

ОБЩАЯ ФИЗИКА
ЛЕКЦИИ №17-18

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ
ИНДУКЦИЯ

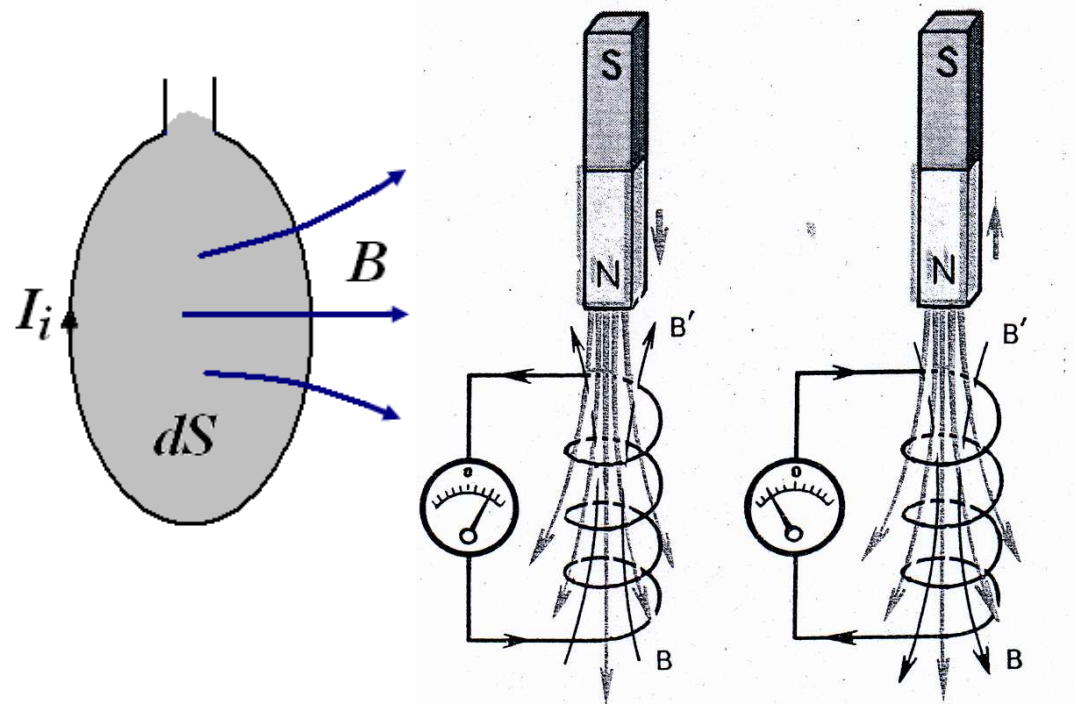
- Явление электромагнитной индукции
- Правило Ленца
- Закон электромагнитной индукции Фарадея
- Вихревое электрическое поле
- Закон электромагнитной индукции в дифференциальной форме
- Электронный механизм возникновения э.д.с. индукции
- Закон электромагнитной индукции как следствие закона сохранения энергии
- Электромагнитная индукция в технике
- Явление самоиндукции. Индуктивность
- Закон Фарадея для самоиндукции
- Экстратоки замыкания и размыкания
- Взаимная индукция
- Скин–эффект
- Энергия магнитного поля. Объемная плотность энергии магнитного поля
- Индукционный ускоритель электронов – бетатрон

Явление электромагнитной ИНДУКЦИИ

Явление электромагнитной индукции – в замкнутом проводящем контуре при изменении потока магнитной индукции, пронизывающего поверхность, натянутую на этот контур, возникает электрический ток, называемый *индукционным I_i* .

Правило Ленца:

индукционный ток имеет такое направление, что противодействует изменению магнитного потока, вызвавшего индукционный ток.



Закон электромагнитной индукции Фарадея

Э.д.с. индукции определяется только скоростью изменения магнитного поля:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Знак минус в законе Фарадея отражает *правило Ленца*: индукционный ток в контуре имеет такое направление, что создаваемое им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, вызвавшего этот индукционный ток.

Закон электромагнитной индукции Фарадея:

электродвижущая сила электромагнитной индукции в замкнутом контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока через поверхность, натянутую на контур (1831 г.)

