкий ученый **Вильгельм Вин** рассмотрел задачу об *адиабатическом* сжатии черного излучения в цилиндрическом сосуде.

При движении поршня энергия излучения единицы объема (плотность энергии) будет возрастать по двум причинам:

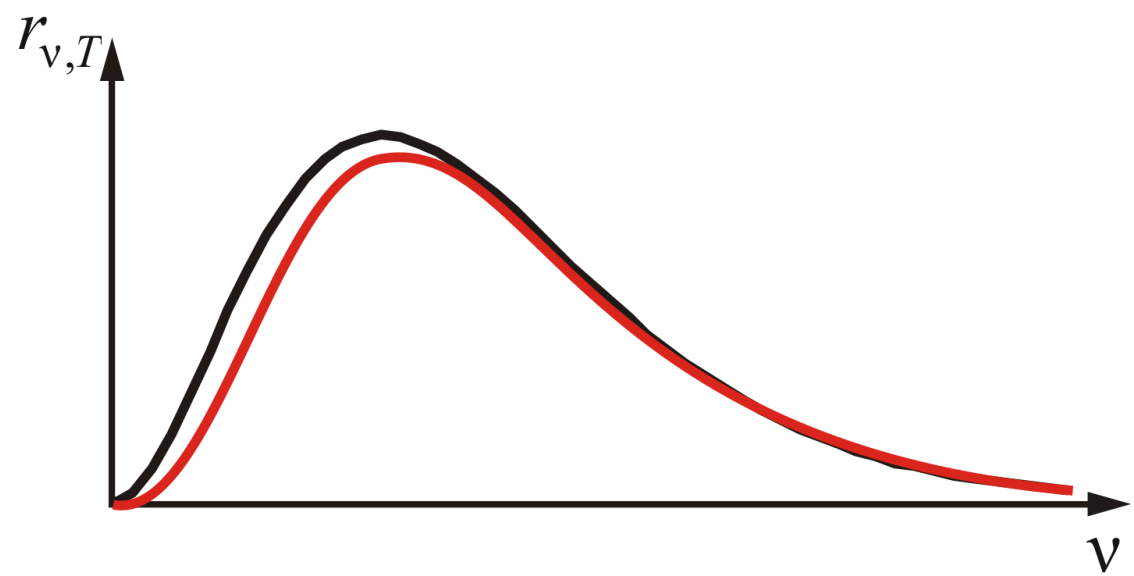
- за счёт уменьшения объема (общая величина энергии постоянна);
- за счёт работы совершаемой поршнем против давления излучения.

ⓧ

Но в силу эффекта Доплера (увеличение частоты излучения, отраженного от движущегося поршня) движение поршня приводит к изменению частоты излучения. ***Окончательно Вин получил:***

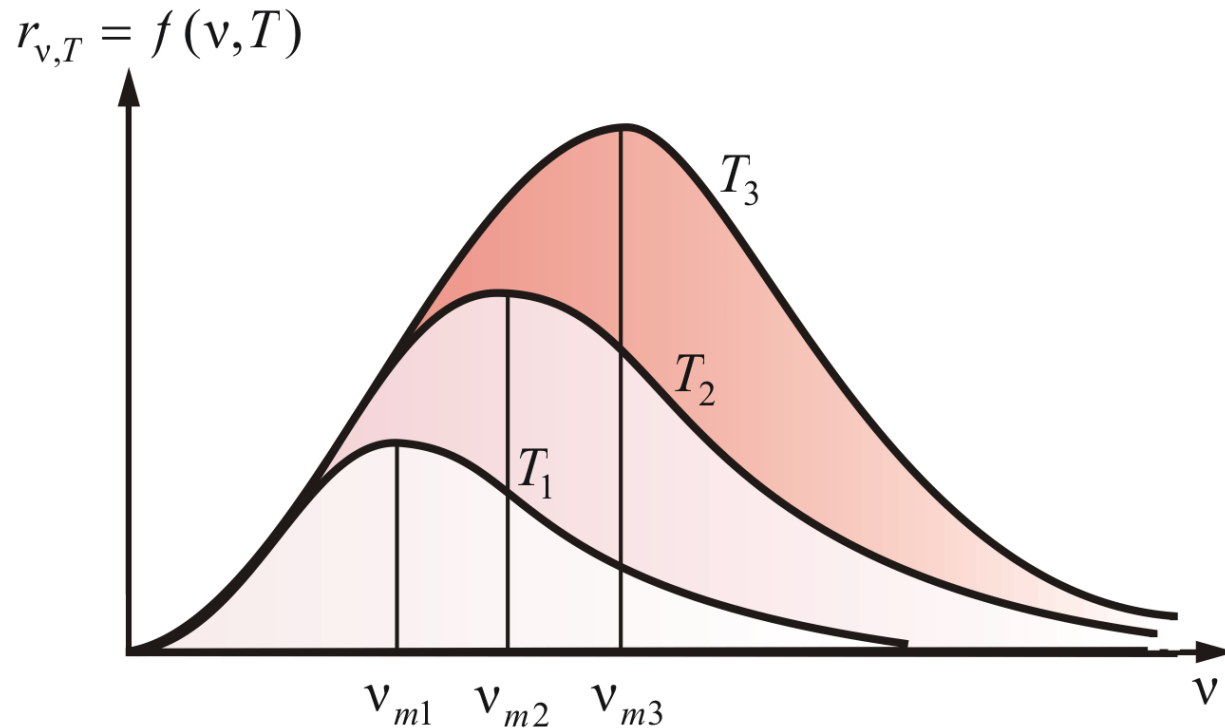
$$r_{\nu,T} = C_1 \nu^3 e^{-\frac{C_2 \nu}{T}}$$

