ОБЩАЯ ФИЗИКА.
Электричество.
Лекции №6-7

ПРОВОДНИКИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ. КОНДЕНСАТОРЫ. ЭНЕРГИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

- *Равновесие зарядов в проводниках*
- *Поле вблизи поверхности заряженного проводника*
- *Электростатический генератор Ван-де-Граафа*
- *Электростатическая индукция*
- *Электрическое поле в полости проводника*
- *Электроемкость уединенного проводника*
- *Конденсаторы. Взаимная электроемкость*
- *Плоский, сферический и цилиндрический конденсаторы*
- *Соединения конденсаторов*
- *Энергия заряженного проводника*
- *Энергия заряженного конденсатора*
- *Объемная плотность энергии электрического поля*
- *Уравнение Пуассона и Лапласа. Основная задача электростатики*

Равновесие зарядов в проводниках

В проводниках имеются электрически заряженные частицы – ***носители заряда***, которые способны под действием внешнего электрического поля перемещаться по всему объему проводника.

Ограничимся рассмотрением твердых металлических проводников. Носителями зарядов в них являются электроны, отделившиеся от «своих» атомов, которые называются ***электронами проводимости*** или ***свободными электронами***.

В равновесном состоянии:

1)Во всех точках внутри проводника ***Евнутр*** = ***E*** = 0

2)*φвнутр* = *const*, то есть весь объем проводника и его поверхность ***эквипотенциальны***.

3)На поверхности проводника $\vec{E} = \vec{E}_n, \quad \vec{E}_\tau = 0$

4)Вектор электрического смещения внутри проводника ***Dвнутр*** =0

Поле вблизи поверхности заряженного проводника

Выделим на поверхности проводника произвольную площадку dS. Построим на ней цилиндр высотой dh с образующей, перпендикулярной площадке dS. Так как dS – мала: $dS = dS' = dS''$.

На поверхности проводника векторы ***E*** и ***D*** перпендикулярны поверхности, следовательно, потоки векторов ***E*** и ***D*** через боковую поверхность равны 0.

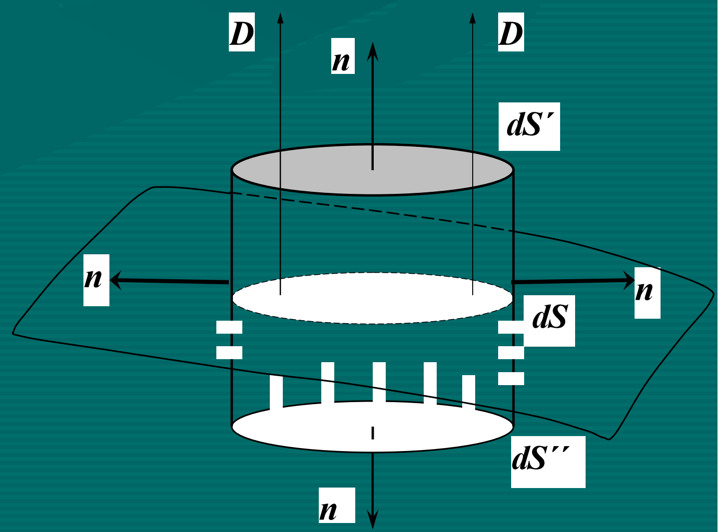
Так как dS'' лежит внутри проводника, где ***D*** $= 0$, следовательно, поток вектора ***D*** через dS'': $d\Phi_D$ через $dS'' = 0$.

Поток вектора через всю поверхность цилиндра равен потоку через dS'

$d\Phi_D = d\Phi_{DdS'} = Dn \cdot dS$.

Теорема Гаусса для ***D***: $d\Phi_D = dq = \sigma \cdot dS$.

$D_n = \sigma$; $E_n = \sigma / \varepsilon\varepsilon_0$.

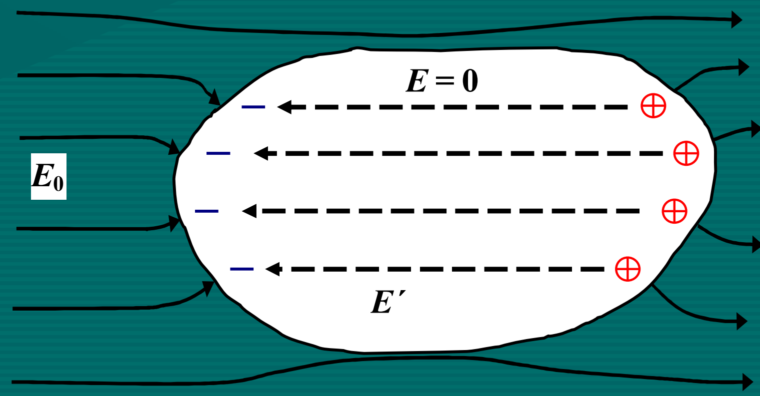


Электростатическая индукция

Электростатическая индукция – явление перераспределения зарядов в проводнике во внешнем электростатическом поле.

