ОБЩАЯ ФИЗИКА. ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ. СЛОЖЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ ЛЕКЦИИ №21-22

(Для студентов элитного отделения ЭТО –II)

Колебательное движение. Свободные незатухающие гармонические колебания

- Уравнения, описывающие свободные незатухающие гармонические колебания,

$$x(t) = A\cos(\omega_0 t + \alpha). \qquad x(t) = A\sin(\omega_0 t + \alpha),$$

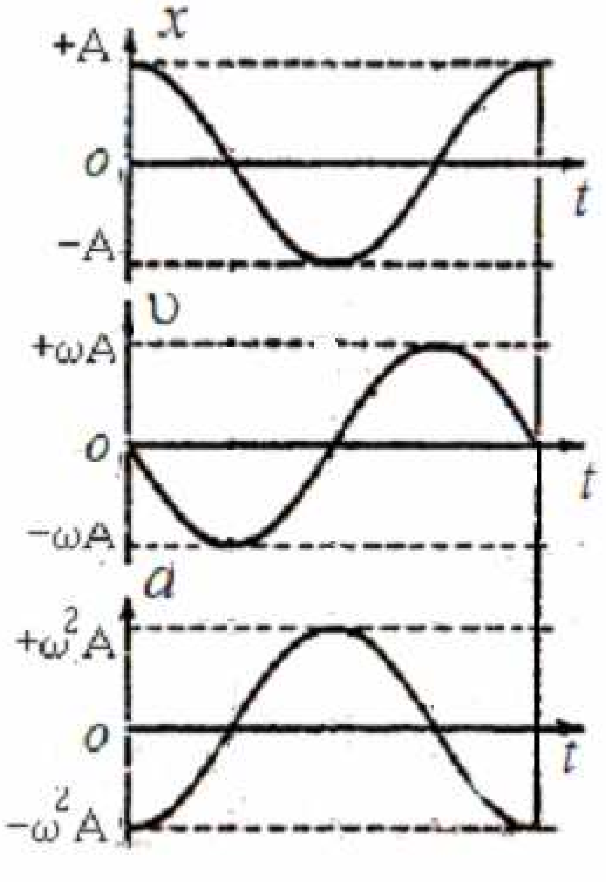
- скорость гармонических колебаний:

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \alpha) = A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \alpha + \frac{\pi}{2}),$$

- ускорение гармонических колебаний:

$$a = \frac{d\upsilon}{dt} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \alpha) = A\omega_0^2 \cos(\omega_0 + \alpha + \pi).$$

Графики смещения *x*, скорости υ и ускорения *a* гармонического колебания



Силы, вызывающие гармонические колебания

- По второму закону Ньютона:

$$F = ma = -mA^2\omega_0^2\cos(\omega_0 t + \alpha) = -m\omega^2 x.$$

- Сила, вызывающая гармонические колебания, должна обладать свойствами:

1) величина силы прямо пропорциональна смещению колеблющейся величины от положения равновесия
2) сила направлена в сторону, противоположную смещению

Энергия гармонического колебания

- Работа на конечном участке траектории:

$$A_{12} = -\int_{x_1}^{x_2} kx dx = \frac{k}{2}(x_1^2 - x_2^2),$$

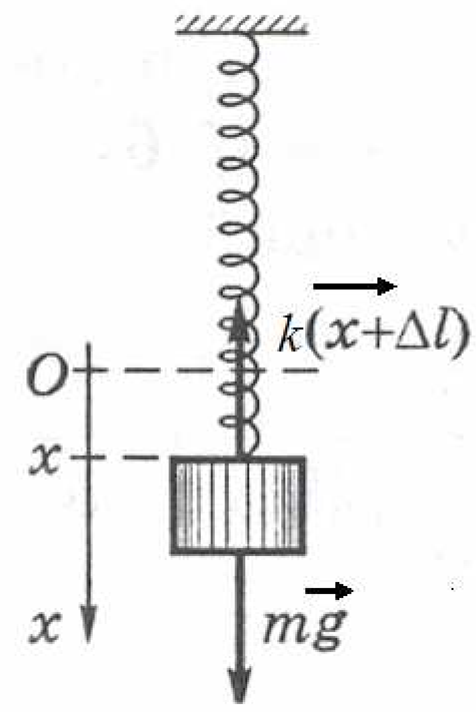
- Полная энергия тела, совершающего колебания,

$$E = E_{\text{кин}} + E_{\text{пот}} = \frac{mA^2\omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \alpha)}{2} + \frac{mA^2\omega_0^2 \cos^2(\omega_0 t + \alpha)}{2} =$$

$$= \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \cdot [\sin^2(\omega_0 t + \alpha) + \cos^2(\omega_0 t + \alpha)] = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} = \text{const}.$$

