

## Индивидуальное задание № 5 Механические колебания и волны

### Вариант № 1

1. Материальная точка совершает колебания по закону  $x = A \sin \omega t$ . В некоторый момент времени смещение  $x_1$  точки от положения равновесия оказалось равным 5 см. Когда фаза колебания увеличилась вдвое, смещение  $x_2$  стало равным 8 см. Найдите амплитуду  $A$  колебаний. Ответ представьте в сантиметрах и округлите до десятых. [ $A = 2x_1^2 / \sqrt{4x_1^2 - x_2^2} = 8,3$  см]
2. Чашка пружинных весов массой  $m_1 = 1$  кг совершает вертикальные гармонические колебания с амплитудой  $A = 0,25$  м. Когда чашка находилась в крайнем нижнем положении, на нее поместили груз массой  $m_2 = 2,5$  кг. В результате колебания прекратились. Определите первоначальную циклическую частоту  $\omega$  колебаний чашки.  
[ $\omega = \sqrt{m_2 g / (m_1 A)} = 9,8$  с<sup>-1</sup>]
3. Амплитуда затухающих колебаний маятника за время  $t_1 = 5$  мин уменьшилась в два раза. За какое время  $t_2$ , считая от начального момента, амплитуда уменьшится в восемь раз? [15 мин]
4. От источника колебаний распространяется волна вдоль прямой линии. Амплитуда  $A$  колебаний равна 10 см. Как велико смещение точки, удаленной от источника на  $x = \frac{3}{4}\lambda$ , в момент, когда от начала колебаний прошло время  $t = 0,9 T$ ? [5,88 м]

### Вариант № 2

1. Тяжелый шарик, подвешенный на нити длиной  $l = 1$  м, описывает окружность в горизонтальной плоскости (конический маятник). Найдите период  $T$  обращения шарика, если маятник находится в лифте, движущемся с ускорением  $a = 5$  м/с<sup>2</sup>, направленным вниз. Нить составляет с вертикальным направлением угол  $\alpha = 60^\circ$ .  
[ $T = 2\pi \sqrt{\frac{l \cos \alpha}{g - a}} = 2$  с]
2. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выражаемых уравнениями:  $x = A_1 \cos \omega t$ ;  $y = A_2 \sin(\omega t/2)$ , где  $A_1 = 2$  см;  $A_2 = 3$  см. Найдите уравнение траектории  $y = f(x)$  движения и постройте её, указав направление движения. [ $y = A_2 \sqrt{\frac{A_1 - x}{2A_1}} = 3 \sqrt{\frac{2 - x}{4}}$  см]
3. Под действием силы тяжести электродвигателя консольная балка, на которой он установлен, прогнулась на  $h = 1$  мм. При какой частоте вращения  $n$  якоря электродвигателя может возникнуть опасность резонанса? [16 с<sup>-1</sup>]
4. Две точки находятся на расстоянии  $\Delta x = 50$  см друг от друга на прямой, вдоль которой распространяется волна со скоростью  $v = 50$  м/с. Период  $T$  колебаний равен 0,05 с. Найти разность фаз  $\Delta \phi$  колебаний в этих точках. [1,26 рад]

### Вариант № 3

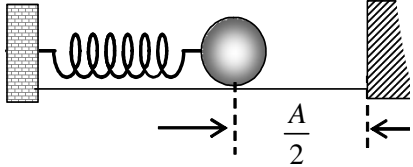
1. Найдите циклическую частоту  $\omega$  гармонических синусоидальных колебаний частицы, если при отклонениях  $x_1 = 1$  см и  $x_2 = 2$  см от положения равновесия ее скорость равна соответственно  $v_1 = 10$  см/с и  $v_2 = 6$  см/с. [ $\omega = \sqrt{(v_1^2 - v_2^2)/(x_2^2 - x_1^2)} = 4,5 \text{ с}^{-1}$ ]
2. К спиральной пружине подвесили грузик, в результате чего пружина растянулась на  $x=9$  см. Каков будет период  $T$  колебаний грузика, если его немного оттянуть вниз и затем отпустить? [0,6 с]
3. За время  $t=8$  мин амплитуда затухающих колебаний маятника уменьшилась в три раза. Определить коэффициент затухания  $\beta$ . [ $0,0023 \text{ с}^{-1}$ ]
4. Определить разность фаз  $\Delta\phi$  колебаний источника волн, находящегося в упругой среде, и точки этой среды, отстоящей на  $x=2$  м от источника. Частота  $\nu$  колебаний равна 5 Гц; волны распространяются со скоростью  $\vartheta=40$  м/с. [1,57 рад]

