КИНЕМАТИКА ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

2.1. Понятие механики, модели в механике

Механика *– часть физики, которая изучает закономерности механического движения и причины, вызывающие или изменяющие это движение.*

Механическое движение *– это изменение с течением времени взаимного расположения тел или их частей.*

Механика вообще подразделяется на три части: *статику, кинематику и динамику*.

Кинематика (*от греческого слова kinema – движение*) – *раздел механики, в котором изучаются геометрические свойства движения тел без учета их массы и действующих на них сил.*

Динамика (*от греческого dynamis – сила*) изучает движения тел в связи с теми причинами, которые обуславливают это движение.

Статика (*от греческого statike – равновесие*) изучает условия равновесия тел. Поскольку равновесие – есть частный случай движения, законы статики являются естественным следствием законов динамики и в данном курсе не изучается.

Без знаний механики невозможно представить себе развитие современного машиностроения. Развитие механики, как науки, начиналось с III в. до н.э., когда древнегреческий ученый Архимед (287 – 312 до н.э.) сформулировал закон рычага и законы равновесия плавающих тел.

Основные законы механики установлены итальянским физиком и астрономом Г. Галилеем (1564 – 1642) и окончательно сформулированы английским физиком И. Ньютоном (1643 – 1727).

Механика Галилея и Ньютона называется ***классической***, *т.к. она рассматривает движение макроскопических тел со скоростями, значительно меньшими скорости света в вакууме*.

Для описания движения тел в зависимости от условий задачи используют различные *физические модели*. Чаще других используют понятия *абсолютно твердого тела и материальной точки*.

Движение тел происходит под действием сил. Под действием внешних сил тела могут деформироваться, т.е. изменять свои размеры и форму.

Тело, деформацией которого можно пренебречь в условиях данной задачи, называют абсолютно твердым телом (*хотя абсолютно твердых тел в природе не существует*).

*Тело, размерами которого в условиях данной задачи, можно пренебречь, называется **материальной точкой.***

Можно ли данное тело рассматривать как материальную точку или нет, зависит не от размеров тела, а от условия задачи (например, наше огромное Солнце – тоже материальная точка в Солнечной системе).

2.2. Система отсчета, тело отсчета

Всякое движение *относительно,* поэтому для описания движения необходимо условиться, относительно какого другого тела будет отсчитываться перемещение данного тела. *Выбранное для этой цели тело называют* ***телом отсчета.***

Практически, для описания движения приходится связывать с телом отсчета *систему координат* (декартова, сферическая, и т.д.).

***Система отсчета** – совокупность системы координат и часов, связанных с телом по отношению к которому изучается движение.*

Движения тела, как и материи, вообще не может быть вне времени и пространства. Материя, пространство и время неразрывно связаны между собой (нет пространства без материи и времени и наоборот).

Движения тела, как и материи, вообще не может быть вне времени и пространства. Материя, пространство и время неразрывно связаны между собой (нет пространства без материи и времени и наоборот).

Пространство трехмерно, поэтому «естественной» системой координат является, декартова или прямоугольная система координат, которой мы в основном и будем пользоваться.

В декартовой системе координат, используемой наиболее часто, положение точки *A* в данный момент времени по отношению к этой системе характеризуется тремя координатами *x*, *y*, *z* или радиус-вектором $\vec{r}$, проведенным из начала координат в данную точку (рисунок 2.1).

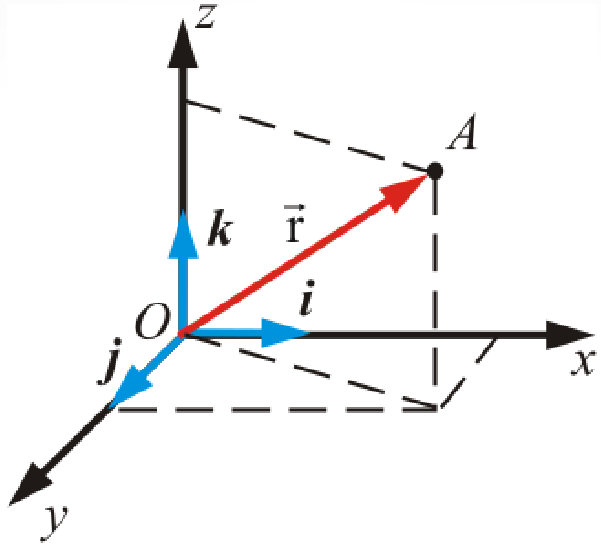

Рисунок 2.1

При движении материальной точки её координаты с течением времени изменяются.

