

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 2 КВАНТОВЫЕ СВОЙСТВА ФОТОНОВ

Вариант № 1

1. Медный шарик диаметром $d = 1,2$ см поместили в откачанный сосуд, температура стенок которого поддерживается близкой к абсолютному нулю. Начальная температура шарика $T_0 = 300$ К. Считая поверхность шарика абсолютно черной, найдите, через какое время его температура уменьшится в $\eta = 2,0$ раза.
 $[t = (\eta^3 - 1)c_{уд}\rho d / (18\sigma T_0^3) = 3 \text{ ч}]$

2. При какой температуре газа средняя энергия теплового движения частиц будет равна энергии электронов, выбиваемых из металлической пластинки с работой выхода 4 эВ при ее облучении монохроматическим светом с длиной волны 300 нм? [966 К]

3. Фотон с импульсом $p = 1,02$ МэВ/с, где c – скорость света в вакууме, рассеялся на покоившемся свободном электроне, в результате чего импульс p' фотона стал 0,225 МэВ/с.
 Под каким углом рассеялся

фотон? $[\sin \frac{\vartheta}{2} = \sqrt{\frac{mc(p-p')}{2pp'}} = 0,866; \vartheta = 120^\circ]$

4. Определите, с какой скоростью должен двигаться электрон, чтобы его импульс был равен импульсу фотона, длина волны которого 2 пм. [0,77 с]

5. Излучение аргонового лазера с длиной волны $\lambda = 500$ нм сфокусировано на плоском фотокатоде в пятно диаметром $d = 0,1$ мм. Работа выхода электрона с поверхности фотокатода $A = 2$ эВ. Анод расположен на расстоянии $\ell = 30$ мм от катода. Диаметр пятна фотоэлектронов на аноде $D = 1,3$ мм. Найдите величину ускоряющего напряжения между катодом и анодом. Анод считать плоским и расположенным

параллельно поверхности катода. $[U = \frac{16\ell^2}{e} \cdot \frac{hc/\lambda - A}{(D-d)^2} = 4,8 \text{ кВ}]$

Вариант № 2

1. Используя формулу Планка, вывести из нее закон Стефана–Больцмана.

$$[R_T = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} T^4 = \sigma T^4]$$

2. В вакууме находятся два покрытых кальцием электрода, к которым подключен конденсатор. При длительном освещении светом с частотой 10^{15} Гц фототок, возникший вначале, прекращается, а на конденсаторе появляется заряд $11 \cdot 10^{-9}$ Кл. Определите емкость конденсатора. [8000 пФ]

3. Рентгеновское излучение с длиной волны 56,3 пм испытывает комптоновское рассеяние. Во сколько раз длина волны излучения, рассеянного под углом 180° к первоначальному направлению, больше длины волны падающего излучения? [1,09]

4. Определите температуру, при которой средняя энергия молекул трехатомного идеального газа равна энергии фотонов, соответствующих излучению с длиной волны 600 нм. [8 кК]

5. Фотон испущен с поверхности нейтронной звезды, масса которой равна массе Солнца ($M = 2,0 \cdot 10^{30}$ кг) и плотность в $1,0 \cdot 10^{14}$ раз больше плотности Солнца (радиус Солнца $R = 7,0 \cdot 10^8$ м). Найдите относительное уменьшение его энергии на большом расстоянии от нейтронной звезды и вычислите гравитационное смещение длины волны $\Delta\lambda/\lambda$ излучения. $[\Delta\omega/\omega = 1 - \exp(-\gamma M/(Rc^2)), \Delta\lambda/\lambda = 0,1]$

Вариант № 3

1. Считая, что спектральное распределение энергии теплового излучения подчиняется формуле Вина $u(\omega, T) = A\omega^3 e^{-a\omega/T}$, где $a = 7,64$ пс·К, найдите для температуры $T = 2000$ К наиболее вероятную частоту излучения. [$\omega_{\text{вер}} = 2T/a = 5,24 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$]
2. Чему равна скорость электронов, выбиваемых из металлической пластины, если при задерживающем на ней напряжении 3 В фотоэффект прекращается? [10^5 м/с]
3. Фотон испытал рассеяние на покоящемся свободном электроне. Найдите импульс налетающего фотона, если энергия рассеянного фотона равна кинетической энергии электрона отдачи при угле 90° между направлениями их разлета. [$5,46 \cdot 10^{-22}$ кг·м/с]
4. Докажите, что световое давление, оказываемое на поверхность тела потоком монохроматического излучения, падающего перпендикулярно поверхности, в случае идеального зеркала равно $2w$, а в случае полностью поглощающей поверхности равно w , где w – объемная плотность энергии излучения.
5. На уединенный никелевый шарик радиусом $R = 0,5$ см падает свет с длиной волны $\lambda_1 = 250$ нм. Сколько электронов покинет шарик, если на него дополнительно направить свет с длиной волны $\lambda_2 = 200$ нм? [$N = \frac{hcR}{4\pi\epsilon_0 e^2} \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right) = 4,3 \cdot 10^6$]

