СИЛЫ В МЕХАНИКЕ

1. Виды и категории сил в природе
2. Сила тяжести и вес тела
3. Упругие силы
4. Силы трения
5. Силы инерции
   - а). Уравнения Ньютона для неинерциальной системы отсчета
   - б). Центробежная сила инерции
   - в). Сила Кориолиса

1. Виды и категории сил в природе

Одно из простейших определений силы: *влияние одного тела (или поля) на другое, вызывающее ускорение – это **сила.***

Однако, спор вокруг определения силы не закончен до сих пор – это обусловлено трудностью объединения *в одном определении* сил, различных по своей природе и характеру проявления. В настоящее время, различают *четыре типа сил или взаимодействий*: *гравитационные*; *электромагнитные*; *сильные* (ответственные за связь частиц в ядрах) и *слабые* (ответственные за распад).

Гравитационные и *электромагнитные* силы нельзя свести к другим, более простым силам, поэтому их называют *фундаментальными*.

Законы фундаментальных сил просты и выражаются точными формулами. Для примера можно привести формулу гравитационной силы взаимодействия двух материальных точек, имеющих массы m_1 и m_2:

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}, \qquad (1)$$

где *r* – расстояние между точками,

γ - гравитационная постоянная.

В качестве второго примера можно привести формулу для определения силы электростатического взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2

$$F = k_0 \frac{q_1 q_2}{r^2}, \qquad (2)$$

где k_0 – коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц.

Как видно, формулы для фундаментальных сил являются простыми и точными.

Для других сил, например, для упругих сил и сил трения можно получить лишь приближенные, эмпирические формулы.

2. Сила тяжести и вес тела

Одна из фундаментальных сил – сила гравитации проявляется на Земле в виде ***силы тяжести*** – *силы, с которой все тела притягиваются к Земле.*

Вблизи поверхности Земли все тела падают с одинаковым ускорением – *ускорением свободного падения g*. Отсюда вытекает, что в системе отсчета, связанной с Землей, на всякое тело действует сила тяжести $m\vec{g}$.

Она приблизительно равна силе гравитационного притяжения к Земле (различие между силой тяжести и гравитационной силой обусловлено тем, что система отсчета, связанная с Землей, не вполне инерциальная).

Если подвесить тело (рисунок 1) или положить его на опору, то сила тяжести уравновесится силой $\vec{R}$ – которую называют реакцией опоры или подвеса.

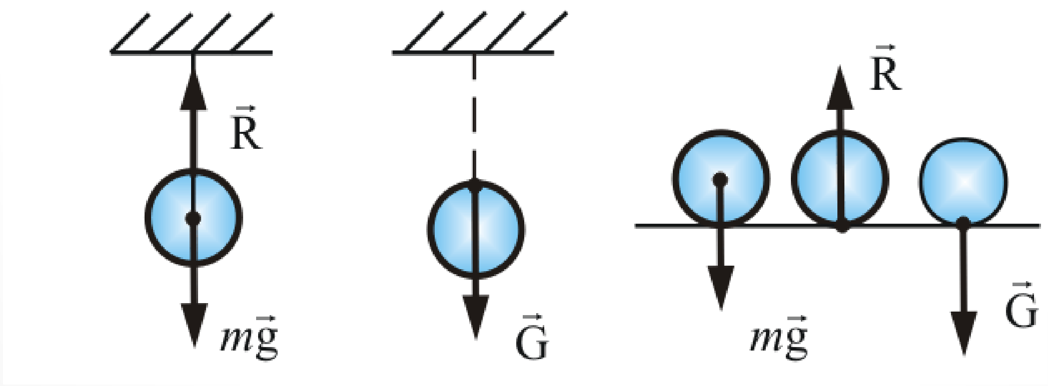


Рисунок 1

По третьему закону Ньютона тело действует на подвес или опору *с силой* $\vec{G}$ *которая называется* ***весом тела***. Итак, ***вес тела*** – это сила, с которой тело в состоянии покоя действует на подвес или опору, вследствие гравитационного притяжения к Земле. Поскольку силы $m\vec{g}$ и $\vec{R}$ уравновешивают друг друга, то выполняется соотношение

$$m\vec{g} = -\vec{R}.$$

Согласно третьему закону Ньютона: $\vec{G} = -\vec{R}.$

Значит

$$\vec{G} = m\vec{g}, \qquad (3)$$

то есть *вес и сила тяжести равны друг другу, но приложены к разным точкам: вес к подвесу или опоре, сила тяжести – к самому телу*. Это равенство справедливо, если подвес (опора) и тело покоятся относительно Земли (или двигаются равномерно, прямолинейно). Если имеет место движение с ускорением, то справедливо соотношение:

$$G = mg \pm ma = m(g \pm a). \quad (4)$$

Вес тела может быть больше или меньше силы тяжести: если g и a направлены в одну сторону (тело движется вниз или падает), то

$$G < mg$$

и если наоборот, то $G > mg$. Если же тело

движется с ускорением $a = \mathrm{g}$ то $G = 0$

– т.е. наступает *состояние невесомости*.

Пример: космический корабль на орбите.

3. Упругие силы

Электромагнитные силы в механике проявляют себя как *упругие силы* и *силы трения*.

Под действием внешних сил возникают *деформации* (т.е. изменение размеров и формы) тел. Если после прекращения действия внешних сил восстанавливаются прежние форма и размеры тела, то деформация называется *упругой*. Деформация имеет упругий характер в случае, если внешняя сила не превосходит определенного значения, которая называется *пределом упругости*.