В общем случае её движение определяется скалярными уравнениями:

$$x = x(t), \qquad y = y(t), \qquad z = z(t). \quad (2.2.1)$$

Эти уравнения эквивалентны векторному уравнению

$$\vec{r} = \vec{r}(t) = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}, \qquad (2.2.2)$$

где *x, y, z* – проекции радиус-вектора $\vec{r}$ на оси координат, а ***i, j, k*** – единичные векторы, направленные по соответствующим осям.

Уравнения (2.2.1) и (2.2.2) называются ***кинематическими уравнениями движения материальной точки.***

Число независимых координат, полностью определяющих положение точки в пространстве, называется ***числом степеней свободы.***

Если материальная точка движется в пространстве, то она имеет три степени свободы (координаты x, y, z). Если она движется на плоскости – две степени свободы. Если вдоль линии – одна степень свободы.

Всякое движение тела можно разложить на два основных вида движения – *поступательное и вращательное*.

Поступательное – это такое движение, при котором любая прямая связанная с движущимся телом остается параллельной самой себе и все точки твердого тела совершают равные перемещения за одинаковое время (рисунок 2.2).

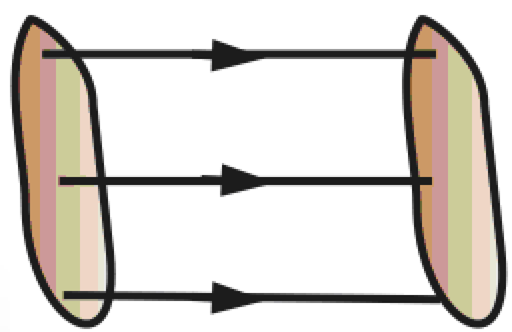

Рисунок 2.2

При ***вращательном движении*** все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной и той же прямой, называемой *осью вращения* (рисунок 2.3). Из определения вращательного движения ясно, что понятие вращательного движения для материальной точки неприемлемо.

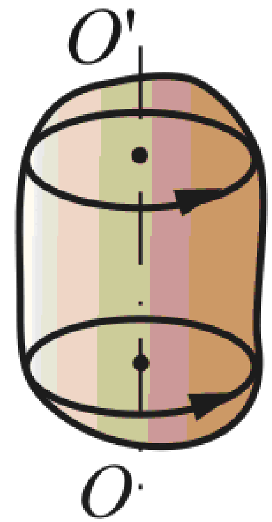

Рисунок 2.3

2.3. Кинематика материальной точки.

2.3.1. Путь, перемещение

Положение точки *A* в пространстве можно задать с помощью радиус-вектора $\vec{r}_1$ проведенного из точки отсчета *O* или начала координат (рисунок 2.4).

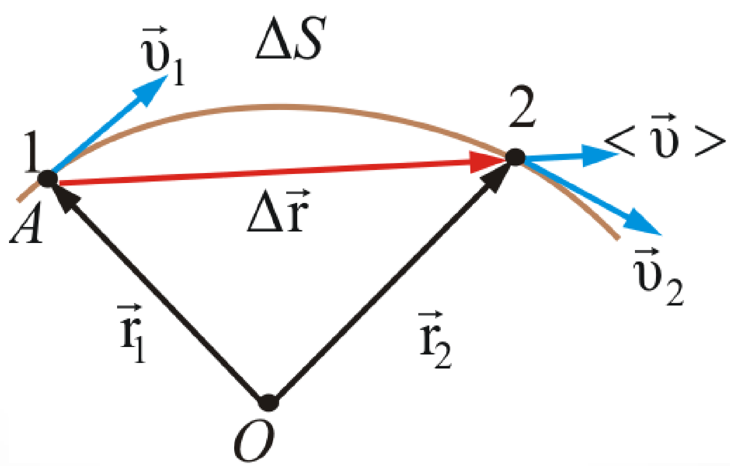

Рисунок 2.4

При движении точки *A* из точки 1 в точку 2 её радиус-вектор изменяется и по величине, и по направлению, т.е. $\vec{r}$ зависит от времени *t.*

Геометрическое место точек концов $\vec{r}$ *называется* ***траекторией точки****.* Длина траектории есть путь ΔS. Если точка движется по прямой, то приращение $|\Delta\vec{r}|$ равно пути ΔS.

Пусть за время Δt точка *A* переместилась из точки 1 в точку 2. ***Вектор перемещения*** $\vec{r}_1$ есть приращение $\Delta\vec{r}$ за время Δt

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (x - x_0)\boldsymbol{i} + (y - y_0)\boldsymbol{j} + (z - z_0)\boldsymbol{k}; \quad (2.3.1)$$

$$\Delta\vec{r} = \Delta x\boldsymbol{i} + \Delta y\boldsymbol{j} + \Delta z\boldsymbol{k}; \quad (2.3.2)$$

$$|\Delta\vec{r}| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}. \quad (2.3.3)$$

2.3.2. Скорость

Средний вектор скорости определяется как отношение вектора перемещения $\Delta\vec{r}$ ко времени Δt, за которое это перемещение произошло:

$$\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \langle \vec{\upsilon} \rangle$$

Вектор $\langle \vec{\upsilon} \rangle$ совпадает с направлением вектора $\Delta\vec{r}$ (рисунок 2.4).