Вариант № 4

1. Считая, что спектральное распределение энергии теплового излучения подчиняется формуле Вина $u(\omega, T) = A\omega^3 e^{-a\omega/T}$, где $a = 7,64$ пс·К, найдите для температуры $T = 2000$ К наиболее вероятную длину волны излучения. [$\lambda_{\text{вер}} = 2\pi ca / (5T) = 1,44$ мкм]
2. Фотокатод облучают светом с длиной волны 300 нм. Красная граница фотоэффекта для вещества фотокатода 450 нм. Какое напряжение нужно приложить между катодом и анодом, чтобы фототок прекратился? [1,4 В]
3. В результате комптоновского рассеяния длина волны фотона с энергией 0,3 МэВ изменилась на 20 %. Определите энергию электрона отдачи. [0,05 МэВ]
4. Пучок ультрафиолетовых лучей с длиной волны $5 \cdot 10^{-7}$ м сообщает металлической поверхности мощность 10^{-5} Вт. Определите силу возникшего фототока, если фотоэффект вызывает 0,008 % падающих фотонов. [0,8 нА]
5. Для разгона космических аппаратов и коррекции их орбит предложено использовать солнечный парус – скрепленный с аппаратом легкий экран большой площади из тонкой пленки, которая зеркально отражает солнечный свет. Какой должна быть площадь паруса S , чтобы аппарат массой $m = 500$ кг (включая массу паруса) под действием давления солнечных лучей изменил скорость на $\Delta v = 10$ м/с за $t = 24$ ч? Мощность солнечного излучения, падающего на 1 м^2 поверхности, перпендикулярной солнечным лучам, составляет вблизи Земли $P = 1370$ Вт/м². [$S = m\Delta v c / (2Pt) = 6 \cdot 10^3 \text{ м}^2$]

Вариант № 5

1. Вычислите с помощью распределения Планка при $T = 1000$ К наиболее вероятную энергию квантов. [$\hbar\omega_{\text{вер}} = 1,6kT = 0,14$ эВ]
2. Если поочередно освещать поверхность некоторого металла светом с длинами волн 325 нм и 540 нм, то максимальные скорости фотоэлектронов будут отличаться в полтора раза. Определите работу выхода электронов из этого металла. [4,97 эВ]
3. Фотон с энергией 0,3 МэВ рассеялся под углом 180° на свободном электроне. Определите долю энергии, приходящуюся на рассеянный фотон. [0,461]
4. Найдите плотность j потока фотонов на расстоянии $r = 1$ м от точечного изотропного источника света мощностью $P = 1,0$ Вт, если свет содержит две спектральные линии с длинами волн $\lambda_1 = 0,70$ мкм и $\lambda_2 = 0,49$ мкм, интенсивности которых относятся как 1 : 2, соответственно. [$j = P(\lambda_1 + 2\lambda_2)/(12\pi hcr^2) = 2 \cdot 10^{13}$ см⁻²·с⁻¹]
5. Короткий импульс света с энергией $E = 7,5$ Дж в виде узкого пучка падает на зеркальную пластинку с коэффициентом отражения $\rho = 0,60$. Угол падения $\alpha = 30^\circ$. Определите с помощью корпускулярных представлений импульс, переданный пластинке.

$$[p = (E/c)\sqrt{1 + \rho^2} + 2\rho \cos 2\alpha = 35 \text{ нН} \cdot \text{с}]$$

Вариант № 6

1. Замкнутая полость объемом $V = 1,0$ л заполнена тепловым излучением (фотонным газом), температура которого $T = 1000$ К. Найдите его теплоемкость C_V . [$C_V = 16\sigma T^3 V/c = 3 \cdot 10^{-9}$ Дж/К]
2. До какого максимального заряда можно зарядить покрытый селеном шар радиусом 10 см, облучая его светом с длиной волны 110 нм? [$6,3 \cdot 10^{-11}$ Кл]
3. Фотон при столкновении с покоящимся электроном рассеялся под углом 60° . Найдите энергию фотона после рассеяния, если до столкновения он обладал энергией 0,51 МэВ. [0,25 МэВ]
4. На идеально отражающую поверхность нормально падает монохроматический свет с длиной волны 0,55 мкм. Поток излучения составляет 0,45 Вт. Определите силу давления, испытываемого поверхностью. [3 нН]
5. При столкновении с релятивистским электроном фотон рассеялся на угол ϑ , а электрон остановился. Найдите комптоновское смещение длины волны рассеянного фотона. [$\Delta\lambda = -\frac{2\pi\hbar}{m_0c}(1 - \cos \vartheta) < 0$]