Вихревое электрическое поле

Переменное магнитное поле порождает переменное электрическое поле, которое является вихревым:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S}$$

Отличие вихревого электрического поля от электростатического:

1. Силовые линии вихревого электрического поля – замкнуты.
2. Работа по перемещению единичного положительного точечного заряда в вихревом электрическом поле (циркуляция вектора \vec{E}) не равна нулю, а равна э.д.с. индукции E_i .

Закон электромагнитной индукции в дифференциальной форме

Контур не изменяет форму, следовательно, операции дифференцирования и интегрирования можно поменять местами и перейти к частной производной:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S}.$$

Из формулы Стокса:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}. \quad \Rightarrow \quad \oint_L \vec{E} d\vec{l} = \underbrace{\int_S \text{rot} \vec{E} d\vec{S}}_{-\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}.$$

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.$$

Электронный механизм

ВОЗНИКНОВЕНИЯ Э.Д.С. ИНДУКЦИИ

Отрезок проводника движется в постоянном магнитном поле индукцией. На электроны проводимости металла действует сила Лоренца: $F_{\text{Л}} = qvB \sin \alpha$.

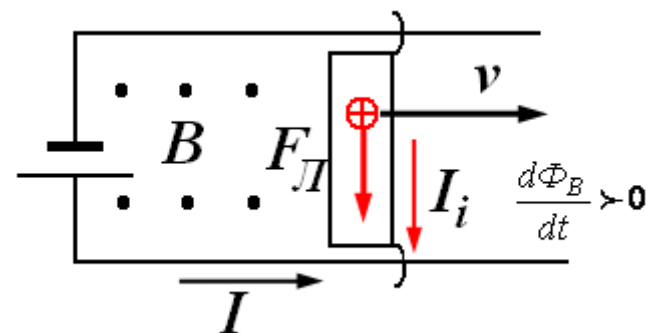
При равенстве численных значений силы Лоренца и силы электростатического поля перемещение электронов по проводнику прекращается.

$$F_{\text{Л}} = F_{\text{эл.стат.}}; \quad qvB \sin \alpha = qE \Rightarrow E = vB \sin \alpha.$$

$$\Delta\varphi = El = vBl \sin \alpha = vB_{\perp} l.$$

$$\varphi_A - \varphi_C = \Delta\varphi = -\varepsilon_i; \quad v = \frac{dx}{dt}; \quad ldx = dS$$

$$\varepsilon_i = -B_{\perp} \frac{ldx}{dt} = -\frac{BdS}{dt} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

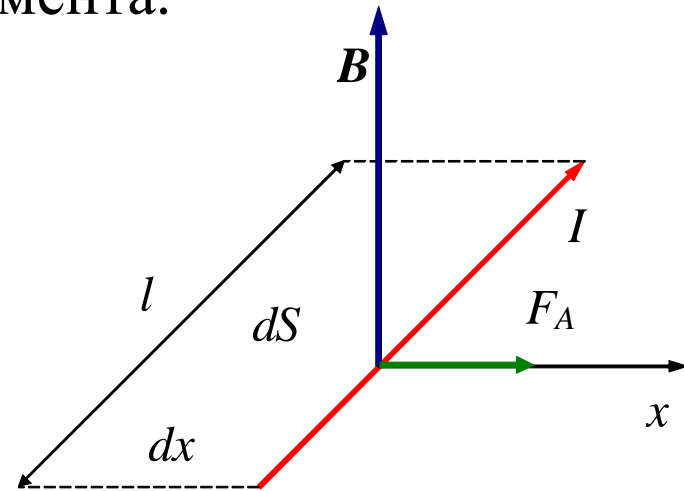


Закон электромагнитной индукции как следствие закона сохранения энергии

Пусть имеем плоский контур с подвижной стороной, включенной в цепь гальванического элемента.

$$\varepsilon I dt = I d\Phi + I^2 R dt$$

$$I = \frac{\varepsilon - \frac{d\Phi}{dt}}{R} = \frac{\varepsilon + \varepsilon_i}{R}. \quad \varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