### Вариант № 4

1. Определите, на какое время  $\Delta t$  будут отставать за сутки ( $t = 24$  ч) маятниковые часы, выверенные на уровне моря, если их поднять на высоту  $h$ , равную 4 км. [ $\Delta t = th/R_3 = 54$  с, где  $R_3$  – радиус Земли]
2. Тело совершает гармонические колебания частотой  $\nu = 2$  Гц и начальной фазой  $\phi_0 = \pi/6$ . Определите минимальный промежуток времени  $t$ , по истечении которого после начала колебаний кинетическая энергия тела будет равна потенциальной. [ $t = \frac{\pi/4 - \phi_0}{2\pi\nu} = 0,02$  с]
3. Вагон массой  $m=80$  т имеет четыре рессоры. Жесткость пружин каждой рессоры равна 500 кН/м. При какой скорости  $v$  вагон начнет сильно раскачиваться вследствие толчков на стыках рельс, если длина  $l$  рельса равна 12,8 м? [10,2 м/с]
4. Волна распространяется в упругой среде со скоростью  $v=100$  м/с. Наименьшее расстояние  $\Delta x$  между точками среды, фазы колебаний которых противоположны, равно 1 м. Определить частоту  $\nu$  колебаний. [50 Гц]

### Вариант № 5

1. Путь, равный амплитуде, совершающая гармонические колебания точка проходит от положения равновесия за четверть периода. Найдите отношение путей, которые проходит точка за первую и вторую половины этого времени. Начальная фаза колебания равна нулю. Ответ округлите до десятых. [2,4]



2. Шарик массой  $m = 0,1$  кг совершает синусоидальные колебания на пружине, прикрепленной к стене. Жесткость пружины  $k = 1000$  Н/м. На расстоянии, равном половине амплитуды колебания от положения равновесия, установили плиту, от которой шарик упруго отскакивает. Найдите частоту  $\nu$  колебаний шарика в этом случае. [ $\nu = \frac{3}{4\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = 24 \text{ с}^{-1}$ ]

3. Амплитуда колебаний маятника длиной  $l = 1$  м за время  $t = 10$  мин уменьшилась в два раза. Определить логарифмический декремент колебаний  $\Delta$ . [ $2,31 \cdot 10^{-3}$ ]
4. Определить скорость  $v$  распространения волны в упругой среде, если разность фаз  $\Delta\varphi$  колебаний двух точек среды, отстоящих друг от друга на  $\Delta x = 10$  см, равна  $\pi/3$ . Частота  $\nu$  колебаний равна 25 Гц. [15 м/с]

### Вариант № 6

1. Материальная точка совершает колебания по закону  $x = A \cdot \sin(\omega t)$ , где  $x$  – в метрах,  $t$  – в секундах. При фазе  $\pi/6$  смещение точки от положения равновесия равно 1 см. Чему равно смещение точки от положения равновесия при фазе  $\pi/2$ ? [0,02 м]
2. Тело совершает гармонические колебания частотой  $\nu = 2$  Гц и с начальной фазой  $\varphi_0 = \pi/6$ . Определите время, по истечении которого после начала колебаний кинетическая энергия тела будет равна потенциальной. [ $t = \frac{\pi/4 - \varphi_0}{2\pi\nu} = 0,02 \text{ с}$ ]
3. Колебательная система совершает затухающие колебания с частотой  $\nu = 1000$  Гц. Определить частоту  $\nu_0$  собственных колебаний, если резонансная частота  $\nu_{\text{рез}} = 998$  Гц. [1002 Гц]
4. Наблюдатель, находящийся на расстоянии  $l = 800$  м от источника звука, слышит звук, пришедший по воздуху, на  $\Delta t = 1,78$  с позднее, чем звук, пришедший по воде. Найти скорость  $v$  звука в воде, если температура  $T$  воздуха равна 350 К. [1,45 км/с]

### Вариант № 7

4. Материальная точка массой 20 г совершает гармонические колебания. Найдите ускорение точки в момент времени, когда её смещение от положения равновесия равно 6 см. Начальная фаза колебаний равна нулю. Жесткость пружины равна 0,18 Н/м. [0,54 м/с<sup>2</sup>]

4. На горизонтальную мембрану нанесен мелкий песок. Мембрана совершает колебания с частотой  $\nu = 500$  Гц в вертикальной плоскости. Какова амплитуда  $A$  колебаний мембраны, если песчинки подпрыгивают на высоту  $h = 3$  мм по отношению к положению равновесия мембраны?

