

# **ДИФРАКЦИЯ**

## **Содержание:**

- 1. Введение**
- 2. Дифракция Френеля. Зоны Френеля**
- 3. Дифракция на отдельной щели**
- 4. Дифракционная решетка**
- 5. Голография**
- 6. Дифракция рентгеновских лучей**

# 1. Введение

**Дифракция света – в узком смысле – огибание лучами света границы непрозрачных тел (экранов); проникновение света в область геометрической тени.**

**В широком смысле дифракция света – проявление волновых свойств света .**

**Примеры: рассеяние света капельками тумана, формирование изображения оптическими системами (например, микроскопом) и т.п.**

**Дифракция волн тесно  
переплетается с явлениями  
распространения и рассеяния волн  
в неоднородных средах.**

**Дифракция света как волновое  
явление, исчезающее в пределе  $\lambda$   
 $\rightarrow 0$ , зависит от длины волны света  
 $\lambda$ .**

**Красный свет сильнее дифрагирует (сильнее отклоняется границами тел), чем фиолетовый, т.е. разложение белого света в спектр, вызванное дифракцией, имеет обратную последовательность цветов чем при разложении света в призме.**

**Проникновение света в область геометрической тени было известно уже в XVI–XVII вв., однако объяснение этому было дано лишь в XIX в.**

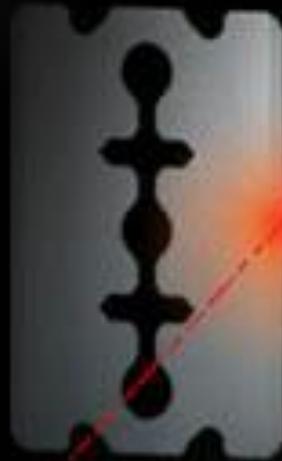
**Первая волновая трактовка дифракции волн дана Юнгом 1800 г., вторая – О. Френелем 1815.**

**В картине волнового поля, возникающей за препятствием, Юнг усматривал сочетание собственно дифракции волн и интерференции.**

**Согласно Юнгу, возникновение дифрагированной волны имеет локальный характер и происходит в некоторой окрестности границы тени за краем препятствия (рис. 1).**

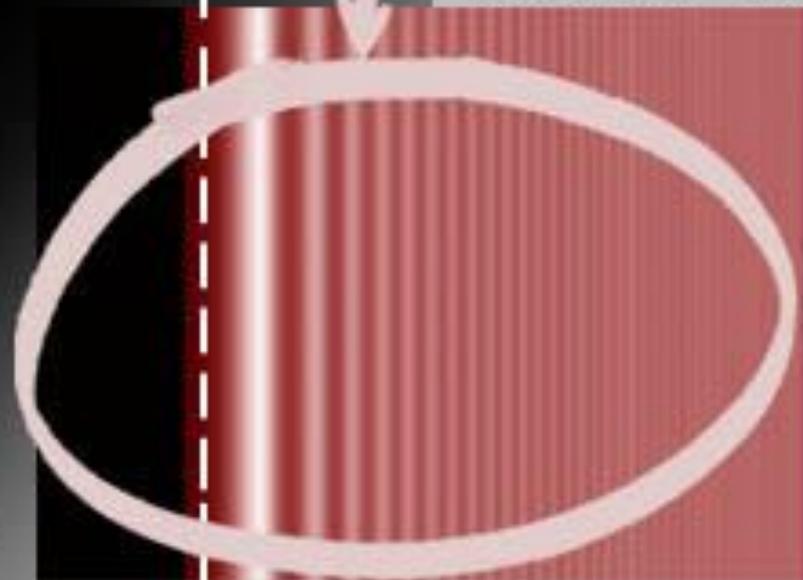
экран

препятствие на пути  
лазерного луча



Мнимая граница  
геометрической тени.

так в увеличении  
выглядит граница  
света и тени



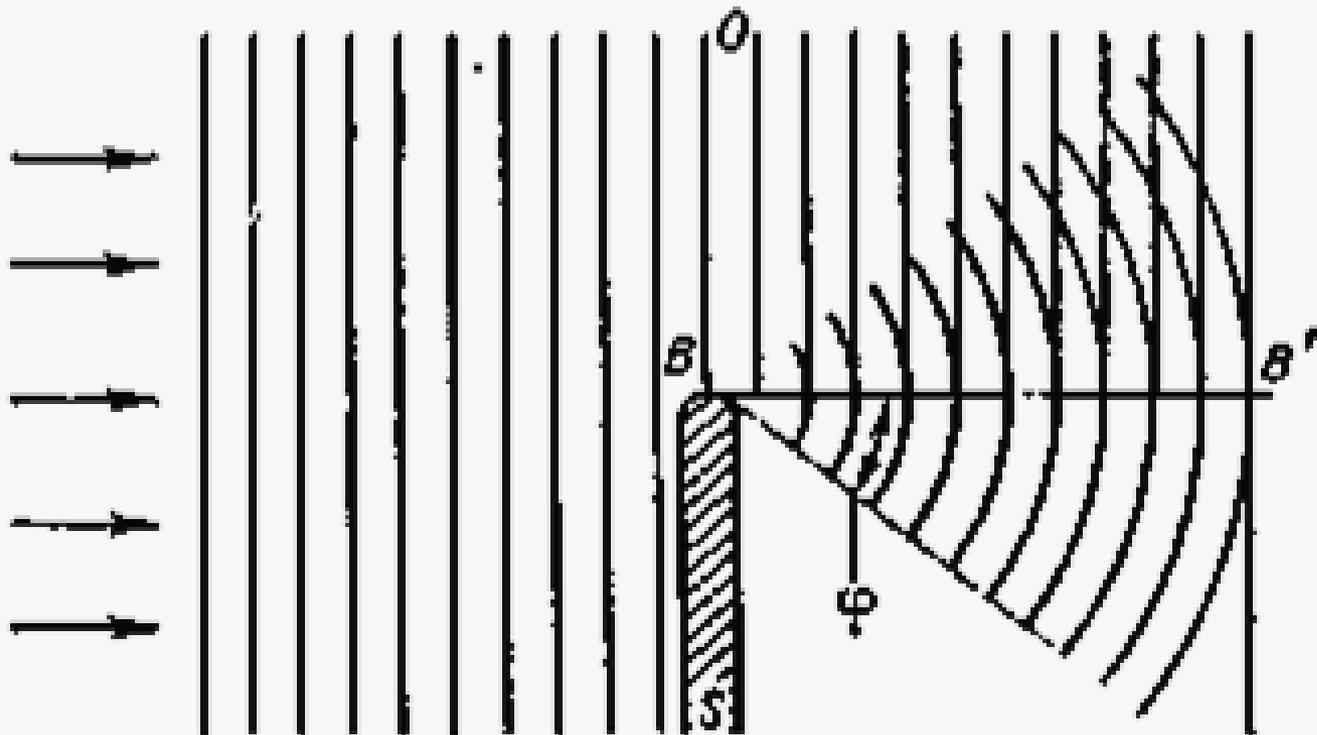


Рис. 1. Схема дифракции волн от края экрана по Юнгу

**Дифракция света, по Френелю, – результат интерференции вторичных волн.** Несмотря на недостатки, эта теория сохранила свое значение и служит основой расчетов дифракционных эффектов в инструментальной оптике.

**Явление дифракции применяется для изучения спектров излучения и поглощения различных веществ, а также применяется для исследования структуры строения веществ в рентгеноструктурном анализе.**

**Наконец, широко известный голографический способ восстановления объёмного изображения объекта также основан на явлении дифракции опорной волны на голограмме объекта, записанной на фотопластинке, также благодаря дифракции на ней опорной волны.**

Характер дифракции волн зависит от того, сколько зон укладывается в отверстии, или от значения френелевского (волнового) параметра  $p$ :

$$p = \frac{\sqrt{\lambda z}}{a}$$

$z$  – координата точки наблюдения;  
 $a$  – радиус отверстия.

$p \ll 1$  – геометрооптическая (прожекторная) область;

$p \sim 1$  – область дифракции Френеля;

$p \gg 1$  – область дифракции Фраунгофера.

## 2. Дифракция Френеля. Зоны Френеля

Дифракцией Френеля называется дифракция когда фронт волны является не плоским, а сферическим.

Для подсчета интенсивности света от источника  $S$  в точке наблюдения  $P$  Френель предложил разбить фронт волны на ряд кольцевых зон.

Таким образом, чтобы расстояние от сферической волновой поверхности до точки наблюдения для каждой последующей зоны Френеля увеличивалось на  $\lambda/2$  и волны от двух соседних зон приходили в точку наблюдения  $P$  в противофазе и гасили друг друга, рис. 2.

