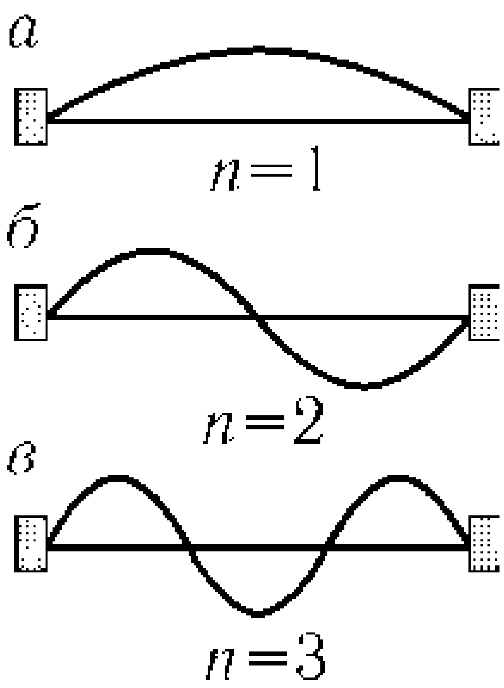
ОБЩАЯ ФИЗИКА
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ
<u>ЛЕКЦИЯ №25</u>

Колебания струны



- Квазистационарные токи
- Колебательный контур
- Незатухающие колебания в колебательном контуре
- Свободные затухающие колебания в колебательном контуре
- Характеристики затухающих электромагнитных колебаний
- Переменный ток
- Закон Ома для цепи переменного (гармонического) тока
- Резонанс в последовательном контуре. Резонанс напряжений
- Параллельный колебательный контур. Резонанс токов

Квазистационарные токи

При протекании по электрической цепи переменного тока в один и тот же момент времени токи в разных точках цепи не одинаковы по величине. Это связано с тем, что электромагнитные возмущения распространяются с очень большой, но конечной скоростью.

Условие квазистационарности: $t = \frac{l}{c} << T$

Токи, удовлетворяющие этому условию, называются квазистационарными. *Для таких токов можно использовать законы Ома и Кирхгофа, полученные для статических полей.*

Колебательный контур

В цепи, содержащей индуктивность ***L*** и конденсатор емкости ***C***, могут возникать электрические колебания.

$$iR = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{si}$$

$$-\frac{q}{C} - L\frac{di}{dt} = 0$$

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0$$

$$\ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0$$

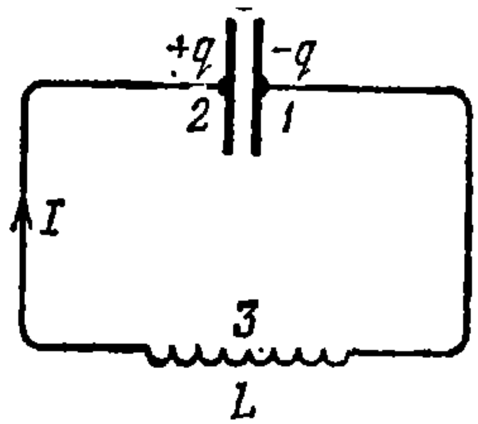
$$\ddot{q} + \omega_0{}^2 q = 0$$

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \alpha)$$

$$U = \frac{q_m}{C}\cos(\omega_0 t + \alpha) = U_m \cos(\omega_0 t + \alpha)$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega_0 t + \alpha + \frac{\pi}{2})$$

Формула Томсона $T = \dfrac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}$



Свободные затухающие колебания в колебательном контуре

Реальный контур обладает активным сопротивлением R . Поэтому энергия, запасенная в контуре, расходуется на джоулево тепло и колебания со временем затухают.