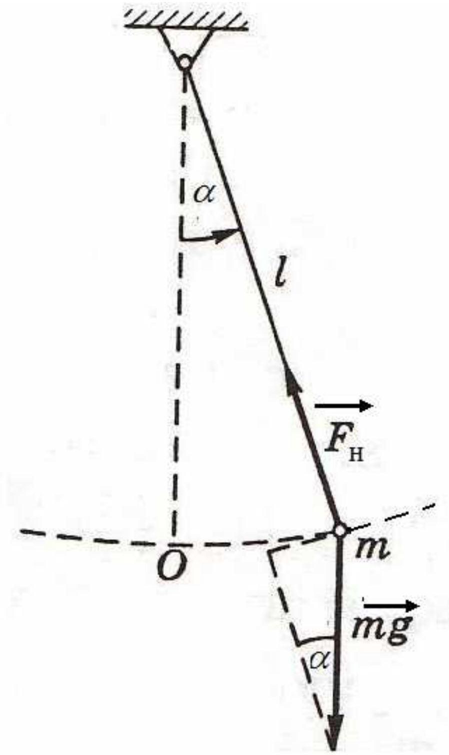
Примеры гармонических колебаний

Пружинный маятник



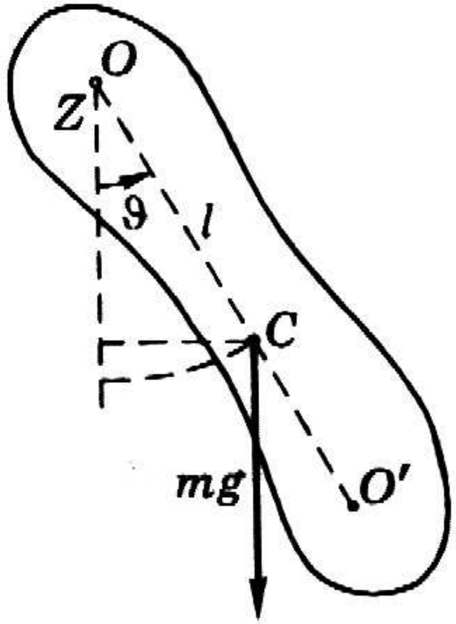
$$\vec{F}_{\text{упр}} = -k\vec{x}$$

Математический маятник



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

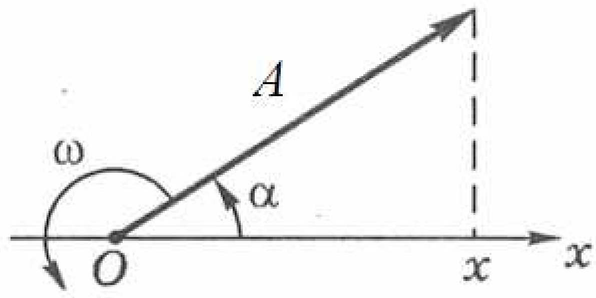
Физический маятник

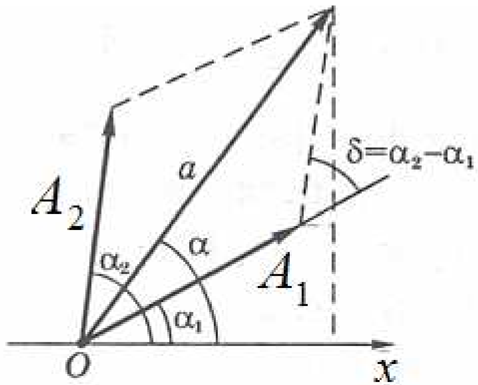


$$\omega = \sqrt{\frac{g}{I/ml}}$$

$$l_{\text{пр}} > l$$

Сложение колебаний одного направления



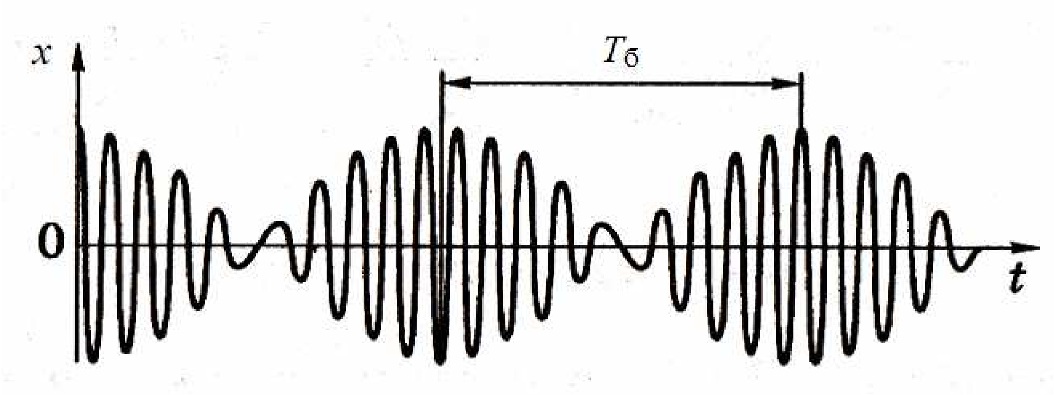


$$\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$$

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\alpha_2 - \alpha_1)$$

