

***ОБЩАЯ ФИЗИКА***  
***ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ***  
***УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА***

***ЛЕКЦИЯ №19***

*(Для студентов элитного  
отделения ЭТО –II)*

- Электромагнитная теория Максвелла (60-е годы XIX века)
- Основные положения теории Максвелла
- Система уравнений Максвелла в интегральной форме
- Уравнения Максвелла в дифференциальной форме
- Система статических уравнений Максвелла
- Значение теории Максвелла
- Электрическое поле, измеренное в разных системах отсчета
- Относительность электрических и магнитных полей

# Электромагнитная теория Максвелла (60-е годы 19 века)

В теории Максвелла рассматриваются *макроскопические поля*, которые

- создаются макроскопическими зарядами и токами, сосредоточенными в объемах много больших, чем объем атомов и молекул,

- период изменения переменных электрических и магнитных полей много больше периода внутримолекулярных процессов

- расстояние от источников полей до рассматриваемой точки пространства много больше размеров атомов и молекул,

Теория Максвелла – теория *близкодействия*, т.е. электромагнитное взаимодействие происходит с конечной скоростью, равной скорости света  $c$

# ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ Максвелла

1.Переменное магнитное поле порождает в окружающем пространстве вихревое электрическое поле

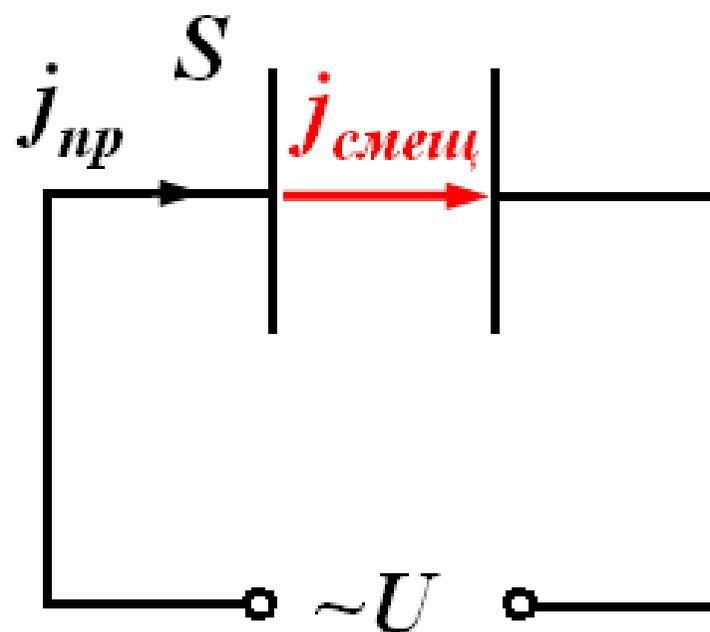
2.Переменное электрическое поле порождает в окружающем пространстве магнитное поле

Циркуляция вихревого электрического поля по

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$
$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \frac{d\Phi}{dt} = \mathcal{E}_i$$

замкнутому контуру  $L$  равна взятой с обратным знаком скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, натянутую на контур.

# Ток смещения



## Ток смещения.

Постулируется: *линии тока проводимости на границах обкладок конденсатора переходят в линии тока смещения.*

$$j_{\text{пр}} = j_{\text{см}}. \quad (1)$$

$$j_{\text{пр}} = \frac{I}{S}. \quad (2)$$

$$I = \frac{dq}{dt}. \quad (3)$$

$$q = \sigma S. \quad (4)$$

$$I = S \frac{d\sigma}{dt}. \quad (5)$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad \Rightarrow$$

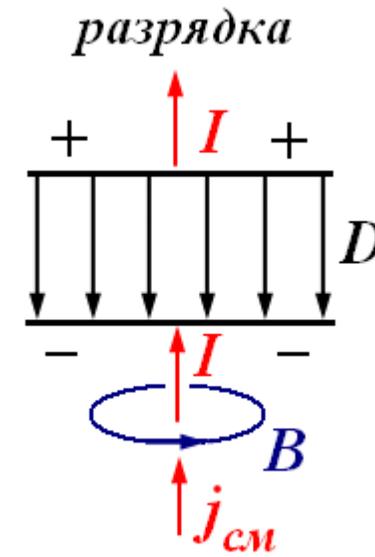
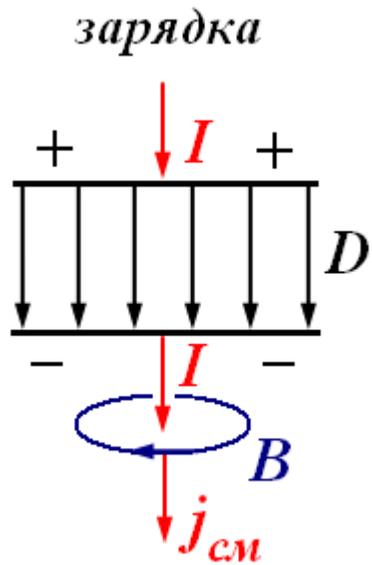
$$\vec{j}_{\text{см}} = \underbrace{\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}_{\text{пл. тока смещ. в вакууме}} + \underbrace{\frac{\partial \vec{P}}{\partial t}}_{\text{пл. тока поляризации}}.$$

