

**ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 1**  
**КИНЕМАТИКА. ЗАКОНЫ НЬЮТОНА**

**Вариант № 1**

1. Зависимость пройденного телом пути  $s$  от времени  $t$  дается уравнением  $x = A + Bt + Ct^2$ , где  $A = 6$  м,  $B = 3$  м/с и  $C = 2$  м/с<sup>2</sup>. Найдите среднюю скорость и среднее ускорение тела в интервале времени от 1 с до 4 с. [13 м/с; 4 м/с<sup>2</sup>]
2. Точка движется по окружности радиусом 15 см с постоянным тангенциальным ускорением. К концу четвертого оборота после начала движения линейная скорость точки равна 15 см/с. Определите нормальное ускорение точки через 16 с после начала движения. [1,5 см/с<sup>2</sup>]
3. На цилиндр, который может вращаться около горизонтальной оси, намотана нить. К концу нити привязали грузик и предоставили ему возможность опускаться. Двигаясь равноускоренно, грузик за время  $t=3$  с опустился на  $h= 1,5$  м. Определить угловое ускорение  $\varepsilon$  цилиндра, если его радиус  $r=4$  см.  
[ $\varepsilon = 2h/rt^2 = 8,33$  рад/с<sup>2</sup>]
4. \*Пловец переплывает реку шириной  $L$  по прямой, перпендикулярной берегу и возвращается обратно, затратив на весь путь время  $t_1 = 4$  мин. Проплывая такое же расстояние  $L$  вдоль берега реки и возвращаясь обратно, пловец затрачивает время  $t_2 = 5$  мин. Во сколько раз  $\alpha$  скорость пловца относительно воды превышает скорость течения реки? [ $\alpha = \frac{v_0}{u} = \frac{t_2}{\sqrt{t_2^2 - t_1^2}} = 5/3$ ]
5. Материальная точка массой 2 кг движется под действием некоторой силы  $F$  согласно уравнению  $x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ , где  $C = 1$  м/с<sup>2</sup>,  $D = -0,2$  м/с<sup>3</sup>. Найдите значение этой силы в момент времени  $t_1 = 2$  с и  $t_2 = 5$  с. В какой момент времени сила равна нулю? [ $F_1 = -0,8$  Н;  $F_2 = -8$  Н;  $t = 1,67$  с]
6. На материальную точку массой  $m = 1$  кг, которая первоначально покоилась, в момент времени  $t = 0$  начала действовать постоянная по модулю сила  $F = 1$  Н. До момента времени  $t_1 = 5$  с сила сохраняет постоянное направление, а в момент  $t_1$  происходит поворот вектора силы на  $90^\circ$ , после чего направление силы не меняется. На какое расстояние  $s$  удалится материальная точка от своего начального положения к моменту времени  $t_2 = 2t_1$ , если на нее не действуют никакие другие силы? [ $s = \frac{\sqrt{10}}{2} \cdot \frac{F}{m} \cdot t_1^2 \approx 39,5$  м]
7. Горизонтально расположенный диск вращается вокруг вертикальной оси, совершая 15 об/мин. Наибольшее расстояние от оси вращения, на котором тело удерживается на диске, равно 10 см. Чему равен коэффициент трения тела о диск? [0,025 м]
8. \*Через блок перекинута неподвижная нить, на концах которой висят грузы 1 и 2 массой  $m_1$  и  $m_2$ , соответственно. Блок начали поднимать вверх с ускорением  $a_0$  относительно земли. Полагая, что нить скользит по блоку без трения, найдите ускорение груза  $m_1$  относительно земли. Принять  $m_1 > m_2$ .

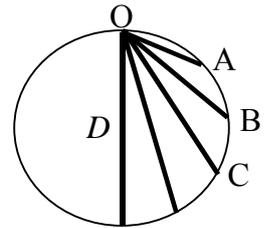
$$[a_1 = \frac{2m_2 a_0 + (m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2}]$$

## Вариант № 2

1. Радиус-вектор частицы меняется со временем  $t$  по закону  $\vec{r} = \vec{b}t(1 - \alpha t)$ , где  $\vec{b}$  – постоянный вектор,  $\alpha$  – положительная постоянная. Найдите: а) зависимости скорости  $\vec{v}$  и ускорения  $\vec{a}$  частицы от времени; б) промежуток времени  $\Delta t$ , по истечении которого частица вернется в исходную точку, а также путь  $s$ , который она пройдет при этом. [а)  $\vec{v} = \vec{b} - 2\vec{b}\alpha t$ ;  $\vec{a} = -2\alpha\vec{b} = \text{const}$ ; б)  $\Delta t = 1/\alpha$ ;  $s = b/(2\alpha)$ ]
2. Камень брошен с вышки в горизонтальном направлении с начальной скоростью 30 м/с. Определите модуль скорости, тангенциальное и нормальное ускорение камня в конце второй секунды после начала движения. [35,8 м/с; 5,37 м/с<sup>2</sup>; 8,22 м/с<sup>2</sup>]
3. Линейная скорость  $v_1$  точек на окружности вращающегося диска равна 3 м/с. Точки, расположенные на  $\Delta R = 10$  см ближе к оси, имеют линейную скорость  $v_2 = 2$  м/с. Определить частоту вращения  $n$  диска.

$$[n = \frac{v_1 - v_2}{2\pi\Delta R} = 1,59 \text{ с}^{-1}]$$

4. Окружность лежит в вертикальной плоскости. Из верхнего конца  $O$  вертикального диаметра  $D$  по желобам, расположенным вдоль различных хорд ( $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$  и т.д.), скатываются одинаковые тела. Докажите, что время движения тел не зависит от длины хорды. Трением пренебречь.



5. Определите максимальное значение скорости, с которой автомобиль может двигаться по закруглению асфальтированного шоссе радиусом 300 м, если коэффициент трения между шинами автомобиля и асфальтом равен 0,6. [42,4 м/с]
6. Летчик давит на сиденье кресла самолета в нижней точке петли Нестерова с силой 7200 Н. Масса летчика равна 80 кг. Радиус петли 320 м. Определите линейную скорость движения самолета. [160 м/с]
7. Материальная точка массой  $m = 1$  кг, двигаясь равномерно, описывает четверть окружности радиусом  $r = 1,2$  м в течение времени  $t = 2$  с. Найти изменение  $\Delta p$  импульса точки. [1,33 кг·м/с]
8. Грузовой автомобиль массой  $M$  с двумя ведущими осями тянет за нерастяжимый трос вверх по уклону легковой автомобиль, масса которого  $m = 1$  т, с выключенным двигателем. Автомобиль движется с ускорением  $a = 0,6$  м/с<sup>2</sup>. Какова минимально возможная масса  $M$  грузового автомобиля, если угол наклона  $\alpha = \arcsin 0,1$ , а коэффициент трения между шинами и дорогой  $\mu = 0,2$ ? Силой трения качения, действующей на легковой автомобиль, и массой колес пренебречь.

$$[M = \frac{m(\sin \alpha + a/g)}{\mu \cos \alpha - \sin \alpha - a/g} = 4000 \text{ кг}]$$

### Вариант № 3

1. С аэростата, находящегося на высоте 300 м, упал камень. Через какое время камень достигнет земли, если: а) аэростат поднимается со скоростью 5 м/с; б) аэростат опускается со скоростью 5 м/с; в) аэростат неподвижен? [а) 8,4 с; б) 7,3 с; в) 7,8 с]
2. Движение материальной точки задано уравнением  $r(t) = A(\vec{i} \cos \omega t + \vec{j} \sin \omega t)$ , где  $A = 0,5$  м,  $\omega = 5$  рад/с. Начертите траекторию точки. Определите модуль скорости и модуль нормального ускорения. [2,5 м/с; 12,5 м/с<sup>2</sup>]
3. Колесо автомашины вращается равноускоренно. Сделав  $N=50$  полных оборотов, оно изменило частоту вращения от  $n_1=4$  с<sup>-1</sup> до  $n_2=6$  с<sup>-1</sup>. Определите угловое ускорение  $\varepsilon$  колеса. [ $\varepsilon = \pi(n_2^2 - n_1^2)/N = 1,26$  рад/с<sup>2</sup>]
4. С высоты 30 м свободно падает стальной шарик. При падении он сталкивается с неподвижной плитой, плоскость которой наклонена под углом 30° к горизонту, и взлетает на высоту 15 м над поверхностью Земли. Каково время падения шарика до удара о плиту? Удар шарика о плиту считать абсолютно упругим. [2 с]
5. На платформе, масса которой 5 кг, лежит груз массой 500 г. Коэффициент трения между грузом и платформой равен 0,1. Платформу тянут с силой 7 Н. Определите ускорения платформы и груза, если платформа движется по абсолютно гладкой поверхности. [1,3 м/с<sup>2</sup>; 1,0 м/с<sup>2</sup>]
6. Небольшое тело пустили снизу вверх по наклонной плоскости, составляющей угол  $\alpha = 15^\circ$  с горизонтом. Найдите коэффициент трения  $\mu$ , если время подъема тела оказалось в  $\eta = 2,0$  меньше времени спуска. [ $\mu = (\eta^2 - 1) \cdot \operatorname{tg} \alpha / (\eta^2 + 1) = 0,16$ ]
7. Летчик давит на сиденье кресла самолета в нижней точке петли Нестерова с силой 7200 Н. Масса летчика равна 80 кг. Радиус петли 320 м. Определите линейную скорость движения самолета. [160 м/с]
8. На горизонтальной плоскости находятся два тела: брусок и электромотор с батареей на подставке. На ось электромотора намотана нить, свободный конец которой соединен с бруском. Расстояние между обоими телами  $\ell$ , коэффициент трения между телами и плоскостью  $\mu$ . После включения мотора брусок, масса которого вдвое больше массы другого тела, начал двигаться с ускорением  $a$ . Через какое время оба тела столкнутся?