Так как концентрация свободных электронов в проводниках (металлах) очень высока, то перераспределение зарядов происходит до тех пор, пока результирующее поле в металле $E = E_0 - E'$ не окажется равным нулю. Нейтральный проводник, внесенный в электростатическое поле, разрывает часть линий напряженности, они заканчиваются на отрицательных индуцированных зарядах и вновь начинаются на положительных.

Индуцированные (наведенные) на проводнике заряды исчезают, когда проводник удаляют из электрического поля.



Электрическое поле в полости проводника

$$\int_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{\sum q}{\varepsilon_0},$$

$$\sum q = 0, \qquad \sum q = q_+ + q_-$$

$$\vec{E} = 0.$$

Проведем через полость и металл замкнутый контур, который пересекал бы контур по линии вектора напряжённости, то тогда $\oint_L \vec{E}d\vec{l} \neq 0$, что невозможно для кулоновских сил.

Поэтому заряды и электростатическое поле внутри полости металла, находящегося в электрическом поле, отсутствуют. На этом основана защита – экранирование тел (измерительные приборы, колебательный контур) от влияния внешних электрических полей.

Если проводник с полостью заземлить, то потенциал во всех точках полости равен нулю, т. е. полость полностью изолирована от внешних электрических полей.

Вместо сплошного проводника часто используют густую металлическую сетку.

Электроемкость проводника. Энергия электрического поля

Уединенный проводник – проводник, вблизи которого нет других тел, способных повлиять на распределение зарядов на нем.

Поверхностная плотность заряда пропорциональна сообщенному ему заряду. Напряженность электрического поля вблизи проводника $E = \sigma / \varepsilon_0$.
$E \sim \sigma \sim q$.

$$\int_r^\infty \vec{E} d\vec{r} = \varphi_1 - \varphi_2, \qquad \varphi_2 = 0. \quad \Rightarrow \quad \int_r^\infty \vec{E} d\vec{r} = \varphi,$$

$E \sim q. \quad \rightarrow \quad q = C\varphi$

C – коэффициент пропорциональности (электроемкость проводника)

$$r \geq R, \qquad E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2} \qquad \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\int_R^\infty \frac{dr}{r^2} = \varphi_1 - \varphi_2. \qquad \varphi_2 = \varphi_\infty = 0. \qquad \Rightarrow$$

$$\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R} = \varphi \qquad C = \frac{q}{\varphi}. \qquad \Rightarrow \qquad C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R. \qquad (6)$$

Электроемкость проводника зависит от его формы и размеров, свойств окружающей среды (ε)

Электроемкость Земли:

$$C_{\text{Земли}} = 4\pi\varepsilon_0 R = 4\pi\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12} 6400\cdot 10^3 \approx 0{,}7\text{мФ}$$

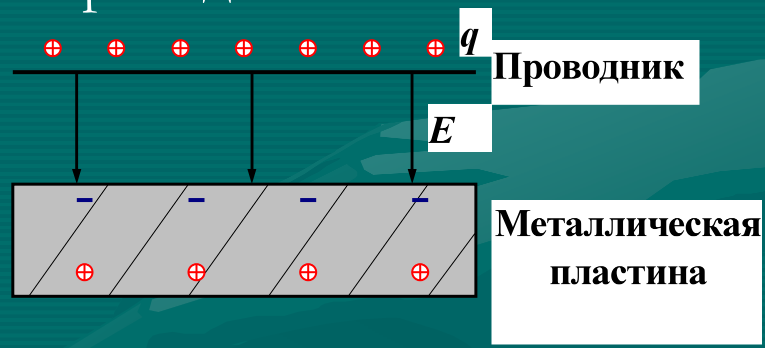
1 фарад – большая величина, обычно используют единицы: микрофарад (мкФ), нанофарад (нФ), пикофарад (пФ).

Для того чтобы проводник обладал большой емкостью, он должен иметь большие размеры.

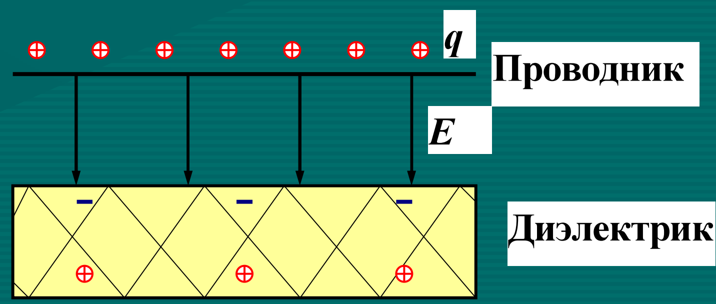
Конденсаторы. Взаимная электроемкость

В поле проводника помещаем металлическую пластину. Металлическая пластина заряжается в поле проводника.

Ближе к проводнику будет находиться поверхность пластины, зарядившаяся противоположным зарядом . Следовательно, поле, создаваемое зарядом проводника понизится, понизится и потенциал проводника.



В поле заряженного проводника диэлектрик поляризуется, что приводит к тому, что потенциал проводника уменьшается, а его емкость увеличивается. Взаимная электроемкость больше, чем емкость уединенного проводника



Особенно большой электроемкостью обладает конденсатор – система из двух проводников, разделенных слоем диэлектрика, продольные размеры которых много больше расстояния между ними.