•

$$iR = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{si}$$

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{q}{C} = 0$$

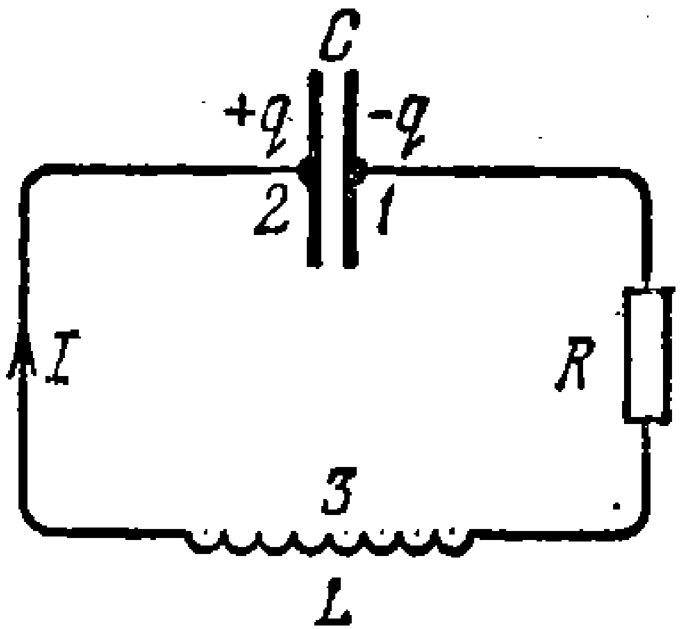
$$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = 0$$

$\beta = \dfrac{R}{2L}$ - постоянная затухания

$\beta^2 << \omega_0^2$ $\quad q = q_{m0}e^{-\beta t}\cos(\omega t + \alpha),$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$



$$U = \frac{q_{m0}}{C} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha) = U_{m0} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha)$$

$$i = \frac{dq}{dt} = q_{m0} e^{-\beta t} [-\beta \cos(\omega t + \alpha) - \omega \sin(\omega t + \alpha)$$

$$\frac{\omega_0}{\sqrt{\omega_0{}^2 + \beta^2}} = 1, \qquad i = \omega_0 q_{m0} e^{-\beta t} [\frac{-\beta}{\omega^2 + \beta^2} \cos(\omega t + \alpha) - \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + \beta^2}} \sin(\omega t + \alpha)]$$

$$\cos\varphi = -\frac{\beta}{\sqrt{\omega^2 + \beta^2}}; \qquad \sin\varphi = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + \beta^2}}.$$

$$i = \omega_0 q_{m0} e^{-\beta t} [\cos\varphi \cos(\omega t + \alpha) - \sin\varphi \sin(\omega t + \alpha)].$$

$$i = \omega_0 q_{m0} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha + \varphi)$$

$$\frac{\pi}{2} < \varphi < \pi$$

Характеристики затухающих электромагнитных колебаний

1. **Постоянная затухания** $\beta = \frac{1}{\tau}$, где $\tau -$ время, в течение которого амплитуда колебаний уменьшается в e раз.
2. **Логарифмический декремент колебания**

$$\Delta = \ln\frac{a(t)}{a(t+T)} = \beta T, \qquad \Delta = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N_e}$$

$$\beta^2 << \omega_0^2 \qquad \Delta = \frac{R}{2L}\frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi R}{\omega L} \qquad \Delta = \frac{\pi R\sqrt{LC}}{L} = \pi R\sqrt{\frac{C}{L}}$$