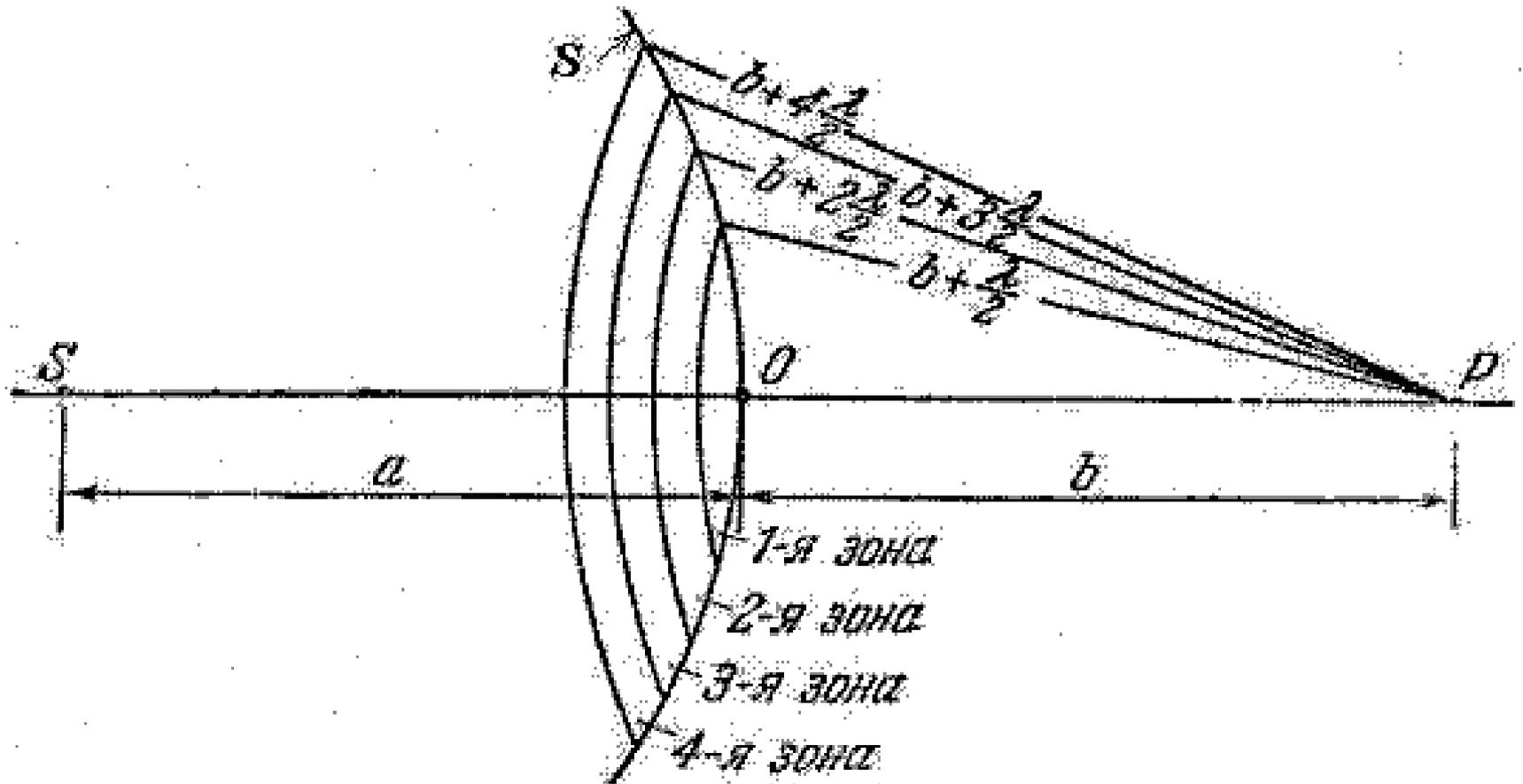
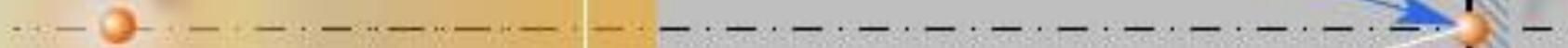


Рис. 2

Источник  
света

Экран

$L$

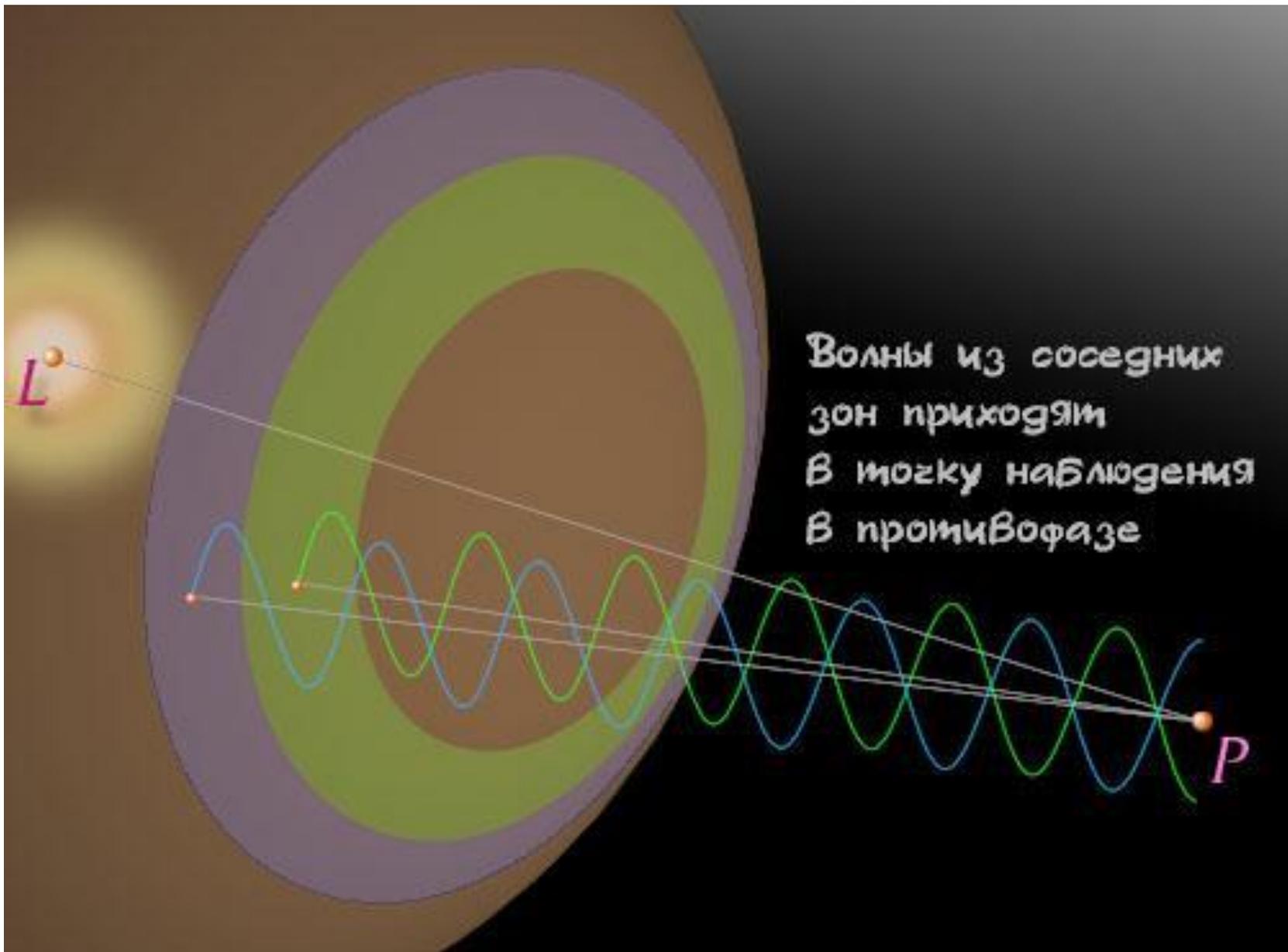


$\vec{z}_n$

$\varphi$

$\vec{n}$

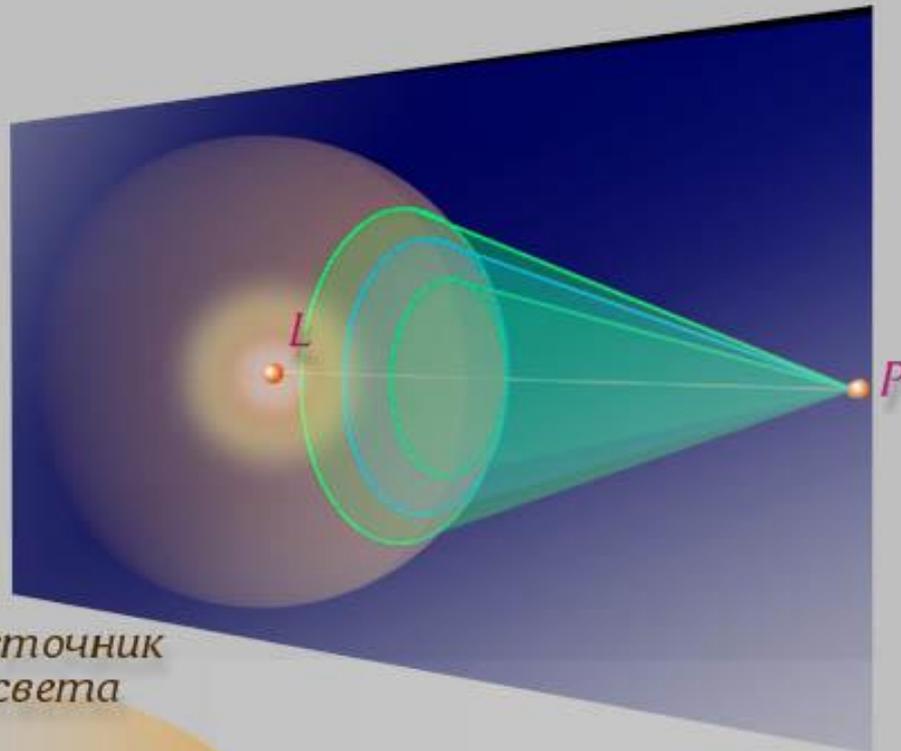
$P$



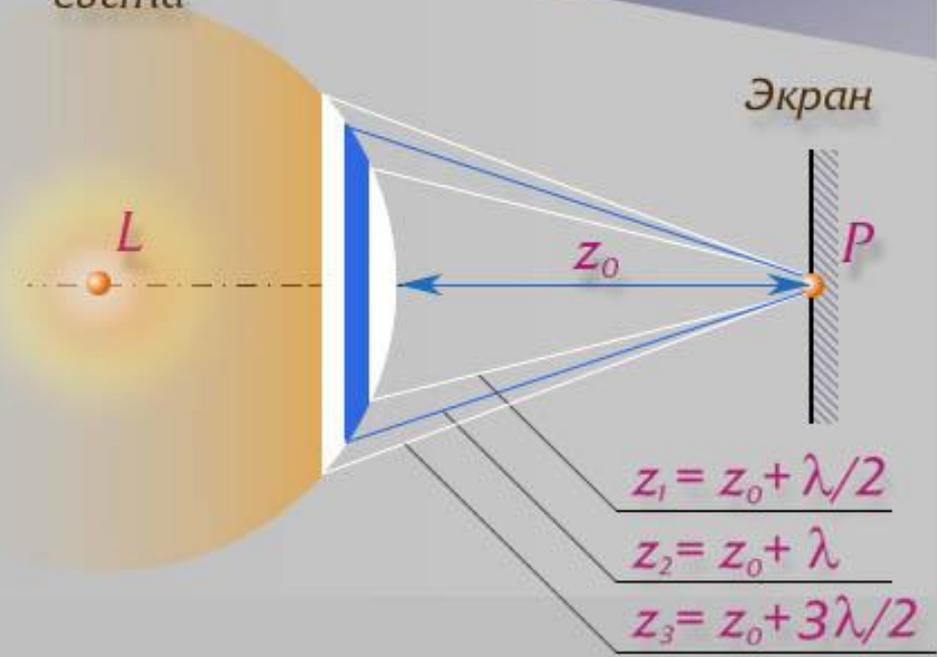
Волны из соседних зон приходят в точку наблюдения в противофазе