$$[t = \sqrt{2\ell / (3a + \mu g)}]$$

#### Вариант № 4

1. Катер, двигаясь вниз по реке, обогнал плот в пункте  $A$ . Через 60 мин после этого он повернул обратно и затем встретил плот на расстоянии 6,0 км ниже пункта  $A$ . Найдите скорость течения, если при движении в обоих направлениях мотор катера работал одинаково. [3,0 км/ч]
2. Линейная скорость точки, находящейся на ободу вращающегося диска, в три раза больше, чем линейная скорость точки, находящейся на 6 см ближе к его оси. Определите радиус диска. [9 см]
3. Начальная скорость камня, брошенного под некоторым углом к горизонту, равна 10 м/с, а спустя время 0,5 с скорость камня равна 7 м/с. На какую максимальную высоту над начальным уровнем поднимется камень? Сопротивление воздуха не учитывать. [2,9 м]
4. Две частицы движутся с ускорением  $\vec{g}$  в однородном поле тяжести. В начальный момент времени частицы находились в одной точке и имели скорости  $v_{10} = 3$  м/с и  $v_{20} = 4$  м/с, направленные горизонтально в противоположные стороны. Найти расстояние  $s$  между частицами в момент, когда векторы их скоростей окажутся взаимно перпендикулярными. [ $s = (v_{10} + v_{20})\sqrt{v_{10}v_{20}}/g = 2,5$  м/с]
5. К нити подвешен груз массой 500 г. Определите силу натяжения нити, если нить с грузом: а) поднимать с ускорением  $2$  м/с<sup>2</sup>; б) опускать с ускорением  $2$  м/с<sup>2</sup>. [а) 5,9 Н; б) 3,9 Н]
6. Какова должна быть наименьшая скорость мотоциклиста, для того чтобы он мог ехать по внутренней поверхности вертикального кругового цилиндра радиусом 5 м по горизонтальной окружности? Коэффициент трения скольжения между шинами мотоцикла и поверхностью цилиндра равен 0,5. [10 м/с]
7. Материальная точка массой  $m=1$  кг, двигаясь равномерно, описывает четверть окружности радиусом  $r=1,2$  м в течение времени  $t=2$  с. Найти изменение  $\Delta p$  импульса точки. [1,33 кг·м/с]
8. Частица движется вдоль оси  $x$  по закону  $x = \alpha t^2 - \beta t^3$ , где  $\alpha$  и  $\beta$  – положительные постоянные. В момент  $t = 0$  сила, действующая на частицу, равна  $F_0$ . Найдите значения  $F_x$  силы в точках поворота и в момент, когда частица опять окажется в точке  $x = 0$ . [ $-F_0$  и  $-2F_0$ ]

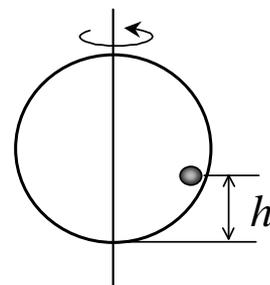
### Вариант № 5

1. Определите путь, который проходит частица, движущаяся по прямолинейной траектории в течение 10 с, если ее скорость изменяется по закону  $v = 30 + 2t$ . [400 м]
2. Под каким углом к горизонту брошено тело, если известно, что максимальная высота подъема равна 0,25 дальности полета? Сопротивление воздуха не учитывать. [45°]
3. Материальная точка движется вдоль оси  $x$ . Чему равен путь точки за первые 5 с, если ее движение в системе СИ описывается уравнением:  $x = 6 - 4t + t^2$ ? [13 м]
4. Цилиндрический каток радиусом 1 м помещен между двумя параллельными рейками. Рейки движутся в одну сторону со скоростями  $v_1 = 4$  м/с и  $v_2 = 2$  м/с. Определите угловую скорость вращения катка, если проскальзывание отсутствует. [ $\omega = \frac{1}{2R}(v_1 - v_2) = 1 \text{ с}^{-1}$ ]
5. Цепочка из 21 тел одинаковой массы  $m$ , соединенных упругими невесомыми нитями, движется по горизонтальной плоскости под действием горизонтально направленной силы  $F = 70$  Н. Чему равна сила упругости, действующая на третье тело со стороны четвертого?  
[ $T_3 = 6/7F = 60$  Н]
6. Наклонная плоскость, образующая угол  $\alpha = 25^\circ$  с плоскостью горизонта, имеет длину  $l = 2$  м. Тело, двигаясь равноускоренно, соскользнуло с этой плоскости за время  $t = 2$  с. Определить коэффициент трения тела о плоскость. [0,35]
7. На сколько следует приподнять наружный рельс по отношению к внутреннему на закруглении пути при скорости движения поезда 54 км/ч и радиусе кривизны 300 м? Ширина пути 1,524 м. [11,4 см]
8. Шайбу положили на наклонную плоскость и сообщили направленную вверх начальную скорость  $v_0$ . Коэффициент трения между шайбой и наклонной плоскостью равен  $\mu$ . При каком значении угла наклона  $\alpha$  шайба пройдет вверх по плоскости наименьшее расстояние  $l_{\min}$ ? Чему оно равно?

$$[\operatorname{tg}\alpha = 1/\mu; l_{\min} = v_0^2 / (2g\sqrt{1+\mu^2})]$$

### Вариант № 6

1. Тело, брошенное вертикально вниз с начальной скоростью 19,6 м/с, за последнюю секунду прошло 0,25 часть своего пути. С какой высоты брошено тело? Определите время падения и его конечную скорость.  
[294 м; 6 с; 78,4 м/с]
2. Небольшое тело движется по окружности радиусом  $R$  со скоростью, которая линейно увеличивается во времени по закону  $v = kt$ . Найдите зависимость полного ускорения тела от времени. [ $a = \sqrt{k^2 + k^4 t^4 / R^2}$ ]
3. Материальная точка движется вдоль оси  $x$ . Чему равен путь точки за первые 3 с, если ее движение в системе СИ описывается уравнением:  $x = 4 - 2t + t^2$ ? [5 м]
4. Частица движется в плоскости  $xu$  с постоянным ускорением  $\vec{a}$ , направление которого противоположно положительному направлению оси  $y$ . Уравнение траектории частицы имеет вид  $y = \alpha x - \beta x^2$ , где  $\alpha$  и  $\beta$  – положительные постоянные. Найдите скорость частицы в начале координат. [ $v_0 = \sqrt{(1 + \alpha^2)\alpha/2\beta}$ ]
5. Тело массой 0,5 кг движется прямолинейно, причем закон изменения координаты  $x$  тела от времени  $t$  имеет вид  $x = A - Bt + Ct^2 - Dt^3$ , где  $C = 5 \text{ м/с}^2$  и  $D = 1 \text{ м/с}^3$ . Найдите силу, действующую на тело в конце первой секунды движения. [2 Н]
6. Через неподвижный блок перекинута тонкая неподвижная нить, на концах которой подвешены два груза массой 200 г и 300 г. Какой путь пройдет каждый из грузов за 1 с? Массой блока пренебречь. [0,98 м]
7. Бусинка может скользить по обручу радиусом 4,5 м, который вращается относительно вертикальной оси, проходящей через его центр и лежащей в плоскости обруча, с угловой скоростью 2 рад/с. На какую максимальную высоту относительно нижней точки обруча может подняться бусинка? [2 м]
8. На небольшое тело массой  $m$ , лежащее на гладкой горизонтальной поверхности, в момент  $t = 0$  начала действовать сила, зависящая от времени по закону  $F = bt$ , где  $b$  – постоянная. Направление этой силы все время составляет угол  $\alpha$  с горизонтом. Найдите: а) скорость тела  $v$  в момент отрыва от плоскости; б) путь  $s$ , пройденный телом к этому моменту. [ $v = mg^2 \cos \alpha / (2b \sin^2 \alpha)$ ;  $s = m^2 g^3 \cos \alpha / (6b^2 \sin^3 \alpha)$ ]

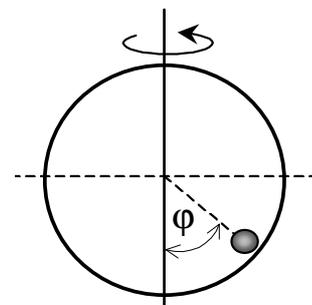


### Вариант № 7

1. Определите начальную скорость тела, брошенного вертикально вверх, если отметку (высоту) 60 м оно проходило 2 раза с промежутком времени 4 с. Сопротивлением воздуха пренебречь. [39 м/с]
2. Ракета запущена под углом  $60^\circ$  к горизонту с начальной скоростью 90,4 м/с. Определите время движения ракеты до максимальной точки траектории, максимальную высоту подъема и дальность полета. [8,0 с; 312,7 м; 729 м]
3. С какой наименьшей скоростью следует бросить тело под углом  $56^\circ$  к горизонту, чтобы оно перелетело через вертикальную стену высотой 5,6 м, если стена находится от точки бросания на расстоянии 5 м? [14,9 м/с]
4. С каким ускорением будет двигаться тело массой  $m = 2$  кг в горизонтальном направлении, если к нему приложена сила  $F = 5$  Н, направленная под углом  $\alpha = 45^\circ$  к горизонту? Коэффициент трения  $\mu = 0,1$ .