Вариант № 7

1. Вычислите с помощью распределения Планка при $T = 1000$ К среднюю энергию квантов. [$\hbar\langle\omega\rangle = 2,7kT = 0,23$ эВ]
2. При облучении литиевого фотокатода светом с длиной волны 300 нм вылетевшие из катода электроны попадают в однородное магнитное поле с индукцией $2 \cdot 10^{-4}$ Тл перпендикулярно линиям индукции этого поля и движутся по окружности радиусом 2 см. Какова работа выхода электронов для вещества фотокатода? [2,75 эВ]
3. Рентгеновское излучение с длиной волны 24 пм испытывает комптоновское рассеяние. Во сколько раз длина волны излучения, рассеянного под углом 120° к первоначальному направлению, больше длины волны падающего излучения? [1,6]
4. Определите поверхностную плотность потока излучения, падающего на зеркальную поверхность, если световое давление при перпендикулярном падении лучей равно 10 мкПа. [1,5 кВт/м²]
5. Фотон с энергией $\hbar\omega = 0,15$ МэВ рассеялся на покоившемся свободном электроне, в результате чего его длина волны изменилась на $\Delta\lambda = 3,0$ пм. Найдите угол, под которым вылетел комптоновский электрон.

$$\left[\operatorname{tg}\varphi = \sqrt{\frac{4\pi\hbar}{m_0c\Delta\lambda} - 1} \left/ \left(1 + \frac{\hbar\omega}{m_0c^2} \right) \right., \varphi = 31^\circ \right]$$

Вариант № 8

1. Определите с помощью формулы Планка среднее значение частоты ω в спектре теплового излучения при $T = 2000$ К. [$\langle\omega\rangle = 3,84kT/\hbar = 1,0 \cdot 10^{15}$ с⁻¹]
2. Плоский алюминиевый электрод освещается ультрафиолетовым светом с длиной волны 83 нм. Чему равна напряженность задерживающего электрического поля вне электрода, если максимальное расстояние от поверхности электрода, на которое может удалиться фотоэлектрон, равно 1,5 см? [750 В/см]
3. Фотон рассеялся под углом $\vartheta = 120^\circ$ на покоившемся свободном электроне, в результате чего электрон получил кинетическую энергию $T = 0,45$ МэВ. Найдите энергию фотона до рассеяния.

$$\left[\hbar\omega = \frac{T}{2} \left(1 + \sqrt{2mc^2 / \left(T \sin^2 \frac{\vartheta}{2} \right)} \right) \right] \text{ МэВ}$$

4. Параллельный пучок монохроматического света с длиной волны 662 нм падает на зачерненную поверхность и производит на нее давление, равное 0,3 мкПа. Определите концентрацию фотонов в световом пучке. [10^{12} м⁻³]
5. Фотон с энергией в $\eta = 2$ раза, превышающей энергию покоя электрона, испытал лобовое столкновение с покоившимся свободным электроном. Найдите радиус кривизны траектории электрона отдачи в магнитном поле с индукцией $B = 0,12$ Тл. Предполагается, что электрон отдачи движется перпендикулярно к направлению поля. $\left[R = \left(\frac{m_0c}{eB} \right) \cdot \frac{2\eta(1+\eta)}{1+2\eta} = 3,4 \text{ см} \right]$

Вариант № 9

1. Спектральная плотность энергетической светимости некоторого тела описывается законом $\epsilon_{\omega} = \epsilon_0 e^{-a\omega}$, где ϵ_0 и a – постоянные. Определите энергетическую светимость R_T тела. [$R_T = \epsilon_0/\omega$]
2. Некоторый металл освещается светом с длиной волны 0,25 мкм. Пренебрегая импульсом фотона, найдите максимальный импульс, передаваемый поверхности металла при вылете каждого электрона, если красная граница фотоэффекта для этого металла 0,28 мкм. [$4 \cdot 10^{-25}$ кг·м/с]
3. Определите длину волны фотона, импульс которого равен импульсу электрона, прошедшего разность потенциалов 9,8 В. [392 пм]
4. Какую энергию приобретает комптоновский электрон отдачи при рассеянии фотона под углом 60° , если длина волны падающего фотона 3 пм? [187,5 кэВ]
5. Покажите, что свободный электрон не может излучать фотон. Рассмотреть релятивистский и нерелятивистский случаи.