В случае, когда расстояние  $a$  до источника света  $S$  и расстояние  $b$  до точки наблюдения  $P$  много больше размеров зон Френеля, то поверхность  $\Delta S_m$   $m$ -ой зоны Френеля определяются по формулам,  $\Delta S_m$  одинакова для всех зон

$$\Delta S_m = \frac{\pi ab \lambda}{a + b}$$



Источник  
света



Экран

Амплитуды  $A_1, A_2, \dots$  от отдельных зон Френеля в точке наблюдения  $P$  представляют собой убывающую последовательность  $A_1 > A_2 > \dots > A_m \dots$ . Фазы колебаний, возбуждаемые соседними зонами, отличаются на  $\lambda/2$ . Поэтому амплитуда  $A$  результирующего колебания в точке  $P$  может быть представлена в виде  $A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 \dots =$

$$= A_1/2 + (A_1/2 - A_2 + A_3/2) + (A_3/2 - A_4 + A_5/2) + \dots = A_1/2$$

Из-за медленного монотонного убывания амплитуд имеет место формула  $A_m = (A_{m-1} + A_{m+1})/2$ .

Если на пути световых волн поставить пластинку, которая перекрывает все четные зоны (рис. 3), то интенсивность света в точке  $P$  резко возрастает.

$$A = A_1 + A_3 + A_5 + \dots$$



Зонная пластинка Френеля

Такая пластина называется *зонной или линзой Вуда*.

Можно добиться ещё большей степени фокусировки излучения, если в линзе Вуда вместо кольцевых металлических экранов использовать диэлектрические, изменяющие на  $180^\circ$  фазу, проходящего через них света.

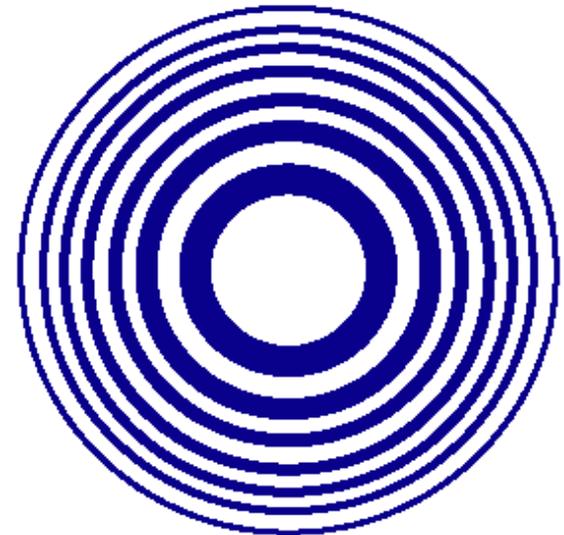


Рис. 3. Зонная пластинка – перекрыты все четные зоны Френеля на волновой поверхности

Если открыто ровно  $m$  первых зон Френеля, то амплитуда в точке  $P$  равна  $A = A_1 - A_2 + \dots \pm A_m$ .

Если  $m$  нечетное число, то эта формула преобразуется в следующую  $A = A_1/2 + A_m/2$ , и в точке  $P$  поле усиливается, интенсивность  $I$  имеет максимум.

Если  $m$  четное число, то  $A = A_1/2 - A_m/2$ , и в точке  $P$  получается темное пятно.

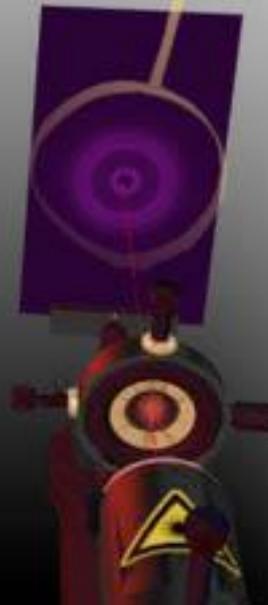
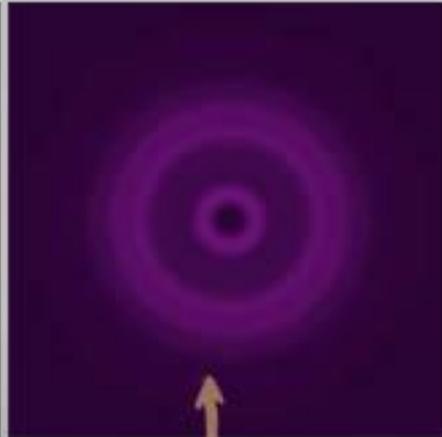
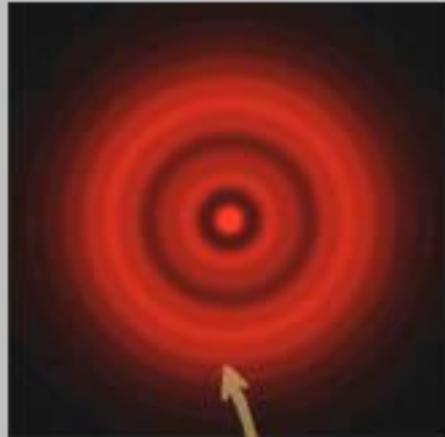
# Дифракция на круглом отверстии

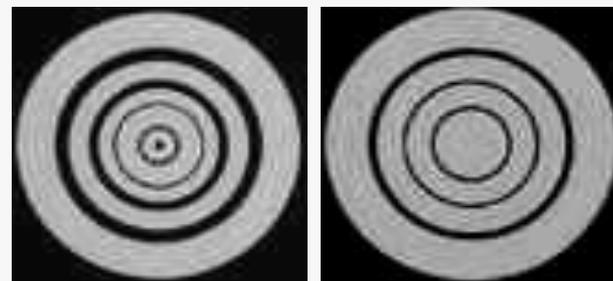
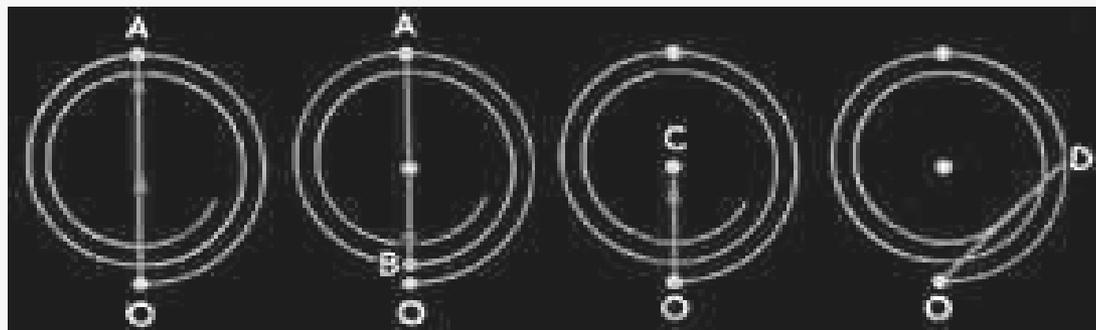
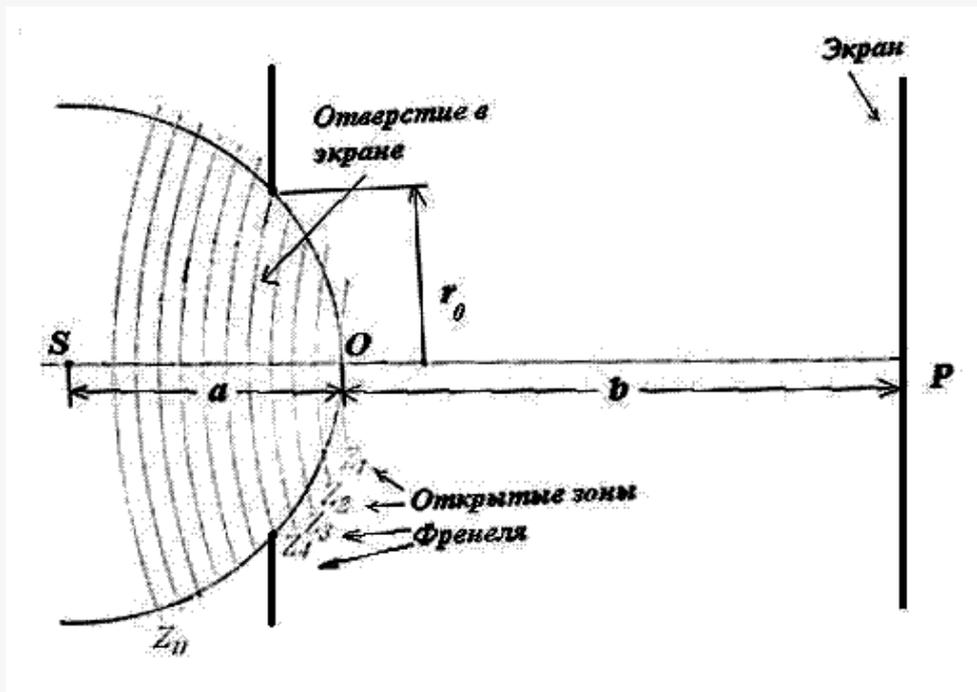
Пусть расстояние  $b = 100$  см;  $\lambda = 630$  нм (длина волны He–Ne лазера); радиус первой зоны Френеля  $r_1 = 0,8$  мм (рис.4).

