

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ № 3

Теория атома Бора. Элементы квантовой механики

Вариант № 1

1. Определите скорость электрона на второй орбите атома водорода. [1,09 Мм/с]
2. Максимальная длина волны спектральной водородной линии серии Лаймана равна 0,12 мкм. Предполагая, что постоянная Ридберга неизвестна, определите максимальную длину волны серии Бальмера. [0,648 мкм]
3. Предполагая, что неопределенность координаты движущейся частицы равна дебройлевской длине волны, оцените относительную неточность $\Delta p/p$ импульса этой частицы. [$\Delta p/p \approx 16\%$]
4. Найдите дебройлевскую длину волны протонов, если при попадании в поперечное магнитное поле с индукцией 0,10 Тл радиус кривизны их траектории равен 23 мм. [1,8 пм]
5. Однократно ионизированный атом гелия находится в основном состоянии. Определите, сможет ли квант света, соответствующий резонансному переходу в двукратно ионизированном атоме лития, вырвать электрон из данного иона гелия. [Сможет]

Вариант № 2

1. Покоящийся ион He^+ испустил фотон, соответствующий головной серии Лаймана. Этот фотон вырвал фотоэлектрон из покоящегося атома водорода, который находился в основном состоянии. Найдите скорость фотоэлектрона. [3,1 Мм/с]
2. Определите (в длинах волн) спектральные диапазоны, соответствующие серии Лаймана. [$9,1 \cdot 10^{-8} \dots 1,2 \cdot 10^{-7}$ м]
3. Оцените размытость энергетического уровня в атоме водорода: 1) для основного состояния; 2) для возбужденного состояния (время жизни τ равно 10^{-8} с). Принять, что $\Delta t = \tau$. [1) $\Delta t = \infty$, $\Delta E = 0$; 2) $\Delta E \approx 0,06$ мкэВ]
4. При каком значении кинетической энергии дебройлевская длина волны электрона равна его комптоновской длине волны? [$T = (\sqrt{2} - 1)mc^2$]
5. Квант света с энергией $\varepsilon = 15$ эВ выбивает электрон из атома водорода, находящегося в нормальном состоянии. С какой скоростью будет двигаться электрон вдали от ядра? [$v = \sqrt{2(\varepsilon - \hbar R)/m} = 7 \cdot 10^5$ м/с]

Вариант № 3

1. Возбужденный атом водорода при переходе в основное состояние испустил последовательно два кванта с длиной волны 40510 Å и 972,5 Å. Определите энергию первоначального состояния данного атома и соответствующее ему квантовое число. [−0,545 эВ; 5]
2. Определите длины волн, соответствующие: 1) границе серии Лаймана; 2) границе серии Бальмера; 3) границе серии Пашена. Проанализируйте результаты. [91 нм (УФ); 364 нм (вблизи УФ); 820 нм (ИК)]
3. Принимая, что электрон находится внутри атома радиусом $r = 0,15$ нм, оцените неопределенность энергии электрона. Принять, что $\Delta r \approx r$; $\Delta p \approx p$. [$\Delta E \approx 0,42$ эВ]
4. Определите, как изменится длина волны де Бройля электрона атома водорода при переходе его с четвертой боровской орбиты на вторую. [$\lambda_4/\lambda_2 = 2$]
5. Найдите для водородоподобного иона радиус n -й боровской орбиты и скорость электрона на ней. [$r_n = 4\pi\epsilon_0\hbar^2 n^2 / (Ze^2 m)$; $v_n = Ze^2 / (4\pi\epsilon_0 n\hbar)$]

Вариант № 4

1. Определите частоту обращения электрона на второй орбите атома водорода. [$8,19 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$]
2. В инфракрасной области излучения водорода обнаружено четыре серии – Пашена, Брэкета, Пфунда и Хэмфри. Запишите сериальные формулы для них и определите самую длинноволновую линию: 1) в серии Пашена; 2) в серии Хэмфри. [1) 1,87 мкм; 2) 12,3 мкм]
3. При каком значении кинетической энергии дебройлевская длина волны электрона равна его комптоновской длине волны? [$T = (\sqrt{2} - 1)mc^2$]
4. Какую дополнительную энергию необходимо сообщить электрону с импульсом 15 кэВ/с (c – скорость света), чтобы его дебройлевская длина волны стала равной 50 пм? [0,38 кэВ]
5. Квант света, возникающий при резонансном переходе в однократно ионизированном атоме гелия, вырывает фотоэлектрон из атома водорода, который находится в основном состоянии. Найдите скорость этого электрона вдали от ядра атома. [$v = 2\sqrt{\hbar R/m_e} = 3,1 \text{ Мм/с}$]