Мгновенная скорость в точке 1:

$$\vec{\upsilon} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\mathrm{r}}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\vec{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}.$$

Мгновенная скорость $\vec{\upsilon}$ *вектор скорости в данный момент времени равен первой производной от* $\vec{\mathrm{r}}$ *по времени и направлен по касательной к траектории в данной точке в сторону движения точки А.*

Модуль вектора скорости

$$\upsilon \equiv |\vec{\upsilon}| = \left|\frac{\mathrm{d}\vec{\mathrm{r}}}{\mathrm{d}t}\right|.$$

При $\Delta t \to 0$ т.е. на бесконечно малом участке траектории $\Delta S = \Delta r$ (перемещение совпадает с траекторией).

В этом случае мгновенную скорость можно выразить через скалярную величину – путь

$$\upsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}; \qquad \text{или} \qquad \upsilon = \frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}.$$

Так вычислять скорость проще, т.к. S – скаляр

Обратное действие – интегрирование (рисунок 2.5).

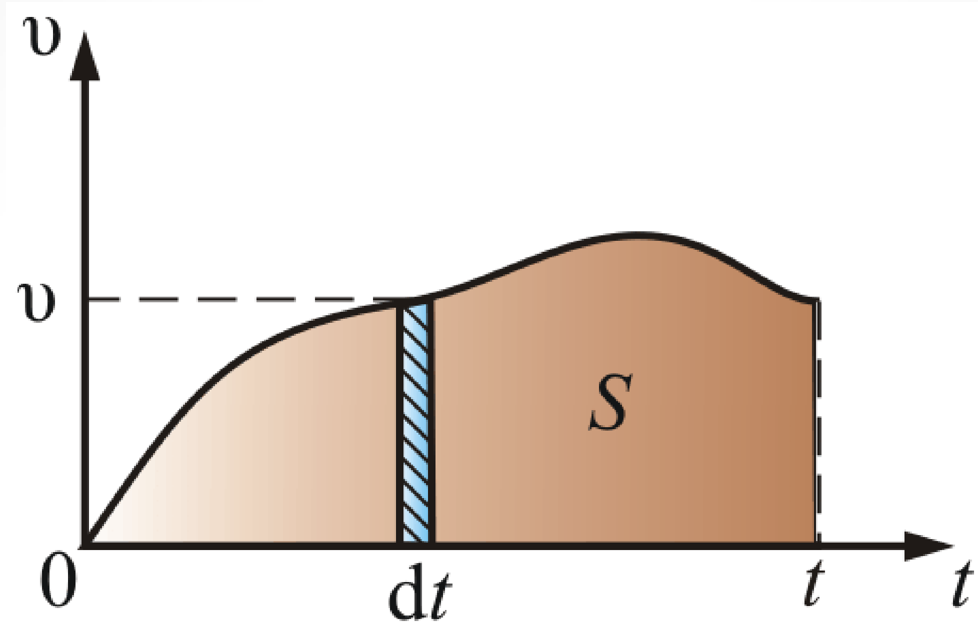

Рисунок 2.5

$\mathrm{d}S = \upsilon \mathrm{d}t$ – площадь бесконечно узкого прямоугольника. Чтобы вычислить весь путь *S* за время *t*, надо сложить площади всех прямоугольников.

$$S = \int_0^t \upsilon \mathrm{d}t. \qquad (2.3.5)$$

Геометрический смысл этого интеграла в том, что площадь под кривой $\upsilon(t)$ *есть путь тела за время t.*

Принцип независимости движения. (Принцип суперпозиции)

Рассмотрим простой опыт (рисунок 2.6). Первый шарик участвует в двух движениях, второй – в одном, но, так как вертикально вниз на оба шарика действует только одна сила, равная для обоих шариков – сила тяжести, то они упадут на пол одновременно.