При превышении этого предела деформация становится *пластичной или неупругой*, т.е. первоначальные размеры и форма тела полностью не восстанавливается. Рассмотрим упругие деформации.

В деформированном теле (рисунок 2) возникают упругие силы, уравновешивающие внешние силы. Под действием *внешней силы* – $F_{вн}$. пружина получает *удлинение* **(** ***x*** **)**, в результате в ней возникает *упругая сила* – $F_{упр}$., *уравновешивающая* $F_{вн}$..

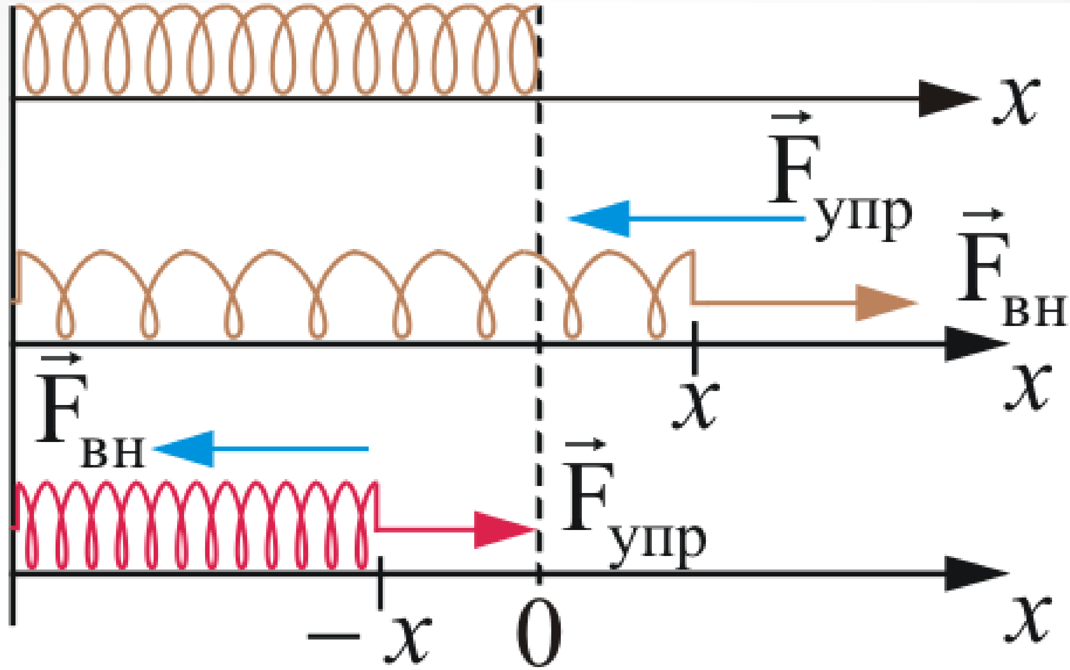


Рисунок 2

Упругие силы возникают во всей деформированной пружине. Любая часть пружины действует на другую часть с силой упругости $F_{упр}$.

Удлинение пружины пропорционально внешней силе и определяется ***законом Гука***:

$$x = \frac{1}{k} F_{\text{вн.}}, \qquad (5)$$

k – жесткость пружины. Видно, что чем больше *k*, тем меньшее удлинение получит пружина под действием данной силы.

Гук Роберт (1635 – 1703) знаменитый английский физик, сделавший множество изобретений и открытий в области механики, термодинамики, оптики.

Его работы относятся к теплоте, упругости, оптике, небесной механике. Установил постоянные точки термометра – точку таяния льда, точку кипения воды. Усовершенствовал микроскоп, что позволило ему осуществить ряд микроскопических исследований, в частности наблюдать тонкие слои в световых пучках, изучать строение растений. Положил начало физической оптике.

Так как упругая сила отличается от внешней только знаком, т.е. $F_{упр.} = -F_{вн.}$ то закон Гука можно записать в виде:

$$x = -\frac{1}{k} F_{упр.}$$

отсюда

$$F_{упр.} = -kx.$$

Потенциальная энергия упругой пружины равна работе, совершенной над пружиной.
Так как сила не постоянна, то элементарная работа равна $\mathrm{d}A = F\mathrm{d}x$ или $\mathrm{d}A = -kx\mathrm{d}x,$

Тогда полная работа, которая совершена пружиной, равна:

$$A = \int \mathrm{d}A = -\int_0^x kx\mathrm{d}x = -\frac{kx^2}{2}.$$

Закон Гука для стержня

Одностороннее (или продольное) растяжение (сжатие) стержня состоит в увеличении (уменьшении) длины стержня под действием внешней силы $\vec{F}$ (рисунок 3).

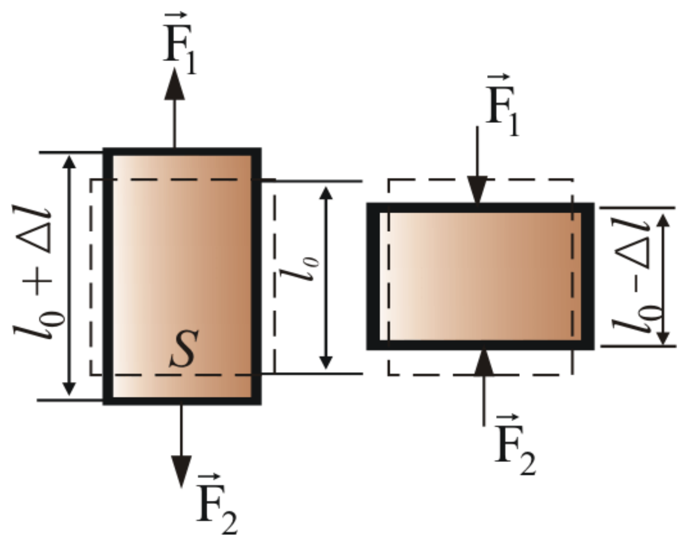


Рисунок 3

Такая деформация приводит к возникновению в стержне упругих сил, которые принято характеризовать *напряжением* σ:

$$\sigma = \frac{F_{\text{упр.}}}{S},$$

Где $S = \frac{\pi d^2}{4}$ – площадь поперечного сечения стержня, *d* – его диаметр.