$$[A = \frac{\sqrt{8\pi^2\nu^2 gh - g^2}}{4\pi^2\nu^2} = 77 \text{ мкм}]$$

3. Логарифмический декремент затухания  $\Delta$  камертона, колеблющегося с частотой  $\nu = 100$  Гц, равен 0,002. Через какой промежуток времени амплитуда колебаний возбужденного камертона уменьшится в  $n$  раз ( $n = 100$ )? Во сколько раз изменится при этом энергия колебаний?

$$[t = \ln n / (\Delta\nu) = 23 \text{ с}; E_0/E = e^{2\ln n} = 10^4]$$

4. На расстоянии 1088 м от наблюдателя ударяют молотком по стальному рельсу. Наблюдатель, приложив ухо к рельсу, услышал звук на 3 с раньше, чем он дошел до него по воздуху. Найдите скорость звука в стали. [5440 м/с]

### Вариант № 8

1. Два математических маятника имеют периоды колебаний 3 с и 4 с. Найдите период колебаний математического маятника, длина которого равна сумме длин указанных маятников. [5 с]

2. Однажды барон Мюнхаузен, путешествуя вдоль Северного полюса, очутился один на отколовшейся плоской льдине площадью  $S$ , равной 5 м<sup>2</sup>. От огорчения он подпрыгнул, и льдина вместе с ним начала колебаться, совершая одно колебание в секунду. Это его сразу успокоило: зная собственную массу  $m$ , равную 80 кг, он тут же определил, что льдина достаточно толстая. Какова толщина  $d$  льдины? Соппротивлением воды при колебаниях пренебречь.  $[d = \frac{\rho_{\text{в}} g S - m \cdot 4\pi^2 \nu^2}{4\pi \nu^2 \rho_{\text{л}} S} = 0,26 \text{ м}]$

3. Определите, на сколько резонансная частота отличается от частоты  $\nu_0 = 1$  кГц собственных колебаний системы, характеризуемой коэффициентом затухания  $\beta = 400$  с<sup>-1</sup>. [4,05 Гц]

4. В некоторой среде распространяется волна. За время, в течение которого частица среды совершает 150 колебаний, волна распространяется на 110 м. Найдите длину волны, [0,7 м]

### Вариант № 9

1. Материальная точка совершает колебания по закону:  $x = A \sin(\omega t)$ . В некоторый момент времени смещение точки от положения равновесия  $x_1$  оказалось равным 5 см. Когда фаза колебания увеличилась вдвое, смещение  $x_2$  стало равным 8 см. Найдите амплитуду колебаний.

$$[A = 2x_1^2 / \sqrt{4x_1^2 - x_2^2} = 8,3 \text{ см}]$$

2. Если увеличить массу груза, подвешенного к спиральной пружине, на 600 г, то период колебаний груза возрастает в 2 раза. Определите массу первоначально подвешенного груза. [0,2 кг]
3. Логарифмический декремент колебаний  $\Delta$  маятника равен 0,003. Определить число  $N$  полных колебаний, которые должен сделать маятник, чтобы амплитуда уменьшилась в два раза. [231]
4. Температура  $T$  воздуха у поверхности Земли равна 300 К; при увеличении высоты она понижается на  $\Delta T = 7$  мК на каждый метр высоты. За какое время звук, распространяясь, достигнет высоты  $h = 8$  км? [24,3 с]

### Вариант № 10

1. Материальная точка массой 10 г, подвешенная на пружине жесткостью 9 Н/м, совершает гармонические косинусоидальные колебания с амплитудой 10 см. Найдите кинетическую энергию точки в момент времени, когда смещение точки от положения равновесия равно 8 см.

$$[16,2 \text{ мДж}]$$

2. Математический маятник длиной  $l = 10$  см совершает колебания вблизи вертикальной стенки, в которую на расстоянии  $l_1 = 6,4$  см вбит гвоздь  $\Gamma$  (рис. 5.9). Найдите период колебаний такого маятника.

$$[T = \pi(\sqrt{l} + \sqrt{l-l_1}) / \sqrt{g} = 0,5 \text{ с}]$$

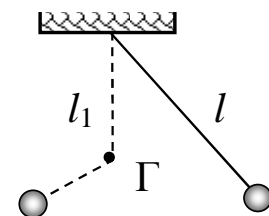


Рис. 5.9

3. Определить логарифмический декремент колебаний  $\Delta$  колебательной системы, для которой резонанс наблюдается при частоте, меньшей собственной частоты  $\nu_0 = 10$  кГц на  $\Delta \nu = 2$  Гц. [0,089]
4. Скорость  $v$  звука в некотором газе при нормальных условиях равна 308 м/с. Плотность  $\rho$  газа равна  $1,78 \text{ кг/м}^3$ . Определить отношение  $C_p/C_v$  для данного газа. [1,67]