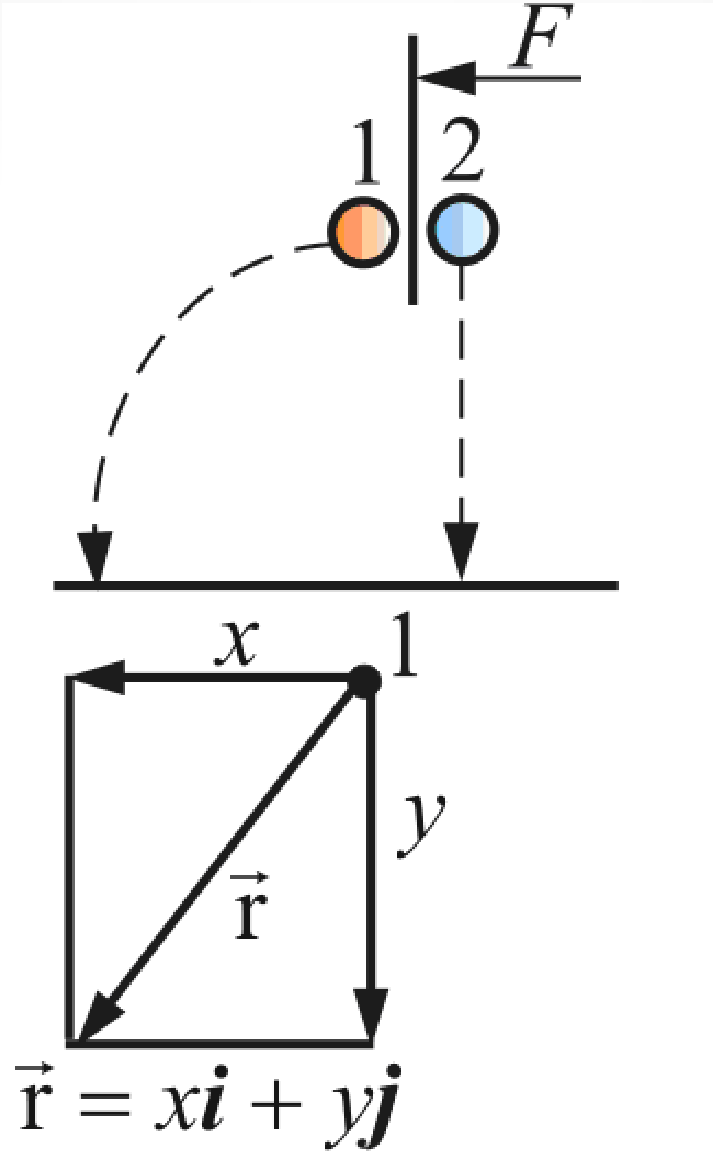

Рисунок 2.6

Этот эксперимент доказывает *принцип независимости движения* (*действия сил*).

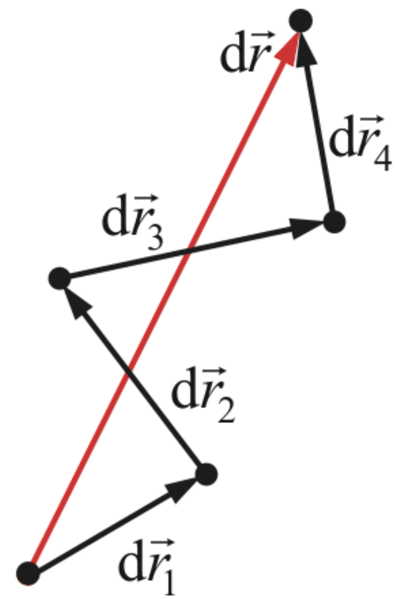

Рисунок 2.7

Если материальная точка участвует в нескольких движениях (рисунок 2.7), то ее *результирующее перемещение* $d\vec{r}$ *равно векторной сумме перемещений*, обусловленных каждым из этих движений в отдельности.

В общем случае:

$$d\vec{r} = d\vec{r}_1 + d\vec{r}_2 + \ldots + d\vec{r}_i + d\vec{r}_n = \sum_{i=1}^{n} d\vec{r}_i,$$

но так как $\vec{\upsilon} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$ то $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_1 + \vec{\upsilon}_2 + \ldots + \vec{\upsilon}_i + \vec{\upsilon}_n$

или $\vec{\upsilon} = \sum_{i=1}^{n} \vec{\upsilon}_{\mathbf{i}}.$

Таким образом, *скорость тоже подчиняется принципу независимости движения.*

В дальнейшем мы подробнее рассмотрим принцип независимости действия сил.

В физике существует общий принцип, который называется ***принцип суперпозиций (принцип наложения)*** *– допущение, согласно которому результирующий эффект сложного процесса взаимодействия представляет собой сумму эффектов, вызываемых каждым воздействием в отдельности, при условии, что последние взаимно не влияют друг на друга.*

Принцип суперпозиции играет большую роль в теории колебаний, теории цепей и других разделах физики и техники.

2.3.3. Проекция вектора скорости на оси координат

В векторной форме уравнения записываются легко и кратко. Но для практических вычислений нужно знать проекции вектора на оси координат выбранной системы отсчета. Положение точки *A* (рисунок 2.8) задается радиус-вектором $\vec{r}$. Спроецируем вектор $\vec{r}$ на оси – *x*, *y*, *z*.