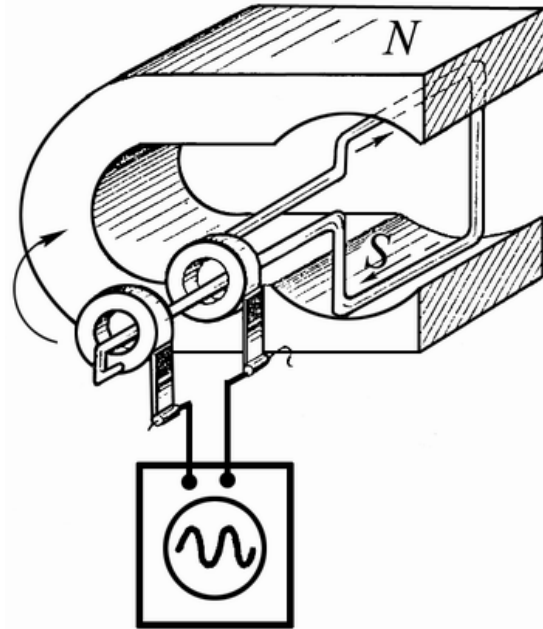


Отсюда ЭДС индукции равна скорости изменения магнитного потока, пронизывающего контур. Знак «-» отражает правило Ленца.

При перемещении проводника с током работа совершается за счет энергии источника тока. Энергия магнитного поля не изменяется.

Электромагнитная индукция в технике

- Генератор переменного тока



Токи Фуко (вихревые токи)

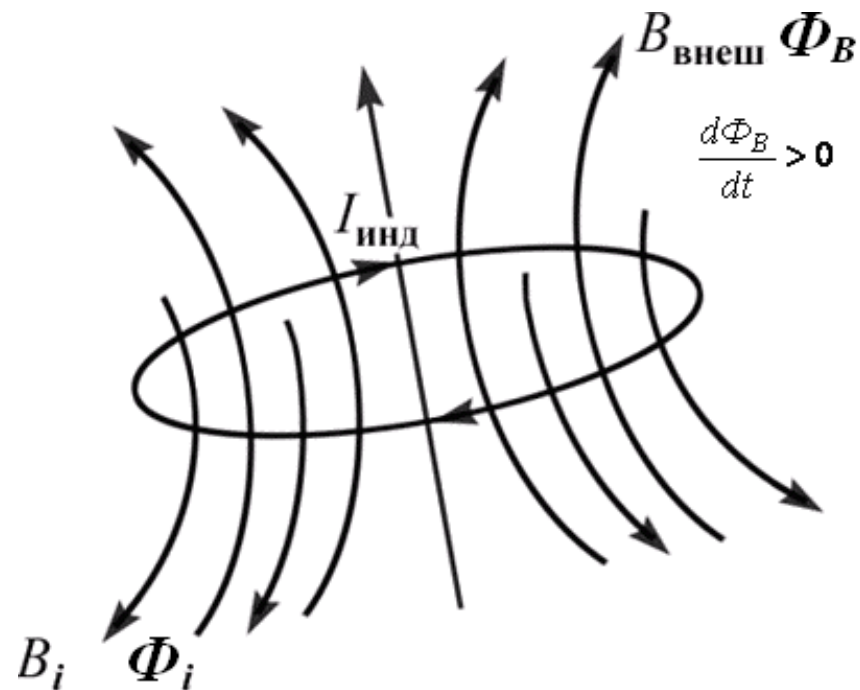
Токи Фуко (вихревые токи) – индукционные токи, возникающие в массивных сплошных проводниках, помещенных в переменное магнитное поле.

Массивные проводники – поперечные размеры, которых соизмеримы с длиной проводника.

В отличие от линейных проводников в массивных проводниках токи (токи Фуко) замкнуты в объёме, поэтому они называются *вихревыми*.

Они подчиняются правилу Ленца, т.е. их магнитное поле направлено таким образом, чтобы противодействовать изменению магнитного потока, индуцирующего вихревые токи.