3. **Добротность колебательного контура**

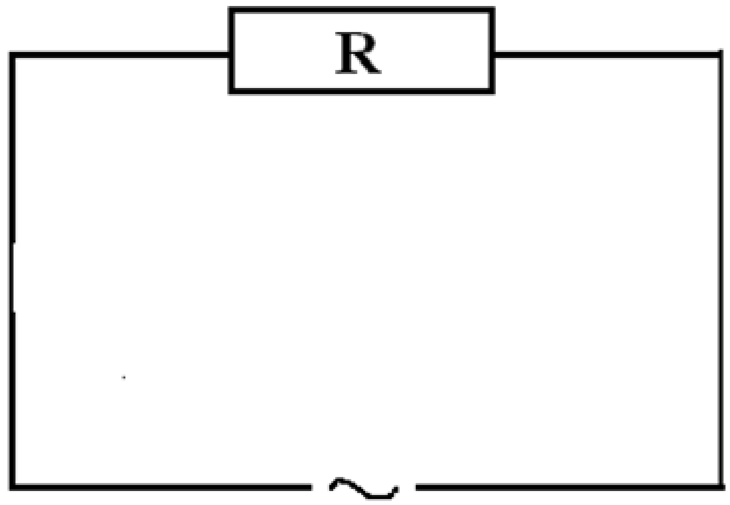
$$Q = \frac{\pi}{\Delta} \qquad \boldsymbol{Q} = \frac{1}{\boldsymbol{R}}\sqrt{\frac{\boldsymbol{L}}{\boldsymbol{C}}} \qquad Q = 2\pi\frac{W}{\Lambda W}$$

Переменный ток

а) резистор в цепи переменного тока

$$U = U_m \cos\omega t$$

$$i = \frac{U_m}{R}\cos\omega t \qquad I_m = \frac{U_m}{R}$$



$$P = iU = i^2 R = I_m U_m \cos^2 \omega t$$

$$P = \frac{I_m{}^2 R}{2}(1 + \cos 2\omega t) = \frac{I_m{}^2 R}{2} + \frac{I_m{}^2 R}{2}\cos 2\omega t$$

$$\frac{1}{T}\int_0^T \cos 2\omega t = 0$$

$$\bar{P} = \overline{i^2} R = \overline{\frac{I_m U_m}{2}} = \overline{\frac{I_m{}^2 R}{2}}$$

$$I_д = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \qquad U_д = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

б) конденсатор в цепи переменного тока

$$U = U_m \cos \omega t \qquad q = CU_m \cos \omega t$$

$$i = \frac{dq}{dt} = -CU_m \omega \sin \omega t = I_m \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$X_C = \frac{U_m}{I_m} = \frac{1}{\omega C}$$

в) катушка индуктивности в цепи переменного тока

$$iR = U + \varepsilon_{si} = 0, \qquad \varepsilon_{si} = -L\frac{di}{dt}$$

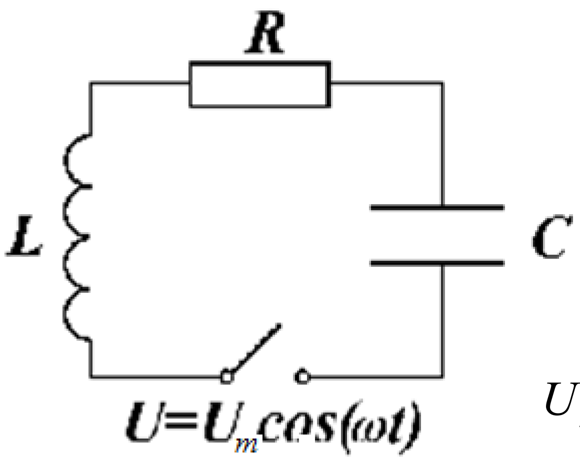
$$i = I_m \sin \omega t$$

$$\varepsilon_{si} = -L\frac{di}{dt} = -I_m \omega L \cos \omega t = -I_m \omega L \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$U = -\varepsilon_{si} = I_m \omega L \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = U_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$X_L = \frac{U_m}{I_m} = \omega L$$