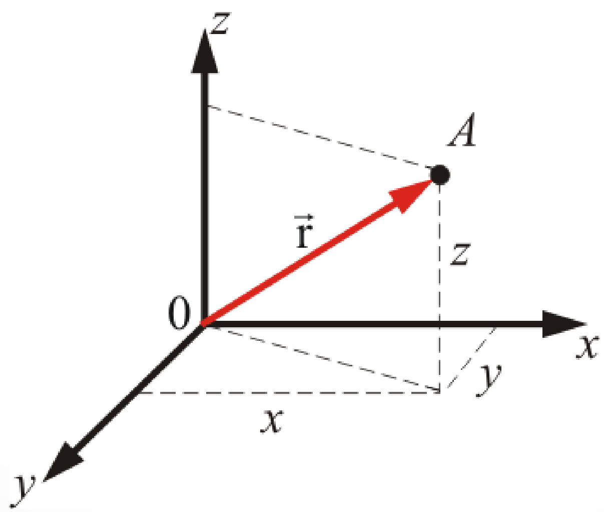

Рисунок 2.8

Понятно, что *x*, *y*, *z* зависят от времени *t*, т.е. *x*(*t*), *y*(*t*), *z*(*t*). Зная зависимость этих координат от времени (закон движения точки) можно найти в каждый момент времени скорость точки.

Проекция вектора скорости $\vec{\upsilon}$ на ось *x*

равна: $$\upsilon_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

Здесь d*x* – проекция вектора перемещения $\mathrm{d}\vec{\mathrm{r}}$ на ось *x.*

Аналогично: $$\upsilon_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}; \quad \upsilon_z = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}.$$

Модуль вектора скорости $\upsilon = \sqrt{\upsilon^2{}_x + \upsilon^2{}_y + \upsilon^2{}_z}$

Так как $\vec{\upsilon}$ вектор, то

$$\vec{\upsilon} = \upsilon_x \boldsymbol{i} + \upsilon_y \boldsymbol{j} + \upsilon_z \boldsymbol{k} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}, \quad (2.3.6)$$

где ***i, j, k*** единичные векторы – орты.

2.3.4. Ускорение.

Нормальное и тангенциальное ускорения

В произвольном случае движения скорость не остается постоянной. *Быстрота изменения скорости по времени и направлению характеризуются* **ускорением**:

$$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{\upsilon}}{\mathrm{d}t} \qquad (2.3.7)$$

Ускорение $\vec{\upsilon}$ величина векторная. При криволинейном движении $\vec{\tau}$ изменяется также и по направлению. В какую сторону? С какой скоростью? Из выражения (2.3.9) на эти вопросы не ответишь.

Введем *единичный вектор* (рисунок 2.9), связанный с точкой 1 и направленный по касательной к траектории движения точки 1 (векторы $\vec{\upsilon}$ и $\vec{\tau}$ в точке 1 совпадают). Тогда можно записать: $\vec{\upsilon} = \upsilon\vec{\tau},$

Где $\upsilon = \left|\vec{\upsilon}\right|$ – модуль вектора скорости.

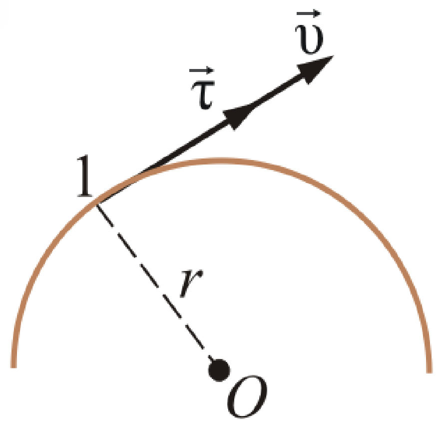

Рисунок 2.9

Найдем ускорение

$$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{\upsilon}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}t}\vec{\tau} + \upsilon\frac{\mathrm{d}\vec{\tau}}{\mathrm{d}t} = \vec{a}_{\tau} + \vec{a}_{n}. \quad (2.3.8)$$

Получили два слагаемых ускорения.

$\vec{a}_{\tau}$ – *тангенциальное ускорение*, совпадающее с направлением $\vec{\upsilon}$ в данной точке.

$$\vec{a}_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}\vec{\tau} \quad \text{или по модулю} \quad a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}, \qquad (2.3.9)$$

где $\frac{d\upsilon}{dt}$ – скорость изменения модуля вектора скорости $\vec{\upsilon}$

Итак $\vec{a}_\tau$ показывает изменение вектора скорости по величине:

- если $\frac{d\upsilon}{dt} > 0$ то $\vec{a}_\tau$ направлено в ту же сторону, что и вектор $\vec{\upsilon}$ т.е. ускоренное движение;
- если $\frac{d\upsilon}{dt} < 0$ то $\vec{a}_\tau$ направлено в противоположную сторону $\vec{\upsilon}$ т.е. замедленное движение;
- при $\frac{d\upsilon}{dt} = 0$ то $\vec{a}_\tau = 0$, $\vec{\upsilon} = \text{const}$ – движение с постоянной по модулю скоростью.

