Определение пределов изменения коэффициентов целевой функции

Изменение коэффициентов целевой функции оказывает влияние на наклон прямой, которая представляет эту функцию в принятой системе координат. Вариация коэффициентов целевой функции может привести к изменению совокупности связывающих ограничений и, следовательно, статуса того или иного ресурса (т. е. сделать недефицитный ресурс дефицитным, и наоборот).

При анализе модели на чувствительность рассмотрение коэффициентов целевой функции необходимо дополнить исследованием следующих вопросов:

1) каков диапазон изменения того или иного коэффициента целевой функции, при котором не происходит изменения оптимального решения?

2) на сколько следует изменить тот или иной коэффициент функции, чтобы сделать некоторый недефицитный ресурс дефицитным, и, наоборот, дефицитный ресурс сделать недефицитным.

Ответим на поставленные вопросы на примере, разобранном на лекции.

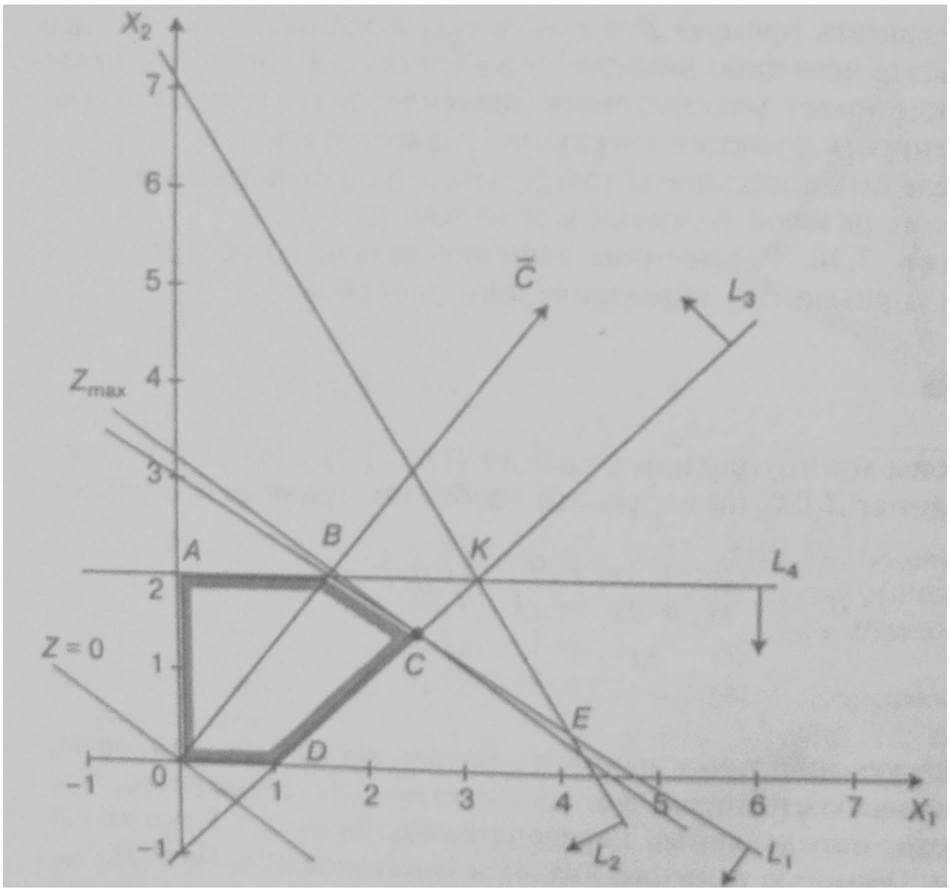

Рис. 1. Графическое решение

Рассматривая первый вопрос, обозначим через c_1 и c_2 доход предприятия от продажи единицы продукции П1, и *П2* соответственно. Тогда целевую функцию можно представить в следующей виде:

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2.$$

На рис. 1 видно, что при увеличении c_1 или уменьшения c_2 прямая, представляющая целевую функцию *Z*, вращается (вокруг точки О) по часовой стрелке. Если же c_1 уменьшается или c_2 укачивается, эта прямая вращается в противоположном направления – против часовой стрелки. Таким образом, точка *C* будет оставаться оптимальной точкой до тех пор, пока наклон прямой не выйдет а пределы, определяемые наклонами прямых для ограничения (1) и (3).

Когда наклон прямой Z станет равным наклону прямой L_1, получим две альтернативные оптимальные угловые точки – C и B. Аналогично, если наклон прямой Z станет равным наклону прямой для ограничения (3), будем иметь альтернативные оптимальные угловые точки C и D. Наличие альтернативных оптимумов свидетельствует о том, что одно и то же оптимальное значение Z может достигаться при различных значениях переменных x_1 и x_2. Как только наклон прямой выйдет за пределы указанного выше интервал c_1, получим некоторое новое оптимальное решение.

Рассмотрим на нашем примере, каким образом можно найти допустимый интервал изменения c_1, при котором точка C остается оптимальной. Исходное значение коэффициента c_2=4 оставим неизменным. На рис. 1 видно, что значение c_1 можно уменьшать да тех пор, пока прямая Z не совпадет с прямой L_1 (отрезок BC).

Это крайнее минимальное значение коэффициента c_1 можно определить из равенства углов наклонов прямой Z и прямой L_1. Так как тангенс угла наклона для прямой Z равен $c_1/4$, а для прямой (1) равен 2/3, откуда минимальное значение c_1 определим из равенства, $c_1/4=2/3$ откуда min $c_1=8/3$. На рис 1 видно, что значение c_1 можно увеличивать беспредельно, так как прямая Z при $c_2=4$ и $c_1\to+\infty$ не совпадает с прямой L_3 (отрезок DC) и, следовательно, точка С при всех значениях коэффициента $c_1\geq 8/3$ будет единственной оптимальной.

Интервал изменения c_1, в котором точка C по-прежнему остается единственной оптимальной точкой, определяется неравенством $8/3\leq c_1\leq+\infty$. При $c_1=8/3$ при оптимальными угловыми точками будут как точка C, так и точка B. Как только коэффициент c_1 становится меньше 8/3, оптимум смешается в точку В.

Можно заметить, что, как только коэффициент c_1 оказывается меньше 8/3, ресурс 3 становится недефицитным, а ресурс 4 – дефицитным. Для предприятия это означает следующее: если доход от продажи единицы продукции П1 станет меньше 8/3 д. е., то наиболее выгодная производственная программа предприятия должна предусматривать выпуск максимально допустимого количества продукция П2 (полностью удовлетворять спрос на продукцию П2). При этом соотношение спроса на продукцию П1 и П2 не будет лимитировать объемы производства, что обусловит недефицитностью ресурса (3). Увеличение коэффициента c_1 свыше 8/3 д. е. не снимает проблему дефицита ресурсов (1) и (3). Точка C – точка пересечения прямых L_1 и L_2 – остается все время оптимальной.

Литература

Бережная Е.В., Бережной В.И. Математические методы моделирования экономических систем: учебное пособие. – М.: Финансы и статистика, 2005. – 432 с.