$$\left[ a = \frac{F}{m} (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu g = 1 \text{ м/с}^2 \right]$$

5. На внутренней поверхности сферы радиусом 0,1 м, вращающейся вокруг вертикальной оси, находится небольшой предмет. С какой постоянной частотой должна вращаться сфера, чтобы предмет находился в точке, направление на которую составляет угол  $45^\circ$ ? Коэффициент трения между предметом и поверхностью сферы равен 0,2. [1,55]



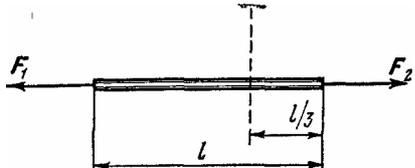
6. Шарик массой  $m=100$  г упал с высоты  $h=2,5$  м на горизонтальную плиту, масса которой много больше массы шарика, и отскочил от нее вверх. Считая удар абсолютно упругим, определить импульс  $p$ , полученный плитой. [1,4 Н·с]
7. Цепочка из 16 тел одинаковой массы  $m$ , соединенных упругими невесомыми нитями, движется по горизонтальной плоскости под действием горизонтально направленной силы  $F = 40$  Н. Чему равна сила упругости, действующая на десятое тело со стороны одиннадцатого? [ $T_{10} = 3/8F = 15$  Н]
8. Вес тела на экваторе планеты составляет  $\eta = 97\%$  от веса этого же тела на полюсе. Найдите период  $T$  обращения планеты вокруг своей оси, если плотность вещества планеты  $\rho = 2,5 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>.

$$\left[ T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho(1-\eta/100\%)}} - 4,34 \text{ с} \approx 12 \text{ ч} \right]$$

### Вариант № 8

1. Движение материальной точки задано уравнениями  $x = 8t^2 + 4$ ;  $y = 6t^2 - 3$ . Определите модуль скорости и ускорения точки в момент времени  $t = 10$  с. [200 м/с; 20 м/с<sup>2</sup>]
2. Докажите, что при отсутствии сопротивления воздуха максимальная дальность полета тела, брошенного под углом к горизонту, будет при угле, равном 45°.
3. Горизонтально летевшая пуля пробила вращающийся с частотой 10 с<sup>-1</sup> вертикальный барабан по его диаметру, равному 1 м. Какова максимальная скорость пули внутри барабана, если расстояние по окружности между пробоинами оказалось равным 0,942 м? [50 м/с]
4. Частица движется в плоскости  $xOy$  из точки с координатами  $x = y = 0$  со скоростью  $\vec{v} = a\vec{i} + bx^2\vec{j}$ , где  $a$  и  $b$  – постоянные,  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  – орты осей. Найдите уравнение траектории  $y = f(x)$ . [ $y = \frac{bx^3}{3a}$ ]
5. На платформе, масса которой 5 кг, лежит груз массой 500 г. Коэффициент трения между грузом и платформой равен 0,1. Платформу тянут с силой 7 Н. Определите ускорения платформы и груза, если платформа движется по абсолютно гладкой поверхности. [1,3 Н; 1,0 Н]
6. Вертолет массой  $m=3,5$  т с ротором, диаметр  $d$  которого равен 18 м, «висит» в воздухе. С какой скоростью  $v$  ротор отбрасывает вертикально вниз струю воздуха? Диаметр струи считать равным диаметру ротора.  
$$[v = \frac{2}{d} \sqrt{\frac{mg}{\pi \rho_{\text{возд}}}} = 10,2 \text{ м/с}]$$
7. Горизонтально расположенный диск вращается вокруг проходящей через его центр вертикальной оси, совершая 10,0 об/мин. На каком расстоянии от центра диска может удержаться лежащее на диске тело, если коэффициент трения равен 0,20? [ $\leq 1,8$  м]
8. Частица массой  $m$  движется в некоторой плоскости под действием постоянной по модулю силы  $F$ , направление которой поворачивается в этой плоскости с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . В момент  $t = 0$  скорость частицы равна нулю. Найдите модуль скорости частицы как функцию времени  $t$ , а также путь, проходимый частицей между двумя последовательными остановками. [ $|v| = 2F/(m\omega)|\sin(\omega t/2)|$ ;  $\Delta s = 8F/(m\omega^2)$ ]

## Вариант № 9

1. Движение материальной точки задано уравнением  $x = at + bt^2 + ct^3$ , где  $a = 5 \text{ м/с}$ ,  $b = 0,2 \text{ м/с}^2$ ,  $c = 0,1 \text{ м/с}^3$ . Определите скорость точки в момент времени  $t = 2 \text{ с}$ , а также среднюю скорость в интервале от  $2 \text{ с}$  до  $4 \text{ с}$ .  
[7 м/с; 9 м/с]
  2. С вершины горы брошено тело в горизонтальном направлении со скоростью  $19,6 \text{ м/с}$ . Определите нормальное и тангенциальное ускорение тела спустя  $2 \text{ с}$  после начала движения. Какой угол образует вектор полного ускорения с вектором скорости? [6,9 м/с<sup>2</sup>; 6,9 м/с<sup>2</sup>; 45°]
  3. Легковой автомобиль движется со скоростью  $20 \text{ м/с}$  за грузовым, скорость которого  $16,5 \text{ м/с}$ . В момент начала обгона водитель легкового автомобиля увидел встречный автобус, движущийся со скоростью  $25 \text{ м/с}$ . При каком наименьшем расстоянии до автобуса можно начинать обгон, если в начале обгона легковая машина была в  $15 \text{ м}$  от грузовой, а к концу обгона она должна быть впереди грузовой на  $20 \text{ м}$ ? [450 м]
  4. Частица движется в положительном направлении оси  $x$  так, что ее скорость изменяется по закону  $v = \alpha\sqrt{x}$ , где  $\alpha$  – положительная постоянная. Имея в виду, что в момент  $t = 0$  она находилась в точке  $x = 0$ , найдите среднюю скорость частицы за время, в течение которого она пройдет первые  $s$  метров пути. [ $\langle v \rangle = \frac{\alpha}{2}\sqrt{s}$ ]
  5. К пружинным весам подвешен блок. Через блок перекинут шнур, к концам которого привязаны грузы массой  $1,5 \text{ кг}$  и  $3 \text{ кг}$ . Каким будет показание весов во время движения грузов? Массой блока и шнура пренебречь. [39,2 Н]
  6. К концам однородного стержня приложены две противоположно направленные силы:  $F_1 = 40 \text{ Н}$  и  $F_2 = 100 \text{ Н}$ . Определить силу натяжения  $T$  стержня в поперечном сечении, которое делит стержень на две части в отношении  $1 : 2$ . [80 Н]
- 
7. Шарик массой  $m$ , подвешенный на нити, имеющей длину  $L$ , описывает окружность в горизонтальной плоскости. Какова должна быть сила натяжения нити, чтобы радиус окружности, по которой движется шарик, мог достигнуть значения  $2/3 L$ ? [ $T = 3mg / \sqrt{5}$ ]
  8. Небольшой шарик массой  $m$ , подвешенный на нити, отвели в сторону так, что нить образовала прямой угол с вертикалью, а потом отпустили. Найдите: а) модуль полного ускорения шарика и силу натяжения нити в зависимости от  $\vartheta$  – угла отклонения нити от вертикали; б) силу натяжения нити в момент, когда вертикальная составляющая скорости шарика максимальна; в) угол  $\vartheta$  между нитью и вертикалью в момент, когда вектор полного ускорения шарика направлен горизонтально.
- [а)  $a = g\sqrt{1 + 3\cos^2 \vartheta}$ ;  $T = 3mg \cos \vartheta$ ; б)  $T_m = mg / \sqrt{3}$ ; в)  $\cos \vartheta = 1/\sqrt{3}$ ,  $\vartheta \approx 55^\circ$ ]

## Вариант № 10

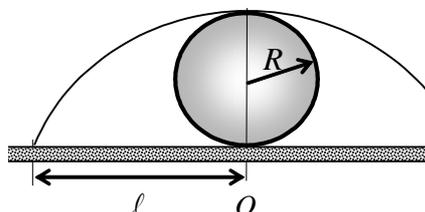
1. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью 21 м/с. Определите время между двумя моментами прохождения телом отметки: половины максимальной высоты. Сопротивлением воздуха пренебречь.