Вариант № 10

1. Излучение Солнца по своему спектральному составу близко к излучению черного тела, для которого максимум излучения приходится на 0,48 мкм. Найдите массу, теряемую Солнцем каждую секунду за счет этого излучения. [$5,1 \cdot 10^9$ кг/с]
2. Фотон, импульс которого $3,36 \cdot 10^{-27}$ кг·м/с, падая на поверхность металла, находящегося в магнитном поле с индукцией 10^{-4} Тл, вырывает электрон, который, двигаясь перпендикулярно линиям магнитной индукции, описывает дугу, радиус которой 6,1 см. Найдите работу выхода электронов из металла. [3 эВ]
3. Фотон при столкновении с покоящимся электроном рассеялся под углом 60° . Найдите энергию фотона до столкновения, если после рассеяния он обладал энергией 0,25 МэВ. [0,51 МэВ]
4. Луч лазера мощностью 102 мВт падает на идеально отражающую поверхность. Определите силу светового давления на поверхность. [0,68 нН]
5. При увеличении напряжения на рентгеновской трубке в $\eta = 1,5$ раза длина волны коротковолновой границы сплошного рентгеновского спектра изменилась на $\Delta\lambda = 26$ пм. Найдите первоначальное напряжение на трубке. [$U = \frac{2\pi\hbar c}{e\Delta\lambda(1-1/\eta)} = 16$ кВ]

Вариант № 11

1. Преобразуйте распределение Планка для спектральной плотности энергетической светимости по частотам к виду, соответствующему распределению по длинам волн.

$$[\varepsilon(\lambda, T) = \frac{4\pi^2 \hbar c^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{2\pi\hbar c/kT\lambda} - 1}]$$

2. Определите красную границу фотоэффекта для цинка, если электроны, вырванные из цинка при облучении его ультрафиолетовым излучением с длиной волны 200 нм, получают скорость $9,3 \cdot 10^5$ м/с. [332 нм]
3. Определите максимальное комптоновское изменение длины волны при рассеянии фотонов на свободных, первоначально покоившихся электронах и ядрах атомов водорода. [0,048 Å и $2,6 \cdot 10^{-5}$ Å]
4. Параллельный пучок света с длиной волны 0,6 мкм падает нормально на идеально отражающую поверхность, при этом давление равно $2 \cdot 10^{-9}$ Па. Определите число фотонов, заключенных в 1 м^3 падающего светового потока. [$6 \cdot 10^9 \text{ м}^{-3}$]
5. Фотон с энергией в $\eta = 2$ раза, превышающей энергию покоя электрона, испытал лобовое столкновение с покоившимся свободным электроном. Найдите радиус кривизны траектории электрона отдачи в магнитном поле с индукцией $B = 0,12$ Тл. Предполагается, что электрон отдачи движется перпендикулярно к направлению

поля. $[R = \left(\frac{m_0 c}{eB}\right) \cdot \frac{2\eta(1+\eta)}{1+2\eta} = 3,4 \text{ см}]$

Вариант № 12

1. Принимая Солнце за абсолютно черное тело и учитывая, что его максимальной спектральной плотности энергетической светимости соответствует длина волны, равная 500 нм, определите температуру поверхности Солнца. [5,8 кК]
2. При какой температуре газа средняя энергия теплового движения частиц будет равна энергии электронов, выбиваемых из металлической пластинки с работой выхода, равной 2 эВ, при облучении монохроматическим светом с длиной волны 300 нм? [16425 К]
3. Рассеяние рентгеновского излучения с длиной волны 0,24 нм наблюдается под углом 60° . Найдите длину волны рассеянных под этим углом фотонов и угол рассеяния электронов отдачи. [0,36 нм; $40,9^\circ$]
4. Пучок монохроматического света с длиной волны 563 нм падает нормально на зеркальную плоскую поверхность. Поток энергии равен 0,75 Вт. Определите силу давления света на эту поверхность. [5 нН]
5. Лазер излучает в импульсе длительностью $\tau = 0,13$ мс пучок света с энергией $E = 10$ Дж. Найдите среднее давление $\langle p \rangle$ такого светового импульса, если его сфокусировать в пятнышко диаметром $d = 10$ мкм на поверхность с коэффициентом отражения $\rho = 0,50$. [$\langle p \rangle = 4(1+\rho)E/(\pi d^2 c \tau) \approx 5,0 \text{ МПа}$]