### Вариант № 11

1. Под действием периодической силы материальная точка массой 10 г совершает гармонические колебания с периодом 0,2 с и амплитудой 4 см. Найдите наибольшее значение силы в процессе колебаний. [0,4 Н]
2. К пружине динамометра на  $F = 4$  Н (расстояние  $x$  между нулевым и четвертым делениями равно 10 см) был подвешен груз массой  $m = 0,1$  кг (рис. 5.10). Если отвести груз до отметки  $F_1 = 2$  Н, а затем отпустить, то к какому делению  $x_1$  будет ближе всего находиться указатель динамометра через время  $t$ , равное 0,3 с.

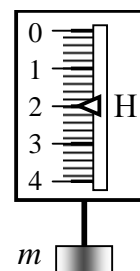


Рис. 5.10

$$[x_1 = \frac{(F_1 - mg)x}{F} \cos\left(\sqrt{\frac{F}{mx}} \cdot t\right) = 0,024 \text{ м; второе деление}]$$

3. Гиря массой  $m=500$  г подвешена к спиральной пружине жесткостью  $k=20$  Н/м и совершает упругие колебания в некоторой среде. Логарифмический декремент колебаний  $\Theta=0,004$ . Определить число  $N$  полных колебаний, которые должна совершить гиря, чтобы амплитуда колебаний уменьшилась в  $n=2$  раза. За какое время  $t$  произойдет это уменьшение? [173]
4. Определить длину  $\lambda$  бегущей волны, если в стоячей волне расстояние  $l$  между: 1) первой и седьмой пучностями равно 15 см; 2) первым и четвертым узлом равно 15 см. [1) 5 см; 2) 10 см]

### Вариант № 12

1. От груза, висящего на пружине, жесткость которой равна 50 Н/м, отрывается масса в 50 г. Найдите амплитуду колебаний оставшейся части груза. [1 см]
2. На двух вращающихся в противоположные стороны валиках лежит горизонтально доска, как показано на рис. 5.11. Расстояние  $l$  между осями валиков равно 2 м. Коэффициент трения  $\mu$  между доской и каждым валиком равен 0,1. В начальный момент доска была положена так, что ее центр масс был смещен на некоторое расстояние  $x$  от средней линии  $OO$ . Покажите, что доска будет совершать гармонические колебания и найдите циклическую частоту колебаний.

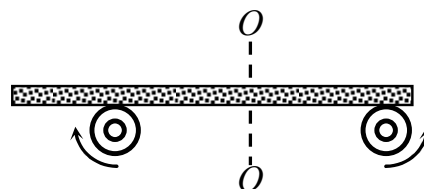


Рис. 5.11

$$[\omega = \sqrt{2\mu g/l} = 1 \text{ с}^{-1}]$$

3. Период  $T_0$  собственных колебаний пружинного маятника равен 0,55 с. В вязкой среде период  $T$  того же маятника стал равным 0,56 с. Определить резонансную частоту  $\nu_{\text{рез}}$  колебаний. [1,75 с<sup>-1</sup>]
4. Поезд проходит мимо станции со скоростью  $u=40$  м/с. Частота  $\nu_0$  тона гудка электровоза равна 300 Гц. Определить кажущуюся частоту  $\nu$  тона для человека, стоящего на платформе, в двух случаях: 1) поезд приближается; 2) поезд удаляется. [341 Гц]

### Вариант № 13

- Во сколько раз увеличится полная механическая энергия математического маятника при уменьшении его длины в 4 раза и увеличении амплитуды колебаний в 3 раза? [36]
- Амплитуда  $A$  результирующего колебания, получающегося при сложении двух одинаково направленных гармонических колебаний одинаковой частоты, обладающих разностью фаз  $\varphi = 60^\circ$ , равна 6 см. Определите амплитуду  $A_2$  второго колебания, если  $A_1 = 5$  см.