где  $C_1$  и  $C_2$  постоянные, которые Вин не расшифровал.



$$\frac{\nu_{\max}}{T} = b \quad - \text{закон смещения Вина.}$$

$$b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К} \quad \text{Постоянная Вина}$$



## Формула Рэля-Джинса



**Рэлей (Стретт) Джон Уильям** (1842 – 1919)

английский физик. Работы посвящены теории колебаний, одним из основоположников которой он является, акустике, теории теплового излучения, молекулярной физике, гидродинамике, электромагнетизму,

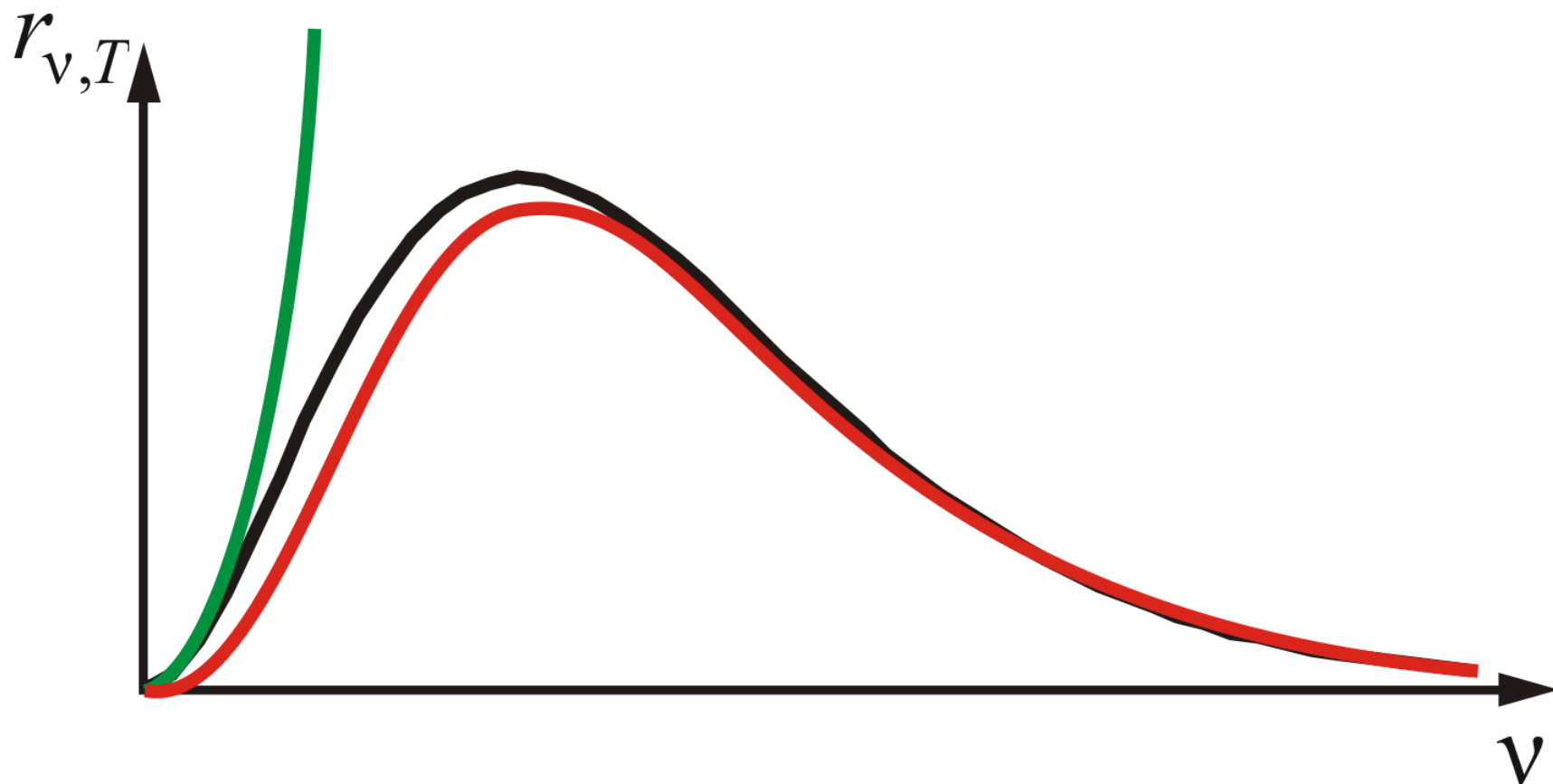
оптике. Исследовал колебания упругих тел, первый обратил внимание на автоколебания. Заложил основы теории молекулярного рассеяния света, объяснил голубой цвет неба. Сконструировал рефрактометр (рефрактометр Рэля). *Рассмотрел равновесное излучение в замкнутой полости с зеркальными стенками как совокупность стоячих электромагнитных волн (осцилляторов).*