Рассмотрим подробнее второе слагаемое уравнения (2.3.8)

$$\vec{a}_n = \upsilon \frac{\mathrm{d}\vec{\tau}}{\mathrm{d}t}.$$

Быстрота изменения направления касательной $(\mathrm{d}\vec{\tau}/\mathrm{d}t)$ к траектории определяется скоростью движения точки по окружности и степенью искривленности траекторий.

Степень искривленности плоской кривой характеризуется *кривизной C*.

Радиус кривизны r – радиус такой окружности, которая сливается с кривой в данной точке на бесконечно малом ее участке d*S.*

Центры таких окружностей – центры кривизны т. O и O'
(рисунок 2.10)

$$r = \frac{1}{C} = \lim_{\Delta\phi \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta \phi} = \frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}\phi}. \qquad (2.3.10)$$

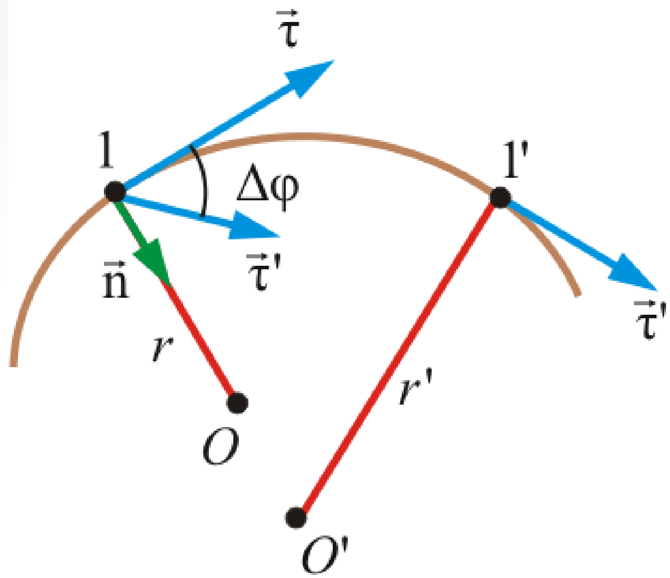

Рисунок 2.10

Скорость изменения направления касательной можно выразить как произведение скорости изменения угла на единичный вектор, показывающий направление изменения угла:

$$\frac{\mathrm{d}\vec{\tau}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}\vec{\mathrm{n}},$$

здесь $\vec{n}$ – единичный вектор, направленный перпендикулярно касательной $(\vec{\tau})$ в данной точке, т.е. по радиусу кривизны к центру кривизны.

Из (2.3.12) следует, что $\mathrm{d}\phi = \frac{\mathrm{d}S}{r}$ но т.к. $\mathrm{d}S = \upsilon \mathrm{d}t$

то $\mathrm{d}\phi = \frac{\upsilon \mathrm{d}t}{r}$.

Тогда $\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = \frac{\upsilon}{r}$ следовательно, $\frac{\mathrm{d}\vec{\tau}}{\mathrm{d}t} = \frac{\upsilon}{r}\vec{n}$ наконец,

$\upsilon \frac{\mathrm{d}\vec{\tau}}{\mathrm{d}t} = \frac{\upsilon^2}{r}\vec{n}$ т.е. $\vec{a}_n = \frac{\upsilon^2}{r}\vec{n}$,

здесь $\vec{a}_n$ – ***нормальное ускорение*** или ***центростремительное***, т.к. направлено оно к центру кривизны, перпендикулярно вектору $\vec{\tau}$

Нормальное ускорение *показывает быстроту изменения направления вектора скорости*

$$\left|\vec{a}_n\right| = a_n = \frac{\upsilon^2}{r}. \qquad (2.3.11)$$

Центростремительным называют ускорение – когда движение происходит по окружности. А когда движение происходит по произвольной кривой – говорят, *нормальное ускорение,* перпендикулярное к касательной в любой точке траектории.