В случае растяжения σ считается положительной, а в случае сжатия – отрицательной. Опыт показывает, что приращение длины стержня Δl пропорционально напряжению σ:

$$\Delta l = \frac{1}{k}\sigma.$$

Коэффициент пропорциональности *k*, как и в случае пружины, зависит от свойств материала и длины стержня.

Доказано, что $$k = \frac{E}{l_0}$$ где *E* – *величина,*

характеризующая упругие свойства материала стержня – ***модуль Юнга.*** *E* измеряется в Н/м^2 или в Па.

Тогда из этих формул можно найти приращение длины:

$$\Delta l = \frac{l_0 \sigma}{E},$$

или, обозначив $\frac{\Delta l}{l_0} = \varepsilon$ – относительное приращение длины, получим:

$$\varepsilon = \frac{1}{E}\sigma \qquad (6)$$

З***акон Гука для стержня***: *относительное приращение длины стержня прямо пропорционально напряжению и обратно пропорционально модулю Юнга.*

Заметим, что растяжение или сжатие стержней сопровождается соответствующим изменением их поперечных размеров (рисунок 3).

Отношение относительного поперечного сужения (*расширения*) *стержня* $\frac{\Delta d}{d}$ *к относительному удлинению* (*сжатию*) $\frac{\Delta l}{l}$ *называют* ***коэффициентом Пуассона***

$$M = \frac{\Delta d}{d} : \frac{\Delta l}{l}. \qquad (7)$$

Объемная плотность потенциальной энергии тела ω_σ при растяжении (сжатии) определяется удельной работой по преодолению упругих сил $A_{упр}$., рассчитанной на единицу объема тела:

$$\omega_\sigma = A_{упр.} = \frac{\sigma^2}{2E}. \qquad (8)$$

Деформация сдвига

Под действием силы $\vec{F}$ приложенной касательно к верхней грани, брусок получает *деформацию сдвига*

Пусть *AB* – плоскость сдвига (рисунок 4).

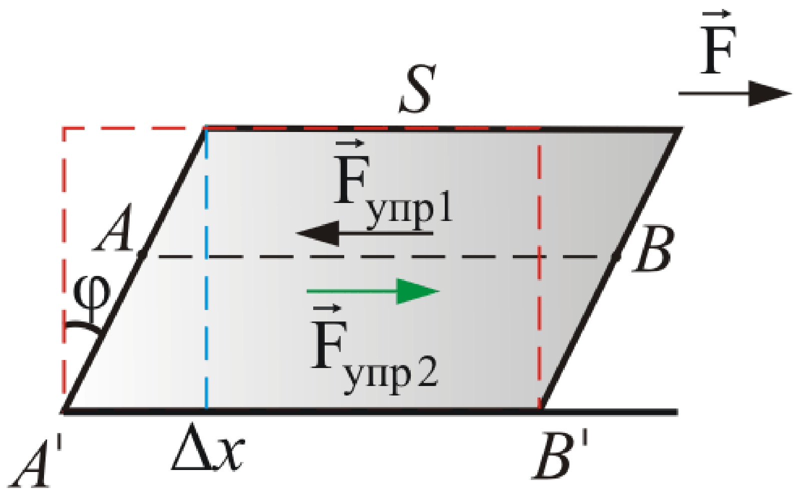


Рисунок 4

Назовем величину γ, равную тангенсу угла сдвига φ, *относительным сдвигом*:

$$\gamma = \frac{\Delta x}{x},$$

здесь Δx – абсолютный сдвиг.

При упругих деформациях угол φ бывает очень маленьким, поэтому $\operatorname{tg}\phi \approx \phi$

Таким образом, относительный сдвиг

$$\gamma = \operatorname{tg}\phi \approx \phi$$

Деформация сдвига приводит к возникновению в каждой точке бруска тангенциального упругого напряжения τ, которое определяется как отношение модуля силы упругости к единице площади:

$$\tau = \frac{F_{\text{упр.}}}{S}, \qquad (9)$$

где *S* – площадь плоскости *AB.*

Опытным путем доказано, что относительный сдвиг пропорционален тангенциальному напряжению:

$$\gamma = \frac{1}{G}\tau, \qquad (10)$$

где *G* – *модуль сдвига, зависящий от свойств материала и равный такому тангенциальному напряжению, при котором* $\gamma = \mathrm{tg}\,\phi = 1$ а $\phi = 45^\circ$ (*если бы столь огромные упругие деформации были возможны*).

Модуль сдвига измеряется также как и модуль Юнга, в паскалях (Па).

Удельная потенциальная энергия деформируемого тела при сдвиге равна

$$\omega_s = \frac{\tau^2}{2G}. \qquad (11)$$

4. Силы трения

Трение подразделяется на *внешнее* и *внутреннее*.

Внешнее трение *возникает при относительном перемещении двух соприкасающихся твердых тел* (*трение скольжения или трение покоя*).

