

***Обработка результатов
экспериментальных
измерений***

Расчет погрешности измерения физических величин

Основная задача физического эксперимента — измерение физических величин для дальнейшего их анализа и установления взаимосвязей между ними — физических законов.

Измерением называется операция сравнения величины исследуемого объекта с величиной единичного объекта. Так, например, за единицу длины принят метр, и в результате измерения длины некоторого отрезка определяется, сколько метров содержится в этом отрезке.

Измерения бывают прямые и косвенные.

В прямых измерениях физическая величина измеряется непосредственно (например, измерение длины предмета линейкой, штангенциркулем или микрометром, силы тока – амперметром и т.д.).

При косвенных измерениях искомая величина не измеряется, а вычисляется по результатам измерений других величин (например, измеряя силу тока и напряжение на зажимах электроплитки, можно вычислить ее тепловую мощность и сопротивление).

В большинстве экспериментов используют косвенные измерения. Исследуемую величину f определяют по результатам прямых измерений других физических величин, например, x, y, z, \dots , с которыми она связана заранее установленным функциональным математическим соотношением

$$f = f(x, y, z, \dots)$$

Выражение $f = f(x, y, z, \dots)$, записанное в явном виде, называют *рабочей формулой* и используют как для оценивания результата косвенного измерения, так и для оценивания погрешности измерения.

В физическом эксперименте любое измерение (прямое или косвенное) дает лишь приблизительное значение данной физической величины. *Физика – наука естественная, а абсолютная точность присуща лишь математике.*

Погрешность прямых измерений

$$x_{\text{ср}} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad \text{- среднее значение измеряемой величины}$$

Для оценки систематической погрешности измерения существует несколько способов. Наиболее распространена оценка с помощью стандартной или средней квадратичной погрешности σ (ее часто называют стандартной погрешностью или стандартом измерений):

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_{\text{ср}})^2}{n(n-1)}}$$

$\Delta x_{с.и.} = t_{\alpha n} \cdot \sigma_x$ - систематическая погрешность измерения
величины x

Коэффициенты Стьюдента

$t_{\alpha n}$ - коэффициент Стьюдента

$\alpha = 0,68$		$\alpha = 0,95$		$\alpha = 0,99$	
n	$t_{\alpha, n}$	n	$t_{\alpha, n}$	n	$t_{\alpha, n}$
2	2,0	2	12,7	2	63,7
3	1,3	3	4,3	3	9,9
4	1,3	4	3,2	4	5,8
5	1,2	5	2,8	5	4,6
6	1,2	6	2,6	6	4,0
7	1,1	7	2,4	7	3,7
8	1,1	8	2,4	8	3,5
9	1,1	9	2,3	9	3,4
10	1,1	10	2,3	10	3,3
15	1,1	15	2,1	15	3,0
20	1,1	20	2,1	20	2,9
30	1,1	30	2,0	30	2,8
100	1,0	100	2,0	100	2,6

$\Delta x_{\text{о.и.}} = \alpha \cdot l$ - погрешность однократного измерения

$\alpha = 0,95$ – доверительная вероятность

l - половина цены наименьшего деления прибора

$$\Delta x = \sqrt{\Delta x_{\text{о.и.}}^2 + \Delta x_{\text{с.и.}}^2}$$

- абсолютная погрешность прямых измерений величины x (иначе: доверительный интервал).

$$\delta = \frac{\Delta x}{x_{cp}} \cdot 100\%$$

- относительная погрешность результата измерений величины x

Окончательный результат записывается в виде:

$$x = x_{cp} \pm \Delta x$$

Погрешность косвенных измерений

$$\Delta y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \right)^2 \Delta x_i^2}$$

- в случае простой функциональной зависимости

$$\Delta y = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial x_1} \right)^2 \Delta x_1^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2} \right)^2 \Delta x_2^2 + \dots + \left(\frac{\partial y}{\partial x_n} \right)^2 \Delta x_n^2}$$

$$\Delta y = y_{cp} \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \ln y}{\partial x_i} \right)^2 \Delta x_i^2}$$

- в случае сложной функциональной зависимости

$V = a \cdot b \cdot c$ - объем параллелепипеда

$$\Delta V = V \sqrt{\left(\frac{\partial \ln V}{\partial a} \right)^2 \Delta a^2 + \left(\frac{\partial \ln V}{\partial b} \right)^2 \Delta b^2 + \left(\frac{\partial \ln V}{\partial c} \right)^2 \Delta c^2}$$

Окончательный результат записывается в виде:

$$y = y_{cp} \pm \Delta y$$

Абсолютная погрешность Δ имеет ту же размерность, что и измеряемая величина. Измеряемая величина округляется таким образом, чтобы ее последняя значащая цифра (цифра наименьшего разряда) соответствовала по порядку величины последней значащей цифре погрешности.