Итак, возвращаясь к выражению (2.3.8), можно записать что, *суммарный вектор ускорения при движении точки вдоль плоской кривой* равен:

$$\vec{a} = \vec{a}_{\tau} + \vec{a}_{n} = \frac{d\upsilon}{dt}\vec{\tau} + \frac{\upsilon^2}{r}\vec{n}.$$

Изобразим на рисунке 2.11 взаимное расположение векторов ускорения:

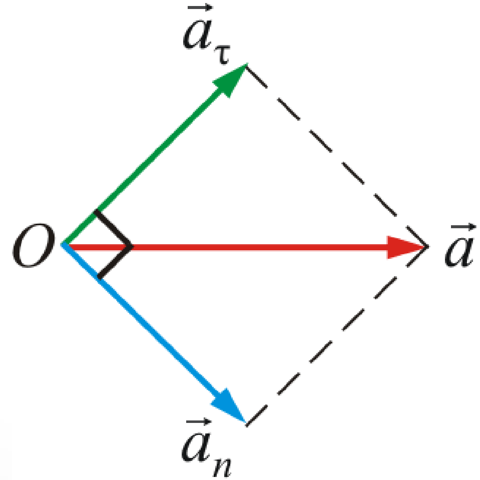

Рисунок 2.11

Как видно из этого рисунка, модуль общего ускорения равен:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} \qquad (2.3.12)$$

Рассмотрим несколько предельных (частных) случаев:

$a_\tau = 0;\ a_n = 0$ – равномерное прямолинейное движение;

$a_\tau = \text{const};\ a_n = 0$ – равноускоренное прямолинейное движение;

$a_\tau = 0;\ a_n = \text{const}$ – равномерное движение по окружности.

Вспомним несколько полезных формул:

При равномерном движении $S = \int_0^t \upsilon \mathrm{d}t = \upsilon t$

При движении с постоянным ускорением

$$S = \int_0^t at\mathrm{d}t = a\int_0^t t\mathrm{d}t = \frac{at^2}{2},$$

Если $\upsilon = \upsilon_0 \pm at$ (*a* = const) то:

$$S = S_0 + \upsilon_0 t \pm \frac{at^2}{2}. \qquad (2.3.13)$$

Обратная задача кинематики заключается в том, что по известному значению ускорения *a*(*t*) найти скорость точки и восстановить траекторию движения *r*(*t*). Пусть нам известно ускорение точки в каждый момент времени.

По определению $a(t) = \frac{\mathrm{d}\upsilon(t)}{\mathrm{d}t}$, имеем

отсюда $$\upsilon(t) = \upsilon(t_0) + \int_{t_1}^{t_2} a(t)\mathrm{d}t$$

или, так как $\upsilon(t) = \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$,

Следовательно $$r(t) = r(t_0) + \int_{t_1}^{t_2} \upsilon(t)\mathrm{d}t.$$

2.4. Кинематика твердого тела

Различают пять видов движения твердого тела:

- *поступательное*;
- *вращательное вокруг неподвижной оси*;
- *плоское*;
- *вокруг неподвижной точки*;
- *свободное.*

Поступательное движение и *вращательное* движение вокруг оси – основные виды движения твердого тела. Остальные виды движения твердого тела можно свести к одному их этих основных видов или к их совокупности.

2.4.1. Поступательное движение твердого тела

Как было отмечено в п. 2.1, ***поступательное движение*** *– это такое движение твердого тела, при котором любая прямая, связанная с телом, остается параллельной своему начальному положению и при этом, все точки твердого тела совершают за один и тот же промежуток времени* ***равные перемещения*** (рисунок 2.2). Поэтому скорости и ускорения *всех точек* твердого тела в данный момент времени t одинаковы. Это позволяет свести изучение поступательного движения твердого тела к изучению движения отдельной точки, т.е. к задаче кинематики материальной точки, подробно рассмотренной в п. 2.3.

2.4.2. Вращательное движение вокруг неподвижной оси

Движение твердого тела, при котором две его точки O и O' остаются неподвижными, называется ***вращательным движением вокруг неподвижной оси****, а неподвижную прямую OO' называют* ***осью вращения****.*

Пусть абсолютно твердое тело вращается вокруг неподвижной оси *OO'* (рисунок 2.12).

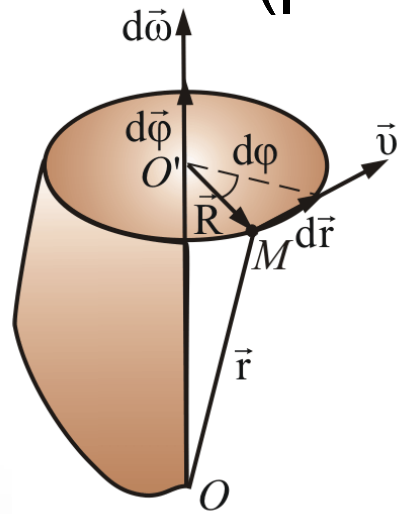

Рисунок 2.12

Проследим за некоторой точкой *M* этого твердого тела. За время $\mathrm{d}t$ точка *M* совершает элементарное перемещение

При том же самом угле поворота $\mathrm{d}\phi$ другая точка, отстоящая от оси на большее или меньшее расстояния, совершает другое перемещение. Следовательно, ни само перемещение некоторой точки твердого тела, ни первая производная $\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$ ни вторая производная $\frac{\mathrm{d}^2 r}{\mathrm{d}t^2}$ не могут служить характеристикой движения всего твердого тела.