$$\left. \begin{aligned} j_{\text{см}} &= \frac{I}{S} = \frac{d\sigma}{dt}. \quad (6) \\ E &= \frac{\sigma}{\varepsilon_0}, \quad (7) \\ D &= \varepsilon_0 E = \sigma. \quad (8) \end{aligned} \right\}$$

$$j_{\text{см}} = \frac{dD}{dt}. \quad (9)$$

$$\vec{j}_{\text{см}} = \frac{d\vec{D}}{dt}. \quad (10)$$

# Ток смещения при зарядке и разрядке конденсатора



Циркуляция вектора  $\vec{H}$  напряженности магнитного поля по произвольному замкнутому контуру  $L$  равна алгебраической сумме макротоков и тока смещения сквозь поверхность, натянутую на этот контур.

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left( \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}.$$

Максвелл приписал току смещения только одно общее свойство с током проводимости – *способность создавать в окружающем пространстве магнитное поле.*

# Система уравнений Максвелла в интегральной форме

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}.$$

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left( \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}.$$

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV.$$

# Уравнения Максвелла в дифференциальной форме

$$\operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}.$$

$$\operatorname{div}\vec{B} = 0$$

$$\operatorname{rot}\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}.$$

$$\operatorname{div}\vec{D} = \rho.$$

# Из уравнений Максвелла следует

1) Электрическое и магнитное поля взаимосвязаны, т.е. в общем случае электрическое и магнитное поля не могут существовать друг без друга. Существует единое электромагнитное поле.

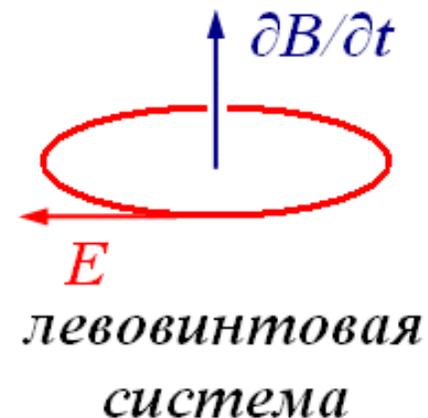
2) Уравнения Максвелла ковариантны относительно преобразований Лоренца, т.е. их вид не изменяется при переходе от одной ИСО к другой.

3) Уравнения Максвелла несимметричны

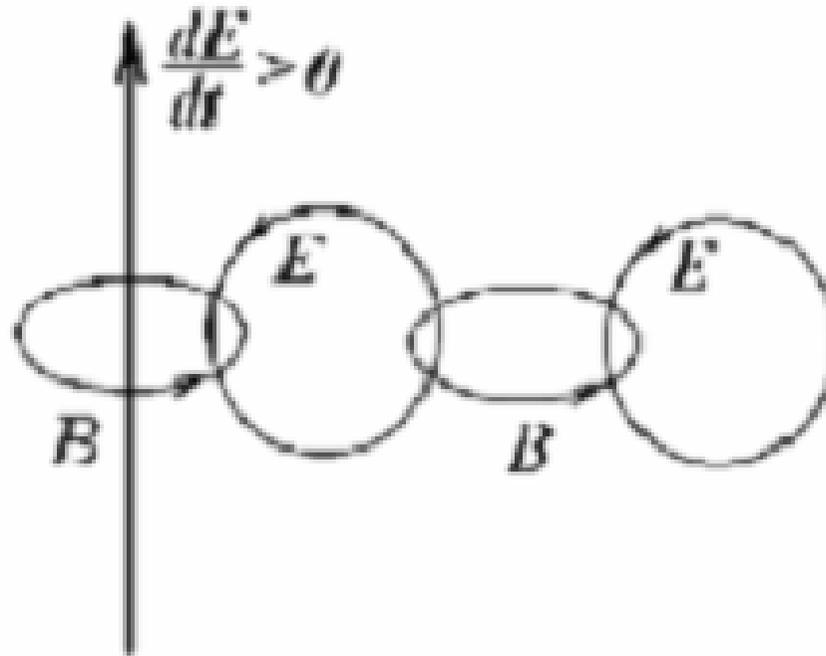
$$\operatorname{rot}\vec{E} = \underbrace{-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}}_{\text{одно слагаемое}}; \quad \operatorname{rot}\vec{H} = \underbrace{\vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}}_{\text{два слагаемых}}.$$

В среде без токов и зарядов уравнения Максвелла  
ИМЕЮТ ВИД

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; & \operatorname{rot} \vec{H} &= \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0; & \operatorname{div} \vec{D} &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$



# Возникновение электромагнитной волны



# Материальные уравнения Максвелла

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E},$$

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H},$$

$$\vec{j} = \sigma \left( \vec{E}_{\text{кул}} + \vec{E}_{\text{ст}} \right).$$

# Система статических уравнений Максвелла

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0, \quad \text{rot} \vec{E} = 0.$$

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0, \quad \text{div} \vec{B} = 0.$$

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \vec{j} d\vec{S}, \quad \text{rot} \vec{H} = \vec{j}.$$

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV, \quad \text{div} \vec{D} = \rho.$$

# Значение теории Максвелла

1. Показал, что электромагнитное поле – это совокупность взаимосвязанных электрических и магнитных полей.
2. Предсказал существование электромагнитных волн, распространяющихся от точки к точке с конечной скоростью.
3. Показал, что световые волны являются электромагнитными волнами.
4. Связал воедино электричество, магнетизм и оптику.

