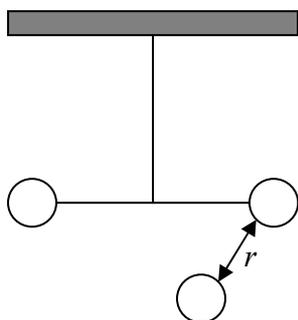


## Добавление к вопросу «Закон Кулона»



Принято считать, что закон установил в 1785 г. французский военный инженер Шарль Огюстен Кулон (1736 - 1806) экспериментальным путем, с помощью крутильных весов. Предварительно была получена зависимость угла кручения от приложенной силы:

$$M = Fr = \gamma\varphi$$

Как проводился опыт: Кулон приводил в соприкосновение два проводящих одинаковых шарика, один из которых несет заряд  $q$ , а второй не заряжен. Заряды делятся пополам. Таким образом, можно поделить заряд на любое целое число, проводя последовательно соприкосновение с другими незаряженными шариками.

1) Если изменять расстояние между двумя одинаковыми зарядами, то было установлено, что сила взаимодействия подчиняется закону обратных квадратов:  $\frac{1}{r^2}$ .

2) Относительно зависимости силы взаимодействия от величины зарядов дело обстоит сложнее, так как сама величина заряда может быть определена по измеренной силе взаимодействия. Поэтому для установления этой зависимости нужно иметь не менее 4-х зарядов. Тогда зависимость может быть определена при одном и том же расстоянии последовательным измерением попарных сил взаимодействия между зарядами. Выглядит это так:

$$\frac{F_{23}}{F_{13}} = \frac{q_2}{q_1}; \quad \frac{F_{24}}{F_{14}} = \frac{q_2}{q_1}.$$

Отношение зарядов определено из двух независимых измерений. Совпадение результатов возможно только, если сила пропорциональна произведению зарядов.

$$\frac{F_{23}}{F_{13}} \rightarrow \frac{q_2 q_3}{q_1 q_3}; \quad \frac{F_{24}}{F_{14}} \rightarrow \frac{q_2 q_4}{q_1 q_4}.$$

В результате: сила взаимодействия  $F$  двух неподвижных точечных зарядов пропорциональна величине каждого из зарядов  $q_1$ ,  $q_2$  и обратно пропорциональна квадрату расстояния  $r$  между зарядами

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2}, \quad (1)$$

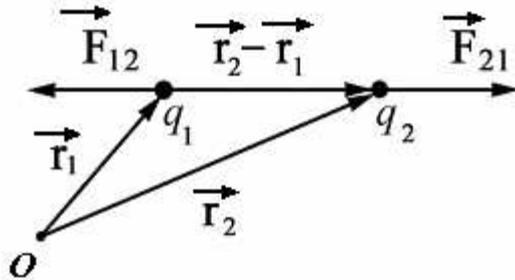
где  $k$  – коэффициент пропорциональности, зависящий от выбранной системы единиц.

Сила  $\vec{F}$  направлена по прямой, соединяющей взаимодействующие заряды, т.к. из всех возможных направлений в пространстве, по которым

можно провести силу, существует одно выделенное. Это прямая, соединяющая два точечных заряда. Остальные направления равноправны. Сам заряд не создает выделенного направления, так как является скалярной величиной. Кулоновская сила является *центральной силой*.

Сила – величина векторная. Поэтому

- 1) Для произвольно выбранного начала отсчета:

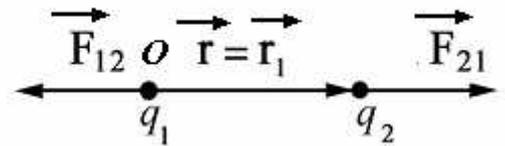


$$\vec{F}_{21} = k \frac{|q_1||q_2|}{(|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|)^3} (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \quad (2)$$

$$\frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|} = \text{единичный вектор.}$$

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

- 2) Начало отсчета совпадает с одним из зарядов:



$$\vec{F}_{21} = k \frac{|q_1||q_2|}{r^3} \vec{r} .$$

Экспериментами показано, что закон Кулона выполняется при расстояниях  $5 \cdot 10^{-15} \text{ м} < r < 4 \cdot 10^4 \text{ км}$ .