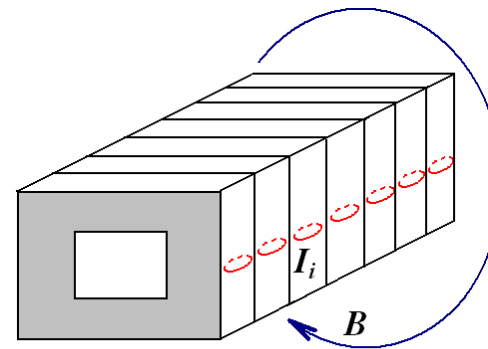
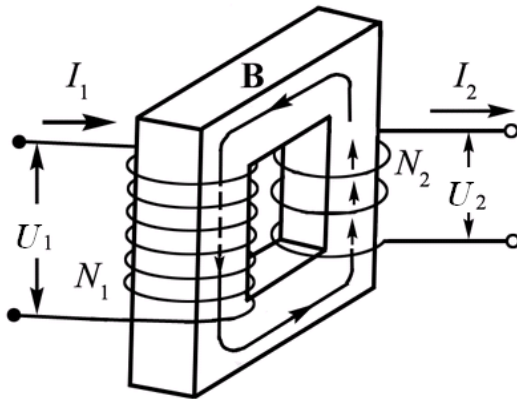
$$\frac{\varepsilon}{R} = - \frac{d\Phi}{dt} \cdot \frac{S}{\rho l}.$$



Электромагнитная индукция в технике

- Трансформаторы

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = k$$

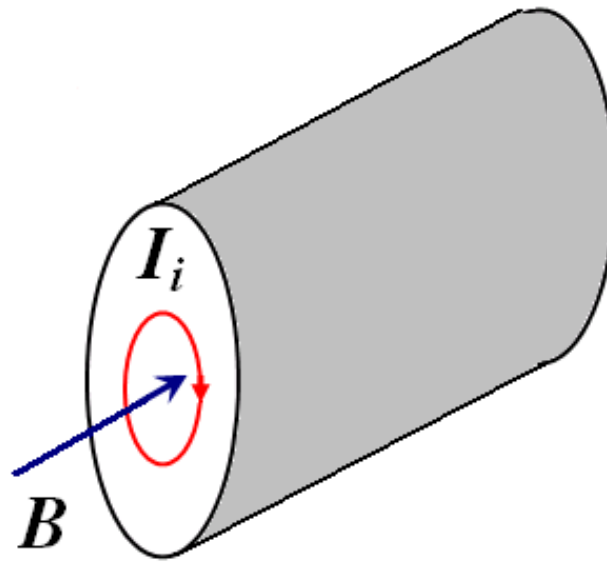


Для уменьшения нагрева деталей, находящихся в переменном магнитном поле, токами Фуко, эти детали (сердечники трансформаторов, якоря генераторов)

- 1) делают из тонких пластин, отделенных друг от друга слоями изолятора,
- 2) устанавливают так, чтобы вихревые токи были направлены поперек пластин.

Электромагнитная индукция в технике

- Индукционные печи



$$\frac{\varepsilon}{R} = - \frac{d\Phi}{dt} \cdot \frac{S}{\rho l}.$$

Явление самоиндукции.

ИНДУКТИВНОСТЬ

Ток I , текущий в замкнутом контуре, в окружающем пространстве вокруг себя создает магнитное поле B .

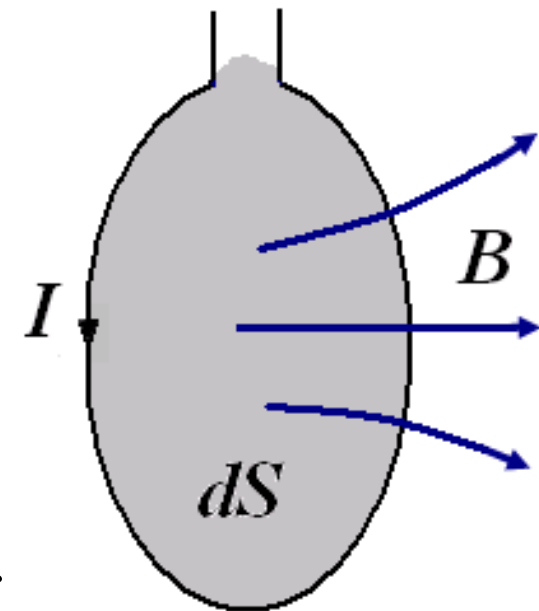
$$\Phi = L \cdot I,$$

где коэффициент пропорциональности L называется *индуктивностью контура*.

При изменении тока I в контуре изменяется создаваемое им магнитное поле и магнитный поток сквозь контур, изменяется во времени. Следовательно, в контуре индуцируется э.д.с.

$$\mathcal{E}_{si} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Этот процесс называется *самоиндукцией*.