Плоский конденсатор:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}.$$

Сферический конденсатор:

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 \frac{r_1 \cdot r_2}{r_2 - r_1}.$$

Цилиндрический конденсатор :

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l}{\ln\frac{r_2}{r_1}}$$

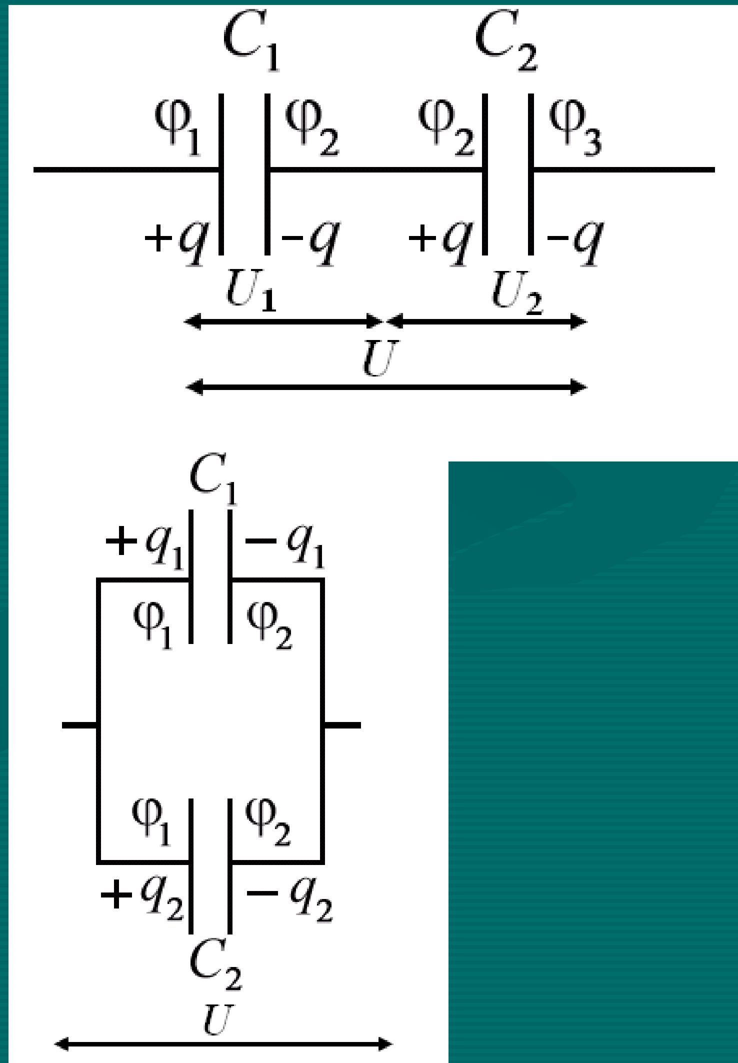
Соединения конденсаторов

Последовательное

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}.$$

Параллельное

$$C = \sum_{i=1}^{n} C_i.$$



Энергия электрического поля

Энергия заряженного проводника

$$dA = \varphi \cdot dq.$$

$$\varphi = \frac{q}{C}.$$

$$dA = \frac{q\,dq}{C}.$$

$$A = \int dA = \int \frac{q\,dq}{C} = \frac{q^2}{2C}.$$

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{C\varphi^2}{2}.$$

Энергия заряженного конденсатора

$$dA = U \cdot dq.$$

$$U = \frac{q}{C}.$$

$$dA = \frac{q\,dq}{C}.$$

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2}.$$

Объемная плотность энергии электрического поля

Энергия электростатического поля сосредоточена в пространстве между зарядами (электростатическое поле обладает энергией с определенной объемной плотностью энергии).

В случае конденсатора:

$$\omega_E = \frac{W}{V} = \frac{CU^2}{2Sd}$$

$$\omega_E = \frac{C\left(Ed\right)^2}{2Sd} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S\left(Ed\right)^2}{d\cdot 2Sd} \Rightarrow \omega_E = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{ED}{2}$$

Уравнение Пуассона и Лапласа. Основная задача электростатики

$$\mathrm{div}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}. \qquad \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}.$$

$$\vec{E} = -\nabla\varphi = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}\right) = E_x\vec{i} + E_y\vec{j} + E_z\vec{k}.$$

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}; \quad E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y}; \quad E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}.$$

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$ - уравнение Пуассона

Если в пространстве между проводниками свободных зарядов нет, следовательно, объемная плотность зарядов $\rho = 0$

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = 0$$ - уравнение Лапласа

Основная задача электростатики: нахождение решения дифференциальных уравнений Пуассона и Лапласа, то есть функции φ*(x,y,z)*, которая во всем пространстве удовлетворяет уравнениям Пуассона или Лапласа, а на поверхности проводников принимает заданные значения . В теоретической физике доказано, что эта задача имеет единственное решение, это утверждение называют теоремой единственности.

Метод изображений