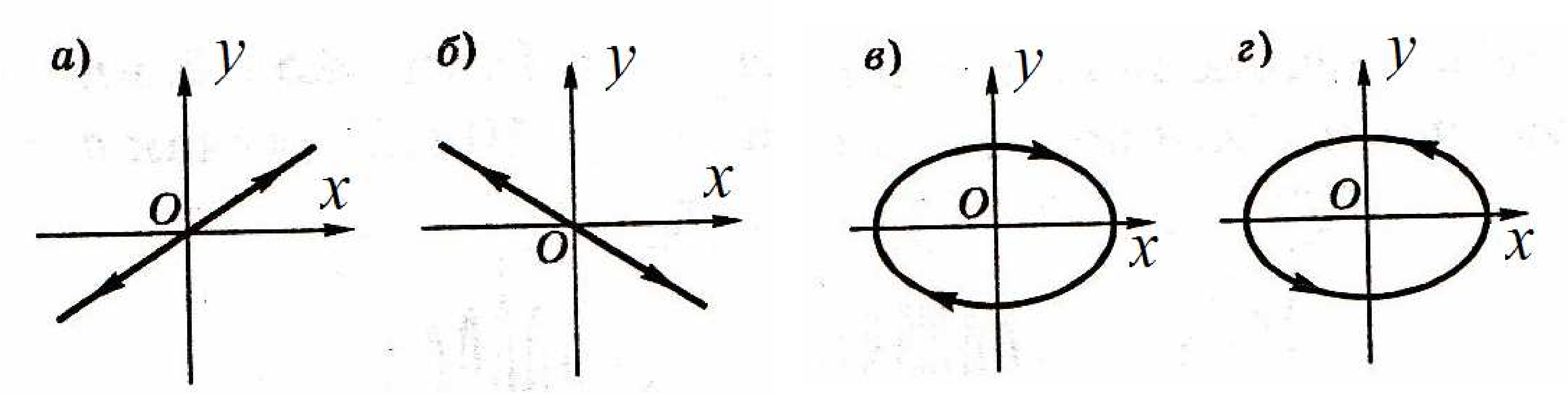
$$\mathrm{tg}(\alpha_2 - \alpha_1) = \frac{A_1\sin\alpha_1 + A_2\sin\alpha_2}{A_1\cos\alpha_1 + A_2\cos\alpha_2}$$

Биения



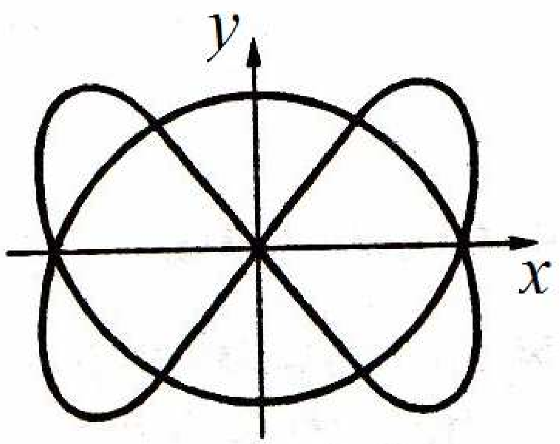
$$T = \frac{2\pi}{\omega} \qquad T_б = \frac{2\pi}{\omega_2 - \omega_1}$$

Сложение взаимноперпендикулярных колебаний



$$\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}-\frac{2xy}{A_1A_2}\cos\alpha=\sin^2\alpha.$$

Фигуры Лиссажу



$$\frac{n_x}{n_y} = \frac{\omega_y}{\omega_x}.$$

$$\frac{n_x}{n_y} = \frac{3}{2}.$$

Фигуры Лиссажу при различных соотношениях частот и разностей фаз