Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости. При переходе от уравнения Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости к уравнению потока реальной жидкости необходимо учитывать неравномерность распределения скоростей по сечению потока и потери энергии жидкости на внутреннее трение, что обусловлено вязкостью жидкости.

В реальной жидкости вязкость создает сопротивление движению жидкости. Это вызывает появление дополнительных потерь напора (энергии потока), которые будем обозначать $h_{\text{пот.}}$

Распределение скоростей элементарных струек в потоке обычно неизвестно, поэтому в уравнение Бернулли вводят поправочный коэффициент α, учитывающий изменение кинетической энергии вследствие неравномерности распределения скоростей в живом сечении потока. Коэффициент α называется коэффициентом кинетической энергии или коэффициентом Кориолиса и определяется обычно опытным путем. Для установившегося движения жидкости среднее значение коэффициента α принимается равным 1,05–1,11 при турбулентном режиме, при ламинарном режиме α=2.

Уравнение Бернулли для двух сечений потока реальной жидкости имеет вид

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + h_{\text{пот}}. \qquad (2.69)$$

В уравнении Бернулли для элементарной струйки реальной жидкости значение коэффициента $\alpha = 1$.

Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости с физической точки зрения представляет уравнение энергетического баланса. Теряемая энергия превращается в тепловую.

Графическое представление уравнения Бернулли. Предварительно рассмотрим измерительный прибор – трубку Пито. Этот прибор представляет собой открытую с 2-х сторон стеклянную трубку, изогнутую под прямым углом. В нижней части трубка несколько сужена для ослабления удара при входе в нее жидкости. Трубка Пито служит для измерения скорости течения за счет дополнительного давления (по сравнению с давлением в пьезометрической трубке), возникающего вследствие скоростного напора. Если в каком-либо сечении потока жидкости установить две трубки – пьезометрическую и трубку Пито (см. рис. 2.20), то высота подъема жидкости в трубке Пито будет больше высоты подъема жидкости в пьезометрической трубке на величину скоростного напора $V^2/2g$.

Графически уравнение Бернулли можно представить следующим образом. Рассмотрим поток жидкости, выберем плоскость сравнения, сечения потока (см. рис. 2.21). В выбранных сечениях установим пьезометрические трубки и трубки Пито. Все члены уравнения Бернулли будут представлены графически.