Вариант № 5

1. Вычислите скорость электрона для первой боровской орбиты иона гелия He^+ при $n = 2$. [$4,36 \cdot 10^6$ м/с]
2. Определите максимальную и минимальную энергию фотона в серии Пашена спектра излучения водорода. [10,2 эВ; 13,6 эВ]
3. Электрон с кинетической энергией 15 эВ находится в металлической пылинке радиусом $r = 0,5$ мкм. Оцените относительную неточность $\Delta v/v$, с которой может быть определена скорость электрона. Принять, что $\Delta r \approx r$. [$\Delta v/v \approx 10^{-4}$]
4. Определите длину волны де Бройля электрона, находящегося в атоме водорода на третьей боровской орбите. [1 нм]
5. Учитывая конечность массы ядра атома водорода, получите обобщенную формулу Бальмера. [$\omega = RZ^2 \left(1/n_1^2 - 1/n_2^2\right)$, где $R = \frac{R_\infty}{1 + m/M}$]

Вариант № 6

1. Определите напряженность электрического поля на второй орбите однозарядного иона гелия. [$2,6 \cdot 10^{11}$ В/м]
2. Вычислите постоянную Ридберга R , если известно, что для ионов He^+ разность длин волн $\Delta\lambda$ между головными линиями серий Бальмера и Лаймана равна 133,4 нм? [$R = 176\pi c / (15Z^2\Delta\lambda) = 2,07 \cdot 10^{16}$ с $^{-1}$]
3. Ширина l следа электрона, обладающего кинетической энергией 1,5 кэВ, на фотопластинке, полученной с помощью камеры Вильсона, равна 1 мкм. Определите, можно ли по данному следу обнаружить отклонение в движении электрона от законов классической механики. Принять, что $\Delta r \approx l$. [$\Delta p/p \ll 1$, нет]
4. Определите длину волны де Бройля электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов 150 В. [0,1 нм]
5. С какой минимальной кинетической энергией должен двигаться атом водорода, чтобы при неупругом соударении с другим, покоящимся атомом водорода один из них оказался способным испустить фотон? Предполагается, что до соударения оба атома находятся в основном состоянии. [$T_{\min} = (3/2)\hbar R = 20,5$ эВ]

Вариант № 7

1. На атом водорода падает фотон и выбивает из атома электрон с кинетической энергией 4 эВ. Вычислите энергию падающего фотона, если атом находился в возбужденном состоянии с квантовым числом $n = 2$.
[7,39 эВ]
2. Длина волны головной линии серии Лаймана атома водорода равна 0,122 мкм. Найдите длину волны той же линии для иона He^+ . [0,0135 мкм]
3. Определите отношение неопределенностей скорости электрона, если его координата установлена с точностью 10^{-5} м, и пылинки массой 10^{-12} кг, если ее координата установлена с такой же точностью. [$1,1 \cdot 10^{18}$]
4. Какую энергию ΔE необходимо сообщить нерелятивистскому электрону, чтобы его дебройлевская длина волны λ уменьшилась в n раз?

$$[\Delta E = \frac{2\pi^2\hbar^2}{m\lambda^2}(n^2 - 1)]$$

5. Учитывая конечность массы ядра атома водорода, получите зависимость постоянной Ридберга от массы ядра. [$R = R_\infty / (1 + m/M)$]

Вариант № 8

1. Определите скорость электрона на второй орбите дважды ионизованного атома лития. [$3,3 \cdot 10^6$ м/с]
2. Определите (в длинах волн) спектральные диапазоны, соответствующие серии Лаймана. [$9,1 \cdot 10^{-8} \dots 1,2 \cdot 10^{-7}$ м]
3. Время излучения атомом фотона 10^{-8} с. С какой неопределенностью Δx может быть локализован фотон в направлении своего движения? [$\Delta x \approx c\tau = 3$ м]
4. Найдите дебройлевскую длину волны молекул водорода, соответствующую их наиболее вероятной скорости при комнатной температуре. [128 пм]
5. Альфа-частица с кинетической энергией T рассеялась под углом ϑ на кулоновском поле неподвижного тяжелого ядра с зарядом Ze . Найдите минимальное расстояние, на которое она сблизилась с ядром в процессе движения.

$$[r_{\min} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 T} \left(1 + \csc \frac{\vartheta}{2} \right)]$$