[3 с]

2. Через какое время вектор скорости тела, брошенного под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонту с начальной скоростью  $v_0 = 20$  м/с, будет составлять с горизонтом угол  $\beta = 30^\circ$ ? Сопротивлением воздуха пренебречь.

$$[t = v_0 \cos \alpha \cdot (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta) / g = 1,2 \text{ с}]$$

3. Колесо радиусом  $R$  катится по горизонтальной плоскости без скольжения. Центр колеса движется со скоростью  $v$ . Угол между вертикалью и направлением из центра колеса на точку обода равен  $\varphi$ . Найдите модуль скорости точки на ободу колеса. [ $2v \cdot \cos(\varphi/2)$  или  $v\sqrt{2(1+\cos\varphi)}$ ]



4. На каком наименьшем расстоянии  $\ell$  от точки  $O$  надо бросить камень с уровня земли, чтобы он перелетел через шар радиусом  $R = 7,5$  м, коснувшись его только в высшей точке? [ $\ell = 2R = 15$  м]

5. На столе стоит тележка массой  $m_1 = 4$  кг. К тележке привязан один конец шнура, перекинутого через блок. С каким ускорением  $a$  будет двигаться тележка, если к другому концу шнура привязать гирию массой  $m_2 = 1$  кг? [ $1,96 \text{ м/с}^2$ ]

6. Мотоцикл едет по внутренней поверхности цилиндра радиусом 11,2 м. Центр тяжести мотоцикла с человеком расположен на расстоянии 0,8 м от поверхности цилиндра. Коэффициент трения покрышек о поверхность цилиндра равен 0,6. С какой минимальной скоростью должен ехать мотоциклист? Каким будет при этом угол его наклона к плоскости горизонта? [ $13 \text{ м/с}$ ;  $31^\circ$ ]

7. Конькобежец массой 45 кг, находящийся в начале ледяной горки с углом наклона  $10^\circ$ , бросает в горизонтальном, противоположном от горки направлении, камень массой 5 кг со скоростью 18 м/с. На какое расстояние вдоль горки поднимется конькобежец, если известно, что коэффициент трения лезвий коньков о лед равен 0,02? [1 м]

8. Аэростат массой  $m = 250$  кг начал опускаться с ускорением  $a = 0,2 \text{ м/с}^2$ . Определите массу балласта, который следует сбросить за борт, чтобы аэростат получил такое же ускорение, но направленное вверх. Сопротивлением воздуха пренебречь. [ $m = 2ma / (g + a) = 10 \text{ кг}$ ]

## Вариант № 11

1. Зависимость пройденного телом пути  $s$  от времени  $t$  задана уравнением  $s = A + Bt^2 + Dt^3$ , где  $B = 0,14 \text{ м/с}^2$  и  $D = 0,01 \text{ м/с}^3$ . 1) Через какой промежуток времени, после начала движения, ускорение тела будет равно  $1 \text{ м/с}^2$ ? 2) Чему равно среднее ускорение тела за этот промежуток времени?

$$[12 \text{ с}; 0,64 \text{ м/с}^2]$$

2. Пуля пущена с начальной скоростью  $200 \text{ м/с}$  под углом  $60^\circ$  к горизонту. Определите максимальную высоту подъема, дальность полета и радиус кривизны траектории пули в ее наивысшей точке.

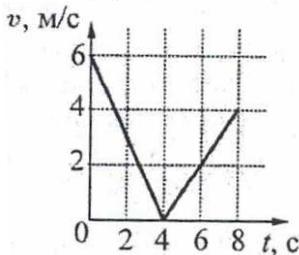
$$[1,53 \text{ км}; 3,53 \text{ км}; 1,02 \text{ км}]$$

3. За время  $t = 2 \text{ с}$  прямолинейного равноускоренного движения тело прошло путь  $s = 20 \text{ м}$ , увеличив свою скорость в  $n = 3$  раза. Определите конечную скорость тела.  $[v_k = \frac{2ns}{(n+1)t} = 15 \text{ м/с}]$

4. Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси так, что его угловая скорость зависит от угла поворота  $\varphi$  по закону  $\omega = \omega_0 - \alpha\varphi$ , где  $\omega_0$  и  $\alpha$  – положительные постоянные. В момент  $t = 0$  угол  $\varphi = 0$ . Найдите зависимость от времени: а) угла поворота; б) угловой скорости.

$$[\varphi(t) = \frac{\omega_0}{\alpha}(1 - e^{-\alpha t}); \omega(t) = \omega_0 e^{-\alpha t}]$$

5. Тело массой  $m$  движется под действием постоянной силы  $F$ . Найдите закон движения, если в момент  $t = 0$  тело имело скорость  $v_0$ , совпадающую по направлению с силой.  $[x = v_0 t + Ft^2/(2m)]$



6. Шайба, брошенная вдоль наклонной плоскости, скользит по ней, двигаясь вверх, а затем движется вниз. График зависимости модуля скорости шайбы от времени дан на рисунке. Найдите угол  $\alpha$  наклона плоскости к горизонту.  $[\alpha = \arcsin 0,125 \approx 7^\circ]$

7. Акробат на мотоцикле описывает «мертвую петлю» радиусом  $r=4 \text{ м}$ . С какой наименьшей скоростью  $v_{\min}$  должен проезжать акробат верхнюю точку петли, чтобы не сорваться?  $[6,26 \text{ м/с}]$

8. Пуля, пробив доску толщиной  $h$ , изменила свою скорость от  $v_0$  до  $v$ . Найдите время  $t$  движения пули в доске, считая силу сопротивления пропорциональной квадрату скорости.  $[t = \frac{h(v_0 - v)}{v_0 v \cdot \ln(v_0/v)}]$

## Вариант № 12

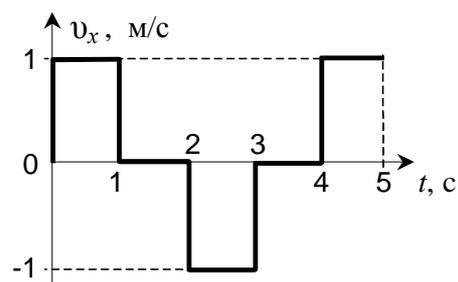
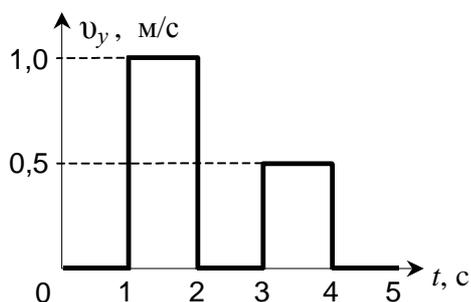
1. Катер, двигаясь вниз по реке, обогнал плот в пункте  $A$ . Через 30 мин после этого он повернул обратно и затем встретил плот на расстоянии 6,0 км ниже пункта  $A$ . Найдите скорость  $v$  течения, если при движении в обоих направлениях мотор катера работал одинаково. [6,0 км/ч]
2. Линейная скорость точки, находящейся на ободке вращающегося диска, в три раза больше, чем линейная скорость точки, находящейся на 5 см ближе к его оси. Определите радиус диска. [7,5 см]
3. Время отправления электрички по расписанию 12 часов дня. Вы подошли к тому месту, где должно находиться начало первого вагона. На Ваших часах  $12^{00}$ , но мимо Вас уже начинает проезжать предпоследний вагон, который движется мимо в течение 10 с. Электричка отправилась вовремя и движется равноускоренно. На сколько секунд отстают Ваши часы, если электричка состоит из 4-х вагонов? Ответ представьте в единицах СИ и округлите до десятых. [44,5]
4. Воздушный шар начинает подниматься с поверхности земли. Скорость его подъема постоянна и равна  $v_0$ . Благодаря ветру шар приобретает горизонтальную компоненту скорости  $v_x = \alpha y$ , где  $\alpha$  – постоянная,  $y$  – высота подъема. Найдите зависимость от высоты подъема величины сноса шара  $x = x(y)$ . [ $x = \frac{\alpha y^2}{2v_0}$ ]
5. Тело массой 0,5 кг движется прямолинейно, причем закон изменения координаты  $x$  тела от времени  $t$  имеет вид  $x = A - Bt + Ct^2 - Dt^3$ , где  $C = 5 \text{ м/с}^2$  и  $D = 1 \text{ м/с}^3$ . Найдите силу, действующую на тело в конце первой секунды движения. [2 Н]
6. Автомобиль массой 3 т движется равномерно со скоростью 10 м/с по мосту, который прогибается под тяжестью этого автомобиля, образуя дугу радиусом 50 м. Определите силу давления автомобиля на мост в средней его точке. [36 кН]
7. Камень, подвешенный к потолку на веревке, движется в горизонтальной плоскости по окружности, отстоящей от потолка на  $h = 1,25$  м. Найдите период  $T$  обращения камня. [ $T = 2\pi \sqrt{\frac{h}{g}} \approx 2,25 \text{ с}$ ]
8. Частица массой  $m$  движется по внутренней гладкой поверхности вертикального цилиндра радиусом  $R$ . Найдите силу  $F$  давления частицы на стенку цилиндра, если в начальный момент ее скорость равна  $v_0$  и составляет угол  $\alpha$  с горизонтом. [ $F = (mv_0^2/R) \cos^2 \alpha$ ]