Отношение абсолютной погрешности измеряемой величины к самому значению этой величины называется *относительной погрешностью*:

Относительная погрешность – величина безразмерная. Фактически относительная погрешность показывает степень неточности полученного результата (или «процентное содержание неточности», равно $\cdot 100\%$).

Итак, любая физическая величина всегда измеряется с определенной точностью, и записывать полученные результаты надо совместно с абсолютной погрешностью.

Точность результата

- абсолютная погрешность результата должна после округления содержать лишь одну значащую цифру, если эта цифра не 1; если же 1, то следует оставить в погрешности две значащих цифры.
- Значащими цифрами в десятичном изображении числа считаются все цифры, кроме нулей впереди числа

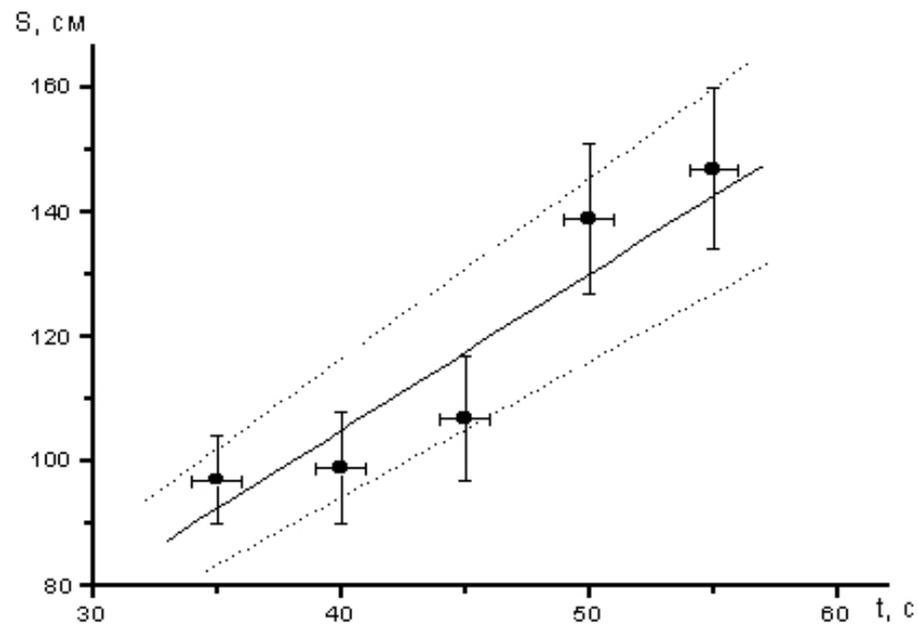
Построение графиков

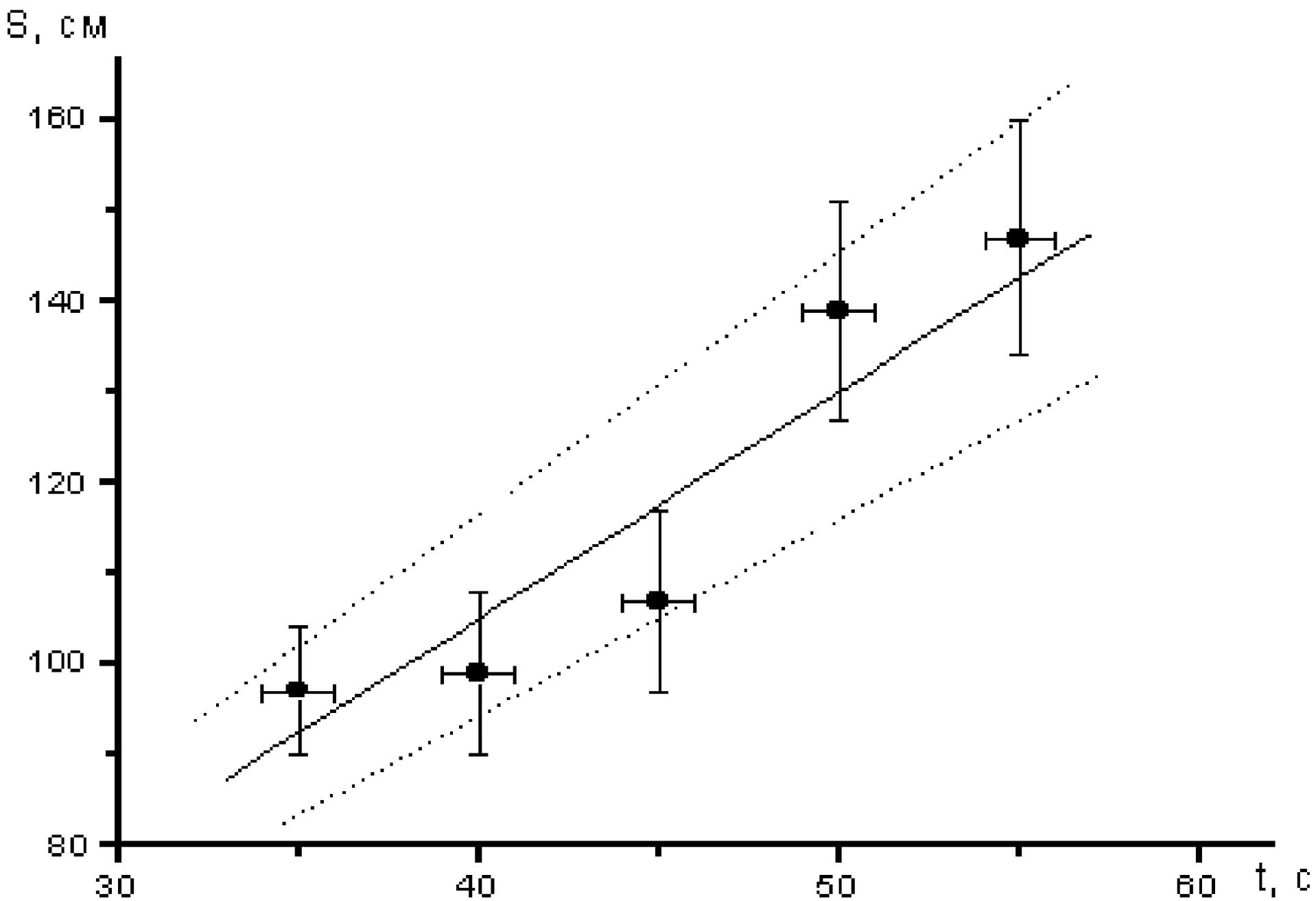
1. График строят на бумаге, размеченной сеткой (миллиметровка, координатная бумага, ...).
2. Размер графика определяется масштабом. Масштаб выбирают прежде всего с учетом интервалов измерения (по каждой оси он выбирается отдельно).
3. Строим оси координат и устанавливаем на них шкалы, исходя из интервалов изменения измеренных величин. По горизонтальной оси откладывают значения аргумента, по вертикальной - значения функции. По каждой из осей можно отображать только интервалы измерения исследуемых величин. В случае больших значений множитель, указывающий порядок числа, лучше учитывать при записи обозначения.
4. Наносим на координатную плоскость точки, соответствующие полученным значениям
5. После нанесения экспериментальных точек строится теоретический график той функции, которая отражает проявляющуюся в данном опыте закономерность. Исходя из предположения о характере зависимости, проводим прямую/кривую с таким расчетом, чтобы она наилучшим образом проходила через все измеренные точки
6. Графики обязательно нужно подписывать. Подпись должна отражать содержание графика. Следует объяснить в подписи либо основном тексте изображенные на графике линии.

Пример построения графика:

Зависимость пути, пройденного телом, от времени

Номер опыта	$t, \text{с}$	$\Delta t, \text{с}$	$S, \text{см}$	$\Delta S, \text{см}$
1	35.5	1.0	97	6
2	40.0	1.0	99	9
3	45.0	1.0	108	9
4	50.0	1.0	139	11
5	55.0	1.0	146	12





Конец лекции