$$[A_2 = \frac{-A_1 + \sqrt{4A^2 - 3A_1^2}}{2} = 1,65 \text{ см}]$$

- Найдите разность фаз между смещением и вынуждающей силой при резонансе смещения, если собственная частота колебаний  $\omega_0 = 50 \text{ с}^{-1}$  и коэффициент трения  $\beta = 5,2 \text{ с}^{-1}$ . [ $\text{tg} \alpha = \sqrt{\frac{\omega_0^2}{\beta^2} - 2}$ .  $\alpha = 84^\circ$ ]
- Резонатор и источник звука частотой  $\nu_0 = 8$  кГц расположены на одной прямой. Резонатор настроен на длину волны  $\lambda = 4,2$  см и установлен неподвижно. Источник звука может перемещаться по направляющим вдоль прямой. С какой скоростью  $u$  и в каком направлении должен двигаться источник звука, чтобы возбуждаемые им звуковые волны вызвали колебания резонатора? [120 км/ч; 990 Гц]

### Вариант № 14

- Закон движения материальной точки массой  $m = 100$  г имеет вид:  $x = 0,1 \cdot \sin(2\pi t + \pi/4)$ , где  $x$  – в метрах,  $t$  – в секундах. Определите в момент  $t = T/4$ :
  - смещение  $x$  точки от положения равновесия;
  - скорость  $v$  точки;
  - ускорение  $a$  точки. [0,07 м;  $-0,44$  м/с;  $-2,79$  м/с<sup>2</sup>]
- Найдите период  $T$  вертикальных гармонических колебаний тела массой  $m = 1$  кг в системе, изображенной на рис. 5.13. Жесткость пружин  $k_1 = 300$  Н/м и  $k_2 = 500$  Н/м, масса пружин пренебрежимо мала.

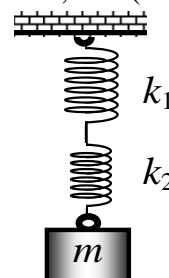


Рис. 5.13

$$[T = 2\pi \sqrt{\frac{m(k_1 + k_2)}{k_1 k_2}} = 0,46 \text{ с}]$$

- Пружинный маятник (жесткость  $k$  пружины равна 10 Н/м, масса  $m$  груза равна 100 г) совершает вынужденные колебания в вязкой среде с коэффициентом сопротивления  $r = 2 \cdot 10^{-2}$  кг/с. Определить коэффициент затухания  $\beta$  и резонансную амплитуду  $A_{\text{рез}}$ , если амплитудное значение вынуждающей силы  $F_0 = 10$  мН. [ $0,1 \text{ с}^{-1}$ ]
- Смещение точки от положения равновесия, находящейся на расстоянии  $x = 4$  см от источника колебаний, через промежуток времени  $T/3$  равно половине амплитуды. Определите (в сантиметрах) длину волны и частоту колебаний (в кГц). Волну считать поперечной (рис. 6.4) и распространяющейся в стали. [16 см; 31,25 кГц]

### Вариант № 15

1. Материальная точка одновременно участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, описываемых уравнениями  $x = 2 \cos \pi \frac{t}{2}$  и  $y = -\cos \pi t$ . Определите уравнение траектории точки. [ $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ ]
2. Маленький металлический шарик подвешен на нити между горизонтальными пластинами плоского конденсатора. Период его колебаний  $T$  в отсутствие зарядов равен 0,628 с. После того, как конденсатор и шарик были заряжены, период колебаний  $T_1$  стал равным 0,314 с. Каков будет период колебания, если изменить знак заряда шарика на противоположный? [ $T_2 = TT_1 / \sqrt{T^2 - 2T_1^2} = 0,44$  с]
3. Тело массой  $m=5$  г совершает затухающие колебания. В течение времени  $t=50$  с тело потеряло 60 % своей энергии. Определить коэффициент сопротивления  $b$ . [ $9,16 \cdot 10^{-5}$  кг/с]
4. Поезд движется со скоростью  $u=120$  км/ч. Он дает свисток длительностью  $\tau_0=5$  с. Какова будет кажущаяся продолжительность  $\tau$  свистка для неподвижного наблюдателя, если: 1) поезд приближается к нему; 2) удаляется? Принять скорость звука равной 348 м/с. [1) 4,5 с ; 2) 5,5 с]

### Вариант № 16

1. Материальная точка массой 20 г, подвешенная на пружине жесткостью 12,5 Н/м, совершает гармонические синусоидальные колебания с амплитудой 10 см. Найдите модуль скорости точки в момент времени, когда смещение точки от положения равновесия равно 6 см. [2 м/с]
2. Два одинаковых небольших шарика, имеющих одинаковые заряды  $q = 400$  нКл, соединены легкой пружиной и находятся на гладкой горизонтальной поверхности. Шарика колеблются так, что расстояние между ними изменяется от  $x_1 = 2$  см до  $x_2 = 8$  см. Найдите жесткость пружины, если ее длина  $x_0$  в свободном состоянии равна 4 см. Пружина не заряжена и электроизолирована от шариков.