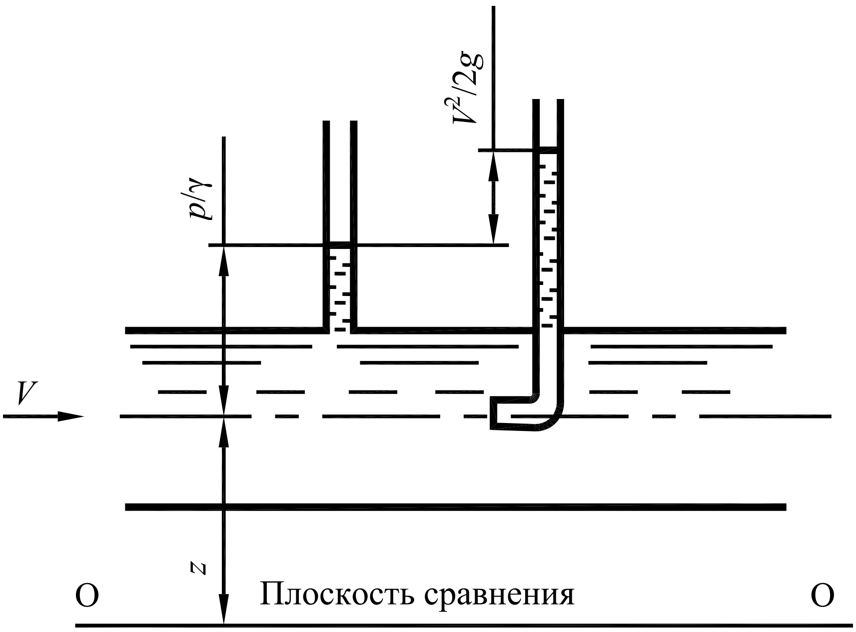

Рис. 2.20. Пьезометрическая трубка и трубка Пито

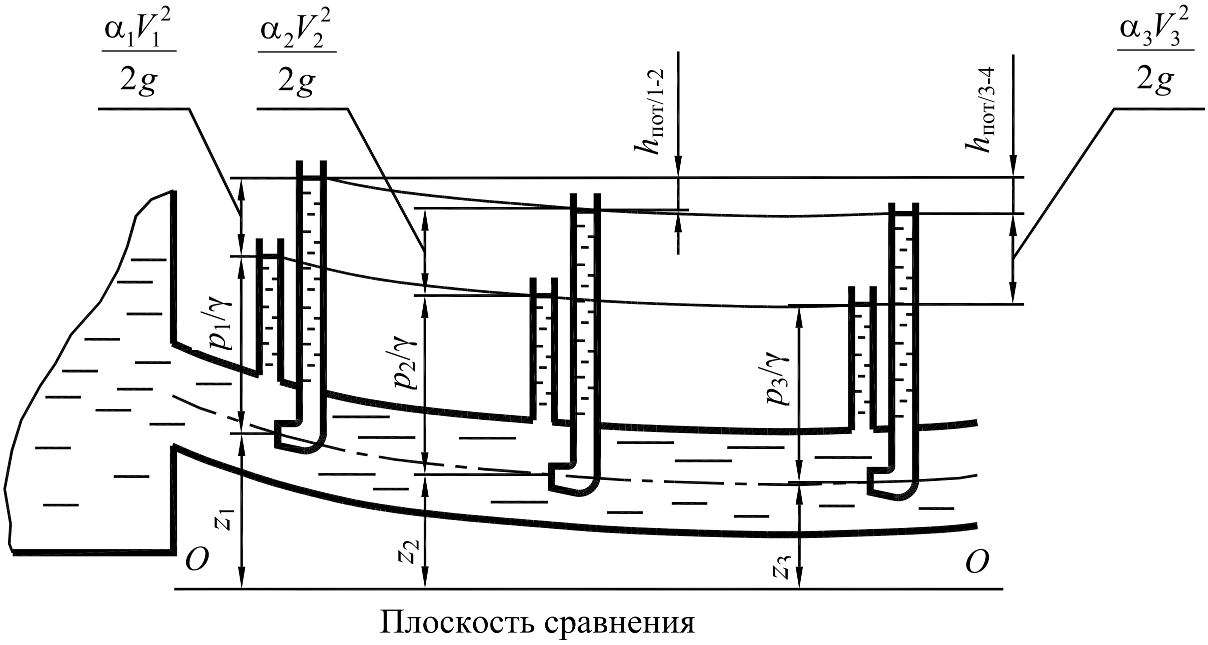

Рис. 2.21. Поток жидкости

Линия, соединяющая уровни жидкости в пьезометрах, называется пьезометрической линией и расположена на расстоянии $z + \dfrac{p}{\gamma}$ от плоскости сравнения. Эта линия характеризует изменение удельной потенциальной энергии по длине потока. Интенсивность изменения этой энергии характеризуется пьезометрическим уклоном.

Изменение удельной потенциальной энергии потока, приходящееся на единицу длины, называется пьезометрическим уклоном.

Пьезометрический уклон I_p на участке между сечениями *1* и *2* определяется по формуле

$$I_p = \frac{\left(z_1 + \frac{p_1}{\gamma}\right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\gamma}\right)}{l_{1-2}} \tag{2.70}$$

где $l_{1\text{-}2}$ – длина рассматриваемого участка трубопровода.

Величина пьезометрического уклона может быть как положительной, так и отрицательной. Отрицательной будет в том случае, когда поток расширяется.

Соединив уровни жидкости в трубках Пито, получим линию давления, или напорную линию (гидродинамическую линию, линию полных удельных энергий).

Изменение полной удельной энергии потока, приходящееся на единицу длины, называется гидравлическим уклоном. Он характеризует величину потерь давления, приходящихся на единицу длины.

Гидравлический уклон $l_{1\text{-}2}$ на участке между сечениями *1* и *2* определяется по формуле

$$i_{1-2} = \frac{h_{\frac{\text{пот}}{1-2}}}{l_{1-2}} = \frac{\left(z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g}\right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g}\right)}{l_{1-2}} \tag{2.71}$$

где $h_{\frac{\text{пот}}{1-2}}$ – потери напора на участке *1–2*.

Гидравлический уклон является всегда величиной положительной.

Рассмотренные уравнения Бернулли (2.66), (2.69) применимы только к установившемуся, плавно изменяющемуся движению жидкости.

Практическое применение уравнения Бернулли. Определим потери на трение при движении жидкости в горизонтальной трубе постоянного сечения (см. рис. 2.22) на участке между сечениями *1* и *2*, в которых установим пьезометры.