Вариант № 9

1. Определите первый потенциал возбуждения иона Be^{3+} . [163 В]
2. Какой длины волны спектральные линии появятся при возбуждении атомарного водорода электронами с энергией 12,5 эВ? [$1,214 \cdot 10^{-7}$ м; $1,024 \cdot 10^{-7}$ м; $6,556 \cdot 10^{-7}$ м]
3. Покажите, что для частицы, неопределенность местоположения которой $\Delta x = \lambda / (2\pi)$, где λ – ее дебройлевская длина волны, неопределенность скорости равна скорости частицы.
4. Выведите зависимость между длиной волны де Бройля релятивистского электрона и ускоряющим потенциалом U . [$\lambda = hc / \sqrt{eU(2m_0c^2 + eU)}$]
5. Энергия связи электрона E_0 в атоме He ($Z = 2$) равна 24,6 эВ. Найдите энергию, необходимую для удаления обоих электронов из этого атома. [$E = E_0 + \hbar RZ^2 = 79$ эВ]

Вариант № 10

1. Вычислите длину волны резонансной линии иона Li^{2+} . [136 Å]
2. Определите (в длинах волн) спектральные диапазоны, соответствующие серии Бальмера. [$3,67 \cdot 10^{-8} \dots 6,56 \cdot 10^{-7}$ м]
3. Оцените неопределенность скорости Δv электрона в атоме водорода, полагая, что размер атома $r = 0,10$ нм. Принять $\Delta r \approx r$. Сравните полученную величину со скоростью v_1 электрона на первой боровской орбите. [$\Delta v \approx 1,15 \cdot 10^6$ м/с; $v_1 = 2,2 \cdot 10^6$ м/с]
4. Электрон движется по окружности радиусом 0,5 см в однородном магнитном поле с индукцией 8 мТл. Определите длину волны де Бройля. [0,1 нм]
5. У какого водородоподобного иона разность длин волн между головными линиями серий Бальмера и Лаймана равна 59,3 нм?

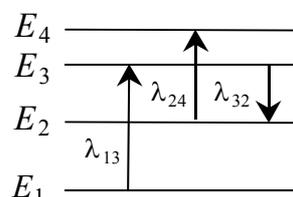
$$[Z = \sqrt{176\pi c / (15R\Delta\lambda)} = 3; \text{Li}^{2+}]$$

Вариант № 11

1. Определите скорость электрона на третьей орбите дважды ионизованного атома лития. [$2,2 \cdot 10^6$ м/с]
2. Определите (в длинах волн) спектральные диапазоны, соответствующие границам серии Пашена. [$8,2 \cdot 10^{-8} \dots 1,87 \cdot 10^{-6}$ м]
3. Применяя соотношение неопределенностей, покажите, что для движущейся частицы, неопределенность координаты которой равна длине волны де Бройля, неопределенность скорости равна скорости частицы.
4. Две одинаковые нерелятивистские частицы движутся перпендикулярно друг другу с дебройлевскими длинами волн λ_1 и λ_2 . Найдите дебройлевскую длину волны $\tilde{\lambda}$ каждой частицы в системе центра масс.
[$\tilde{\lambda} = 2\lambda_1\lambda_2 / \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}$]
5. Атом мюония состоит из неподвижного протона и отрицательно заряженного мюона, масса которого в 206 раз больше массы электрона, и зарядом, равным заряду электрона. Для ближайшей к протону орбиты мюона выполняется условие квантования $\pi r p = h/2$, где r – радиус орбиты, p – импульс мюона. Определите кинетическую энергию T мюона на этой орбите. [$T = \frac{me^4}{32\pi^2 \varepsilon_0^2 \hbar^2} = 2,79$ кэВ]

Вариант № 12

1. Определите энергию иона B^{4+} в основном состоянии. [339 эВ]
2. На рис. изображены несколько энергетических уровней атома и указаны длины волн для фотонов, излучаемых и поглощаемых при переходах с одного уровня на другой. Минимальная длина световой волны для фотонов, излучаемых при переходах между этими уровнями, равна 200 нм. Какова величина λ_{23} , если $\lambda_{13} = 250$ нм, $\lambda_{24} = 400$ нм? [667 нм]
3. Объясните физический смысл соотношения неопределенностей для энергии и времени: $\Delta E \Delta t \geq h$.
4. Диаметр пузырька в жидко-водородной пузырьковой камере составляет величину порядка 10^{-7} м. Оцените неопределенность определения скоростей электрона и α -частицы в такой камере, если неопределенность в определении координаты принять равной диаметру пузырька.
[$\Delta v_e \approx 1,16 \cdot 10^3$ м/с; $\Delta v_\alpha \approx 0,16$ м/с]
5. Фотон головной серии линии Лаймана иона гелия He^+ поглощается атомом водорода и ионизует его. Определите кинетическую энергию T , которую получит электрон при такой ионизации. [$T = 2R\hbar = 27,2$ эВ]