$$[k = \frac{2q^2}{4\pi\epsilon_0 x_1 x_2 (x_1 + x_2 - 2x_0)} = 90 \text{ Н/м}]$$

3. Тело совершает вынужденные колебания в среде с коэффициентом сопротивления  $r=1$  г/с. Считая затухание малым, определить амплитудное значение вынуждающей силы, если резонансная амплитуда  $A_{\text{рез}}=0,5$  см и частота  $\nu_0$  собственных колебаний равна 10 Гц. [0,314 мН]
4. Когда поезд проходит мимо неподвижного наблюдателя, высота тона звукового сигнала меняется скачком. Определить относительное изменение частоты  $\Delta\nu/\nu$ , если скорость  $u$  поезда равна 54 км/ч. [0,09]



### Вариант № 17

1. Найдите круговую частоту гармонических колебаний частицы, если на расстояниях  $x_1 = 1$  см и  $x_2 = 2$  см от положения равновесия ее скорость, соответственно, равна:  $v_1 = 10$  см/с и  $v_2 = 6$  см/с.

$$[\omega = \sqrt{(v_1^2 - v_2^2)/(x_2^2 - x_1^2)} = 4,5 \text{ с}^{-1}]$$

2. Определите амплитуду гармонических колебаний материальной точки, если её полная энергия равна 0,04 Дж, а действующая на нее сила при смещении, равном половине амплитуды, равна 2 Н. [0,02 м]
3. Определить период  $T$  затухающих колебаний, если период  $T_0$  собственных колебаний системы равен 1 с и логарифмический декремент колебаний  $\Delta = 0,628$ . [1,005 с]
4. Из пункта А в пункт В дважды был послан звуковой сигнал с частотой 50 Гц, причем во второй раз при температуре воздуха на 20 К выше, чем в первый. Число длин волн, укладывающихся на расстоянии от А до В, во второй раз оказалось, как и в первый, целым, но на две меньше. Определите расстояние между пунктами А и В, если при повышении температуры на 1 К скорость звука увеличивается на 0,5 м/с. Скорость звука в первом случае равна 330 м/с. [448,8 м]

### Вариант № 18

1. На какой угол отклонили математический маятник, состоящий из медного шарика диаметром 2 см, если на шарик в этом положении действует возвращающая сила 0,183 Н? [30°]
2. Тяжелый шарик, подвешенный на нити длиной  $l = 1$  м, описывает окружность в горизонтальной плоскости (конический маятник). Найдите период  $T$  обращения шарика, если маятник находится в лифте, движущемся с ускорением  $a = 5$  м/с<sup>2</sup>, направленным вниз. Нить с вертикальным направлением составляет угол  $\alpha = 60^\circ$ .

$$[T = 2\pi\sqrt{l \cos \alpha / (g - a)} = 2 \text{ с}]$$

3. Найдите отношение амплитуды смещения при резонансе к статическому смещению при малом  $\beta$  ( $\beta \ll \omega_0$ ). [ $\frac{a_{\text{рез}}}{a_{\text{ст}}} = Q$ ]
4. Смещение от положения равновесия точки среды, в которой распространяются синусоидальные колебания, находящейся на расстоянии 4 см от источника колебаний, через промежуток времени  $T/6$ , где  $T$  – период колебаний, равно половине амплитуды. Найдите длину волны. [0,48 м]

### Вариант № 19

1. За некоторое время маятник совершил 120 колебаний. Когда длину маятника увеличили на 70 см, маятник за то же время совершил 60 колебаний. Найдите конечную длину маятника. [0,93 м]
2. Тело массой  $m$ , подвешенное на невесомой пружине, совершает вынужденные колебания с амплитудой  $a$  и частотой  $\omega$ . Собственная частота колебаний равна  $\omega_0$ . Найдите среднюю за период механическую энергию данного осциллятора. [ $\langle E \rangle = \frac{ma^2}{4}(\omega_0^2 + \omega^2)$ ]
3. Найти число  $N$  полных колебаний системы, в течение которых энергия системы уменьшилась в  $n=2$  раза. Логарифмический декремент колебаний  $\Delta = 0,01$ . [35]
4. Широкая трубка, закрытая снизу и расположенная вертикально, наполнена до краев водой. Над верхним отверстием трубки помещен звучащий камертон, частота  $\nu$  колебаний которого равна 440 Гц. Через кран, находящийся внизу, воду медленно выпускают. Когда уровень воды в трубке понижается на  $\Delta h=19,5$  см, звук камертона усиливается. Определить скорость  $v$  звука в условиях опыта. [343 м/с]