Закон Фарадея для самоиндукции

$$\mathcal{E}_{Si} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt} = -\left(L\frac{dI}{dt} + I\underbrace{\frac{dL}{dt}}_{\substack{0, \text{если} \\ L=\text{const}}} \right) = -L\frac{dI}{dt}.$$

- Знак «минус» в законе Фарадея в соответствии с правилом Ленца означает, что наличие индуктивности L приводит к замедлению изменения тока I в контуре.
- Если ток I возрастает, то $dI/dt > 0$ и, соответственно, $\mathcal{E}_{Si} < 0$, т.е. ток самоиндукции I_{Si} направлен навстречу току I внешнего источника и замедляет его нарастание.
- Если ток I убывает, то $dI/dt < 0$ и, соответственно, $\mathcal{E}_{Si} > 0$, т.е. ток самоиндукции I_{Si} имеет то же направление, что и убывающий ток I внешнего источника и замедляет его убывание.

Экстратоки замыкания и размыкания

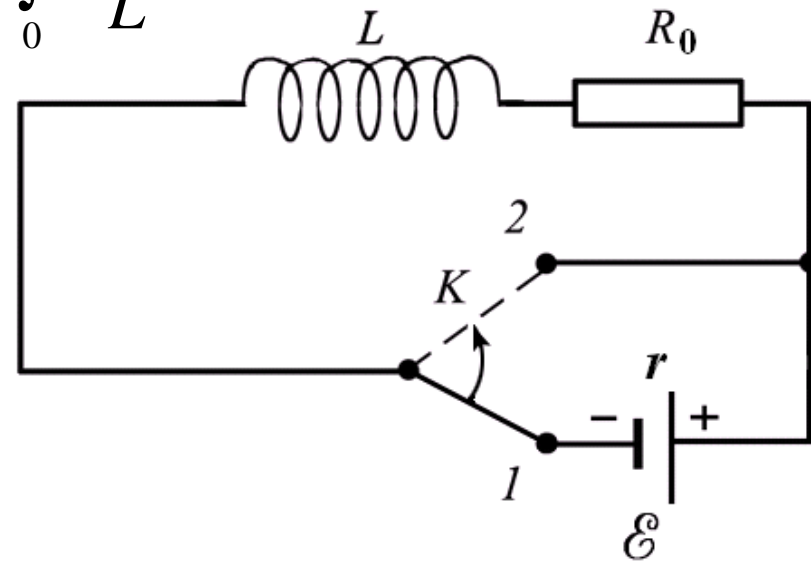
По правилу Ленца при включении и выключении тока в цепи, содержащей индуктивность L , возникает ток самоиндукции I_S , направленный так, чтобы препятствовать изменению тока I в цепи.

$$I_{Si} = \frac{\mathcal{E}_{Si}}{R} = -\frac{1}{R} L \frac{dI}{dt} \Rightarrow \int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = \int_0^t -\frac{R}{L} dt \Rightarrow$$

$$\ln I \Big|_{I_0}^I = -\frac{R}{L} t \Rightarrow I = I_0 e^{-\frac{R}{L} t}.$$

$\tau = \frac{L}{R}$ – постоянная, называемая **временем релаксации** – время,

в течение которого сила тока I уменьшается в e раз.



При отключении источника э.д.с. (размыкание цепи) ток изменяется по закону

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{E}{R_0} e^{-\frac{R}{L}t}.$$