### Вариант № 13

1. Автомобиль первые два часа двигался со скоростью 60 км/ч. Определите, с какой скоростью он двигался следующие два часа, если средняя скорость за все время движения равна 50 км/ч. [40 км/ч]
2. Диск вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением  $\varphi = At^2$  ( $A = 0,5 \text{ рад/с}^2$ ). Определите к концу второй секунды после начала движения: а) угловую скорость  $\omega$  диска; б) угловое ускорение  $\epsilon$  диска; в) для точки, находящейся на расстоянии 80 см от оси вращения, ускорение: тангенциальное  $a_\tau$ , нормальное  $a_n$  и полное  $a$ .  
[а)  $\omega = 2 \text{ рад/с}$ ; б)  $\epsilon = 1 \text{ рад/с}^2$ ; в)  $a_\tau = 0,8 \text{ м/с}^2$ ;  $a_n = 3,2 \text{ м/с}^2$ ;  $a = 3,3 \text{ м/с}^2$ ]
3. Спортсмен-спринтер способен бежать короткие дистанции после разгона с максимальной скоростью 14,8 м/с. Во сколько раз средняя скорость спортсмена на дистанции 200 м больше, чем на дистанции 100 м, если время ускорения на обеих дистанциях одинаково и равно 3 с, и спортсмен бежит дистанцию после разгона с максимальной скоростью? [1,1]
4. Тело, свободно падающее с некоторой высоты без начальной скорости, за время  $\tau = 1 \text{ с}$  после начала движения проходит путь в  $n = 5$  раз меньший, чем за такой же промежуток времени в конце движения. Найдите полное время движения. [ $t = \frac{n+1}{2}\tau = 3 \text{ с}$ ]
5. Через блок, подвешенный к динамометру, перекинут шнур, на концах которого укреплены грузы с массами 2 кг и 8 кг. Что показывает динамометр при движении грузов? [62,7 Н]
6. Сосуд с водой, подвешенный на веревке длиной 1 м, вращается в вертикальной плоскости так, что вода из него не выливается. Определите максимальное значение периода обращения. [2 с]
7. С вершины наклонной плоскости, имеющей длину 10 м и высоту 5 м, начинает двигаться без начальной скорости тело. Какое время будет продолжаться движение тела до основания наклонной плоскости и какую скорость оно будет иметь при этом? Коэффициент трения между телом и плоскостью равен 0,2. [2,5 с; 8 м/с]
8. Небольшое тело  $A$  начинает скользить с вершины гладкой сферы радиусом  $R$ . Найдите угол  $\vartheta$  между вертикалью и радиус-вектором, характеризующим положение тела  $A$  относительно центра сферы в момент отрыва от нее, а также скорость тела в этот момент.  
[ $\vartheta = \arccos(2/3) \approx 48^\circ$ ;  $v = (2gR/3)^{1/2}$ ]

### Вариант № 14

1. Под каким углом к горизонту надо бросить тело, чтобы дальность полета была в два раза больше, чем наибольшая высота подъема? Сопротивлением воздуха пренебречь. [ $63^{\circ}36'$ ]
2. Нормальное ускорение точки, движущейся по окружности радиусом 2 м, изменяется по закону  $a_n = Ct^2$ , где  $C = 2 \text{ м/с}^2$ . Найдите тангенциальное ускорение точки и пройденный путь за время 1 с после начала движения. [ $2 \text{ м/с}^2$ ; 1,0 м]
3. Частица движется в одной плоскости. По графикам зависимости от времени проекций  $v_y$  и  $v_x$  скорости постройте траекторию частицы  $y(x)$ , если  $x(0) = 2 \text{ м}$ ,  $y(0) = 1 \text{ м}$ . [5]



4. Точка движется по окружности со скоростью  $v = at$ , где  $a = 0,50 \text{ м/с}^2$ . Найдите ее полное ускорение в момент, когда она пройдет  $n = 0,1$  длины окружности после начала движения. [ $a = a\sqrt{1+(4\pi n)^2} = 0,8 \text{ м/с}^2$ ]
5. Один конец резинового шнура длиной 0,4 м закреплен в точке  $A$ , к другому привязан камень массой 0,1 кг. При вращении шнура в горизонтальной плоскости вокруг точки  $A$  с угловой скоростью 6 рад/с шнур удлинился на 0,1 м. Найдите коэффициент жесткости шнура. [18 Н/м]
6. На тело массой  $m$  действует сила, пропорциональная времени,  $F = kt$ . Найдите закон движения  $x = x(t)$  тела при условии, что при  $t = 0$  тело имело начальную скорость  $v_0$ , а  $x = 0$ . [ $x = v_0 t + kt^3 / (6m)$ ]
7. С вершины наклонной плоскости, имеющей длину 10 м и высоту 5 м, начинает двигаться без начальной скорости тело. Какое время будет продолжаться движение тела до основания наклонной плоскости и какую скорость оно будет иметь при этом? Коэффициент трения между телом и плоскостью равен 0,2. [2,5 с; 8 м/с]
8. Нить перекинута через легкий вращающийся без трения блок. На одном конце прикреплен груз массой  $M$ , а по другой свисающей части скользит муфточка массой  $m$  с постоянным ускорением  $a$  относительно нити. Найдите силу трения, с которой нить действует на муфточку. [ $F_{\text{тр}} = (2g - a) \cdot mM / (m + M)$ ]

## Вариант № 15

1. За последние  $\tau$  секунды свободно падающее тело прошло  $n$ -ю часть пути. Сколько времени продолжалось падение тела? [ $t = \tau / (1 - \sqrt{1-n})$ ]
2. Частица движется по окружности радиусом  $r$  так, что модуль ее скорости  $v$  зависит от пройденного пути  $s$  по закону  $v = b\sqrt{s}$ , где  $b$  – положительная постоянная. Найдите модули нормального  $a_n$ , тангенциального  $a_\tau$  и полного  $a$  ускорения как функции  $s$ ; угол  $\varphi$  между скоростью  $v$  и ускорением  $a$  как функции  $s$ . [ $a_n = b^2 s / r$ ;  $a_\tau = b^2 / 2$ ;  $a = b^2 \sqrt{4s^2 + r^2} / (2r)$ ;  $\varphi = \text{arctg}(2s/r)$ ]
3. Радиус кривизны траектории тела, брошенного под углом к горизонту, в верхней точке траектории равен 20 м, максимальная высота 10 м. С какой начальной скоростью и под каким углом к горизонту брошено тело? [20 м/с; 45°]
4. Точка движется по окружности со скоростью  $v = at$ , где  $a = 0,50$  м/с<sup>2</sup>. Найдите ее полное ускорение в момент, когда она пройдет  $n = 0,1$  длины окружности после начала движения. [ $a = a\sqrt{1 + (4\pi n)^2} = 0,8$  м/с<sup>2</sup>]
5. На тело массой  $m$  действует сила, пропорциональная времени:  $F = kt$ . Найдите закон движения тела, если при  $t = 0$  тело имело начальную скорость  $v_0$ , а  $x = 0$ . [ $x = v_0 t + \frac{k}{6m} t^3$ ]
6. Тело соскальзывает с наклонной плоскости с трением. Угол наклона плоскости к горизонту 30°, длина наклонной плоскости 1,67 м. Коэффициент трения тела о плоскость равен 0,2. Какое время затратит тело на спуск с наклонной плоскости? [1 с]
7. Шарик массой  $m$ , подвешенный на нити, имеющей длину  $L$ , описывает окружность в горизонтальной плоскости. Нить составляет с вертикалью угол  $\alpha$ . Найдите период  $T$  обращения шарика, если маятник находится в лифте, движущемся с постоянным ускорением  $a < g$ , направленным вниз.  
[ $T = 2\pi \sqrt{\frac{L \cos \alpha}{g - a}}$ ]
8. Частица массой  $m$  в момент времени  $t = 0$  начинает двигаться под действием силы  $\vec{F} = \vec{F}_0 \cos \omega t$ , где  $\vec{F}_0$  и  $\omega$  – постоянные. 1) Найдите время  $t$ , которое частица будет двигаться до первой остановки. 2) Какой путь  $s$  она пройдет за это время? 3) Какова максимальная скорость  $v_{\max}$  частицы на этом пути? [1)  $t = \pi / \omega$ ; 2)  $s = 2F_0 / (m\omega^2)$ ; 3)  $v_{\max} = F_0 / (m\omega)$ ]

### Вариант № 16

1. Движение точки по прямой задано уравнением  $x = At + Bt^2$ , где  $A = 2$  м/с,  $B = -0,5$  м/с. Определите среднюю скорость движения точки в интервале времени от  $t_1 = 1$  с до  $t_2 = 3$  с. [0,5 м/с]
2. Точка движется по окружности радиусом  $R = 10$  см с постоянным тангенциальным ускорением  $a_\tau$ . Найдите нормальное ускорение  $a_n$  точки через  $t = 20$  с после начала движения, если известно, что к концу пятого оборота ( $N = 5$ ) после начала движения линейная скорость  $v$  точки равна 10 см/с. [ $a_n = v^4 t^2 / (16\pi^2 N^2 R^3) = 0,01$  м/с<sup>2</sup>]
3. Тело, свободно падающее с некоторой высоты без начальной скорости, за время  $\tau = 1$  с после начала движения проходит путь в  $n = 5$  раз меньший, чем за такой же промежуток времени в конце движения. Найдите полное время движения. [ $t = \frac{n+1}{2}\tau = 3$  с]
4. Ракета запущена вертикально вверх и во время работы двигателя имела постоянное ускорение  $a = 5g$ . Спустя  $t_0 = 1$  мин после старта двигатель ракеты отключился. Через какое время  $\tau$  после отключения двигателя ракета упала на землю. Сопротивление воздуха не учитывать.