Закон Ома для цепи переменного тока



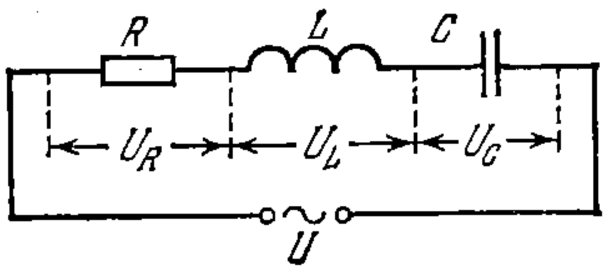
$$U = U_m \cos \omega t$$

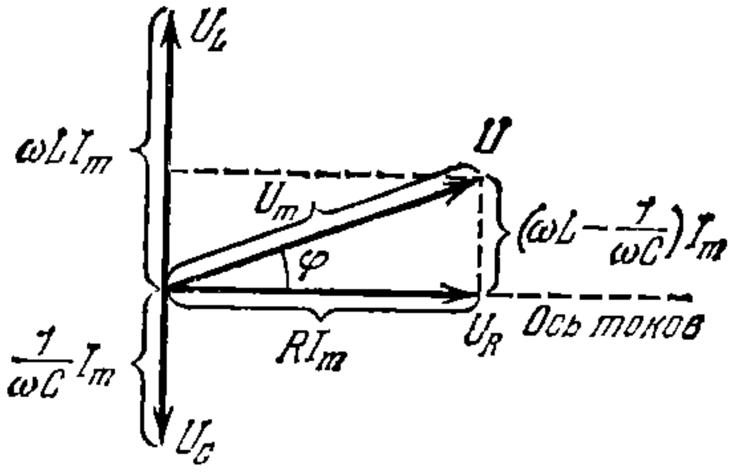
$$i = I_m \cos(\omega t - \varphi)$$

$$U_m = \sqrt{U_{Rm}^{\;2} + (U_{Lm} - U_{Cm})^2} = I_m \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$$

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} = \frac{U_m}{Z}$$

Векторная диаграмма





Мощность в цепи переменного тока

$$p = iU = I_m U_m \cos\omega t \cos(\omega t - \varphi)$$

$$\overline{P} = \overline{\frac{1}{2} I_m U_m \cos(2\omega t - \varphi) + \frac{1}{2} I_m U_m \cos\varphi}$$

$$\overline{P} = \frac{1}{2} I_m U_m \cos\varphi$$

$$\overline{P} = I_д U_д \cos\varphi$$

$$\cos\varphi == \frac{I_m R}{I_m \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} = \frac{R}{Z}.$$

Резонанс в последовательном контуре. Резонанс напряжений

а) для резонансной циклической частоты для амплитуды напряжения на конденсаторе (заряда конденсатора)