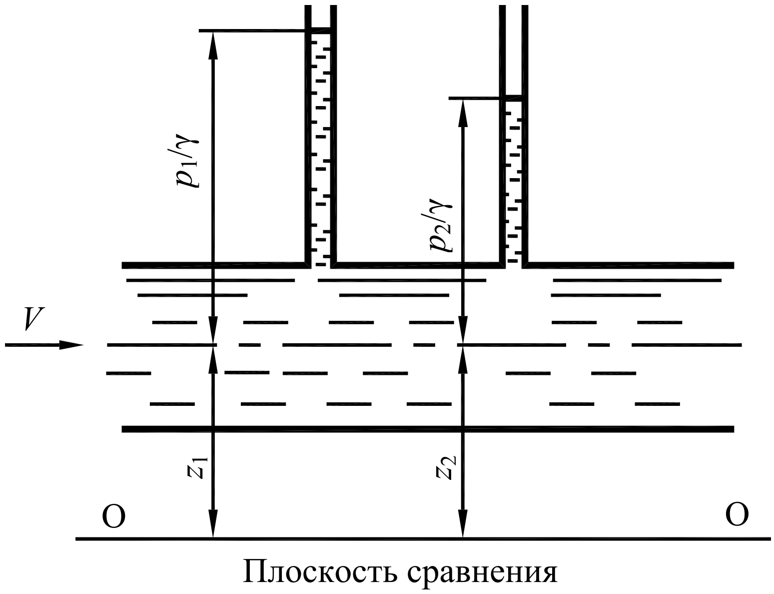

Рис. 2.22. Движение жидкости в горизонтальной трубе постоянного сечения

Для этого составляем уравнение Бернулли для двух рассматриваемых сечений трубы:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + h_{\underset{1-2}{\text{пот}}}. \tag{2.72}$$

Из рисунка видно, что $z_1 = z_2$. Так как диаметр трубы не изменяется, и скорости в сечениях будут равны, т. е. $V_1 = V_2$, примем, что $\alpha_1 = \alpha_2$. После подстановки указанных выражений в уравнение Бернулли, получим

$$\frac{p_1}{\gamma} = \frac{p_2}{\gamma} + h_{\underset{1-2}{\text{пот}}}. \tag{2.73}$$

Потери напора на трение определяются по формуле

$$h_{\underset{1-2}{\text{пот}}} = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{\Delta p}{\gamma}. \tag{2.74}$$

На основе уравнения Бернулли сконструированы различные устройства, такие как расходомер Вентури, водоструйный насос, карбюратор поршневых двигателей внутреннего сгорания и др.

Рассмотрим расходомер Вентури (см. рис. 2.23). Он включает трубопровод диаметром D, на котором устроено сужение диаметром d. В нормальной и суженной частях установлены два пьезометра.

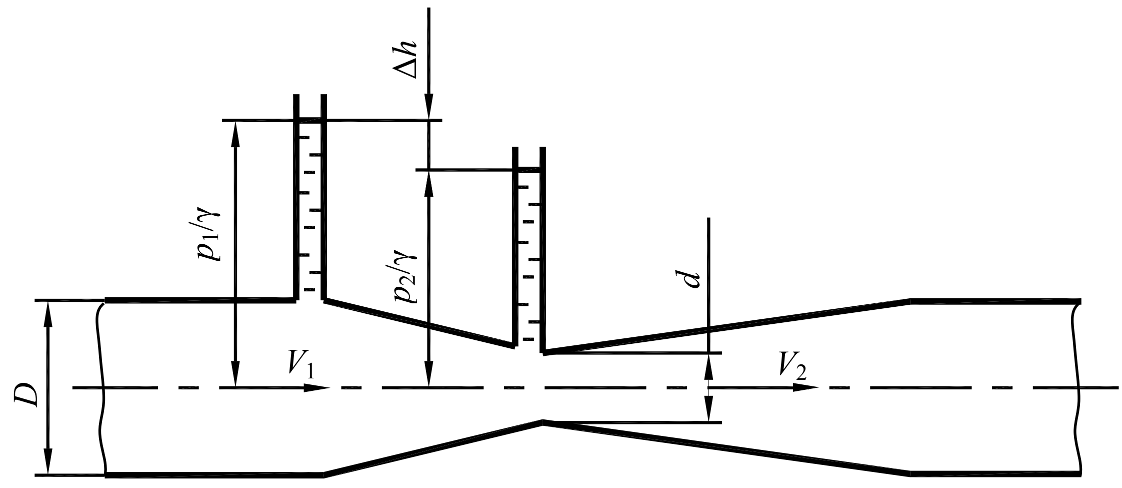

Рис. 2.23. Расходомер Вентури

Примем, что плоскость сравнения проходит через ось трубопровода. Пренебрегая величиной потерь напора $h_{\text{пот}}$ и неравномерностью распределения скоростей в потоке (α=1), для двух сечений можно записать уравнение Бернулли в виде

$$\frac{p_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}=\frac{p_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}. \tag{2.75}$$

Отсюда

$$\Delta h=\frac{p_1}{\gamma}-\frac{p_2}{\gamma}=\frac{V_2^2}{2g}-\frac{V_1^2}{2g}=\frac{V_2^2-V_1^2}{2g}. \tag{2.76}$$

Согласно уравнению расходов $V_2S_2=V_1S_1$ и $V_2=\dfrac{V_1S_1}{S_2}$.

Следовательно,

$$\Delta h=\frac{V_1^2}{2g}\left[\left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2-1\right]. \tag{2.77}$$

Отсюда найдем значение скорости жидкости в сечении

$$V_1=\sqrt{\frac{2g\Delta h}{\left(S_1/S_2\right)^2-1}}. \tag{2.78}$$

Зная скорость потока жидкости, можно определить расход жидкости по формуле

$$Q=V_1S_1. \tag{2.79}$$

Уравнение Бернулли широко используется в технике при расчете гидравлических машин, гидропривода и его элементов, при расчете истечения жидкости из отверстий и насадков и в других случаях.