Внутреннее трение *наблюдается при относительном перемещении частей одного и того же сплошного тела* (*например, жидкость или газ*).

Различают ***сухое*** и ***жидкое*** (или ***вязкое***) *трение.*

***Жидким** (**вязким**) называется трение между твердым телом и жидкой или газообразной средой или ее слоями.*

*Сухое трение, в свою очередь, подразделяется на **трение скольжения** и **трение качения**.*

Рассмотрим законы сухого трения (рисунок 5).

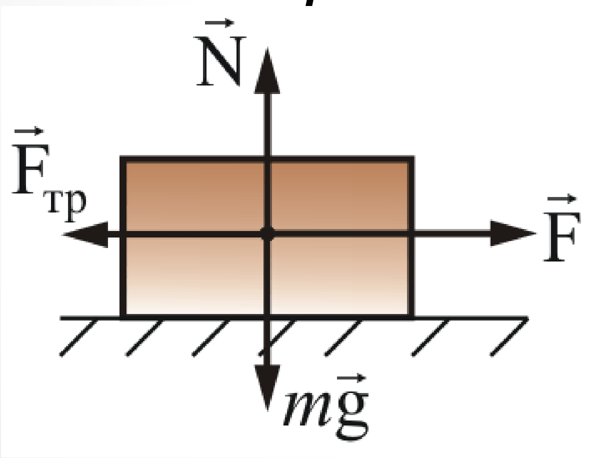


Рисунок 5

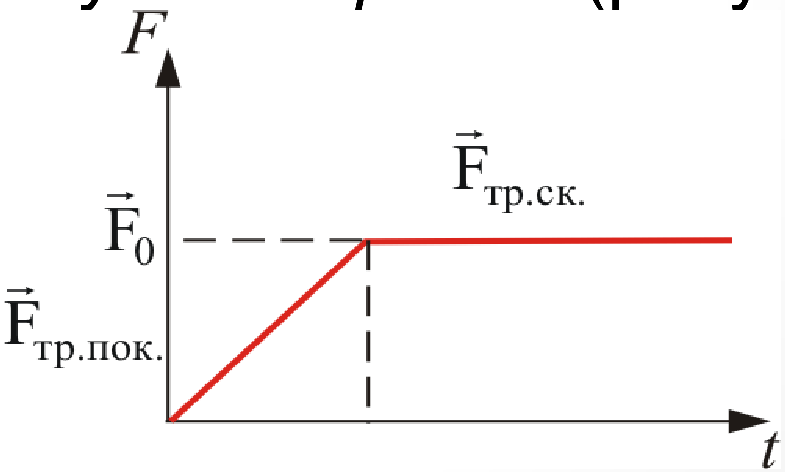


Рисунок 6

Подействуем на тело, лежащее на неподвижной плоскости внешней силой $\vec{F}$ постепенно увеличивая ее модуль. Вначале брусок будет оставаться неподвижным, значит внешняя сила $\vec{F}$ уравновешивается некоторой силой $\vec{F}_{тр.}$ – направленной по касательной к трущейся поверхности, противоположной силе $\vec{F}$ В этом случае $\vec{F}_{тр.}$ – и есть *сила трения покоя*.

Когда модуль внешней силы, а следовательно, и модуль силы трения покоя превысит значение F_0, тело начнет скользить по опоре – трение покоя $F_{\mathbf{тр.пок.}}$ сменится трением скольжения $F_{\mathbf{тр.ск.}}$ (рисунок 6).

Установлено, что максимальная сила трения покоя не зависит от площади соприкосновения тел и приблизительно пропорциональна модулю силы нормального давления *N*

$$F_0 = \mu_0 N,$$

μ_0 – коэффициент трения покоя – зависит от природы и состояния трущихся поверхностей.

Аналогично и для силы трения скольжения:

$$F_{\text{тр.}} = \mu N \qquad (12)$$

Трение качения возникает между шарообразным телом и поверхностью, по которой оно катится.

Сила трения качения подчиняется тем же законам, что и скольжения, но коэффициент трения μ здесь значительно меньше.

Подробнее рассмотрим силу трения скольжения на наклонной плоскости (рисунок 7).

