

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 6

КВАНТОВЫЕ СТАТИСТИКИ. ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ

Вариант № 1

1. Какие из приведенных ниже реакций под действием антинейтрино возможны, какие запрещены и почему: 1) $\tilde{\nu}_\mu + p \rightarrow n + \mu^+$; 2) $\tilde{\nu}_e + n \rightarrow p + \mu^-$; 3) $\tilde{\nu}_\mu + n \rightarrow p + \mu^-$?
2. Оцените энергию Ферми E_F для меди, полагая, что число свободных электронов равно числу атомов металла. [7 эВ]
3. Определите количество теплоты ΔQ , необходимое для нагревания кристалла NaCl массой $m = 20$ г на $\Delta T = 2$ К, если нагревание происходит от температуры $T = 2$ К. Характеристическая температура Дебая $\theta_D = 320$ К. Молярную теплоемкость кристалла принять изменяющейся по закону
$$C = \frac{12}{5} \pi^4 R (T/\theta_D)^3. [\Delta Q = 9\pi^4 \frac{mR}{M\theta_D^3} T^4 = 1,21 \text{ мДж}]$$
4. Определите, что (и во сколько раз) продолжительнее – три периода полураспада ($T_{1/2}$) или два средних времени жизни $\langle \tau \rangle$ радиоактивного ядра. [$3T_{1/2}/(2\langle \tau \rangle) = 1,04$]

Вариант № 2

1. Могут ли следующие реакции происходить в результате сильного взаимодействия? 1) $\pi^- + p \rightarrow \Xi^- + K^+ + K^-$; 2) $\pi^+ + p \rightarrow \Delta^{++} + \pi^0$; 3) $K^+ + n \rightarrow \Sigma^+ + \pi^0$.
2. При какой температуре вероятность найти в проводнике электрон с энергией 0,5 эВ над уровнем Ферми равна 2 %? [1490 К]
3. Используя квантовую теорию теплоемкости Эйнштейна, вычислите изменение молярной внутренней энергии кристалла при нагревании его на 2 К от температуры $T = \theta_E/2$. (θ_E – характеристическая температура Эйнштейна). [36 кДж/моль]
4. Какая часть радиоактивного нуклида распадается за время t , равное средней продолжительности $\langle \tau \rangle$ жизни этого нуклида? [0,63]

Вариант № 3

1. Какой из приведенных двух способов распада K^+ -мезона возможен: 1) $K^+ \rightarrow \pi^0 + e^+ + e^-$; 2) $K^+ \rightarrow \pi^0 + e^+ + \tilde{\nu}_e$? Укажите причину запрета
2. Определите, какая часть электронов проводимости в металле при температуре $T = 0$ имеет кинетическую энергию, большую $0,5E_F$. [0,65]
3. Определите среднюю энергию линейного одномерного квантового осциллятора при температуре $T = \theta_E$ ($\theta_E = 100$ К). [$1,5 \cdot 10^{-21}$ Дж]
4. Какая доля первоначального количества ядер радиоактивного препарата со средним временем жизни $\langle \tau \rangle$: 1) останется через интервал времени, равный 10τ ? 2) распадется за интервал времени между τ и 2τ ? [1) e^{-10} ; 2) $(1 - e^{-1})/e$]

Вариант № 4

1. Какие из приведенных ниже реакций под действием нейтрино возможны, какие запрещены и почему? 1) $\nu_\mu + p \rightarrow n + \mu^+$; 2) $\nu_e + n \rightarrow p + \mu^-$; 3) $\nu_\mu + n \rightarrow p + \mu^-$.
2. Определите вероятность того, что электрон в металле займет энергетическое состояние, находящееся в интервале 0,05 эВ выше уровня Ферми, для температуры 58 К. $[45 \cdot 10^{-5}]$
3. Используя квантовую теорию теплоемкости Дебая, определите изменение ΔU_m молярной внутренней энергии кристалла при нагревании его от нуля до $0,1\theta_D$. Характеристическую температуру θ_D Дебая принять для данного кристалла равной 300 К. Молярная теплоемкость кристалла при этих температурах зависит от T как $C = \frac{12}{5} \pi^4 R (T/\theta_D)^3$. $[Q = \frac{3}{5} \pi^4 R \theta_D \cdot 10^{-4} = 14,6 \text{ Дж/моль}]$
4. Период полураспада радиоактивного изотопа актиния ${}^{225}_{89}\text{Ac}$ составляет 10 суток. Определите время, за которое распадется 1/3 ядер актиния. $[5,85 \text{ сут}]$