Нет оснований полагать, что при других расстояниях он не выполняется.

Теория показывает, что если бы закон Кулона не выполнялся на географических расстояниях, то фотон имел бы отличную от нуля массу покоя. Это привело бы к тому, что фотон имел бы отличную от нуля массу покоя и к зависимости скорости распространения электромагнитных волн в вакууме зависела бы от  $\lambda$  или  $\nu$ . Но дисперсия света в вакууме не наблюдается.

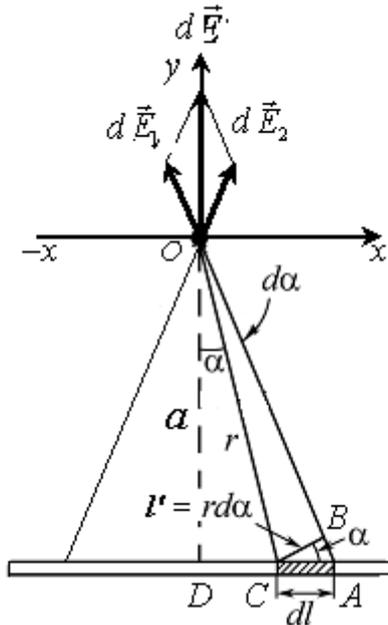
Нижний предел установлен в опытах по изучению рассеяния электронов на электронах (позитронах).

Как и взаимодействие гравитационных точечных зарядов, электростатическое взаимодействие подчиняется закону обратных квадратов и пропорционально величинам зарядов. Поэтому характеристики электростатического поля идентичны характеристикам гравитационного поля. Но характеристикам электростатического поля уделим большее внимание.

Из закона Кулона следует, что электрическая сила пропорциональна заряду, на который она действует. Это позволяет ввести более универсальную характеристику – напряженность электрического поля.

## Добавление к вопросу «Принцип суперпозиции»

### **Поле бесконечной равномерно заряженной нити с линейной плотностью $\tau$**



Найдите, используя принцип суперпозиции напряженностей электрических полей, напряженность поля прямой бесконечной нити, равномерно заряженной с линейной плотностью  $\tau$  в точке  $O$ , удаленной от нити на расстояние  $a$ .

**Решение.** Разобьем нить на бесконечно малые участки  $dl$  (см. рис.). Тогда находящиеся на них заряды  $dq = \tau dl$  можно рассматривать как точечные заряды. Эти равные по величине заряды расположены симметрично относительно оси симметрии нити и равноудалены от точки  $O$ . Поэтому  $dE_1 = dE_2$  и проекции векторов напряженности  $d\vec{E}_1$  и  $d\vec{E}_2$  на ось  $Ox$  компенсируют друг друга. Следовательно, вектор  $d\vec{E}$  напряженности электрического

поля от каждого элементарного заряда направлен вдоль оси  $Oy$  и его модуль равен:

$$dE_y = dE_1 \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\tau dl}{r^2} \cos \alpha. \quad (1)$$

Так как угол  $d\alpha$  мал, можно считать, что хорда  $dl'$  совпадает с длиной дуги окружности радиусом  $r$  с центром в точке  $O$ :  $dl' = r d\alpha$ .

Из треугольника  $ABC$  определим  $dl = \frac{dl'}{\cos \alpha} = \frac{r d\alpha}{\cos \alpha}$ .

Из треугольника  $ADO$  найдем  $a = r / \cos \alpha$ .

Подставив значения  $dl$  и  $r$  в уравнение (1), получим

$$dE_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\tau \cos \alpha d\alpha}{a}. \quad (2)$$

Проинтегрировав (2) по  $\alpha$  в пределах от  $-\pi/2$  до  $+\pi/2$ , найдем

$$E_y = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\tau \cos \alpha d\alpha}{a} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\tau}{a} = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 a}.$$

**Примечание.** Поле равномерно заряженной бесконечной нити обладает геометрической симметрией. В таких случаях более рационально для расчета полей применение теоремы Гаусса, так как векторное уравнение теоремы Гаусса приводится к скалярному, что существенно упрощает

расчеты. Расчет методом суперпозиции более трудоемок, но он является универсальным, и применим для расчета любых полей.