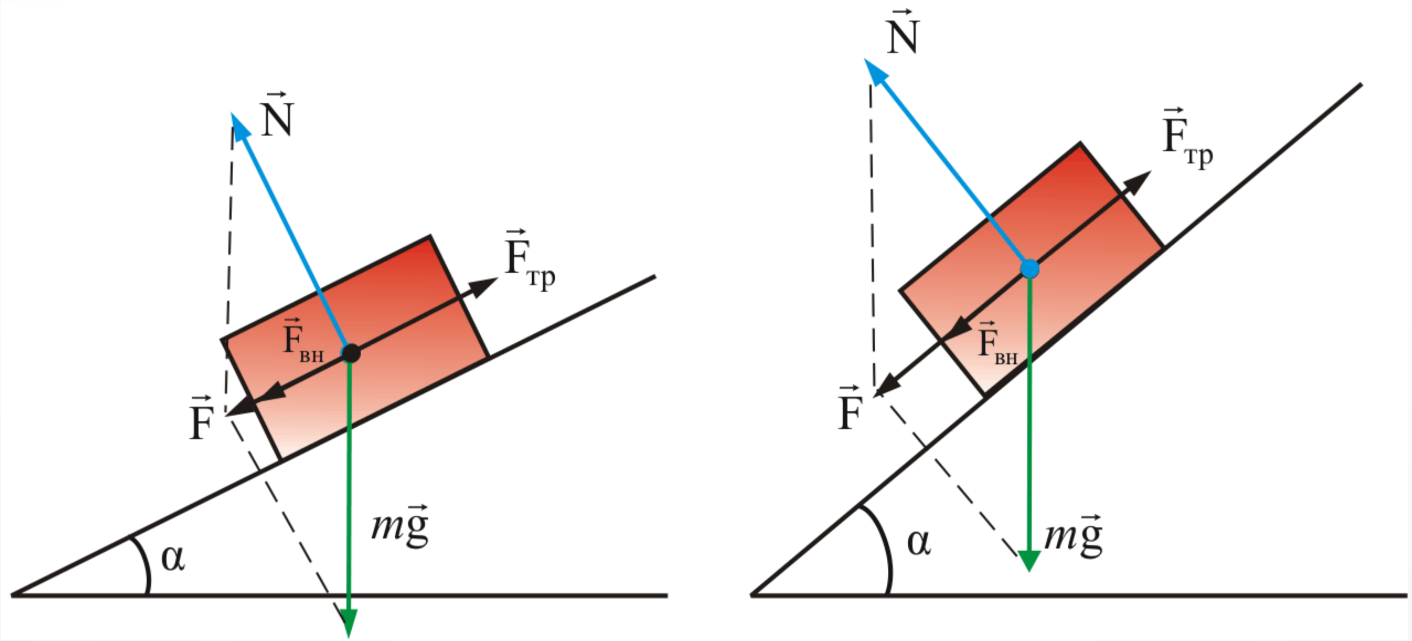


Рисунок 7

На тело, находящееся на наклонной плоскости с сухим трением, действуют три силы: сила тяжести $m\vec{g}$ нормальная сила реакции опоры $\vec{N}$ и сила сухого трения $\vec{F}_{тр.}$ Сила $\vec{F}$ есть равнодействующая сил $m\vec{g}$ и $\vec{N}$ она направлена вниз, вдоль наклонной плоскости. Из рисунке видно, что

$$F = mg\sin\alpha, \qquad N = mg\cos\alpha$$

Если $F < (F_{тр.})_{max} = \mu N$ – тело остается неподвижным на наклонной плоскости. Максимальный угол наклона α определяется из условия: $(F_{тр.})_{max} = F$ или

$$\mu\, mg\cos\alpha = mg\sin\alpha,$$ следовательно,

$$\operatorname{tg}\alpha_{max} = \mu$$ где μ – коэффициент сухого трения.

$$F_{тр.} = \mu N = \mu mg\cos\alpha,$$

$$F = mg\sin\alpha. \qquad (13)$$

При $\alpha > \alpha_{max}$ тело будет скатываться с ускорением

$$a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha), \qquad (14)$$

$$F_{ск.} = ma = F - F_{тр.}. \qquad (15)$$

Если дополнительная сила $F_{вн.}$, направленная вдоль наклонной плоскости, приложена к телу, то критический угол α_{max} и ускорение тела будут зависеть от величины и направления этой внешней силы.

5. Силы инерции
а) Уравнение Ньютона для неинерциальных систем отсчета

Законы инерции выполняются в инерциальной системе отсчета. А как описать движение тела в неинерциальной системе?

Рассмотрим пример: вы стоите в троллейбусе спокойно. Вдруг троллейбус резко трогается, и вы невольно отклонитесь назад. Что произошло? Кто вас толкнул?

С точки зрения наблюдателя на Земле (в инерциальной системе отсчета), в тот момент, когда троллейбус тронулся, вы остались стоять на месте – в соответствии с первым законом Ньютона.

С точки зрения сидящего в троллейбусе – вы начали двигаться назад, как если бы кто-нибудь вас толкнул. На самом деле, никто не толкнул, просто ваши ноги, связанные силами трения с троллейбусом «поехали» вперед из-под вас и вам пришлось падать назад.

Можно описать ваше движение в инерционной системе отсчета. Но это не всегда просто, так как обязательно нужно вводить силы, действующие со стороны ***связей***.

А они могут быть самыми разными и ведут себя по разному – нет единого подхода к их описанию.

А можно и в неинерциальной системе воспользоваться законами Ньютона, если ввести ***силы инерции***. Они ***фиктивны***. Нет тела или поля под действием которого вы начали двигаться в троллейбусе. Силы инерции вводят специально, чтобы воспользоваться уравнениями Ньютона в неинерциальной системе.

Силы инерции обусловлены не взаимодействием тел, а свойствами самих неинерциальных систем отсчета. На силы инерции законы Ньютона не распространяются.

Найдем количественное выражение для силы инерции при ***поступательном движении*** неинерциальной системы отсчета.

Введем обозначения:

$\vec{a}\,'$ – ускорение тела относительно неинерциальной системы;

$\vec{a}^{\,*}$ – ускорение неинерциальной системы относительно инерциальной (относительно Земли).

Тогда ускорение тела относительно инерциальной системы:

$$\vec{a} = \vec{a}^{\,*} + \vec{a}\,'. \qquad (16)$$

Ускорение в инерциальной системе можно выразить через второй закон Ньютона

$$\frac{\vec{F}}{m} = \vec{a}^* + \vec{a}'$$

где m – масса движущегося тела, или

$$\vec{a}' = \frac{\vec{F}}{m} - \vec{a}^*.$$

Мы можем и $\vec{a}^*$ представить в соответствии с законом Ньютона (формально), получим:

$$\vec{a}' = \frac{\vec{F}}{m} + \frac{\vec{F}_{\text{ин}}}{m},$$

где $\vec{F}_{ин}$ – сила, направленная в сторону, противоположную ускорению неинерциальной системы.

$$\vec{F}_{ин} = -m\vec{a}^{*}$$

тогда получим

$$m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{ин}$$

– ***уравнение Ньютона для неинерциальной системы отсчета.***

Здесь $\vec{F}_{ин}$ – фиктивная сила, обусловленная свойствами системы отсчета, необходимая нам для того, чтобы иметь возможность описывать движения тел в неинерциальных системах отсчета с помощью уравнений Ньютона.