Вариант № 5

1. Постройте кварковую схему следующих частиц: p , n , Λ^0 , Σ^0 , Ξ^0 , Ω^- .
2. Зная распределение $dn(E)$ электронов в металле по энергиям, установите распределение $dn(p)$ электронов по импульсам при $T = 0$. $[dn(p) = \frac{1}{\pi^2 \hbar^3} \cdot p^2 dp \text{ при } T = 0]$
3. При нагревании кристалла массой m от T_1 до T_2 ему было сообщено количество теплоты Q . Найдите температуру Дебая θ_D этого кристалла, если известно, что его молярная теплоемкость при этих температурах зависит от T как $C = \frac{12}{5} \pi^4 R (T/\theta_D)^3$. Расчет выполните для $\nu = m/M$ молей.
$$[\theta_D = \sqrt[3]{\frac{3\pi^4}{5} \cdot \frac{mR}{MQ} (T_2^4 - T_1^4)}]$$
4. Какая доля ядер радиоактивного фосфора ${}^{32}\text{P}$ распадается в течение второй недели с момента изготовления препарата? $[0,206]$

Вариант № 6

1. Покажите, что d -кварк может перейти в u -кварк.
2. Определите максимальную скорость электронов в металле при $T = 0$, если уровень Ферми 5 эВ. $[1,32 \text{ Мм/с}]$
3. Используя квантовую теорию теплоемкости Дебая, найдите энергию нулевых колебаний, приходящихся на один грамм меди. Температура Дебая меди равна 330 К. $[48,6 \text{ Дж/г}]$
4. Определите вероятность распада ядра радиоактивного золота ${}^{198}\text{Au}$: 1) в течение четырех суток; 2) за четвертые сутки. $[0,63; 0,11]$

Вариант № 7

1. При столкновении, например электрона и позитрона, частицы и античастицы аннигилируют. Произойдет ли аннигиляция при столкновении электрона с плюсоном?
2. Вычислите среднюю кинетическую энергию электронов при $T = 0$, если уровень Ферми 7 эВ. [4,2 эВ]
3. Вычислите по квантовой теории Эйнштейна молярную нулевую энергию кристалла цинка. Характеристическая температура Эйнштейна цинка равна 230 К. [2,87 кДж/моль]
4. Определите, во сколько раз начальное количество ядер радиоактивного изотопа уменьшится за три года, если за один год оно уменьшится в четыре раза. [64]

Вариант № 8

1. Покажите, что u -кварк устойчив, то есть не может перейти в другие кварки.
2. Вычислите интервал между соседними энергетическими уровнями свободных электронов в металле при $T = 0$ вблизи уровня Ферми. Считать, что концентрация свободных электронов $2 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$ и объем кристалла $1,0 \text{ см}^3$. [$2 \cdot 10^{-22}$ эВ]
3. Определите внутреннюю энергию и теплоемкость системы, состоящей из 10^{25} классических трехмерных независимых гармонических осцилляторов. Температура системы равна 300 К. [134 кДж; 414 Дж/К]
4. Определите кинетическую энергию дочернего ядра при α -распаде изотопа полония ^{210}Po ? [0,103 МэВ]

Вариант № 9

1. Какие из приведенных ниже слабых распадов адронов запрещены: 1) $K^0 \rightarrow \pi^- + e^+ + \nu_e$; 2) $\Sigma^- \rightarrow n + e^- + \tilde{\nu}_e$; 3) $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^- + e^+ + \nu_e$? Укажите причину запрета. Учсть, что лептонные слабые распады адронов с изменением странности подчиняются следующим правилам: $|\Delta S| = 1$ и $|\Delta Q| = |\Delta S|$, где ΔQ и ΔS – изменения электрического заряда и странности.
2. Определите для фермионов энергию уровня, вероятность заполнения при $T = 0$ которого равна 0,9. [$E = E_F - kT \ln 9$]
3. Во сколько раз увеличится средняя энергия квантового осциллятора, приходящаяся на одну степень свободы, при повышении температуры от $T_1 = \theta_E/2$ до $T_2 = \theta_E$? Учсть нулевую энергию. [3,74]
4. Мировые геологические запасы урана, пригодные для промышленной разработки, оцениваются в настоящее время в $2,5 \cdot 10^7$ т. Какое количество электроэнергии может быть выработано на этих запасах при однократном использовании природного урана? Содержание делящихся изотопов в природном уране принять равным 0,7 %; количество энергии, выделяющейся при делении всех ядер 1 кг урана, $6,9 \cdot 10^{13}$ Дж, физические потери в реакторе – 15 %, КПД электростанции – 30 %. [$8,8 \cdot 10^{14}$ кВт·ч]