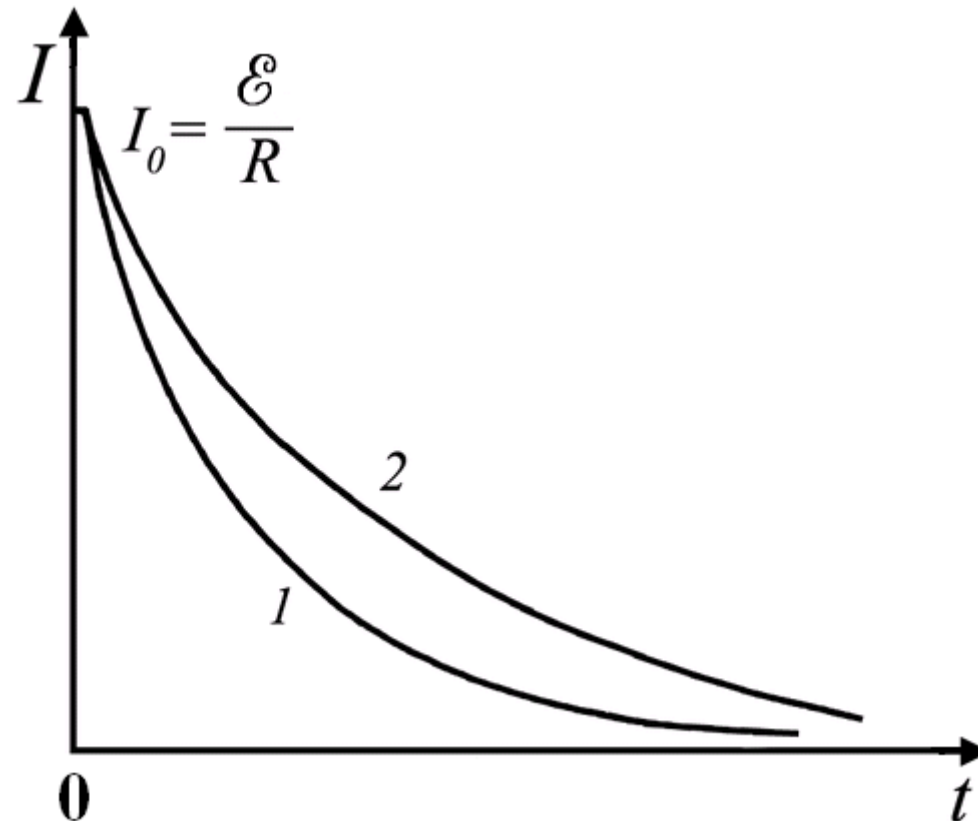
Величина э.д.с. самоиндукции равна

$$E_{Si} = -L \frac{dI}{dt} = \frac{R}{R_0} E e^{-\frac{R}{L}t}.$$

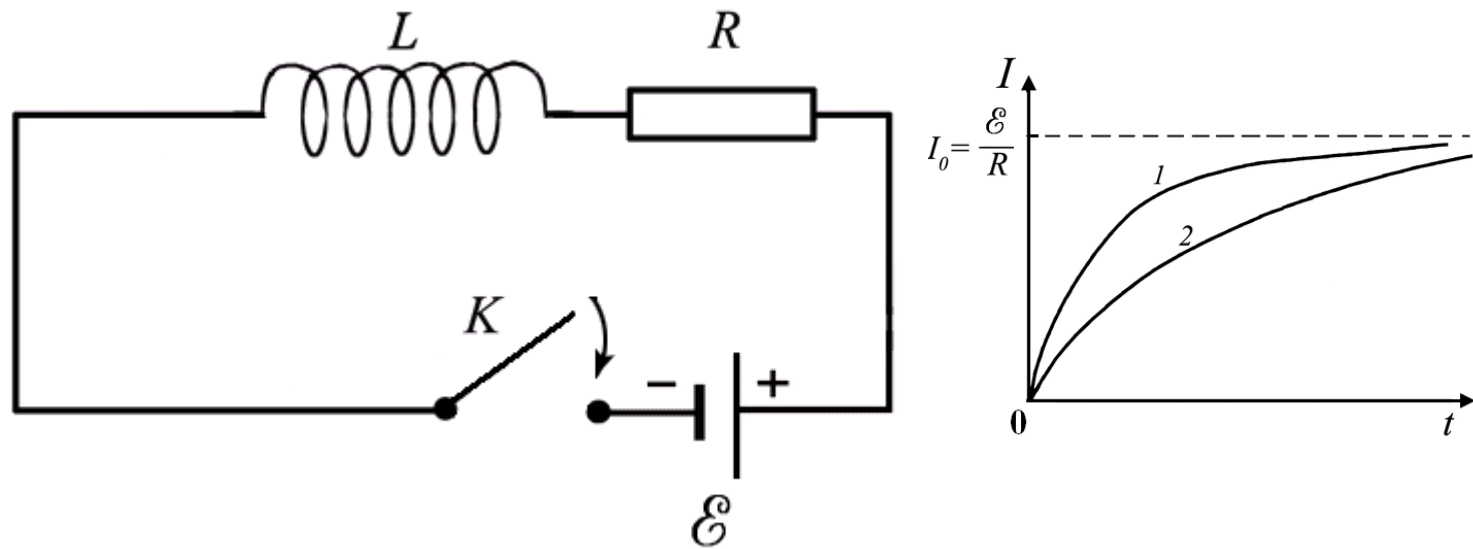
Если цепь переключается на очень большое внешнее сопротивление R , например, происходит разрыв цепи ($R \gg R_0$), то E_{Si} может стать огромным и образуется вольтова дуга между разомкнутыми концами выключателя.