Этот пример показывает, что в обычных условиях угловой размер зон Френеля достаточно мал (в данном примере  $\Delta\alpha = 10^{-3}$  рад), малым является и угол  $\alpha$  между нормалью к фронту падающей волны и направлением на точку наблюдения.

Диафрагму  
заполняем  
негетное  
число зон Френеля

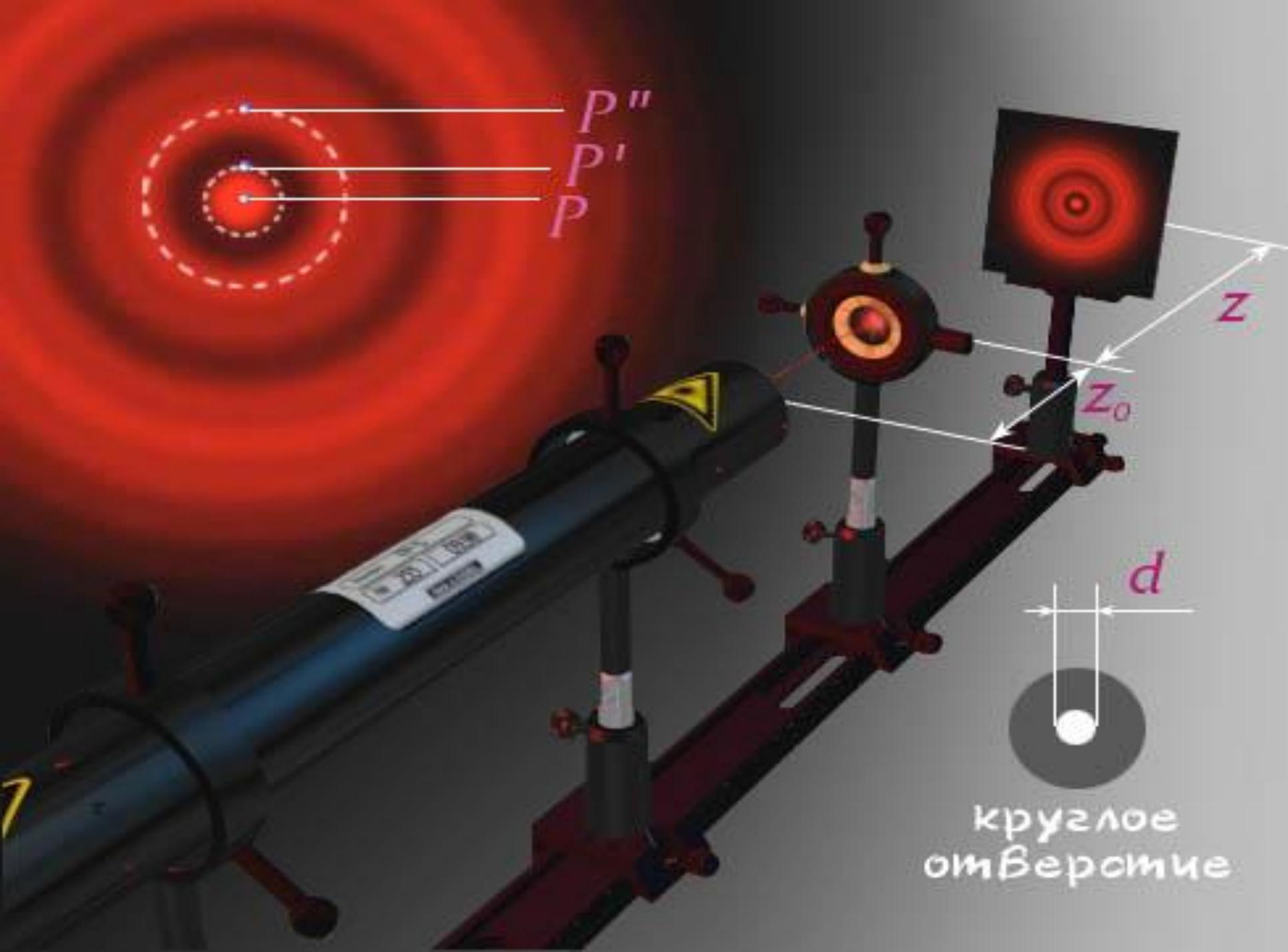
Диафрагму  
заполняем  
гетное  
число зон Френеля





**Рис. 4. Дифракция на круглом отверстии .**

**В центре будет темное пятно, если открыто четное число зон Френеля и светлое – если нечетное.**



$\rho''$   
 $\rho'$   
 $\rho$

$z$

$z_0$

$d$

круглое  
отверстие

*Дифракция на круглом диске.* Если закрыть  $m$  первых зон Френеля, то амплитуда в точке  $P$  будет равна (рис. 5)

$$A = A_{m+1} - A_{m+2} - \dots = A_{m+1}/2 + (A_{m+1}/2 - A_{m+2} + A_{m+3}/2) + \dots = A_{m+1}/2.$$

Таким образом, в центре геометрической тени, в точке  $P$  будет светлое пятно.

Светлое пятно в центре тени послужило причиной инцидента, происшедшего между Пуассоном и Френелем.

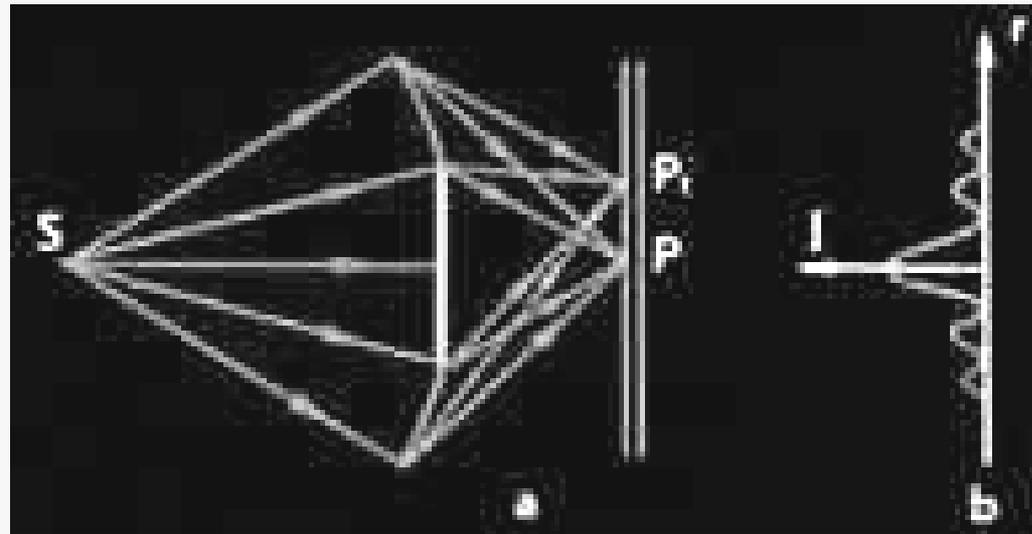
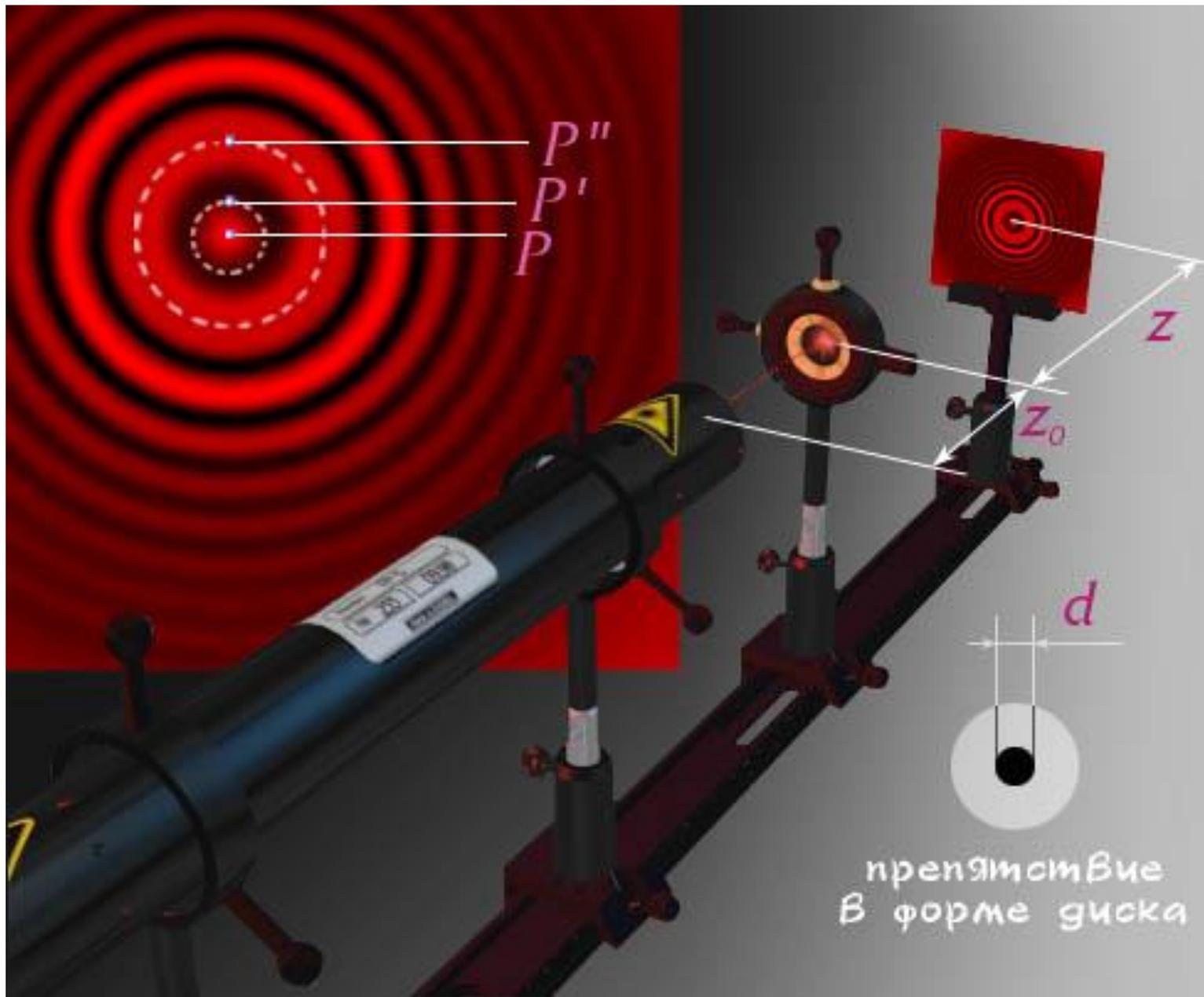


Рис. 5. Дифракция на круглом диске – в центре геометрической тени диска – светлое пятно – пятно Пуассона.