Вариант № 10

1. Проверьте выполнение законов сохранения следующих реакций:
1) $\pi^- + p \rightarrow \Lambda^0 + K^0$; 2) $p + \tilde{p} \rightarrow \tilde{\Omega}^+ + \Omega^-$; 3) $\pi^+ + n \rightarrow \Xi^- + K^+ + K^+$,
происходящих в результате сильного взаимодействия.
2. Определите отношение концентраций n_1/n_2 свободных электронов при $T = 0$ в литии и цезии, если известно, что уровни Ферми в этих кристаллах, соответственно, равны $E_{F1} = 4,72$ эВ и $E_{F2} = 1,53$ эВ. [$n_1/n_2 = 5,4$]
3. При нагревании свинца массой $m = 10$ г от $T_1 = 10$ К до $T_2 = 20$ К было подведено $\Delta Q = 0,71$ Дж теплоты. Определите температуру Дебая свинца. Молярная теплоемкость кристалла при этих температурах зависит от T как $C = \frac{12}{5} \pi^4 R (T/\theta_D)^3$.

$$[\theta_D = \sqrt[3]{\frac{3\pi^4}{5} \cdot \frac{mR}{MQ} (T_2^4 - T_1^4)} = 212 \text{ К}]$$

4. Активность некоторого радиоизотопа уменьшается в 2,5 раза за 7,0 суток. Найдите его период полураспада. [5,3 сут]

Вариант № 11

1. Покажите, что кварк, испустив глюон, не может перейти в анти-кварк.
2. Определите максимальную скорость электронов в металле при $T = 0$, если уровень Ферми 5 эВ. [$1,32 \cdot 10^6$ м/с]
3. Определите количество теплоты ΔQ , необходимое для нагревания кристалла NaCl массой $m = 20$ г на $\Delta T = 2$ К, если нагревание происходит от температуры $T = 2$ К. Характеристическая температура Дебая $\theta_D = 320$ К. Молярную теплоемкость кристалла принять изменяющейся по закону $C = \frac{12}{5} \pi^4 R (T/\theta_D)^3$. [$\Delta Q = 9\pi^4 \frac{mR}{M\theta_D^3} T^4 = 1,21$ мДж]

4. За какое время распадается 1/4 начального количества ядер радиоактивного изотопа, если период его полураспада равен 24 ч? [10,5 ч]

Вариант № 12

1. Возможны ли следующие схемы распада частиц: 1) $n \rightarrow p + \mu^- + \tilde{\nu}_\mu$; 2) $n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}_\mu$?
2. Вычислите энергию Ферми при $T = 0$ для серебра, полагая эффективную массу электронов равной массе свободного электрона. Концентрация свободных электронов в металлическом серебре равна $5 \cdot 10^{22}$ см⁻³. [5 эВ]
3. Оцените максимальное значение импульса фонона в меди, температура Дебая которой $\theta_D = 330$ К. [$p_{\max} = \frac{h}{2} \cdot \sqrt[3]{\frac{\rho N_A}{M}} = 1,4 \cdot 10^{-19}$ г·см/с]
4. Эмпирическая зависимость радиуса R ядра от числа нуклонов A ($A > 10$) $R \approx r_0 A^{1/3}$. Параметр $r_0 \approx 1,23 \cdot 10^{-15}$ м = 1,23 фм приблизительно одинаков для всех ядер. Оцените среднюю плотность ядерного вещества и долю объема ядра, занимаемого нуклонами. Радиус нуклона принять примерно 0,8 фм. [$2 \cdot 10^{17}$ кг/м³; 0,23]