### Вариант № 20

1. Шарик массой 1 кг свободно падает с высоты 1 м на вертикально расположенную пружину, сжимающуюся на величину 10 см под действием удара шарика. Определите жесткость пружины. [2200 Н/м]
2. Тело массой 1 кг скользит по идеальному горизонтальному полу и растягивает пружину, с помощью которой он прикреплен к стене (рис. 5.14). Найдите наибольшее ускорение тела, если при нерастянутой пружине его скорость  $v$  равна 2 м/с. Жесткость пружины 0,25 Н/м. [ $a_{\max} = v\sqrt{k/m} = 1 \text{ м/с}^2$ ]
3. Найдите добротность осциллятора, у которого а) амплитуда смещения уменьшается в  $\eta = 2$  раза через каждые  $n = 110$  колебаний; б) собственная частота  $\omega_0$  и время релаксации  $\tau$ . [а)  $Q = \frac{\pi n}{\ln \eta} = 500$ ; б)  $Q = \frac{1}{2}\sqrt{\omega_0^2 \tau^2 - 1} = 3000$ ]
4. Волна распространяется в упругой среде со скоростью  $v=100$  м/с. Наименьшее расстояние  $\Delta x$  между точками среды, фазы колебаний которых противоположны, равно 1 м. Определить частоту  $\nu$  колебаний. [50 Гц]

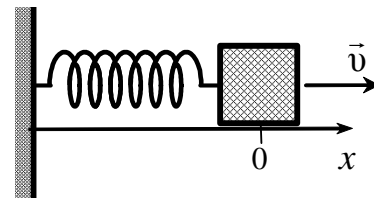


Рис. 5.14

### Вариант № 21

1. Уравнение колебаний материальной точки имеет вид:  $x = 0,05 \cdot \sin(10\pi t + \pi/4)$ , где  $x$  – в метрах,  $t$  – в секундах. Найдите смещение точки от положения равновесия и амплитуду скорости в момент  $t = T/4$  [0,04 м; 1,57 м/с]
2. Горизонтальная плита совершает колебания в вертикальном направлении с амплитудой 0,5 м. Каким может быть наименьший период колебаний, чтобы лежащий на плите предмет не отделялся от нее? [1,4 с]
3. Найдите добротность осциллятора, у которого: а) амплитуда смещения уменьшается в  $\eta = 2$  раза через каждые  $n = 110$  колебаний; б) собственная частота  $\omega_0$  и время релаксации  $\tau$ .

$$[\text{а) } Q = \frac{\pi n}{\ln \eta} = 500; \text{ б) } Q = \frac{1}{2} \sqrt{\omega_0^2 \tau^2 - 1} = 3000]$$

4. Какова мощность точечного изотропного источника звука, если на расстоянии 25 м от него интенсивность звука равна 20 мВт/м<sup>2</sup>? [157 Вт]

### Вариант № 22

1. На горизонтальной плите лежит груз. Плита движется вниз-вверх, совершая гармонические колебания с частотой  $1 \text{ с}^{-1}$ . Найдите минимальную амплитуду, при которой груз оторвется от плоскости. [0,25 м]
2. Автомобиль массой 1,5 т при движении по ребристой дороге совершает гармонические колебания в вертикальном направлении с периодом 0,3 с и амплитудой 15 см. Определите максимальную силу давления, действующую на каждую из четырех рессор автомобиля. [29 кН]
3. Осциллятор массой  $m$  движется по закону  $x = a \sin \omega t$  под действием силы  $F_x = F_0 \cos \omega t$ . Найти коэффициент затухания осциллятора.  $[\beta = \frac{F_0}{2\omega_0 m}]$
4. Найдите отношение интенсивностей  $J_1$  звуковой и  $J_2$  ультразвуковой волн, распространяющихся в воздухе, если амплитуды колебаний одинаковы, а длины волн соответственно равны 0,29 м и 6 см. [0,04]