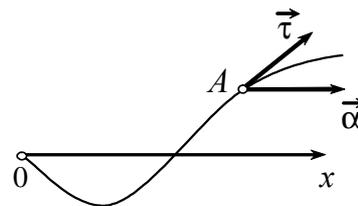
$$[\tau = [\frac{a}{g} + \sqrt{\frac{a}{g}(1 + \frac{a}{g})}]t_0 = 630 \text{ с}]$$

5. Две гири массой 2 кг и 1 кг соединены нитью и перекинута через неподвижный блок. Найдите: а) ускорение, с которым движутся грузы; б) натяжение нити. [а) 3,27 м/с<sup>2</sup>; б) 13,0 Н]
6. На тело массой  $m$  действует сила, пропорциональная квадрату времени:  $F = kt^2$ . Найдите закон движения тела, если при  $t = 0$  тело начальная скорость тела равна 0. [ $x = \frac{kt^4}{12m}$ ]
7. Самолет совершает вираж, двигаясь по окружности с постоянной скоростью  $v$  на одной и той же высоте. Определите радиус  $R$  этой окружности, если плоскость крыла самолета наклонена к горизонтальной плоскости под постоянным углом  $\alpha$ . [ $R = v^2 / (g \tan \alpha)$ ]
8. К бруску массой  $m$ , лежащему на гладкой горизонтальной поверхности, приложили постоянную по модулю силу  $F = mg/3$ . В процессе его прямолинейного движения угол  $\alpha$  между направлением этой силы и горизонтом меняется по закону  $\alpha = ks$ , где  $k$  – постоянная,  $s$  – пройденный бруском путь (из начального положения). Найдите скорость бруска как функцию угла  $\alpha$ . [ $v = \sqrt{2g \sin \alpha / (3k)}$ ]

### Вариант № 17

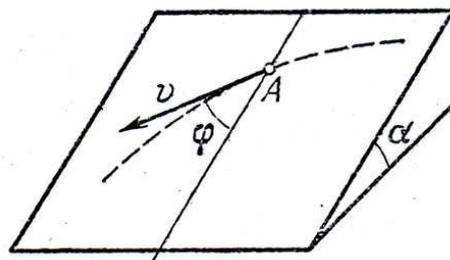
1. Радиус-вектор частицы определяется выражением  $\vec{r} = 3t\vec{i} + 0,5t^2\vec{j}$ . Определите модуль скорости и ускорения частицы в момент времени  $t = 5$  с. [5,8 м/с; 1 м/с<sup>2</sup>]
2. Движение материальной точки задано уравнением  $\vec{r}(t) = (A+Bt^2)\vec{i} + Ct\vec{j}$ , где  $A = 10$  м,  $B = -5$  м/с<sup>2</sup>,  $C = 10$  м/с. Найдите зависимость  $\vec{a}(t)$ . Для момента времени  $t = 1$  с вычислите модуль: а) скорости  $v$ ; б) полного ускорения  $a$ ; в) тангенциального ускорения  $a_\tau$ ; г) нормального ускорения  $a_n$ . [ $\vec{a}(t) = 2B\vec{i}$ ; а) 14,1 м/с; б) 10 м/с<sup>2</sup>; в) 7,07 м/с<sup>2</sup>; г) 7,07 м/с<sup>2</sup>]
3. Радиус кривизны траектории тела, брошенного под углом к горизонту, в верхней точке траектории равен 20 м, максимальная высота 10 м. С какой начальной скоростью и под каким углом к горизонту брошено тело? [20 м/с; 45°]

4. Частица  $A$  движется в одну сторону по траектории (рис. 1.8) с тангенциальным ускорением  $a_\tau = \vec{\alpha}\vec{\tau}$ , где  $\vec{\alpha}$  – постоянный вектор, совпадающий по направлению с осью  $x$ , а  $\vec{\tau}$  – единичный вектор, связанный с частицей  $A$  и направленный по касательной к траектории в сторону возрастания дуговой координаты. Модуль вектора  $|\vec{\alpha}| = 10$  м/с<sup>2</sup>. Найдите скорость  $v$  частицы на расстоянии  $x = 0,1$  м, если в точке  $x = 0$  ее скорость равна нулю. [ $v = \sqrt{2\alpha x} = 1,41$  м/с]



5. К концам невесомой нерастяжимой нити, перекинутой через невесомый неподвижный блок без трения в оси, подвешены грузы с массой 1 кг и 2 кг. Каково ускорение, с которым движется второй груз? [3,3 м/с<sup>2</sup>]
6. Под действием постоянной силы  $F = 3,0$  Н тележка движется прямолинейно так, что его координата зависит от времени по закону  $x(t) = C_1t^2 + C_2t$ , где  $C_1 = 15$  м/с<sup>2</sup>,  $C_2 = 2$  м/с. Найдите массу тела. [0,1 кг]
7. На какую часть уменьшается вес тела на экваторе вследствие вращения Земли? [0,34 %]

8. Небольшую шайбу  $A$  положили на наклонную плоскость, составляющую угол  $\alpha$  с горизонтом, и сообщили начальную скорость  $v_0$ . Найдите зависимость скорости  $v$  шайбы от угла  $\varphi$ , если коэффициент трения  $\mu = \text{tg}\alpha$  и в начальный момент  $\varphi_0 = \pi/2$ . [ $v = v_0/(1 + \cos\varphi)$ ]



### Вариант № 18

1. Тело, брошенное вертикально вверх, находилось на одной и той же высоте 8,6 м два раза с интервалом 3 с. Вычислите начальную скорость брошенного тела. Сопротивлением воздуха пренебречь. [7,2 м/с]
2. Найдите угловое ускорение колеса, если известно, что через 2 с после начала равноускоренного движения вектор полного ускорения точки, лежащей на ободе, составляет угол  $60^\circ$  с направлением линейной скорости этой точки. [0,43 рад/с]
3. Радиус кривизны траектории тела, брошенного под углом к горизонту, в верхней точке траектории равен 20 м, максимальная высота 10 м. С какой начальной скоростью и под каким углом к горизонту брошено тело? [20 м/с;  $45^\circ$ ]
4. Две частицы, 1 и 2, движутся с постоянными скоростями  $v_1$  и  $v_2$  по двум взаимно перпендикулярным прямым к точке их пересечения  $O$ . В момент  $t = 0$  частицы находились на расстояниях  $l_1$  и  $l_2$  от точки  $O$ . Через какое время расстояние между частицами станет наименьшим? Чему оно равно?

$$[t_m = (v_1 l_1 + v_2 l_2) / (v_1^2 + v_2^2); l_{\min} = |l_1 v_2 - l_2 v_1| / \sqrt{v_1^2 + v_2^2}]$$

5. Тело скользит по наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол  $45^\circ$ . Зависимость пройденного телом расстояния  $s$  от времени  $t$  дается уравнением  $s = Ct^2$ , где  $C = 1,73 \text{ м/с}^2$ . Найдите коэффициент трения тела о плоскость. [0,5]
6. Тело, брошенное вертикально вверх с начальной скоростью 30 м/с, достигает высшей точки подъема через 2,5 с. Масса тела равна 40 кг. Найдите среднюю силу сопротивления воздуха, движущуюся на тело во время движения. [88 мН]
7. Автомобиль массой 5 т движется со скоростью 10 м/с по выпуклому мосту. Определите силу давления автомобиля на мост в его верхней точке, если радиус кривизны моста равен 50 м. [39 кН]
8. Тонкий однородный упругий шнур массой  $m$  и длиной  $l_0$  (в нерастянутом состоянии) имеет коэффициент упругости  $k$ . Склеив торцы, шнур положили на гладкую горизонтальную плоскость, придали ему форму окружности и раскрутили до угловой скорости  $\omega$  вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр. Найдите силу натяжения шнура в этом состоянии. [ $T = kl_0 / (4\pi^2 k / (m\omega^2) - 1)$ ]

### Вариант № 19

1. Мяч брошен со скоростью 10 м/с под углом  $45^\circ$  к горизонту. Найдите: а) на какую высоту поднимется мяч; б) на каком расстоянии от места бросания мяч упадет на землю; в) через какое время он упадет на землю. [а) 2,4 м; б) 10 м; в) 1,4 с]
2. Диск радиусом  $R = 10$  см вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением  $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$  ( $B = 1$  рад/с,  $C = 1$  рад/с<sup>2</sup>,  $D = 1$  рад/с<sup>3</sup>). Определите для точек на ободе диска к концу второй секунды после начала движения: 1) тангенциальное ускорение  $a_\tau$ ; 2) нормальное ускорение  $a_n$ ; 3) полное ускорение  $a$ . [1) 1,4 м/с<sup>2</sup>; 2) 8,9 м/с<sup>2</sup>; 3) 28,93 м/с<sup>2</sup>]
3. С вершины горы брошено тело в горизонтальном направлении со скоростью 19,6 м/с. Определите нормальное и тангенциальное ускорение тела спустя 2 с после начала движения. Какой угол образует вектор полного ускорения с вектором скорости? [6,9 м/с<sup>2</sup>; 6,9 м/с<sup>2</sup>;  $45^\circ$ ]
4. Маленький шарик падает с высоты 50 см на наклонную плоскость, составляющую угол  $45^\circ$  к горизонту. Найдите расстояние между точками первого и второго ударов шарика о плоскость. Соударения считать абсолютно упругими. [ $s = 8H\sin\alpha = 2,8$  м]
5. Тело массой 0,5 кг начинает падать с высоты 39,2 м и в последнюю секунду проходит 36 % всего пути. Определите силу сопротивления воздуха, считая ее постоянной. Начальная скорость тела равна нулю.  
[3,3 Н]
6. Самолет описывает петлю Нестерова радиусом 200 м. Во сколько раз сила, с которой летчик давит на сидение в нижней точке, больше силы тяжести летчика, если скорость самолета 100 м/с? [6,1]
7. С каким ускорением будет двигаться тело массой  $m = 2$  кг в горизонтальном направлении, если к нему приложена сила  $F = 5$  Н, направленная под углом  $\alpha = 45^\circ$  к горизонту? Коэффициент трения  $\mu = 0,1$ .  
[ $a = \frac{F}{m}(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - \mu g = 1$  м/с<sup>2</sup>]
8. Велосипедист едет по круглой горизонтальной площадке радиусом  $R$ . Коэффициент трения зависит от расстояния  $r$  от центра  $O$  площадки,  $\mu = \mu_0(1 - r/R)$ , где  $\mu_0$  – постоянная. Найдите радиус окружности с центром в точке  $O$ , по которой велосипедист должен ехать с максимальной скоростью  $v_{\max}$ . Какова эта скорость? [ $r = R/2$ ;  $v_{\max} = \sqrt{\mu g R/2}$ ]