**Джинс Джеймс Хопвуд** (1877 – 1946) – английский физик и астрофизик. Основные физические исследования посвящены кинетической теории газов и теории теплового излучения. Вывел в 1905 формулу плотности энергии (закон Релея-Джинса). Работы Джинса посвящены также квантовой теории, математической теории электричества и магнетизма, теоретической механике, теории относительности.

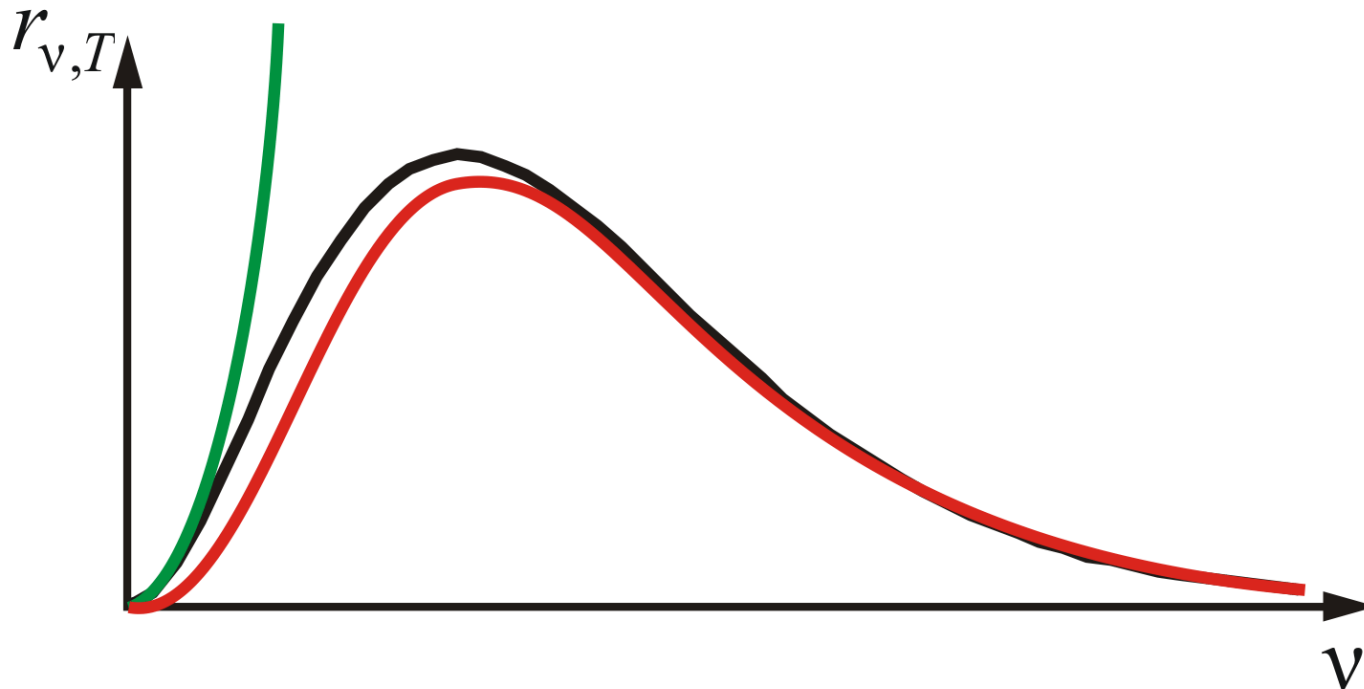
В 1905 году Джинс уточнил расчеты Рэля и окончательно получил:

$$r_{\nu, T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT$$



$$R_T = \int_0^{\infty} r_{\nu, T} d\nu = \frac{2\pi kT}{c^2} \int_0^{\infty} \nu^2 d\nu = \infty$$

Этот результат получил название **«ультрафиолетовой катастрофы»**, так как с точки зрения классической физики вывод Рэля-Джинса был сделан безупречно.





## Формула Планка



**Планк Макс Карл Эрнст Людвиг** (1858 – 1947) – немецкий физик-теоретик, основоположник квантовой теории. Работы относятся к термодинамике, теории теплового

излучения, теории относительности, квантовой теории, истории и методологии физики, философии науки. Вывел закон распределения энергии в спектре абсолютно черного тела. Ввел фундаментальную постоянную с размерностью действия. Формула закона Планка сразу же получила экспериментальное подтверждение.

**Термодинамическая вероятность** – число возможных микроскопических комбинаций, совместимое с данным состоянием в целом.

Итак, энергия осциллятора должна быть целым кратным некоторой единицы энергии, пропорциональной его частоте:

$$E_n = nh\nu,$$

Минимальная порция энергии  $E = h\nu = \hbar\omega$

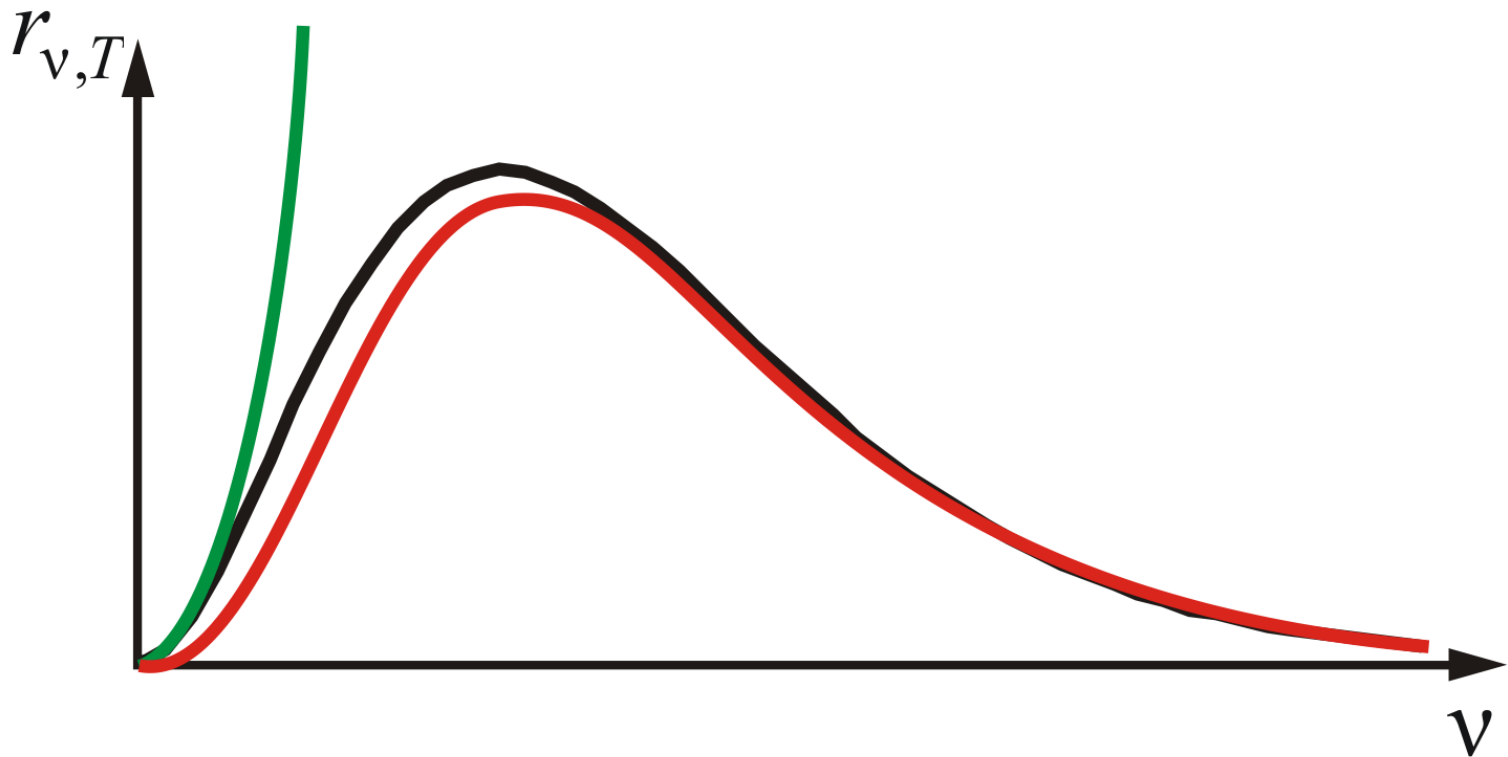
где  $\omega = 2\pi\nu$  и  $\hbar = h / 2\pi$