$$\omega_{C\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$$

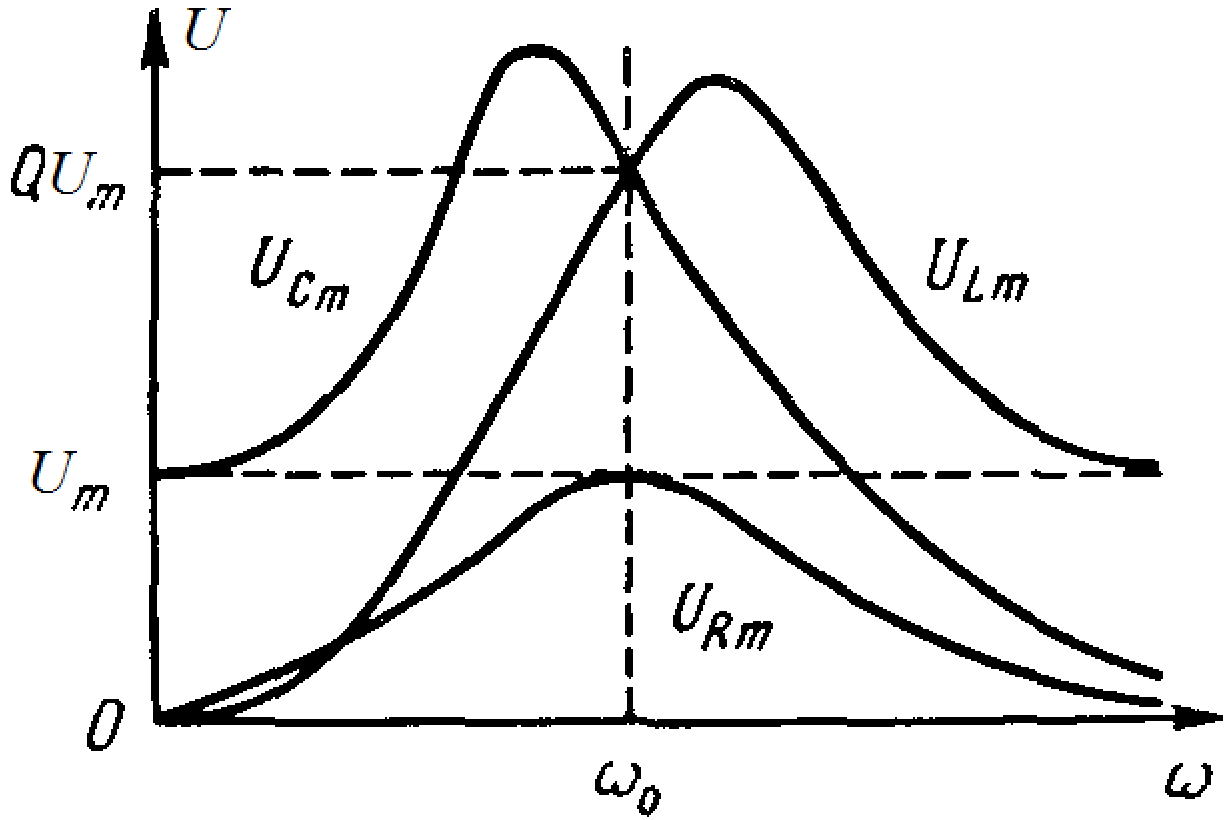
б) для резонансной циклической частоты для амплитуды падения напряжения на активном сопротивлении (силы тока в контуре)

$$\omega_{R\text{рез}} = \omega_0$$

в) для резонансной циклической частоты для амплитуды напряжения на индуктивности

$$\omega_{L\text{рез}} = \omega_0 \frac{\omega_0}{\sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}}$$

Резонансные кривые



При малом затухании значения резонансных частот близки между собой, так что можно принять

$$\omega_{C\text{рез}} = \omega_{L\text{рез}} = \omega_{R\text{рез}} = \omega_0$$

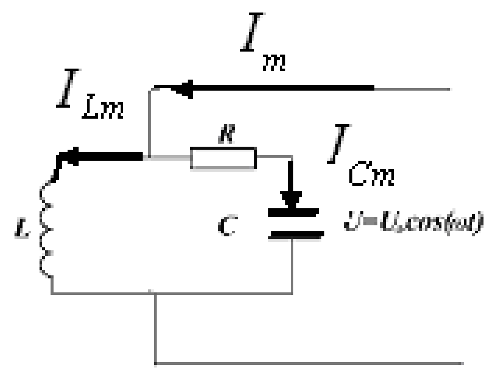
$$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} \qquad\qquad \frac{U_{Cm}}{U_m} = \frac{1}{\omega_{\text{рез}} RC} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = Q$$

Таким образом, добротность контура при малом затухании показывает во сколько раз амплитуда напряжения на конденсаторе или на индуктивности при резонансе превышает амплитуду переменного напряжения источника, подключенного к контуру, в связи с чем резонанс в последовательном колебательном контуре часто называют резонансом напряжений.

Параллельный колебательный контур. Резонанс токов

Можно показать, что в параллельном колебательном контуре при резонансной частоте отношение амплитуды силы тока в конденсаторе или на индуктивности к амплитуде силы тока в подводящей цепи равна:

$$\frac{I_{Lm}}{I_m} = \frac{I_{Cm}}{I_m} = Q$$



Поэтому явление резкого уменьшения амплитуды силы тока, питающего параллельно соединенные индуктивное и емкостное сопротивления, при приближении циклической частоты возбуждающей ЭДС к резонансной частоте получило название резонанса токов.