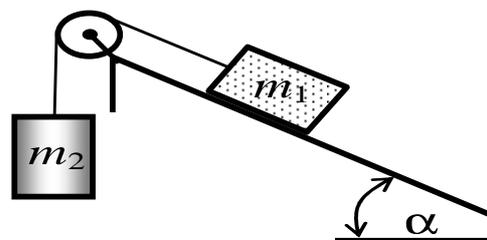
### Вариант № 20

1. Вертикально вверх с начальной скоростью 20 м/с брошен камень. Через 1 с после этого брошен вертикально вверх другой камень с той же скоростью. На какой высоте встретятся камни? [19,2 м]
2. Колесо вращается с постоянным угловым ускорением 2 рад/с<sup>2</sup>. Через 0,5 с после начала движения полное ускорение колеса стало равным 13,6 м/с<sup>2</sup>. Найдите радиус колеса. [6,1 м]
3. Тело одну четвертую часть пути двигалось со скоростью  $v_1 = 15$  м/с, затем третью часть оставшегося пути – с постоянной скоростью  $v_2 = 2$  м/с, а оставшуюся часть пути – с постоянным ускорением и в конце пути имело скорость  $v_3 = 10$  м/с. Определите среднюю скорость за время движения. [4,4 м/с]
4. Корабль идет на запад со скоростью  $v_1 = 6,5$  м/с. Известно, что ветер дует с юго-запада. Скорость  $v_2$  ветра, зарегистрированного приборами относительно палубы корабля, равна 9,3 м/с. Определите скорость ветра  $v_0$  относительно Земли. Ответ представить в единицах СИ и округлить до десятых. Какое направление  $\beta$  ветра (в градусах) показывали приборы относительно курса корабля?

$$[v_0 = v_1 \cos \alpha + \sqrt{v_2^2 - v_1^2 \sin^2 \alpha} = 3,5 \text{ м/с}; \beta = \pi - \arcsin\left(\frac{v_0}{v_2} \sin \alpha\right) = 165^\circ]$$

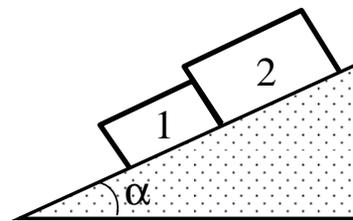
5. Маленький шарик падает с высоты 50 см на наклонную плоскость, составляющую угол  $45^\circ$  к горизонту. Найдите расстояние между точками первого и второго ударов шарика о плоскость. Соударения считать абсолютно упругими. [2,9 м]
6. Магнит массой 50 г прилип к железной вертикальной стенке. Чтобы магнит равномерно скользил вниз, к нему необходимо приложить направленную вертикально вниз силу, равную 2 Н. Какую минимальную силу нужно приложить к магниту, чтобы он равномерно скользил вниз? [2,98 Н]
7. Горизонтально расположенный диск вращается вокруг проходящей через его центр вертикальной оси, совершая 10,0 об/мин. На каком расстоянии от центра диска может удержаться лежащее на диске тело, если коэффициент трения равен 0,20? [ $\leq 1,8$  м]

8. Наклонная плоскость составляет угол  $\alpha = 30^\circ$  с горизонтом. Отношение масс  $\eta = m_2/m_1 = 2/3$ . Коэффициент трения между телом  $m_1$  и плоскостью  $\mu = 0,1$ . Массы блока и нити ничтожно малы. Найдите модуль и направление ускорения тела массой  $m_2$ , если система пришла в движение из состояния покоя. [ $a_2 = g(\eta - \sin \alpha - \mu \cos \alpha)/(\eta + 1) = 0,05g$ ]



## Вариант № 21

1. За 2 с прямолинейного ускоренного движения тело прошло путь 20 м, причем его скорость увеличилась в 3 раза. Определите ускорение тела. [5 м/с<sup>2</sup>]
2. Небольшой камень, брошенный с ровной горизонтальной поверхности под углом к горизонту, упал обратно на землю через 5 с в 50 м от места броска. Чему равна минимальная скорость камня во время полета? [10 м/с]
3. Частица движется по окружности радиусом  $r$  так, что модуль ее скорости  $v$  зависит от пройденного пути  $s$  по закону  $v = b\sqrt{s}$ , где  $b$  – положительная постоянная. Найдите модули нормального  $a_n$ , тангенциального  $a_\tau$  и полного  $a$  ускорения как функции  $s$ ; угол  $\varphi$  между скоростью  $v$  и ускорением  $a$  как функции  $s$ . [ $a = b^2 s/r$ ;  $a_\tau = b^2/2$ ;  $a = b^2 \sqrt{4s^2 + r^2} / (2r)$ ;  $\varphi = \arctg(2s/r)$ ]
4. Эскалатор метро движется со скоростью  $v = 1$  м/с. Пассажир заходит на эскалатор и начинает идти по его ступенькам следующим образом: делает шаг на одну ступеньку вперед и два шага по ступенькам назад. При этом он добирается до другого конца эскалатора за время  $t = 1$  с. Через какое время пассажир добрался бы до конца эскалатора, если бы шел другим способом: делал два шага вперед и один шаг назад? Скорость пассажира относительно эскалатора при движении вперед и назад одинакова и равна  $u = 0,5$  м/с. Считайте, что размеры ступеньки много меньше длины эскалатора. [ $t_1 = \frac{3v-u}{3v+u}t = 50$ с]
5. Тело массой 20 кг тянут с силой 120 Н по горизонтальной поверхности. Если эта сила приложена под углом 60° к горизонту, тело движется равномерно. С каким ускорением будет двигаться тело, если эту же силу приложить под углом 30° к горизонту? [0,77 м/с<sup>2</sup>]
6. Через реку шириной 100 м переброшен выпуклый мост в форме дуги окружности. Верхняя точка моста поднимается над берегом на высоту 10 м. Мост может выдержать максимальную силу давления, равную 44,1 кН. При какой скорости автомобиль массой 5000 кг может проехать через мост? [40,6 км/ч]
7. Тело скользит по наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол 45°. Зависимость пройденного телом расстояния  $s$  от времени  $t$  дается уравнением  $s = Ct^2$ , где  $C = 1,73$  м/с<sup>2</sup>. Найдите коэффициент трения тела о плоскость. [0,5]
8. На наклонную плоскость, составляющую с горизонтом угол  $\alpha$ , поместили два бруска 1 и 2. Массы брусков  $m_1$  и  $m_2$ , коэффициент трения между этими брусками и плоскостью, соответственно,  $\mu_1$  и  $\mu_2$ , причем  $\mu_1 > \mu_2$ . Найдите: а) силу  $F$  взаимодействия между брусками в процессе движения; б) значение угла  $\alpha$ , при котором не будет скольжения.



$$\text{а) } F = (\mu_1 - \mu_2)m_1m_2g \cos\alpha / (m_1 + m_2); \text{ б) } \operatorname{tg}\alpha < (\mu_1m_1 + \mu_2m_2) / (m_1 + m_2)$$

## Вариант № 22

1. Пловец плывет перпендикулярно направлению течения реки. Чему равна скорость пловца относительно берега реки, если его скорость относительно воды 0,4 м/с, а скорость течения реки 0,3 м/с? [0,5 м/с]
2. Якорь электродвигателя, имеющий частоту вращения  $50 \text{ с}^{-1}$ , после включения тока, сделав 628 оборотов, остановился. Определите угловое ускорение якоря. [12,5 рад/с<sup>2</sup>]
3. Через какое время вектор скорости тела, брошенного под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонту с начальной скоростью  $v_0 = 20 \text{ м/с}$ , будет составлять с горизонтом угол  $\beta = 30^\circ$ ? Сопротивлением воздуха пренебречь. [ $t = v_0 \cos \alpha \cdot (\text{tg} \alpha - \text{tg} \beta) / g = 1,2 \text{ с}$ ]
4. Корабль идет на запад со скоростью  $v_1 = 6,5 \text{ м/с}$ . Известно, что ветер дует с юго-запада. Скорость  $v_2$  ветра, зарегистрированного приборами относительно палубы корабля, равна 9,3 м/с. Определите скорость ветра  $v_0$  относительно Земли. Какое направление  $\beta$  ветра (в градусах) показывали приборы относительно курса корабля?

$$[v_0 = v_1 \cos \alpha + \sqrt{v_2^2 - v_1^2 \sin^2 \alpha} = 3,5 \text{ м/с}; \beta = \pi - \arcsin\left(\frac{v_0 \sin \alpha}{v_2}\right) = 165^\circ]$$