$$\left. \begin{array}{l} h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \\ \hbar = 1,054 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \end{array} \right\} \text{квант действия -}$$

постоянная Планка

Окончательный вид *формулы Планка*

$$r_{\nu, T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$



## Формула Планка

$$r_{\nu, T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1},$$

В области малых частот, т.е. при  $h\nu \ll kT$

$$e^{\frac{h\nu}{kT}} = 1 + \frac{h\nu}{kT} + \dots$$

получаем формулу Рэля-Джинса

$$r_{\nu, T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT$$

В области больших частот, при  $h\nu \gg kT$   
из формулы Планка получаем **формулу Вина**

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} e^{-\frac{h\nu}{kT}}$$

Также из формулы Планка можно получить **закон Стефана-Больцмана:**

$$R = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu = \int_0^{\infty} \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu$$

Отсюда можно вывести закон Стефана-Больцмана:

$$R = \sigma T^4$$

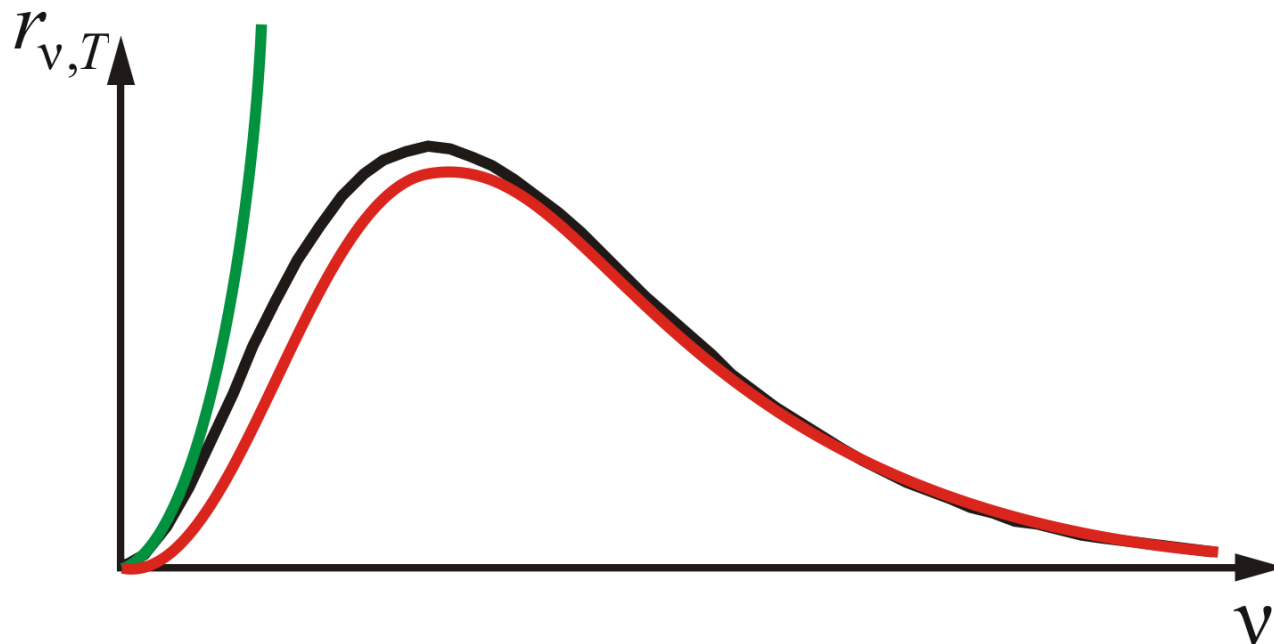
## Другая форма записи формулы Планка

$$r_{\omega, T} = \frac{\hbar \omega^3}{4\pi^2 c^2} \frac{1}{e^{\frac{\hbar \omega}{kT}} - 1} \quad \text{ИЛИ} \quad r_{\lambda, T} = \frac{4\pi^2 \hbar c^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{2\pi \hbar c / kT \lambda} - 1}$$

Для универсальной функции Кирхгофа Планк вывел формулу

$$f(\nu, T) = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1},$$

*Формула блестяще согласуется с экспериментальными данными по распределению энергии в спектрах излучения черного тела во всем интервале частот и температур.*



Теоретически вывод этой формулы М. Планк изложил 14 декабря 1900 г. на заседании Немецкого физического общества.

Этот день стал *датой рождения квантовой физики.*

Из формулы Планка, зная универсальные постоянные  $h$ ,  $k$  и  $c$ , можно вычислить постоянную Стефана-Больцмана  $\sigma$  и Вина  $b$ . С другой стороны, зная экспериментальные значения  $\sigma$  и  $b$ , можно вычислить  $h$  и  $k$  (именно так и было впервые найдено числовое значение постоянной Планка).