За это же время dt, радиус-вектор $\vec{R}$ проведенный из точки O' в точку M, повернется на угол $d\phi$

На такой же угол повернется радиус-вектор любой другой точки (т.к. тело абсолютно твердое – в противном случае расстояние между точками должно измениться).

Значит, *угол поворота* $d\phi$ характеризует *перемещения всего тела за время* dt.

Удобно ввести $d\vec{\varphi}$ – вектор элементарного поворота тела, численно равный и направленный вдоль оси вращения OO' так, чтобы глядя вдоль вектора мы видели вращение по часовой стрелке (например, направление вектора $d\vec{\varphi}$ и $d\phi$ направление вращения связаны правилом буравчика).

Элементарные повороты удовлетворяют обычному правилу сложения векторов:

$$d\vec{\varphi} = d\vec{\varphi}_1 + d\vec{\varphi}_2 .$$

Угловой скоростью $\vec{\omega}$ *называется вектор численно равный первой производной от угла поворота по времени и направленный вдоль оси вращения в направлении* $d\vec{\varphi}$ ($\vec{\omega}$ и $d\vec{\varphi}$ всегда направлены в одну сторону).

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}, \text{ или } \omega = \frac{d\phi}{dt}. \qquad (2.4.1)$$

Если ω – const, то имеет место равномерное вращение тела вокруг неподвижной оси.

Пусть $\vec{\upsilon}$ – линейная скорость точки *M*. За промежуток времени d*t* точка *M* проходит путь $dr = \upsilon dt.$ В то же время $dr = R d\phi$ (центральный угол). Тогда,

$$\upsilon = \frac{dr}{dt} = \frac{R d\phi}{dt} = \omega R \quad . \qquad (2.4.2)$$

В векторной форме $\vec{\upsilon} = [\vec{\omega}, \vec{R}]$

Вектор $\vec{\upsilon}$ ортогонален к векторам $\vec{\omega}$ и $\vec{R}$ и направлен в ту же сторону, что и векторное произведение $[\vec{\omega}, \vec{R}]$

Наряду с угловой скоростью вращения используют понятия периода и частоты вращения.

Период *Т – промежуток времени, в течение которого тело совершает полный оборот* (т.е. Поворот на угол $\phi = 2\pi$)

Частота ν – *число оборотов тела за* 1 *секунду.*

При вращении с угловой скоростью ω, имеем:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu;$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega};$$

$$\nu = \frac{1}{T}.$$

Введем вектор ***углового ускорения*** $\vec{\varepsilon}$ для характеристики *неравномерного вращения тела*:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \qquad (2.4.3)$$

Вектор $\vec{\varepsilon}_{+}$ направлен в ту же сторону, что и $\vec{\omega}$ при $\left(\frac{d\omega}{dt} > 0\right)$ ускоренном вращении, а $\vec{\varepsilon}_{-}$ направлен в $\left(\frac{d\omega}{dt} < 0\right)$ противоположную сторону при замедленном вращении (рисунок 2.13).

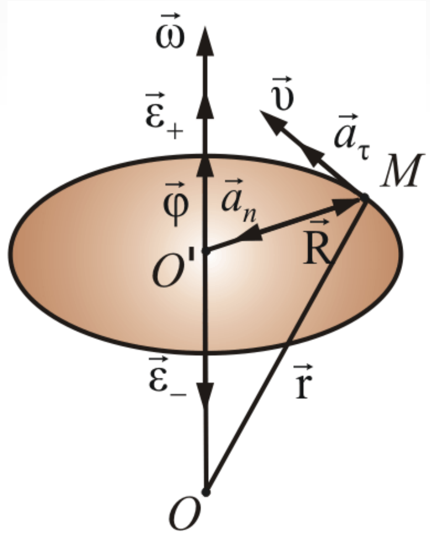

Рисунок 2.13

Как и любая точка твердого тела, точка *M* имеет нормальную и тангенциальную составляющие ускорения. Выразим нормальное и тангенциальное ускорения точки *M* через угловую скорость и угловое ускорение:

$$a_\tau = \frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\omega R) = R\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = R\varepsilon;$$

$$a_\tau = R\varepsilon; \qquad (2.4.4)$$

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R} = \omega R. \qquad (2.4.5)$$

Обратите внимание. *Все кинематические параметры, характеризующие вращательное движение* (*угловое ускорение, угловая скорость и угол поворота*) ***направлены вдоль оси*** *вращения.*

Формулы простейших случаев вращения тела вокруг неподвижной оси:

- равномерное вращение $\varepsilon = 0; \omega = \mathrm{const};$

$$\phi = \phi_0 \pm \omega t;$$

- равнопеременное вращение $\varepsilon = \mathrm{const};$

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t \qquad \phi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}$$