Вариант № 13

1. Спектральная плотность энергетической светимости некоторого тела описывается законом $\varepsilon_\omega = \varepsilon_0 e^{-a\omega}$, где ε_0 и a – постоянные. Определите энергетическую светимость R_T тела. [$R_T = \varepsilon_0/\omega$]
2. При освещении одной из пластин плоского воздушного конденсатора светом между обкладками конденсатора возникает разность потенциалов, равная 2,2 В. Найдите частоту света, если работа выхода электронов из материала пластины 3,2 эВ.
[$1,31 \cdot 10^{15}$ Гц]
3. Какую энергию приобретает электрон отдачи при рассеянии кванта с длиной волны 0,1 нм на угол 90° ? [12,4 кэВ]
4. Пучок лазерного излучения мощностью 100 Вт падает на непрозрачную пластинку под углом 30° . Пластинка поглощает 60 % падающей энергии, а остальную часть энергии зеркально отражает. Найдите величину силы, действующей на пластинку со стороны света. [$4 \cdot 10^{-7}$ Н]
5. Возбужденный атом, двигавшийся с нерелятивистской скоростью v , испустил фотон под углом ϑ к первоначальному направлению движения атома. Найдите с помощью законов сохранения энергии и импульса относительное смещение частоты фотона, обусловленное отдачей атома. [$\Delta\omega/\omega \approx (v/c) \cdot \cos\vartheta$]

Вариант № 14

1. Излучение Солнца по своему спектральному составу близко к излучению черного тела, для которого максимум излучения приходится на 0,48 мкм. Найдите массу, теряемую Солнцем каждую секунду за счет этого излучения. [$5,1 \cdot 10^9$ кг/с]
2. При освещении фотокатода (работа выхода $4,42 \cdot 10^{-19}$ Дж) светом вылетевшие из катода электроны попадают в однородное магнитное поле с индукцией $4 \cdot 10^{-4}$ Тл перпендикулярно линиям индукции этого поля и движутся по окружности максимального радиуса 10 мм. Какова частота падающего света? [10^{15} Гц]
3. Фотон, длина волны которого 1 пм, сталкивается с покоящимся электроном и рассеивается на угол 90° . Какова энергия электрона отдачи? [870 кэВ]
4. Определите давление солнечного излучения на идеально отражающую пластинку, расположенную перпендикулярно солнечным лучам и находящуюся вне земной атмосферы на среднем расстоянии от Земли до Солнца. Солнечная постоянная равна $1,4$ кДж/($m^2 \cdot c$). [9,2 мкПа]
5. Электромагнитное излучение с длиной волны $\lambda = 0,30$ мкм падает на фотоэлемент, находящийся в режиме насыщения. Соответствующая спектральная чувствительность фотоэлемента $J = 4,8$ мА/Вт. Найдите выход фотоэлектронов, то есть число фотоэлектронов на каждый падающий фотон. [$\eta = 2\pi c \hbar J / (e \lambda) = 0,02$]

Вариант № 15

1. Вычислите с помощью распределения Планка при $T = 1000$ К наиболее вероятную энергию квантов. [$\hbar\omega_{\text{вер}} = 1,6kT = 0,14$ эВ]
2. Определите красную границу фотоэффекта для цезия, если при облучении его поверхности фиолетовым светом длиной волны 400 нм максимальная скорость фотоэлектронов равна 0,65 Мм/с. [651 нм]
3. Фотон, испытав столкновение со свободным релятивистским электроном, рассеялся под углом 60° , а электрон остановился. Найдите комптоновское смещение длины волны рассеянного фотона. [1,2 пм]
4. Определите давление света на стенки электрической 150-ваттной лампочки, принимая, что вся потребляемая мощность идет на излучение и стенки лампочки отражают 15 % падающего на них света. Считать лампочку сферическим сосудом с радиусом 4 см. [28,6 мкПа]
5. Фотон с энергией $\hbar\omega = 0,15$ МэВ рассеялся на покоившемся свободном электроне, в результате чего его длина волны изменилась на $\Delta\lambda = 3,0$ пм. Найдите угол, под которым вылетел комптоновский электрон.

$$\left[\operatorname{tg}\varphi = \sqrt{\frac{4\pi\hbar}{m_0c\Delta\lambda} - 1} \left/ \left(1 + \frac{\hbar\omega}{m_0c^2} \right) \right., \varphi = 31^\circ \right]$$