# Тепловое излучение Вселенной

Энергия излучения дает существенный вклад во внутреннюю энергию системы при больших температурах. **Одной из таких систем является высокотемпературная плазма.** В таком состоянии вещества фотонный газ наряду с газом частиц должен быть включен в рассмотрение равноправным элементом системы.

Многие свойства высокотемпературной плазмы можно объяснить, изучая взаимодействие фотонного газа с газом частиц.

Интересный пример такого взаимодействия представляет современная космологическая теория, описывающая **ранние стадии эволюции Вселенной**.

Эта теория утверждает, что вся **наша Вселенная возникла приблизительно 10–20 миллиардов лет назад в результате Большого взрыва**.

Взрыв образовал в очень малом объеме пространства **горячий «котел»**, в котором при фантастически больших плотностях и температурах находилось все вещество нашей Вселенной.

По оценкам *Г. Гамова* через 100 с после взрыва плотность вещества была в тысячи раз больше плотности воды, а температура ( $T \sim 10^9$  К) значительно превышала температуру в центре термоядерного взрыва.

В этот момент материя существовала в виде высокотемпературной плазмы, состоящей из протонов, нейтронов, электронов, фотонов, нейтрино и их античастиц. Вещество в таком состоянии было ионизованно и непрозрачно для излучения, и излучение находилось в «плёну» вещества.

Согласно теории *А.А. Фридмана*, высказанной еще в 1922 г., после взрыва Вселенная начала расширяться. В результате расширения Вселенной температура вещества и излучения уменьшалась, достигнув через тысячу лет после взрыва значения  $T^* = 3000 \text{ К}$ . Плотность вещества во Вселенной к этому времени приняла значение порядка  $\rho^* \simeq 10^{-17} \text{ кг/м}^3$ . В этих условиях электроны, протоны и нейтроны объединяются, образуя атомы водорода, гелия и других легких элементов.

Среда, состоящая из таких нейтральных атомов, становится прозрачной для излучения, и оно «отрывается» от вещества. Начиная с этого момента времени фотонный газ занимает весь объем Вселенной и расширяется вместе с ней. Это расширение фотонного газа можно считать адиабатическим.