В цепи, обладающей большой индуктивностью, E_{Si} может оказаться больше э.д.с. источника E , включенного в цепь, что может привести к пробое изоляции и выходу из строя оборудования. Поэтому сопротивление в контур *надо вводить постепенно*, уменьшая величину отношения dI/dt .

Зависимость тока размыкания от времени



Экстраток замыкания



$$I = I_0 \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right)$$

Взаимная индукция

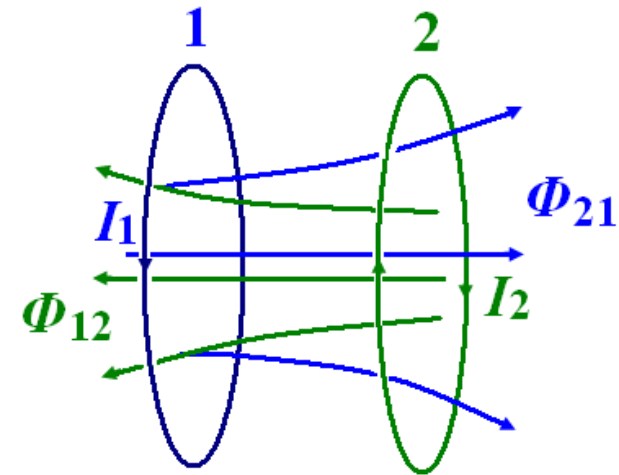
Рассмотрим два контура. По первому контуру течет ток I_1 , магнитный поток, образованный контуром 1, пронизывает контур 2:

$$\Phi_{21} = L_{21} I_1,$$

L_{21} – коэффициент пропорциональности.

$$\mathcal{E}_{i2} = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}.$$

$$\mathcal{E}_{i1} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}.$$



Явление возникновения э.д.с. в одном из контуров при изменении силы тока в другом называется **взаимной индукцией**.

Скин-эффект

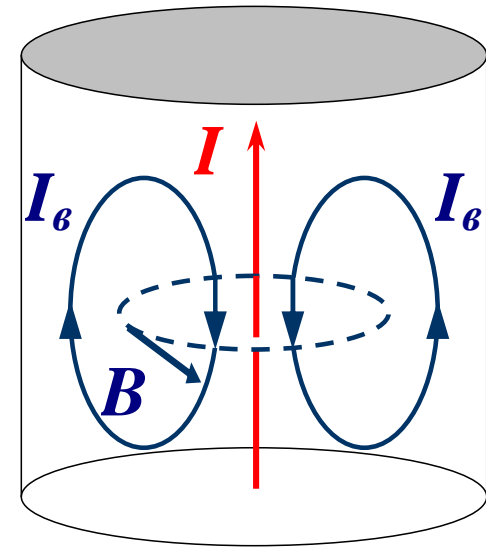
При прохождении переменного тока по проводнику внутри проводника магнитное поле изменяется. Изменяющееся во времени магнитное поле порождает в проводнике *вихревые токи самоиндукции*.

Это явление называется *скин-эффектом*.