Парижская академия наук предложила дифракцию света в качестве темы на премию за 1818 г. Френелем была представлена работа, в которой все известные к тому времени оптические явления объяснялись с волновой точки зрения.

Пуассон, бывший членом конкурсной комиссии, обратил внимание на то, что из теории Френеля вытекает нелепый вывод, что в центре тени, отбрасываемой небольшим круглым диском, должно находиться светлое пятно.

Араго тут же произвёл опыт и обнаружил, что такое пятно действительно существует. Это принесло победу и всеобщее признание волновой теории света.



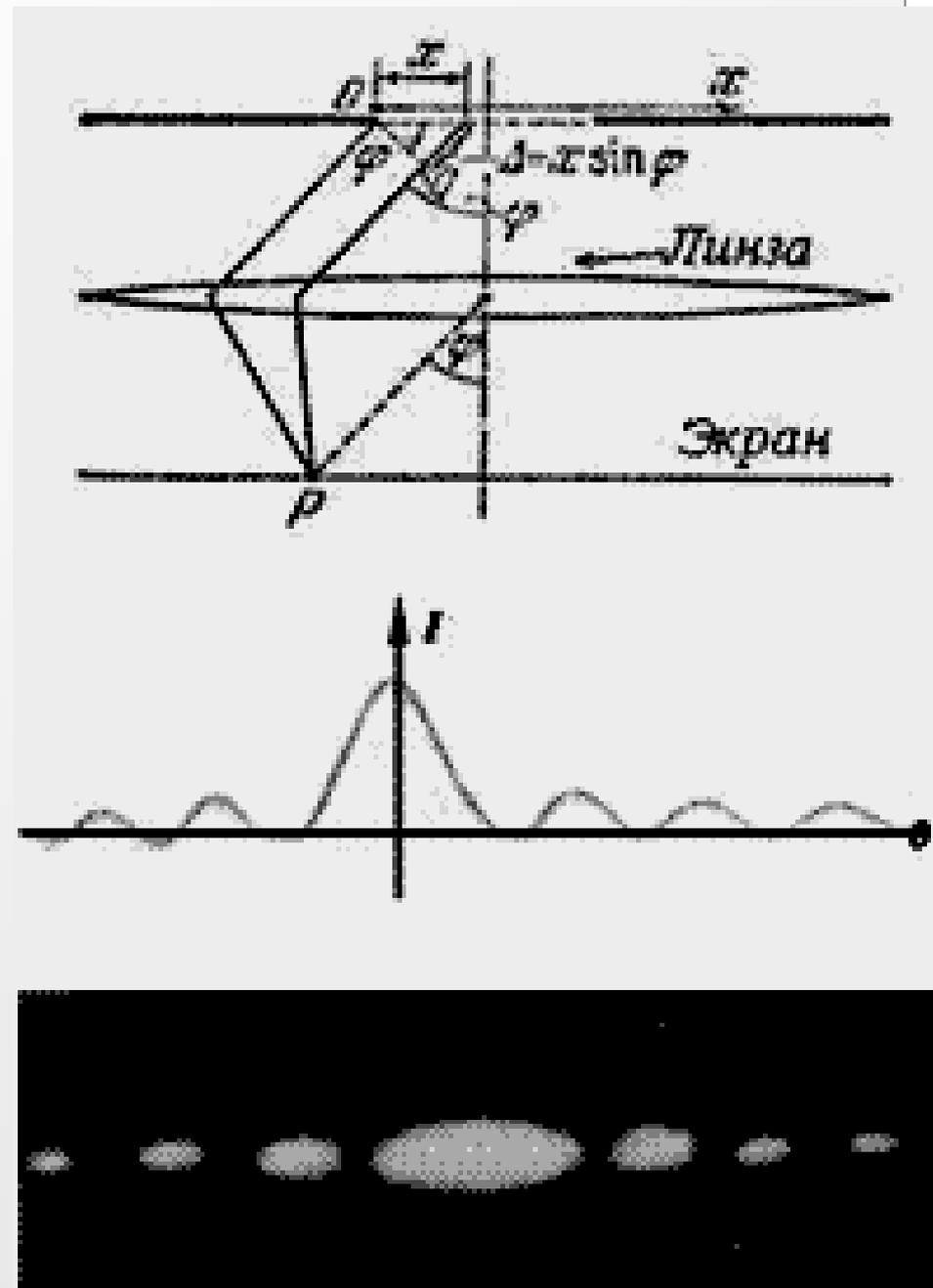
### 3. Дифракция на отдельной щели

Параллельный пучок монохроматического света, падая на отдельную щель шириной  $a$ , создает на удаленном экране интерференционную картину, как показано на рис.6.

Рис. 6. *a* – свет дифрагирующей на щели фокусируется на экране собирающей линзой;

*б* – распределение интенсивности на удаленном экране при дифракции на отдельной щели;

*в* – изображение на фотопленке, помещенной в плоскости экрана. В качестве источника света использовался лазер



Подобное перераспределение интенсивности, возникающее от одной щели или от края экрана, называется дифракцией.

При этом лучи света отклоняются от своего первоначального направления.

С помощью построения на рис. 7 определим угол  $\theta$ , под которым наблюдается первый минимум интенсивности.

В соответствии с принципом Гюйгенса мы можем рассматривать щель как последовательность новых источников вторичных волн  $S_1, S_2, \dots, S_N$ .

Если разность фаз между волнами, испускаемыми из точки  $S_1$  и из центра щели, составляет  $180^\circ$ , то эти волны погасят друг друга (лучи 1 и 2 на рис.7). Также погасят друг друга волны, одна из которых создается источником  $S_2$ , а другая – следующим источником, расположенным ниже за лучом 2. Аналогично луч из  $S_3$  и последующие лучи будут попарно гасить друг друга.

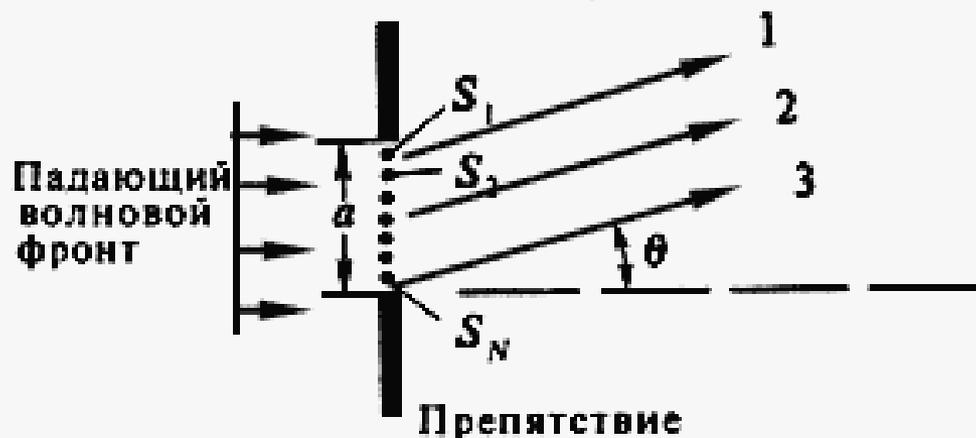


Рис.7. Излучение от отдельной щели. Лучи 1 и 3 идут от краев, а луч 2 исходит из центра щели

Разность хода между лучами 1 и 2 равна  
 $(a/2)\sin \theta$ .

Для того чтобы получить разность фаз между ними  $180^\circ$ , эта разность хода должна составлять  $\lambda/2$ .

Угол, соответствующий первому минимуму интенсивности, определяется из равенства

$$\frac{a}{2} \sin \theta_1 = \frac{\lambda}{2}$$

$$\sin \theta_{\text{МИН}} = n \frac{\lambda}{a} \quad (n \geq 1)$$

.

## 4. Дифракционная решетка

*Дифракционная решетка - это стеклянная пластинка, на которую наносят ряд штрихов.*

Каждый из них рассеивает свет иначе, чем остальная поверхность пластинки.

Число штрихов на 1 мм достигает нескольких сотен, а расстояние между ними выдерживается с большой точностью.

Действие такой решетки можно наблюдать, посылая сквозь нее узкую вертикальную полосу света (изображение щели) на экран.

Помещая решетку на пути света так, чтобы штрихи были расположены вертикально. На экране мы увидим ту же самую полосу света, но по сторонам от нее будут и другие полосы, окрашенные в разные цвета.

Если направить на эти щели параллельный пучок монохроматического света от отдельного источника (рис. 8), то получим  $N$  источников, колеблющихся в фазе.