Вариант № 13

1. Определите частоту обращения электрона на второй орбите атома водорода. [$8,19 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$]
2. Определите (в длинах волн) спектральные диапазоны, соответствующие серии Брэкета. [$1,46 \cdot 10^{-6} \dots 4,047 \cdot 10^{-6} \text{ м}$]
3. Оцените неопределенность Δv скорости электрона атома водорода, находящегося на второй боровской орбите. Принять $\Delta r \approx r$. [$\Delta v \approx 5 \cdot 10^5 \text{ м/с}$]
4. Протон движется в однородном магнитном поле с индукцией 15 мТл по окружности радиусом 1,4 м. Определите длину волны де Бройля протона. [0,197 пм]
5. Вычислите постоянную Ридберга R , если известно, что для ионов He^+ ($Z = 2$) разность длин волн между головными линиями серий Бальмера и Лаймана $\Delta \lambda = 133,7 \text{ нм}$. [$R = 176\pi c / (15Z^2 \Delta \lambda) = 2,07 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$]

Вариант № 14

1. Определите первый потенциал возбуждения иона Be^{3+} . [163 В]
2. Определите (в длинах волн) спектральные диапазоны, соответствующие серии Пфунда. [$2,27 \cdot 10^{-6} \dots 7,45 \cdot 10^{-6} \text{ м}$]
3. Электрон с кинетической энергией 15 эВ находится в металлической пылинке радиусом $r = 0,5 \text{ мкм}$. Оцените относительную неточность, с которой может быть определена скорость электрона. Принять, что $\Delta r \approx r$, $\Delta p \approx p$. [$\Delta v / v \approx 4 \cdot 10^{-4}$]
4. Найдите дебройлевскую длину волны молекул водорода, соответствующую их наиболее вероятной скорости при комнатной температуре. [128 пм]
5. Определите скорость, которую приобрел покоившийся атом водорода в результате излучения фотона при переходе из первого возбужденного состояния в основное. На сколько процентов отличается энергия испущенного фотона от энергии данного перехода?
[$v \approx 3\hbar R / (4Mc) = 3,25 \text{ м/с}$; $\Delta \epsilon / \epsilon \approx 3\hbar R / (8Mc^2) = 5,5 \cdot 10^{-7} \%$, где M – масса атома]

Вариант № 15

1. Вычислите полную энергию электрона в ионе He^+ для первой, второй, третьей и четвертой орбит. Начертите схему расположения уровней энергии, приняв за нулевую энергию электрона, находящегося на бесконечно большом расстоянии от ядра в том случае, когда скорость электрона равна нулю. $[-54,3 \text{ эВ}; -13,5 \text{ эВ}; -6,03 \text{ эВ}; -3,39 \text{ эВ}]$

2. На рис. 8.3 изображены несколько энергетических уровней атома. Максимальная длина световой волны, испускаемой или поглощаемой атомом при всех возможных переходах между этими уровнями, равна 800 нм. Известно, что частоты переходов относятся друг к другу как $\nu_{13} : \nu_{24} : \nu_{32} = 9 : 7 : 4$. Какова длина волны фотона с частотой ν_{13} ? $[267 \text{ нм}]$

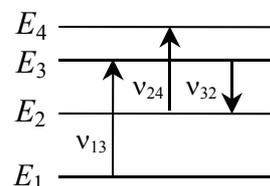


Рис. 8.3

3. Предполагая, что неопределенность координаты движущейся частицы равна половине дебройлевской длины волны, оцените относительную неопределенность $\Delta p/p$ импульса этой частицы. $[\Delta p/p \approx 32 \ %]$

4. Какую дополнительную энергию необходимо сообщить электрону с импульсом $15 \text{ кэВ}/c$ (c – скорость света), чтобы его дебройлевская длина волны стала равной 50 пм? $[0,38 \text{ кэВ}]$

5. Определите потенциальную U , кинетическую T и полную E энергию электрона, находящегося на первой орбите атома водорода.

$$[U = -2R\hbar = -27,2 \text{ эВ}; T = R\hbar = 13,6 \text{ эВ}; E = -R\hbar = -13,6 \text{ эВ}]$$