Силы инерции неинвариантны относительно перехода из одной системы отсчета в другую. Они не подчиняются закону действия и противодействия. Движения тела под действием сил инерции аналогично движению во внешнем силовом поле. Силы инерции всегда являются внешним по отношению к любому движению системы материальных тел.

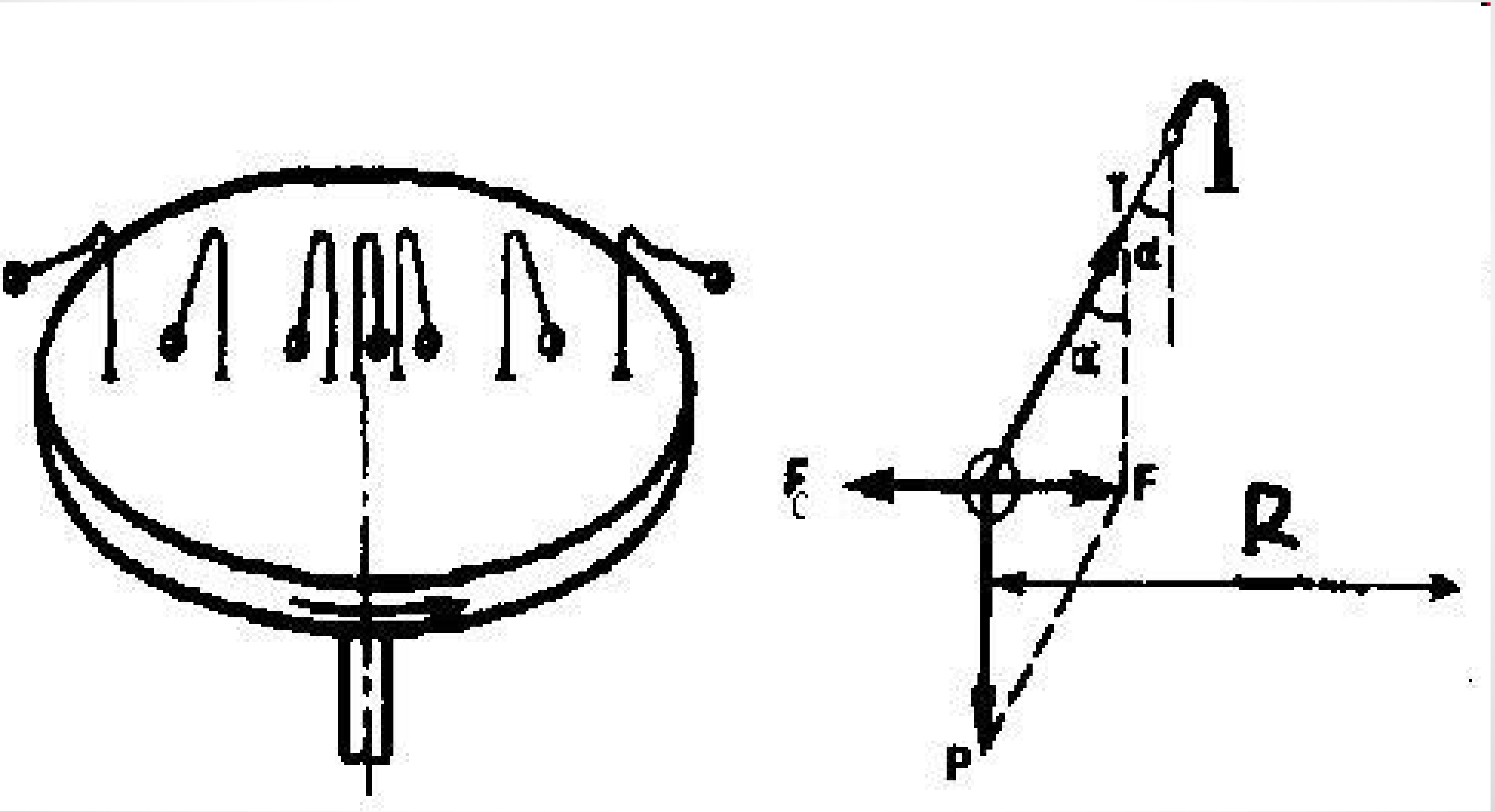
Инвариант - выражение, остающееся неизменным при определенном преобразовании переменных, связанных с этим выражением, например, при переходе от одной системы координат к другой.

б) Центробежная сила инерции

Центробежная сила инерции – сила инерции, возникающая во вращающейся системе отсчёта. Эта сила действует на тело во вращающейся системе отсчёта, независимо от того, покоится тело в этой системе или движется относительно нее со скоростью.

Центробежная сила инерции приложена к движущейся материальной точке и направлена по радиусу вращения от центра.

