



Лекция № 6 Классическая механика
(Для студентов элитного отделения
ЭТО – I)



Столкновения частиц

- При абсолютно упругом ударе сохраняются импульс и механическая энергия
- При абсолютно неупругом ударе импульс сохраняется.
Механическая энергия частично переходит во внутреннюю энергию

Центральный абсолютно упругий удар



$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}$$

Решая систему уравнений, получим

$$u_1 = \frac{2m_2 v_2 + (m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2};$$

$$u_2 = \frac{2m_1 v_1 + (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2}.$$



Частные случаи

а) Если $m_1 = m_2 = m$, то $u_1 = v_2$ и $u_2 = v_1$,
то есть произошёл обмен скоростями.

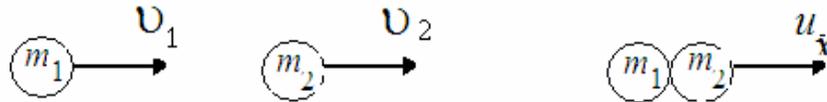
б) Если $m_2 \gg m_1$ и $v_2 = 0$, то $u_1 = -v_2$.

в) Если $m_2 \gg m_1$, $v_2 < 0$, то $u_1 = -(2v_2 + v_1)$, то есть по модулю
больше v_2 .

г) Если $m_2 \gg m_1$, $v_2 > 0$, то $u_1 = 2v_2 - v_1$;

$u_1 = 0$, если $v_2 = \frac{v_1}{2}$

Абсолютно неупругий удар



$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_x$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2) v_x^2}{2} + Q$$

Скорость составного тела

$$v_x = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}.$$

Частные случаи:

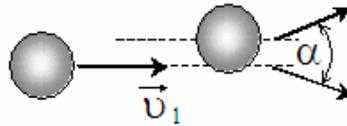
а) $m_2 \gg m_1$; $v_2 = 0$; $v_x = 0$.

(ковка металла – вся энергия переходит в тепло)

б) $m_1 \gg m_2$; $v_x = v_1$.

(мех. энергия молотка переходит в мех. энергию гвоздя).

Нецентральный абсолютно упругий удар двух шаров одинаковой массы



Найдем угол разлета α

$$\vec{v}_1 = \vec{u}_1 + \vec{u}_2$$

$$\frac{v_1^2}{2} = \frac{u_1^2}{2} + \frac{u_2^2}{2}$$

$$v_1^2 = u_1^2 + u_2^2 + 2\vec{u}_1\vec{u}_2 = u_1^2 + u_2^2 + 2u_1u_2 \cos \alpha$$

Отсюда

$$2u_1u_2 \cos \alpha; \alpha=90^\circ$$

Нецентральный неупругий удар двух шаров одинаковой массы (второй шар неподвижен)

$$\vec{v}_1 = \vec{u}_1 + \vec{u}_2$$

$$\frac{v_1^2}{2} = \frac{u_1^2}{2} + \frac{u_2^2}{2} + \frac{Q}{m}$$

$$v_1^2 = (\vec{u}_1 + \vec{u}_2)(\vec{u}_1 - \vec{u}_2) = u_1^2 + u_2^2 + 2\vec{u}_1\vec{u}_2 = u_1^2 + u_2^2 + 2u_1u_2 \cos \alpha$$

Отсюда

$$\cos \alpha = \frac{Q}{mu_1u_1}$$

При неупругом ударе $Q \neq 0$ и, следовательно, угол разлета α зависит от соотношения величин, входящих в уравнение.