По мере роста объема расширяющейся Вселенной температура фотонного газа, заполняющего ее, будет уменьшаться. Расчет показывает, что в результате такого процесса *вся Вселенная к настоящему времени должна быть заполнена равновесным излучением с температурой порядка 3 К.*

Так как это тепловое космическое излучение представляет собой первичное излучение, зародившееся на ранней стадии эволюции Вселенной, то известный астрофизик *И.С. Шкловский* назвал его *реликтовым* (от лат. *relictus* – оставленный). *Оценки показывают, что сейчас в каждом кубическом сантиметре Вселенной находится порядка 700 фотонов реликтового излучения.*

В 1965 г. американские инженеры *А. Пензиас* и *Р. Уилсон* при отладке приемника радиотелескопа обнаружили слабый фоновый радиошум, приходящий из космоса в виде равномерно распределенного по небесной сфере излучения с максимумом энергии на длине волны  $\lambda_m = 0,96$  нм.

Закон Вина  $\lambda_m = b/T_m$  позволяет определить, что на такой длине волны находится максимум энергии равновесного теплового излучения при температуре  $T_m = 3\text{К}$ . Так, в какой-то мере случайно, было обнаружено реликтовое тепловое излучение, как след процессов, происходивших во Вселенной в далеком прошлом.

Открытие реликтового излучения, удостоенное в 1978 г. Нобелевской премии по физике, является важным достижением современной науки. Оно подтверждает правильность теории «горячей» расширяющейся Вселенной, описывающей эволюцию Вселенной в течение десятков миллиардов лет.

Из этой теории следует, что на ранней стадии эволюции Вселенная существенно отличалась от современной и представляла собой сгусток сверхплотной плазмы и излучения с очень высокой температурой, рожденных в момент Большого взрыва.



Определим число фотонов в единице объема пространства, заполненного равновесным тепловым излучением при температуре  $T$ .

Введем объемную концентрацию  $n_\omega$  фотонов излучения из интервала частот от  $\omega$  до  $\omega + d\omega$ , искомая концентрация фотонов излучения всевозможных частот определится как

$$n_\phi = \int_0^\infty n_\omega d\omega$$

По определению, спектральная объемная плотность энергии излучения  $u_{\omega T} = \hbar\omega n_{\omega}$ . С учетом формулы Планка имеем

$$n_{\phi} = \frac{2,4}{\pi^2} \left( \frac{kT}{\hbar c} \right)^3$$

По этой формуле находим, что  $n_{\phi} = 9 \cdot 10^9 \text{ м}^{-3}$  при  $T = 10 \text{ К}$  и  $n_{\phi} = 9 \cdot 10^{16} \text{ м}^{-3}$  при  $T = 1000 \text{ К}$ . Такая зависимость концентрации частиц от температуры является характерной особенностью фотонного газа.

В теории «горячей» Вселенной считается, что «отрыв» излучения от вещества на ранней стадии эволюции Вселенной произошел при температуре  $T^* = 3000 \text{ К}$  и плотности вещества  $\rho^* \sim 10^{-17} \text{ кг/м}^3$  – в процессе образования атомов и нейтрализации вещества. В настоящее время плотность вещества во Вселенной  $\rho_0 \sim 10^{-26} \text{ кг}$ .

Оценим температуру реликтового излучения на современном этапе эволюции Вселенной.

Предположим, что излучение, заполняющее Вселенную, расширяется вместе с ней адиабатно. С учетом уравнения адиабаты для фотонного газа находим

$$T_*^3 V_* = T_0^3 V_0,$$

где  $T_0$  – искомая температура реликтового излучения в настоящее время, а  $V_*$  и  $V_0$  – объемы расширяющейся Вселенной на ранней и современной стадиях ее эволюции.

Считая массу вещества во Вселенной неизменной и равной  $M$ , определим плотности вещества

$$\rho_* = M/V_*, \quad \rho_0 = M/V_0. \quad T_0^3 = \frac{V_*}{V_0} T_*^3 = \frac{\rho_0}{\rho_*} T_*^3$$

Отсюда получаем

$$T_0 = T_* \sqrt[3]{\frac{\rho_0}{\rho_*}}$$

**Подставляя значения плотностей  $\rho_*$  и  $\rho_0$ , находим**

$$T_0 = 10^{-3} T_* = 3 \text{ К.}$$

*До такой температуры «остыло» излучение в расширяющейся Вселенной к настоящему времени.*