Силы инерции, действующие на тело, покоящееся во вращающейся системе отсчета



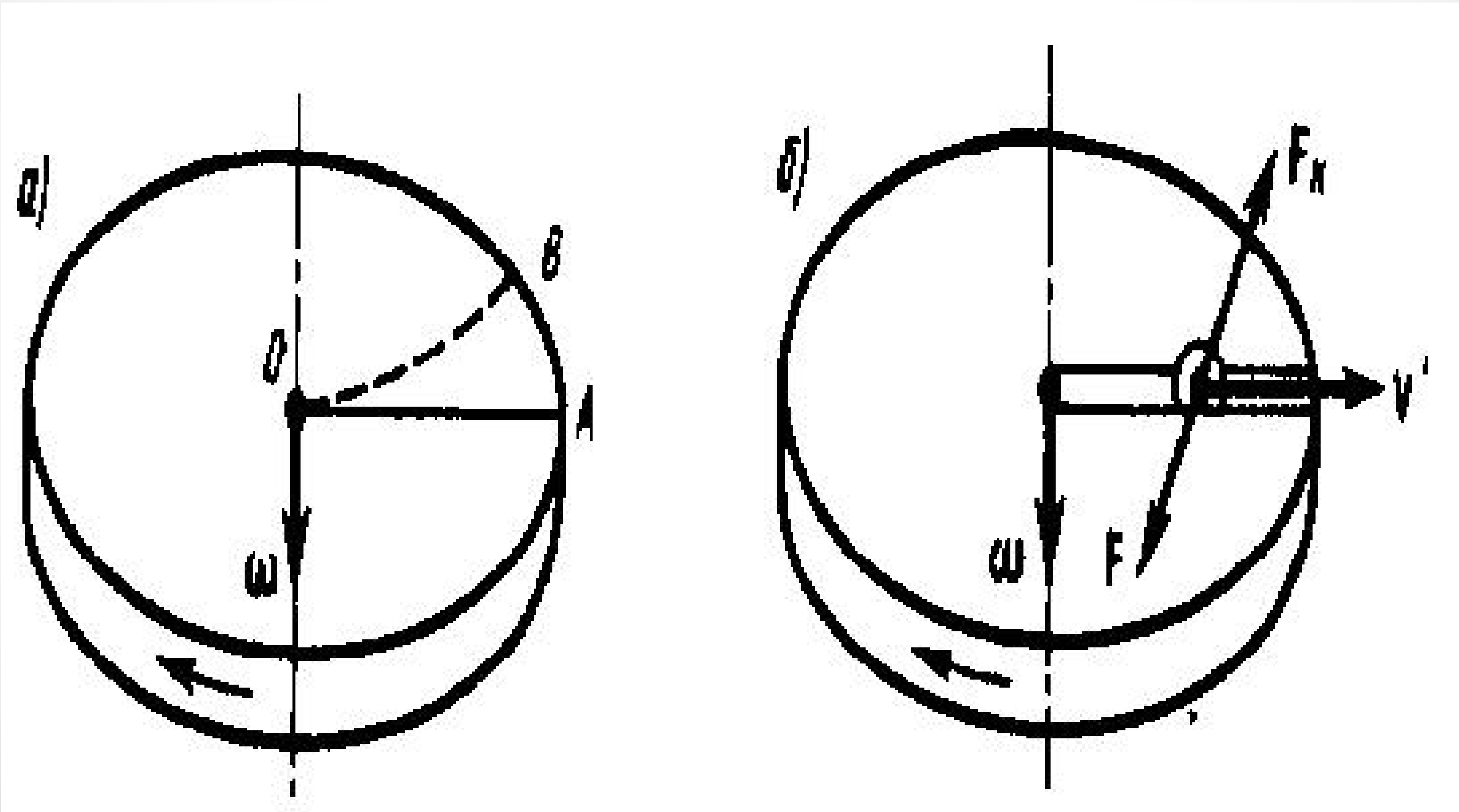
Центробежная сила возникает из-за инерции массы в ходе её кругового движения вокруг центра (отсюда и название). Центростремительное ускорение в инерциальной системе координат, направленное в противоположную сторону, создаёт эту силу.

Вектор $\vec{I}_{цб}$ перпендикулярен мгновенной оси вращения инерциальной системы отсчета (т.е. вектору $\vec{\omega}$) и направлен от данной оси.

Модуль $I_{цб}$:

$$I_{цб} = m\omega^2 r.$$

Силы инерции, действующие на тело, движущееся во вращающейся системе отсчета

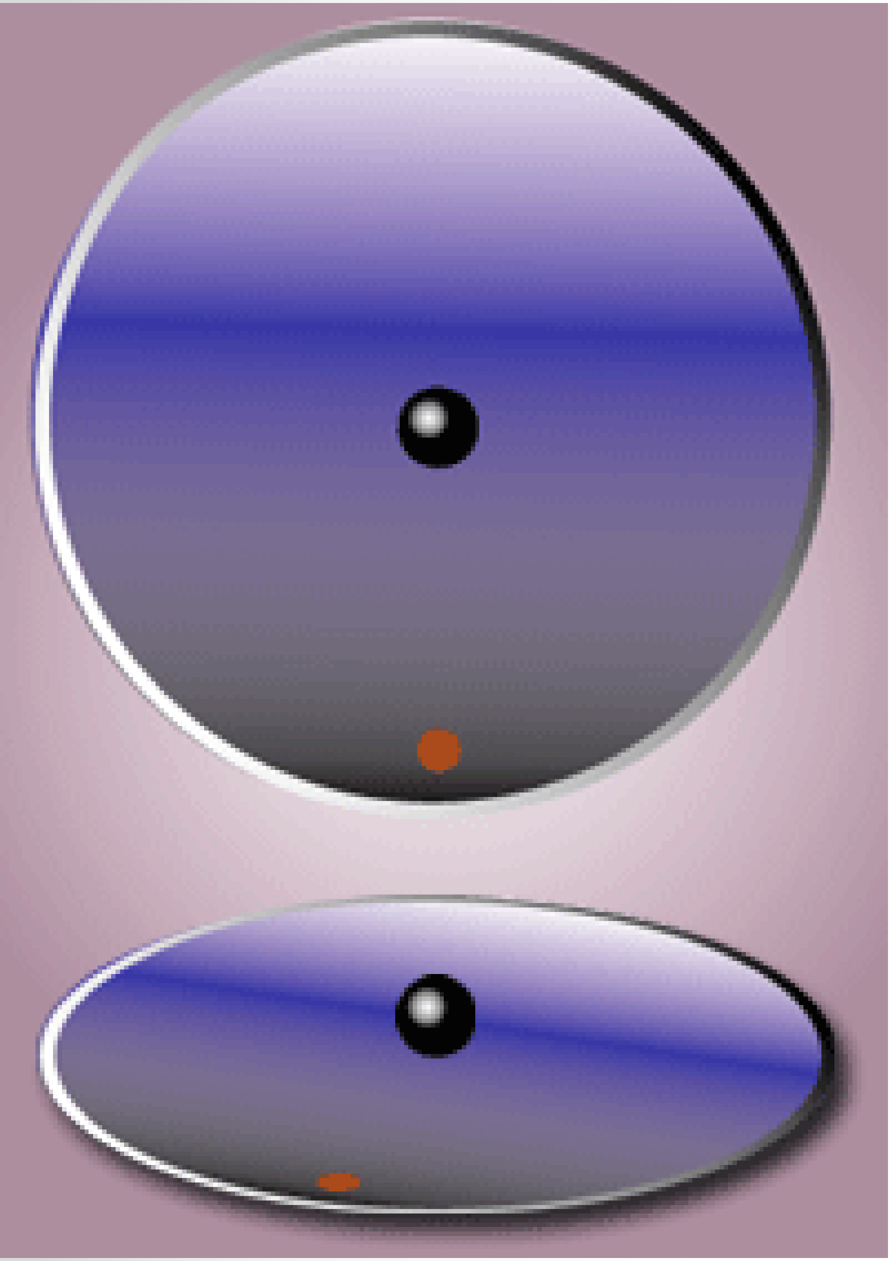


в) Сила Кориолиса

Сила Кориолиса (по имени французского учёного Г. Кориолиса) — одна из сил инерции, существующая во вращающейся системе отсчёта и проявляющаяся при движении в направлении под углом к оси вращения.

Сила Кориолиса не совершает работы в относительном движении материальной точки, т.к. она направлена перпендикулярно скорости относительного движения.

$$I_K = 2m[\vec{\upsilon}, \vec{\omega}]$$



При вращении диска, более далёкие от центра точки движутся с большей касательной скоростью, чем менее далёкие

Для перемещения некоторого тела вдоль радиуса так, чтобы оно оставалось на радиусе придётся увеличить его скорость, то есть, придать телу ускорение.

Причина появления силы Кориолиса — в кориолисовом ускорении. Для того, чтобы тело двигалось с кориолисовым ускорением, необходимо приложение к телу силы, равной $I_K = ma_K$, где a_K — кориолисово ускорение.

Соответственно, тело действует по третьему закону Ньютона с силой противоположной направленности. $I_K = -ma_K$. Сила, которая действует со стороны тела, и будет называться силой Кориолиса.

В инерциальных системах отсчёта действует *закон инерции*, то есть, каждое тело стремится двигаться по прямой и с постоянной скоростью.

Если рассмотреть движение тела, равномерное вдоль некоторого вращающегося радиуса и направленное от центра, то станет ясно, что чтобы оно осуществилось, требуется придавать телу ускорение, так как чем дальше от центра, тем должна быть больше касательная скорость вращения.

Это значит, что с точки зрения вращающейся системы отсчёта, некая сила будет пытаться сместить тело с радиуса.

Если вращение происходит по часовой стрелке, то двигающееся от центра вращения тело будет стремиться сойти с радиуса влево. Если вращение происходит против часовой стрелки — то вправо.

Поскольку Земля вращается, то сила Кориолиса проявляется и в глобальных масштабах. В северном полушарии сила Кориолиса направлена вправо от движения, поэтому правые берега рек в северном полушарии более крутые — их подмывает вода под действием этой силы.

Закон Бэра

Бэр Карл Максимович – русский естествоиспытатель, один из учредителей Русского географического общества.

В 1857 высказал положение о закономерностях подмыва правых берегов рек в Северном полушарии и левых — в Южном.

Объясненный им закон отклонения меридиональных рек северного полушария в сторону правого берега (следовательно, для рек текущих на север — к востоку, а для рек текущих на юг — к западу), а рек южного полушария в сторону левого берега получил название закона Бэра.

Подмывание правого берега меридионально текущими реками северного полушария и левого — реками южного полушария Бэр объясняет совокупной деятельностью вращения Земли и движения воды в реке (течения).

Скорость вращения различных точек земной поверхности не одинакова, а изменяется от максимальной у экватора (5400 географических миль в сутки), постепенно уменьшаясь по мере приближения к полюсам, где она равна нулю.

Для рек северного полушария, текущих на юг, каждая частица воды, переходящая из широт с меньшей скоростью в широты с большей скоростью и удерживая некоторое время по инерции свою прежнюю скорость, будет отставать от движения соответственных точек поверхности Земли в данной широте.

Результатом совокупной деятельности этого отставания и меридионального движения вследствие падения реки явится, по закону параллелограмма сил, диагональная равнодействующая, подмывающая правый (западный) берег.