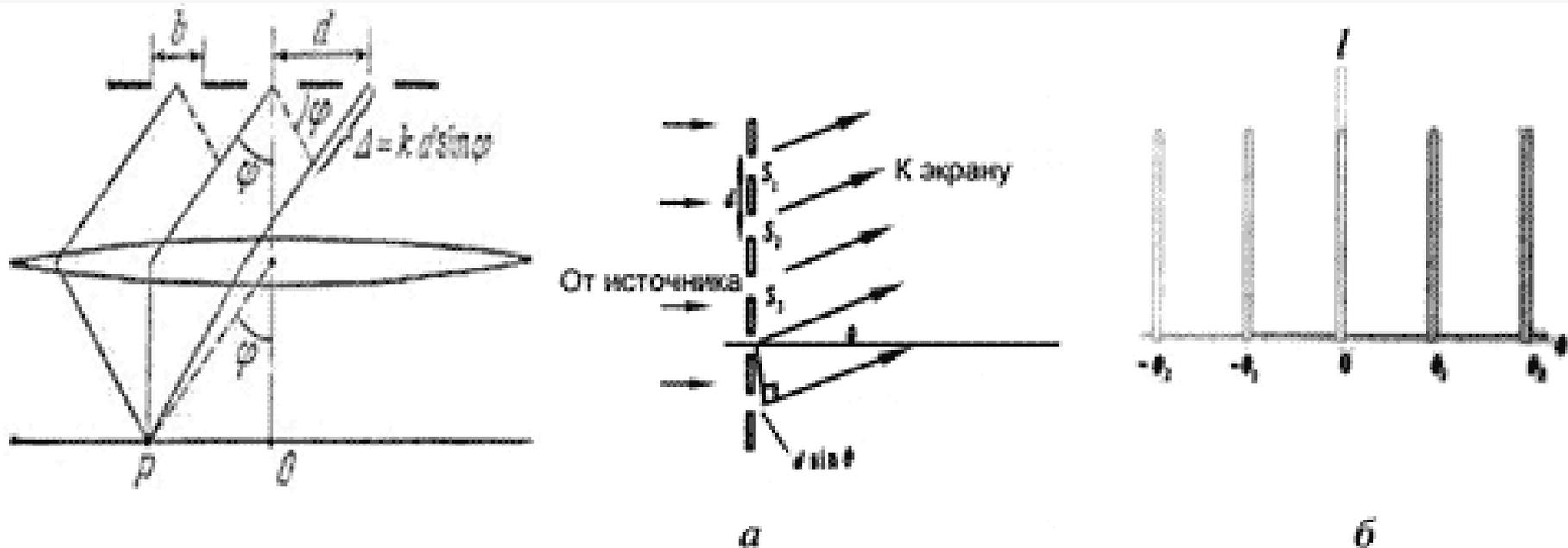


Рис. 8. а – участок дифракционной решетки в увеличенном масштабе; б – соответствующее распределение интенсивности на экране

Распределение интенсивности на экране определяется выражением:

$$I = I_0 \frac{\sin^2 [N(\varphi / 2)]}{\sin^2 (\varphi / 2)}$$

Интенсивность принимает значение  $I = N^2 I_0$  в тех случаях, когда знаменатель обращается в нуль или когда

$$\varphi_n = 2\pi n$$

или

$$d \sin \theta = 2n\lambda/2.$$

т.е.

$$\sin \theta_n = n \frac{\lambda}{d}$$

При других углах  $\theta$  интенсивность  $I$  приблизительно равна  $I_0$ , т.е. примерно в  $N^2$  раз меньше.

В типичных дифракционных решетках величина  $N$  составляет несколько тысяч. Параллельные световые лучи за решеткой можно сфокусировать с помощью линзы и получить четкое изображение линий на экране, как показано на рис. 8.

Спектральная линия, отвечающая длине волны  $\lambda$ , будет наблюдаться под углом, определяемым соотношением  $\sin \theta = \lambda/d$ .

Изображение второго порядка для этой линии будет соответствовать  $\sin \theta = 2\lambda/d$ , третьего порядка –  $\sin \theta = 3\lambda/d$  и т. д.

Угол  $\theta$  зависит от  $\lambda$ , и разная окраска света соответствует разным частотам и разным длинам волн.

Самой большой видимой длиной волны обладает красный свет; в силу условия  $d \sin \theta = \lambda$  ему соответствует наибольшее  $\theta$ . И действительно на экране красная полоса лежит дальше всех от центра изображения.

Рассмотрим решетку с 13400 штрихами на дюйм (2,54 см).

Предположим, что мы смотрим сквозь эту решетку на свечение натрия. Ионизованные атомы натрия испускают свет практически одной длины волны  $\lambda = 5893 \text{ \AA}$  ( $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ м}$ ).

Найдем, под каким углом будет видна за решеткой желтая линия натрия.

Расстояние между штрихами решетки равно

$$d = \frac{2,54 \text{ см}}{13400} = 1,9 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$$

Используя формулу , находим

$$\sin \theta_1 = \frac{\lambda}{d} = \frac{5893 \cdot 10^{-10}}{1,9 \cdot 10^{-6}} = 0,31, \theta_1 = 18,1^\circ$$

$$\sin \theta_2 = \frac{2\lambda}{d} = 0,62, \quad \theta_2 = 38,3^\circ$$

$$\sin \theta_3 = \frac{3\lambda}{d} = 0,93, \quad \theta_3 = 68,5^\circ$$

Если источник света линейный, то эти три линии будут наблюдаться по обе стороны от прямого луча под углами  $\pm 18,1$ ,  $\pm 38,3$  и  $\pm 68,5^\circ$ .

*Дисперсия дифракционной решётки* определяется угловым или линейным расстоянием между дифракционными максимумами, соответствующими спектральным составляющим, длина волны которых отличается на единицу.

Следовательно, математическим выражением для угловой дисперсии  $D_\varphi$  дифракционной решётки является следующее выражение:

$$D_\varphi = \delta\varphi / \delta\lambda$$

После дифференцирования по  $\lambda$  выражения  $d \sin \varphi = n\lambda$ , определяющего угловые направления максимумов дифракционной решетки, получим:

$$D_{\varphi} = \delta\varphi / \delta\lambda = 1 / \delta\lambda / \delta\varphi = n / d \cos\varphi$$
$$\lambda = d \sin \varphi / n$$

где  $n$  – порядок дифракционного максимума.

Отсюда следует, что наибольшую дисперсию имеет дифракционная решётка при наблюдении максимумов максимально возможного порядка под углами, близкими к скользящим ( $\varphi \rightarrow \pm\pi/2$ ).

## 5. Голография

Голография представляет собой одно из многочисленных применений лазера. В своем обычном виде голограмма выглядит наподобие фотографического негатива.

Негатив этот обладает одним замечательным свойством. Если его рассматривать в монохроматическом свете, то мы увидим парящее в пространстве перед или за негативом полное трехмерное изображение реального предмета.

По сравнению со стереоскопическим голографическое изображение имеет ряд преимуществ. В какую бы сторону мы ни перемещались, разглядывая голограмму, в наше поле зрения будет попадать соответствующая часть изображения, как если бы мы разглядывали реальный предмет.

Еще одна замечательная особенность голограммы состоит в том, что изображение на негативе совершенно не похоже на предмет, который виден парящим в пространстве.

Негатив скорее похож на множество перекрывающихся друг с другом отпечатков пальцев, как на рис. 9.

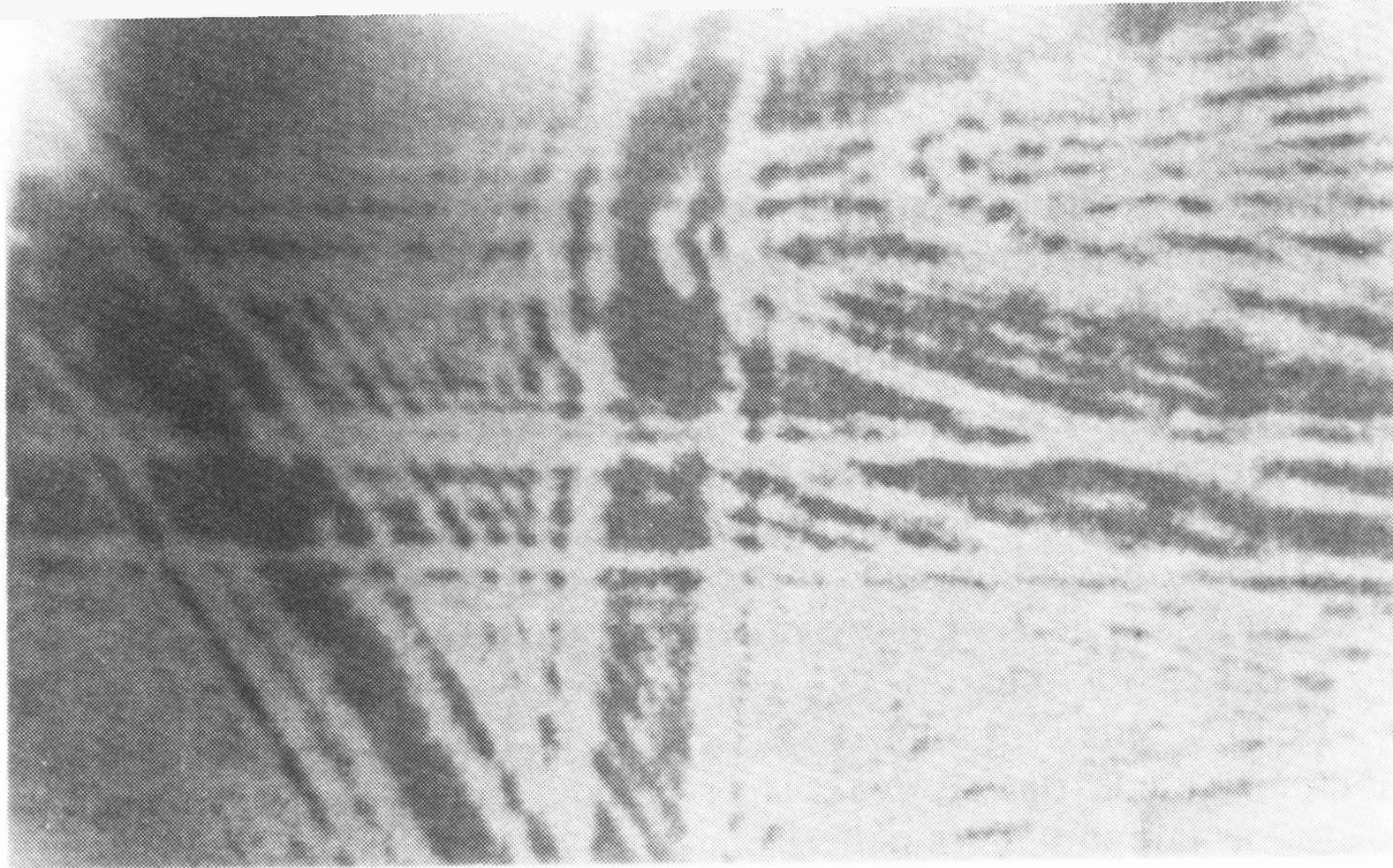


Рис. 9. Участок голографического негатива

Принцип голографии представляет собой наглядную иллюстрацию волновой природы света и того, в чем состоит отличие когерентного света от некогерентного.