Следствием скин-эффекта является то, что

ВЧ-токи текут по тонкому поверхностному

слою, поэтому проводники для ВЧ-токов их делают полыми, а часть внешней поверхности покрывают серебром.



$$dI/dt > 0$$

Энергия магнитного поля. Объемная плотность энергии магнитного поля

Энергия магнитного поля равна работе, которая затрачивается током на создание этого поля.

$$dA = \underbrace{\mathcal{E}_s}_{dq} Idt = -L \frac{dI}{dt} Idt = -LI dI.$$

$$A = W = \int dA = \int_0^I LI dI = \frac{LI^2}{2}.$$

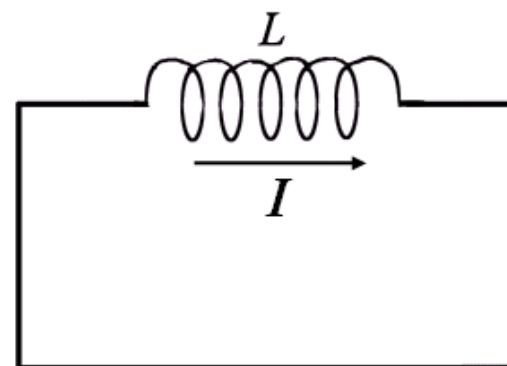
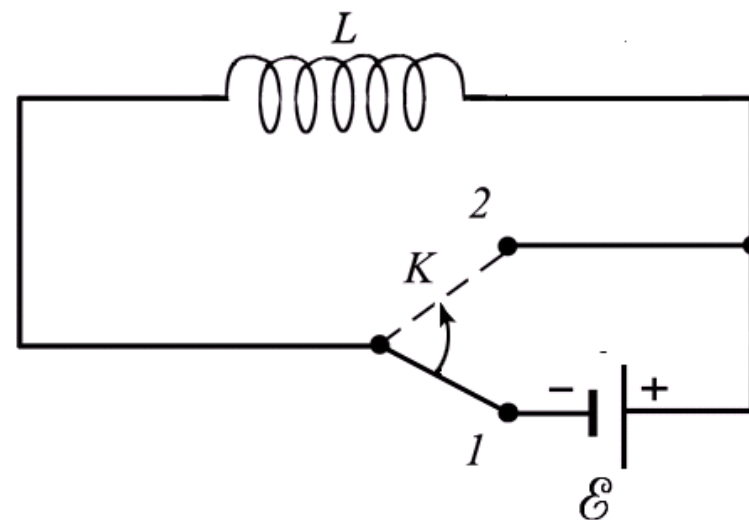
$$W = \frac{LI^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{\mu\mu_0 N^2 S}{l} \frac{B^2 l^2}{\mu^2 \mu_0^2 N^2} =$$

$$= \frac{B^2}{2\mu\mu_0} \cdot V = \frac{BH}{2} \cdot V.$$

Для электрического поля:

$$\omega_H = \frac{W}{V} = \frac{BH}{2}.$$

$$\omega_E = \frac{ED}{2}.$$



Индукционный ускоритель электронов – бетатрон

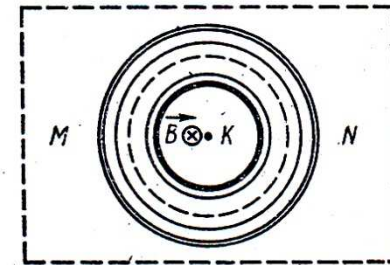
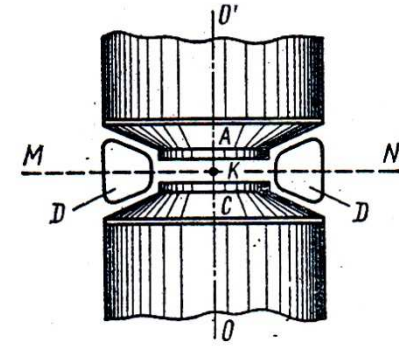
Явление возникновения в пространстве вихревого электрического поля переменным магнитным полем используется при создании индукционного ускорителя электронов – бетатрона.

Один из первых бетатронов создан в ТПУ под руководством А.А. Воробьева.

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = 2\pi r E$$

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} d\vec{S}$$

$$\int_S \vec{B} d\vec{S} = B_{\text{cp}} S = B_{\text{cp}} \cdot \pi r^2$$



$$E = -\frac{r}{2} \cdot \frac{dB_{\text{cp}}}{dt}$$

$$Fdt = eEdt = -\frac{er}{2} dB_{\text{cp}} = d(mv)$$

$$\int_0^v d(mv) = \frac{er}{2} \int_0^{B_{\text{cp}}} dB_{\text{cp}}$$

$$evB = \frac{mv^2}{r}$$

$$r = \frac{mv}{eB}$$

$$B = \frac{B_{\text{cp}}}{2} \quad \text{— условие Видероз.}$$