5. Автомобиль массой 5 т движется со скоростью 10 м/с по выпуклому мосту. Определите силу давления автомобиля на мост в его верхней точке, если радиус кривизны моста равен 50 м. [39 кН]
6. Два тела массой 100 г каждое подвешены на концах нити, перекинутой через блок. На одно из тел положен груз массой 50 г. С какой силой будет давить груз на тело, на котором он лежит, когда вся система придет в движение? [0,39 Н]
7. Цепочка из 10 тел одинаковой массы  $m$ , соединенных упругими невесомыми нитями, движется по горизонтальной плоскости под действием горизонтально направленной силы  $F = 40 \text{ Н}$ . Чему равна сила упругости, действующая на третье тело со стороны четвертого?  
[ $T_3 = 7/10F = 7 \text{ Н}$ ]
8. На гладкой горизонтальной плоскости лежит доска массой  $m_2$  и на ней брусок массой  $m_1$ . К доске приложили горизонтальную силу, увеличивающуюся со временем по закону  $F = \alpha t$ , где  $\alpha$  – постоянная. Найдите: а) зависимость от  $t$  ускорения доски  $a_2$  и бруска  $a_1$ , если коэффициент трения между доской и бруском равен  $\mu$ ; б) момент времени  $t_0$ , когда доска начнет выскальзывать из под бруска.

$$[а) \text{ при } t \leq t_0 \ a_1 = a_2 = \alpha t / (m_1 + m_2);$$

$$б) t_0 = \mu g (m_1 + m_2) / \alpha; \text{ при } t \geq t_0 \ a_1 = \mu g; a_2 = (\alpha t - \mu g m_1) / m_2]$$

### Вариант № 23

1. Автомобиль проехал первую половину пути со скоростью 60 км/ч, вторую – со скоростью 40 км/ч. Найдите среднюю скорость на всем пройденном пути. [48 км/ч]
2. С какой наименьшей скоростью следует бросить тело под углом  $60^\circ$  к горизонту, чтобы оно перелетело через вертикальную стену высотой 5,6 м, находящуюся от точки бросания на расстоянии 5 м? [14,9 м/с]
3. Пропеллер самолета диаметром 3 м вращается при посадке с частотой 2000 мин<sup>-1</sup>. Посадочная скорость самолета относительно Земли равна 162 км/ч. Определите скорость точки на конце пропеллера при посадке. [317 м/с]
4. По двум пересекающимся под углом  $\alpha=30^\circ$  дорогам движутся к перекрестку два автомобиля: один со скоростью  $v_1=10$  м/с, второй – со скоростью  $v_2=10$  м/с. Когда расстояние между ними было минимальным, первый из них находился на расстоянии  $s_1 = 200$  м от перекрестка. На каком расстоянии  $s_2$  от перекрестка в этот момент находился второй автомобиль? [  $s_2 = \frac{s_1(v_2 \cos \alpha - v_1)}{v_2 - v_1 \cos \alpha} = 115,3 \text{ м}$  ]
5. К концам невесомой нерастяжимой нити, перекинутой через невесомый неподвижный блок без трения в оси, подвешены грузы с массой 1 кг и 2 кг. Каково ускорение, с которым движется второй груз? [3,3 м/с<sup>2</sup>]
6. Мяч массой 300 г, брошенный под углом к горизонту, имеет в верхней точке траектории ускорение 11,5 м/с<sup>2</sup>. Какова сила сопротивления воздуха в этой точке? [1,7 Н]
7. Сосуд с водой, подвешенный на веревке длиной 1 м, вращается в вертикальной плоскости так, что вода из него не выливается. Определите максимальное значение периода обращения. [2 с]
8. Парашютист, масса которого  $m = 80$  кг, совершает затяжной прыжок. Считая, что сила сопротивления воздуха пропорциональна скорости, найдите, через какой промежуток времени  $\Delta t$  скорость движения будет равна 0,9 от скорости установившегося движения. Коэффициент сопротивления  $k = 10$  кг/с. Начальная скорость парашютиста равна нулю.  
[  $\Delta t = m \cdot \ln 10 / k = 18,4 \text{ с}$  ]

## Вариант № 24

1. Из пункта  $A$  по взаимно перпендикулярным дорогам выехали два автомобиля: один со скоростью 30 км/ч, другой со скоростью 40 км/ч. С какой относительной скоростью они удаляются друг от друга? Какое расстояние будет между ними через 3 ч? [50 км/ч; 150 км]
2. Точка движется по окружности радиусом 20 см с постоянным тангенциальным ускорением  $5 \text{ см/с}^2$ . Через какой промежуток времени после начала движения нормальное ускорение точки будет равно тангенциальному? Сколько оборотов сделает точка за это время? [2 с; 0,08]
3. Под каким углом к горизонту надо бросить тело, чтобы дальность полета была в два раза больше, чем наибольшая высота подъема? Сопротивлением воздуха пренебречь. [ $63^\circ 36'$ ]
4. Из одной точки одновременно брошены два маленьких камешка с одинаковой начальной скоростью  $v_0 = 10 \text{ м/с}$  под углами  $\alpha = 30^\circ$  и  $2\alpha$  к горизонту. Камушки смещаются в горизонтальном направлении в одну сторону и в течение полета все время находятся в одной вертикальной плоскости. Найдите расстояние между камушками спустя время  $\tau = 0,5 \text{ с}$  после начала движения. Сопротивлением воздуха пренебречь.

$$[s = 2v_0\tau\sin\frac{\alpha}{2} \approx 2,6 \text{ м}]$$

5. Автомобиль с мощным двигателем, трогаясь с места, за 5 с набирает скорость 72 км/ч. Найдите коэффициент трения между колесами и дорогой. Каков наименьший тормозной путь автомобиля, набравшего эту скорость? [0,4; 50 м]
6. Парашютист массой 80 кг спускается на парашюте с установившейся скоростью 4 м/с. Какой будет установившаяся скорость, если на том же парашюте будет спускаться мальчик массой 40 кг? Считать, что сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату скорости парашютиста. Массой парашюта пренебречь. [2,8 Н]
7. Какова должна быть наименьшая скорость мотоциклиста, для того чтобы он мог ехать по внутренней поверхности вертикального кругового цилиндра радиусом 5 м по горизонтальной окружности? Коэффициент трения скольжения между шинами мотоцикла и поверхностью цилиндра равен 0,5. [10 м/с]
8. Найдите модуль и направление силы, действующей на частицу массой  $m$  при ее движении в плоскости  $xy$  по закону  $x = A\sin\omega t$ ,  $y = B\cos\omega t$ , где  $A, B, \omega$  – постоянные. [ $\vec{F} = -m\omega^2\vec{r}$ ;  $F = m\omega^2\sqrt{x^2 + y^2}$ ]

## Вариант № 25

1. При свободном падении средняя скорость движения тела за последнюю секунду оказалась вдвое больше, чем за предыдущую. С какой высоты падало тело? [30,6 м]
2. Радиус кривизны траектории тела, брошенного под углом к горизонту, в верхней точке траектории равен 20 м, максимальная высота 10 м. С какой начальной скоростью и под каким углом к горизонту брошено тело? [20 м/с; 45°]
3. Муравей бежит из муравейника по прямой так, что его скорость обратно пропорциональна расстоянию до центра муравейника. В тот момент, когда муравей находится в точке  $A$  на расстоянии  $l_1 = 1$  м от центра муравейника, его скорость  $v_1 = 2$  см/с. За какое время  $t$  муравей добежит от точки  $A$  до точки  $B$ , которая находится на расстоянии  $l_2 = 2$  м от центра муравейника? [ $t = (l_2^2 - l_1^2)/(2v_1l_1) = 75$  с]
4. Ракета запущена с поверхности земли и на участке разгона имела постоянное ускорение  $a = 19,6$  м/с<sup>2</sup>. Какое время  $t_0$  падала ракета с ускорением  $g = 9,6$  м/с<sup>2</sup> после достижения наибольшей в полете высоты, если на участке разгона движение продолжалось в течение времени  $\tau = 1$  мин. [ $t_0 = \frac{\tau}{g} \sqrt{a(a+g)} = 2,45$  мин]
5. Под действием некоторой силы тележка, двигаясь из состояния покоя, прошла путь 40 см. Когда на тележку положили груз массой 200 г, то под действием той же силы за то же время тележка прошла из состояния покоя путь 20 см. Какова масса тележки? Трением пренебречь. [0,2 кг]
6. Цепочка из 21 тел одинаковой массы  $m$ , соединенных упругими невесомыми нитями, движется по горизонтальной плоскости под действием горизонтально направленной силы  $F = 70$  Н. Чему равна сила упругости, действующая на третье тело со стороны четвертого? [  $T_3 = 6/7F = 60$  Н]
7. Самолет совершает вираж, двигаясь по окружности с постоянной скоростью  $v$  на одной и той же высоте. Определите радиус  $R$  этой окружности, если плоскость крыла самолета наклонена к горизонтальной плоскости под постоянным углом  $\alpha$ . [ $R = v^2/(g \operatorname{tg} \alpha)$ ]
8. Маленький шарик, брошенный с начальной скоростью  $v_0 = 10$  м/с под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту, ударяется о вертикальную стенку, движущуюся ему навстречу с горизонтально направленной скоростью  $v_c = 2$  м/с, и отскакивает в точку, из которой был брошен. Определите, через какое время  $t_d$  после броска произошло столкновение шарика со стенкой.

$$[t_d = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \cdot \frac{v_0 \cos \alpha + 2v_c}{v_0 \cos \alpha + v_c} = 0,61 \text{ с}]$$