Чтобы получить голографический негатив (голограмму), предмет освещается пучком от когерентного источника света – обычно от лазера.

При этом на пленку попадает отраженный предметом свет, а так же с помощью зеркала направляется часть первоначального светового пучка и на ней возникает определенная интерференционная картина.

Если пленку проявить и осветить аналогичным световым пучком, то восстановится и первоначальный волновой фронт в месте расположения пленки в момент ее экспозиции.

Вследствие принципа Гюйгенса восстановленный фронт волны будет перемещаться в направлении глаза наблюдателя точно так же, как это происходило бы с фронтом исходной волны.

Мы увидим парящее в пространстве полное трехмерное изображение реального предмета.

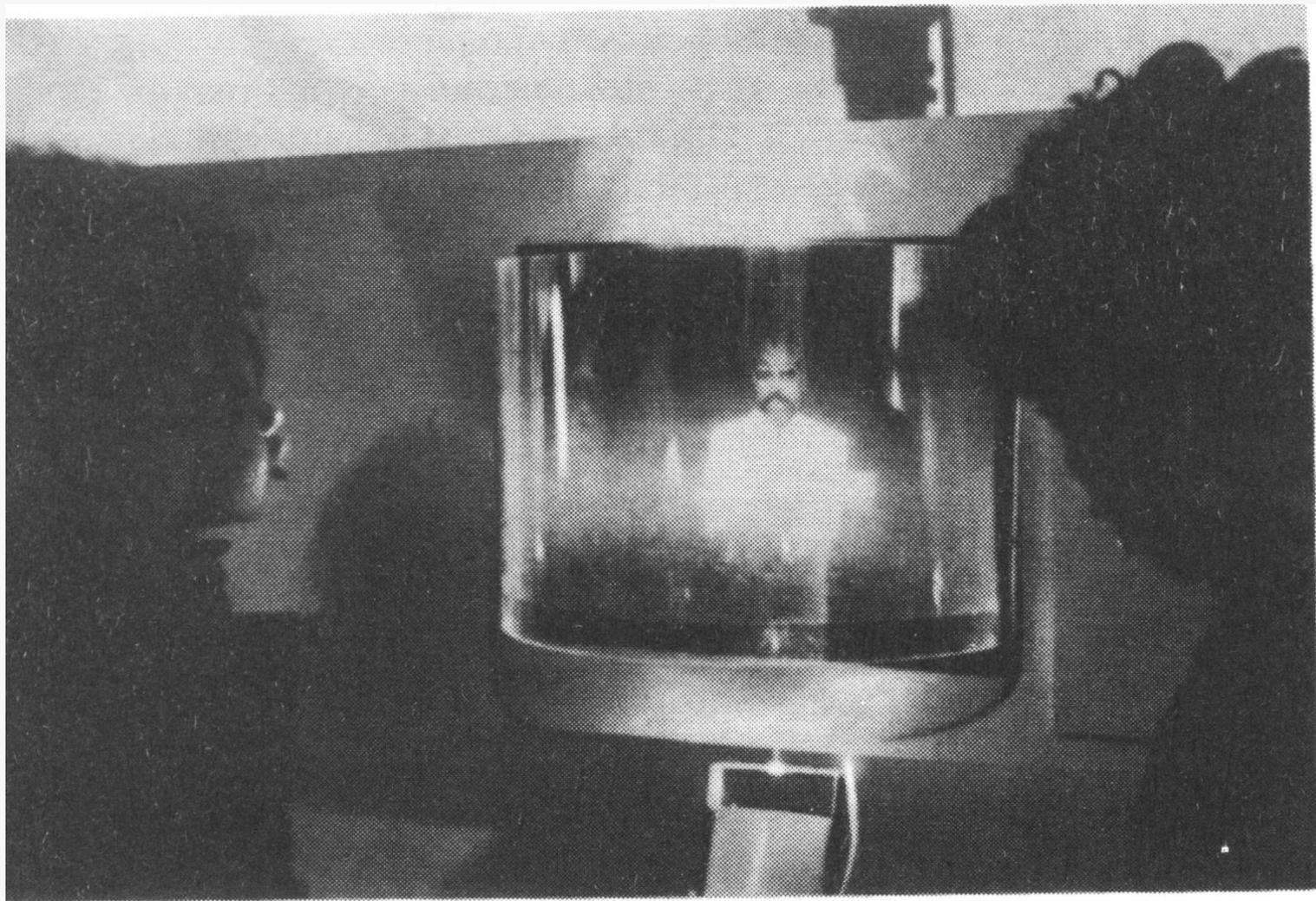


Рис. 10. Голографический негатив, освещенный монохроматическим светом, дает полное трехмерное изображение, парящее в пространстве

## 6. Дифракция рентгеновских лучей

В природе в роли дифракционных решёток выступают вещества, имеющие кристаллическую структуру с упорядоченным расположением атомов или молекул в пространстве.

При облучении кристаллов электромагнитными волнами наблюдается дифракция.

Вид дифракционной картины определяется порядком расположения атомов и молекул в решетке.

Дифракция электромагнитных волн используется для исследования структуры строения вещества, а при известной структуре кристалла – для изучения спектрального состава излучения.

Для увеличения их разрешающей способности расстояние между щелями  $d$  должно быть значительно больше длины волны.

В кристаллах роль щелей выполняют атомы или молекулы, а период решётки определяется межатомным расстоянием  $d$  (рис. 11).

Поскольку  $d \approx 10^{-8}$ , то  $\lambda < 10^{-11}$  м.

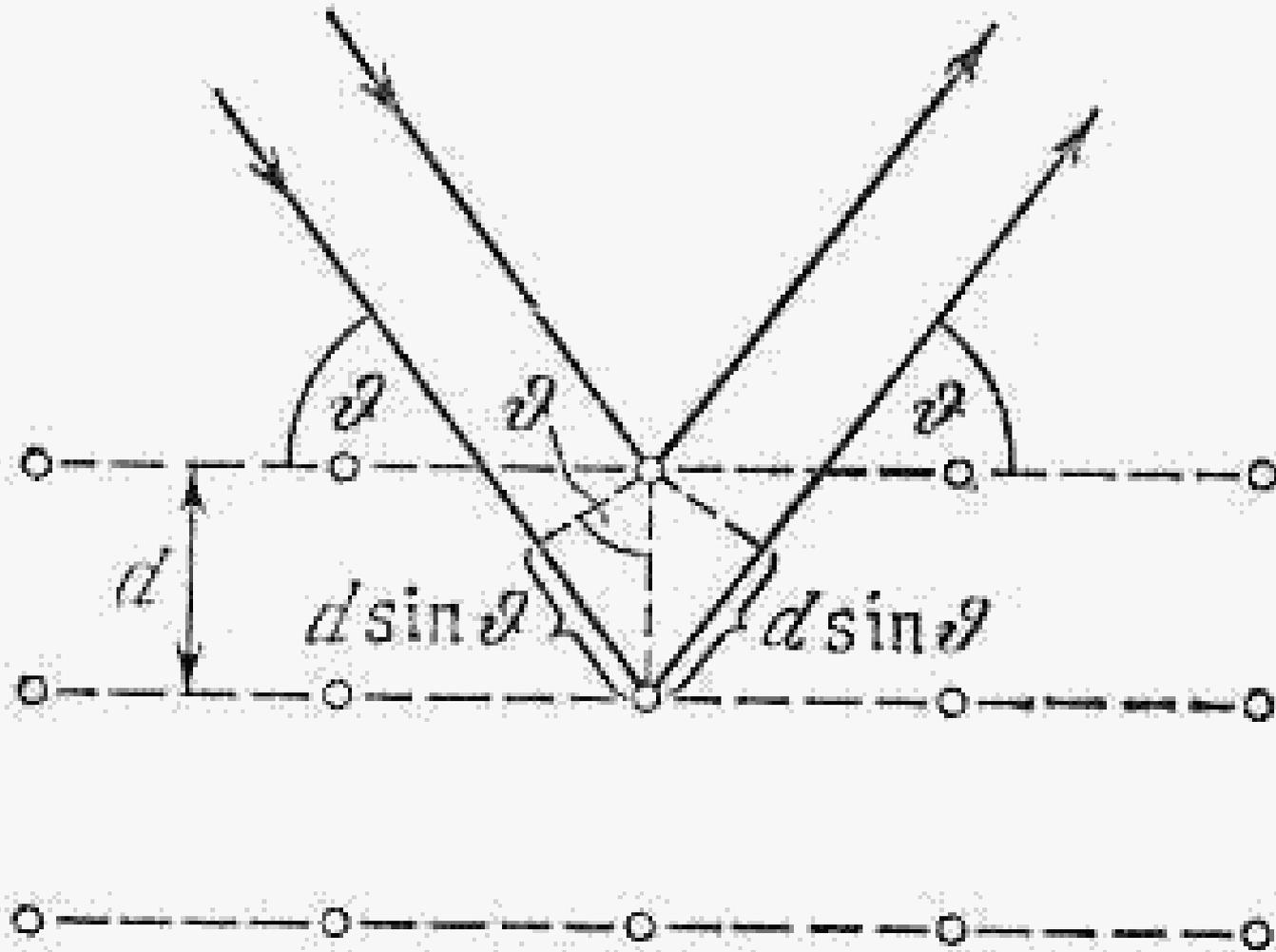


Рис. 11. Дифракция рентгеновских лучей от межатомных плоскостей в кристаллах

При когерентном рассеянии волн атомами вещества в двух соседних кристаллических плоскостях в направлениях под углами  $\theta_m$  к оси  $Ox$  будут формироваться максимумы интенсивности дифракционной картины, если разность хода  $\Delta l_x$  рассеянных волн в этих направлениях кратна длине волны:

$$\Delta l_x = 2dx \sin\theta_m = mx \lambda,$$

где  $mx = 1, 2, \dots$  – целые числа.