# Электрическое поле, измеренное в разных системах отсчета

Пусть в системе имеем две неподвижные заряженные плоскости с поверхностными плотностями  $+\sigma$  и  $-\sigma$ .

а) Пусть плоскости – квадраты со сторонами  $a$  и будем считать, что расстояние между плоскостями  $\ll a$ . Тогда поле между плоскостями можно считать однородным.

$$\text{В системе } S: E_z = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{a^2 \varepsilon_0}.$$

$$\text{В системе } S': x' = a\sqrt{1-\beta^2}, \quad \sigma' = \frac{\sigma}{a^2\sqrt{1-\beta^2}}; \quad E'_z = \frac{E_z}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma E_z.$$

б) Теперь пусть плоскости ориентированы перпендикулярно оси

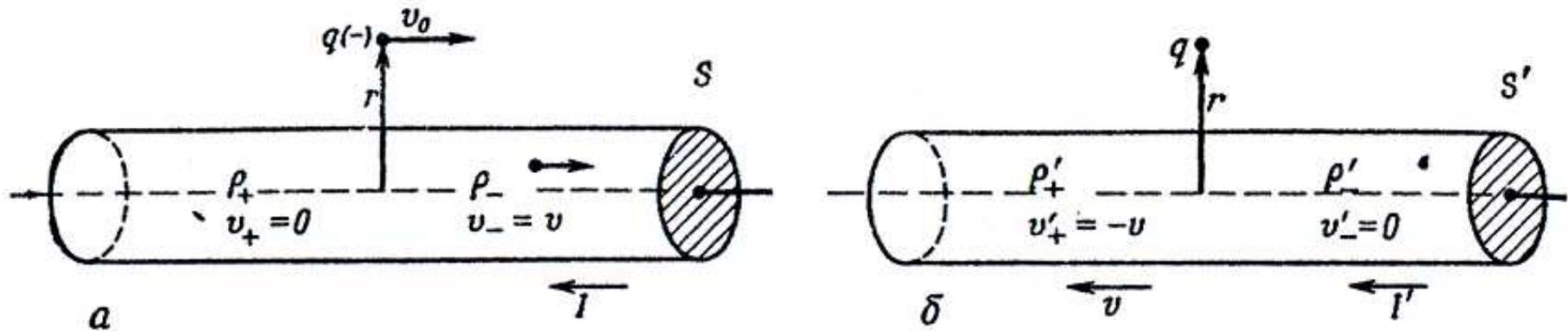
$$x. \quad E_x = E'_x = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

$$\text{Обобщим результаты: } F_{\text{пер}} = qE_{\text{пер}} \quad F'_{\text{пер}} = \frac{qE_{\text{пер}}}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

$$F_{\text{пер}} = F'_{\text{пер}} \sqrt{1-\beta^2}$$

# Относительность электрических и магнитных полей

Пусть имеем отрицательный заряд движущийся параллельно длинному проводнику, по которому течет ток.



$S$ -система:  $\vec{F}_л = q[\vec{v}_0 \cdot \vec{B}] \quad F_л = qv_0B.$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}. \quad \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} = c^2.$$

$$B = \frac{I}{2\pi r \epsilon_0 c^2}.$$

$$I = \rho_+ Sv.$$

$$F_л = \frac{qv_0 \rho_+ Sv}{2\pi r \epsilon_0 c^2}.$$

$$F_л = \frac{q\rho_+ Sv^2}{2\pi r \epsilon_0 c^2}.$$

$S'$ -система:

$$L' = L_0 \sqrt{1 - \beta^2}$$

$$\rho_0 L_0 S = \rho' L' S$$

$$\rho_0 L_0 = \rho' L'.$$

$$\rho'_+ = \frac{\rho_+}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad \rho'_- = \frac{\rho_-}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$\rho'_- = \rho_- \sqrt{1 - \beta^2}$$

$$\rho' = \rho'_+ + \rho'_- \quad \rho' = \frac{\rho_+}{\sqrt{1 - \beta^2}} + \rho_- \sqrt{1 - \beta^2}$$

$$\rho_+ = -\rho_- \quad \rho' = \rho_+ \cdot \frac{\beta^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

$$E' = \frac{\rho' S}{2\pi r \epsilon_0} = \frac{\rho_+ S \beta^2}{2\pi r \epsilon_0 \sqrt{1 - \beta^2}}. \quad F' = \frac{F}{\sqrt{1 - \beta^2}};$$