### Вариант № 23

1. Платформа совершает гармонические колебания в горизонтальном направлении с частотой  $0,25 \text{ с}^{-1}$ . На платформе лежит груз, коэффициент трения которого о платформу равен  $0,1$ . Какой может быть максимальная амплитуда колебания, чтобы груз не скользил по ней?  $[0,4 \text{ м}]$
2. Ареометр массой  $m = 0,2 \text{ кг}$  плавает в жидкости. Если его немного погрузить в жидкость, а затем отпустить, то он начнет совершать колебания с периодом  $T = 3,4 \text{ с}$ . Считая колебания ареометра гармоническими и незатухающими, найдите плотность жидкости, в которой он плавает. Радиус  $r$  вертикальной цилиндрической трубки ареометра равен  $5,0 \text{ мм}$ .  $[\rho = 4\pi m / (gT^2 r^2) = 869 \text{ кг/м}^3]$
3. Тело совершает крутильные колебания по закону  $\alpha = \alpha_0 e^{-\beta t} \cos \omega t$ . Найдите:  
а) угловую скорость  $\dot{\alpha}$  и угловое ускорение  $\ddot{\alpha}$  телав момент времени  $t = 0$ .  
 $[\dot{\alpha}(0) = -\beta\alpha_0; \ddot{\alpha}(0) = \alpha_0(\beta^2 - \omega^2)]$
4. Из пункта А в пункт В дважды был послан звуковой сигнал частотой  $\nu = 100 \text{ Гц}$ , причем во второй раз при температуре воздуха на  $\Delta T = 50 \text{ К}$  выше, чем в первый. Число длин волн, укладывающихся на расстоянии от А до В, во второй раз оказалось, как и в первый, целым, но на две меньше. Определите расстояние между пунктами А и В, если при повышении температуры на  $1 \text{ К}$  скорость звука увеличивается на  $\Delta v = 0,5 \text{ м/с}$ . Скорость  $v$  звука в первом случае равна  $340 \text{ м/с}$ .  $[99 \text{ м}]$

### Вариант № 24

1. Подставка совершает гармонические колебания с периодом  $5 \text{ с}$ . Находящееся на подставке тело начинает по ней скользить, когда амплитуда колебаний достигает величины  $0,6 \text{ м}$ . Найдите коэффициент трения между телом и подставкой.  $[0,1]$
2. Шарик массой  $50 \text{ г}$  подвешен на пружине с коэффициентом жесткости  $50 \text{ Н/м}$ . Шарик поднимают до такого положения, при котором пружина не напряжена, и отпускают без толчка. Пренебрегая трением и массой пружины, найдите амплитуду возникших колебаний.  $[1 \text{ см}]$
3. Амплитуды смещений вынужденных гармонических колебаний при частотах  $\omega_1 = 400 \text{ Гц}$  и  $\omega_2 = 600 \text{ Гц}$  равны между собой. Найдите частоту, при которой амплитуда смещения максимальна.

$$[\omega_{\text{рез}} = \sqrt{(\omega_1^2 + \omega_2^2)}/2 = 510 \text{ Гц}]$$

4. Отбойный молоток создает уровень интенсивности звука  $L_1 = 110 \text{ Дб}$ . Какой уровень интенсивности возникает от десяти таких одинаковых источников звука?  $[120 \text{ Дб}]$

### Вариант № 25

1. Точка совершает колебания по закону  $x = A \sin \omega t$ . В некоторый момент времени смещение точки оказалось равным 5 см. Когда фаза колебаний увеличилась вдвое, смещение стало равным 8 см. Найдите амплитуду колебаний. [8,33 см]
2. Тело массой  $m=4$  кг, закрепленное на горизонтальной оси, совершало колебания с периодом  $T_1=0,8$  с. Когда на эту ось был насажен диск так, что его ось совпала с осью колебаний тела, период  $T_2$  колебаний стал равным 1,2 с. Радиус  $R$  диска равен 20 см, масса его равна массе тела. Найти момент инерции  $J$  тела относительно оси колебаний. [ $6,4 \cdot 10^{-2}$  кг·м<sup>2</sup>]
3. К невесомой пружине подвесили грузик и она растянулась на  $\Delta x = 9,8$  см. С каким периодом будет колебаться грузик, если ему дать небольшой толчок в вертикальном направлении? Логарифмический декремент затухания  $\Delta = 3,1$ . [ $T = \sqrt{\frac{\Delta x}{g} (4\pi^2 + \Delta^2)}$ ]
4. Определить скорость  $v$  распространения волны в упругой среде, если разность фаз  $\Delta\phi$  колебаний двух точек среды, отстоящих друг от друга на  $\Delta x = 10$  см, равна  $\pi/3$ . Частота  $\nu$  колебаний равна 25 Гц. [15 м/с]