Это выражение известно как *формула Вульфа–Брэггов*.

Из этой формулы следует, что при известной длине волны  $\lambda$  и порядке наблюдаемого дифракционного максимума  $m$  расстояние между кристаллическими плоскостями  $dx$  может быть найдено из формулы:

$$dx = 0,5m\lambda / \sin\theta m.$$

Распределение интенсивности рентгеновских волн при их дифракции на кристалле фиксируется на фотоплёнку, (рис. 12) на которой после проявления можно наблюдать светлые и тёмные полосы, кольца, соответствующие дифракционным максимумам и минимумам.

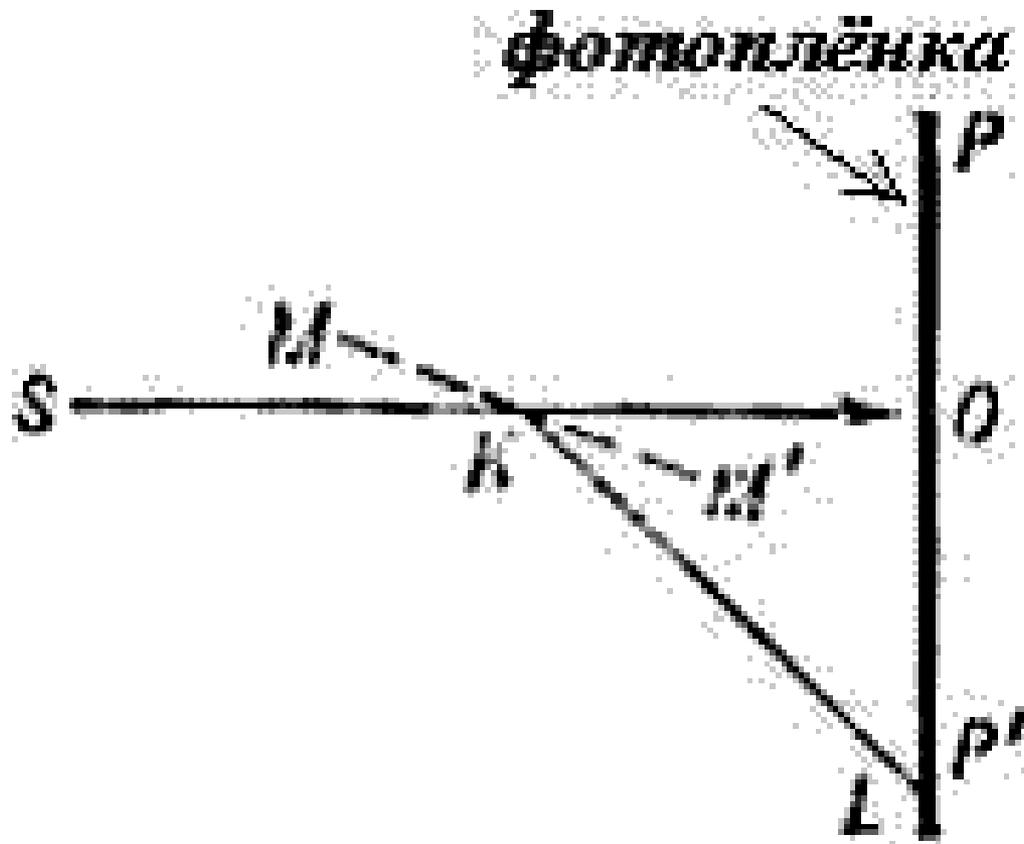


Рис. 12. Регистрация дифракции рентгеновских лучей на фотопленку

Рассмотрим метод рентгеноструктурного анализа, предложенный Лауэ.

В методе Лауэ рентгеновское излучение от источника  $S$  направляется на исследуемый монокристалл

На помещённой за монокристаллом фотопластинке после проявления получается совокупность черных точек, соответствующих дифракционным максимумам.

Расшифровка записанной таким образом дифракционной картины, называемой лауэграммой, позволяет получить представление о структуре кристалла (рис. 13).

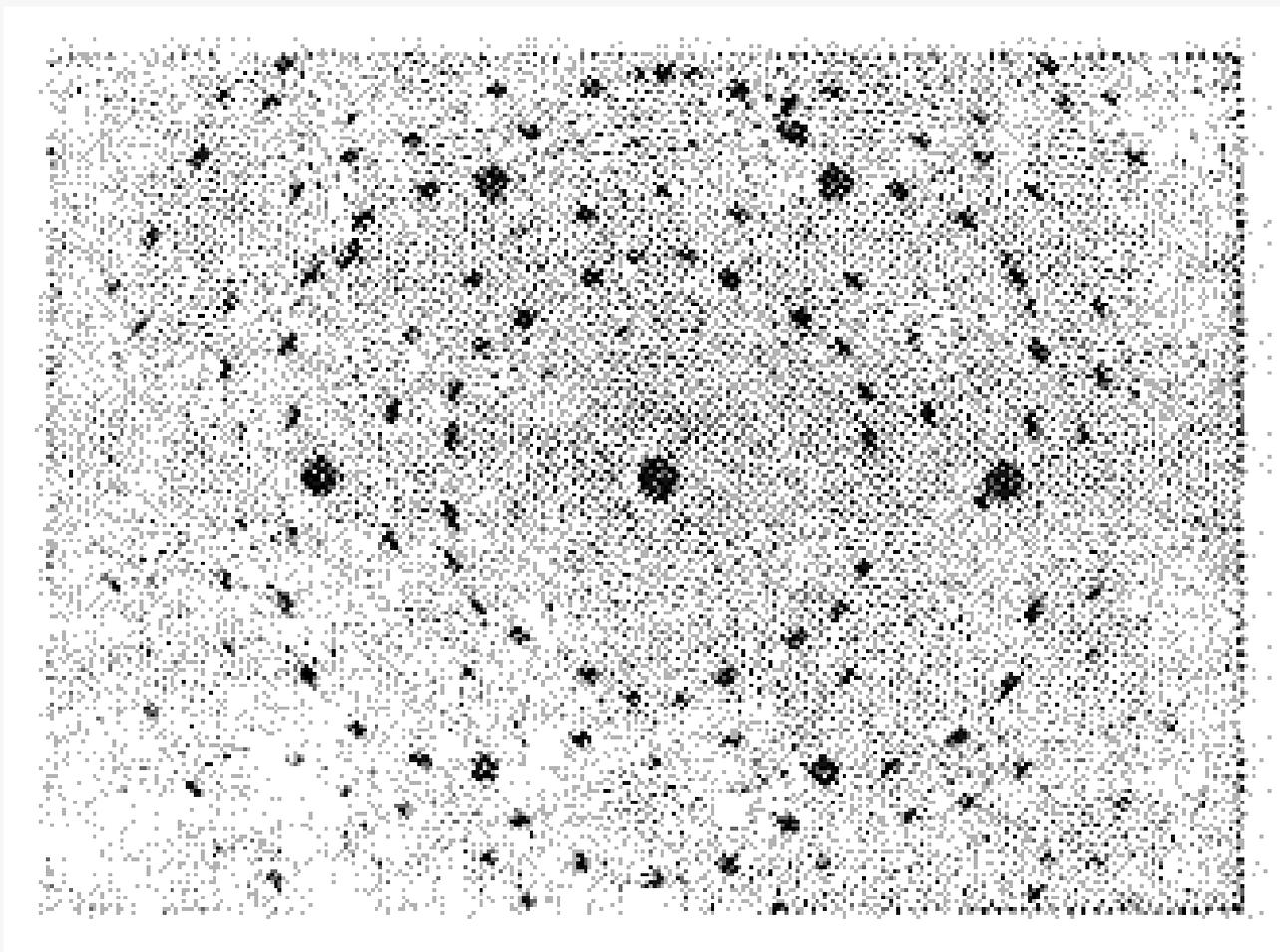


Рис. 13. *Лауэграмма*

# ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

Физическое явление взаимодействия электромагнитной волны с неоднородностями пространства называется дифракцией электромагнитной волны, в частности, дифракцией света.

*Принцип Гюйгенса: каждая точка фронта волны сама является источником вторичных волн, а огибающая этих вторичных волн дает фронт волны в новый момент времени – принцип суперпозиции.*

Дифракции Фраунгофера: Если точка наблюдения расположена достаточно далеко от препятствия и в точку наблюдения после взаимодействия с неоднородностью приходит плоская волна, то говорят о.

В остальных случаях говорят о дифракции Френеля.

Дифракционная картина от отдельной щели шириной  $a$  описывается выражением

$$I = I_0 \frac{\sin^2 [ka \sin \theta / 2]}{[ka \sin \theta / 2]^2}$$

Это распределение интенсивности имеет минимумы, когда

$$\sin \theta = n\lambda / a, \text{ где } n - \text{целые числа.}$$

Для расположенных в ряд  $N$  точечных источников

$$I = I_0 \frac{\sin^2(N\phi/2)}{\sin^2(\phi/2)}, \quad \text{где } \phi = kd \sin \theta$$

Совокупность большого числа одинаковых штрихов на прозрачной или рассеивающей пластинке – дифракционная решетка, служит простейшим спектральным прибором позволяющим разложить луч света на составляющие и получить его спектр-зависимость интенсивности света от длины волны.

Положение главных максимумов определяется из условия

$$d \sin \theta = n\lambda.$$

Разрешающая способность дифракционной решетки  $R = \lambda/\Delta\lambda$  – минимальная разность длин волн  $\Delta\lambda$  в области длин волн  $\lambda$ , воспринимаемая отдельно, равна произведению полного числа штрихов решетки  $N$  на порядок максимума  $m$ :

$$R = mN.$$

Монохроматический свет, проходя через круглое отверстие диаметром  $a$ , образует дифракционную картину, первый минимум в которой (или темное кольцо) соответствует углу  $\theta_{\text{мин}}$ , удовлетворяющему условию  $\sin \theta_{\text{мин}} = 1,22\lambda/a$ .

*Голограмма* – это фотографическое изображение интерференционной картины, создаваемой отраженным от предмета светом лазера и опорным пучком. При прохождении через голограмму монохроматического света происходит восстановление первоначального волнового фронта отраженного света.