# Вариационный ряд

- Пусть из генеральной совокупности извлечена выборка $\{x_1, x_2, \dots, x_k\}$, причем значение $x_1$ наблюдалось $n_1$ раз, $x_2$ - $n_2$ раз, … $x_k$ - $n_k$ раз, $n = \sum_{i=1}^{k} n_i$ – объем выборки.
- Последовательность $\{x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(k)}\}$, полученная в результате расположения в порядке не убывания исходной последовательности $\{x_1, x_2, \dots, x_k\}$ независимых одинаково распределенных случайных величины называется ***вариационным рядом. Величины*** $x_{(k)}$ называются $k-$ ыми ***порядковыми статистиками***.

# Вариационный ряд

- Количества наблюдений $n_i$ называют **частотами (абсолютными частотами)**, а их отношения к объему выборки $\frac{n_i}{\boldsymbol{n}} = w_i$ **относительными частотами** или **статистическими вероятностями.**

# Статистическое распределение

- ***Статистическим распределением выборки*** называется перечень вариант и соответствующих им частот или относительных частот.
- Статистическое распределение можно задать также ***в виде последовательности интервалов и соответствующих им частот***, при этом частоту, соответствующую определенному интервалу полагают равной сумме частот, попавших в этот интервал.

# Эмпирическая функция распределения

- ***Эмпирической функцией распределения (функцией распределения выборки)*** называют функцию $F_n^*(x)$, определяющую для каждого значения $x$ относительную частоту события $\{\xi < x\}$.
- При этом функцию распределения $F_\xi(x)$ или $F(x)$ генеральной совокупности называют ***теоретической функцией распределения***.

# Задача 1

- Построить эмпирическую функцию по данному распределению выборки

| $x_i$ | 1 | 4 | 6 |
|---|---|---|---|
| $n_i$ | 10 | 15 | 20 |

# Задача 2

- Построить эмпирическую функцию по данному распределению выборки

| $x_i$ | 2 | 5 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 1 | 3 | 2 | 4 |

# Задача 3

- ***Выборочное среднее*** $\overline{x_{\text{в}}} = \dfrac{x_1 \cdot n_1 + \ldots + x_k \cdot n_k}{n}$

- Найти выборочную среднюю по данному распределению выборки объема $n = 10$,

| $x_i$ | 1250 | 1270 | 1280 |
|---|---|---|---|
| $n_i$ | 2 | 5 | 3 |

# Задача 4

- ***Выборочное среднее*** $\overline{x_{\text{в}}} = \dfrac{x_1 \cdot n_1 + \ldots + x_k \cdot n_k}{n}$

- Найти выборочную среднюю по данному распределению выборки объема $n = 20$,

| $x_i$ | 2560 | 2600 | 2620 | 2650 | 2700 |
|---|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 2 | 3 | 10 | 4 | 1 |

# Задача 5

- Проводился подсчет количества проезжающих мимо поста ГАИ в течении одной случайно выбранной минуты. Таких наблюдений проведено 30 , результаты наблюдений приведены в таблице. Сколько в среднем автомобилей проедет мимо поста ГАИ за неделю?

- $N = \begin{cases} 4 & 3 & 5 & 6 & 4 & 2 & 7 & 5 & 3 & 2 & 6 & 6 & 5 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 4 & 6 & 4 & 5 & 2 & 3 & 1 & 5 & 6 & 3 & 4 & 6 & 2 \end{cases}$

# Задача 6

- В результате проведенных случайных измерений абсолютных значений тока в электрической цепи получены следующие значения
- $$\boldsymbol{I} = \begin{cases} \mathbf{0,73} \quad \mathbf{1,48} \quad \mathbf{1,72} \quad \mathbf{2,53} \quad \mathbf{3,28} \quad \mathbf{3,39} \quad \mathbf{3,68} \quad \mathbf{4,26} \quad \mathbf{4,65} \quad \mathbf{5,23} \\ \mathbf{5,75} \quad \mathbf{5,83} \quad \mathbf{6,17} \quad \mathbf{6,39} \quad \mathbf{6,67} \quad \mathbf{7,39} \quad \mathbf{7,47} \quad \mathbf{8,84} \quad \mathbf{10,26} \quad \mathbf{10,26} \end{cases}$$
- Определить величину среднего тока в цепи.

# Графическое представление распределений

- ***Полигоном частот (распределения)*** называют ломаную, отрезки которой соединяют точки $(x_1, n_1), (x_2, n_2), \ldots, (x_k, n_k)$.
- ***Гистограмма частот -*** **это** ступенчатая фигура, состоящей из прямоугольников, основаниями которых служат частичные интервалы длиною $h$, а высоты равны отношению $\frac{n_i}{h}$ (плотность частот).

# Задача 7

- По условиям задач 5 и 6
- составить статистическую таблицу распределения относительных частот;
- построить полигон и гистограмму распределения.
- 

# Задача 8

- Построить гистограмму частот по данному распределению выборки

| Номер интервала | Частичный интервал $(x_i; x_{i+1})$ | Сумма частот вариант интервала $n_i$ |
|---|---|---|
| 1 | $2 - 7$ | $5$ |
| 2 | $7 - 12$ | $10$ |
| 3 | $12 - 17$ | $25$ |
| 4 | $17 - 22$ | $6$ |
| 5 | $22 - 27$ | $4$ |

# Задача 9

- Построить гистограмму частот по данному распределению выборки

| Номер интервала | Частичный интервал $(x_i; x_{i+1})$ | Сумма частот вариант интервала $n_i$ |
|---|---|---|
| 1 | $0-2$ | 20 |
| 2 | $2-4$ | 30 |
| 3 | $4-6$ | 50 |

# Выборочная дисперсия

- **Выборочной дисперсией** $D_{\text{в}}$ называется среднее арифметическое квадратов отклонений значений признака выборочной совокупности от выборочного среднего $\overline{x_{\text{г}}}$.
- Если все значения $x_1, x_2, \ldots, x_n$ признака выборочной совокупности объема $n$ различны, то
- $\boldsymbol{D_{\text{в}} = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x_{\text{в}}})^2/n}.$

# Выборочная дисперсия

- Если же значения признака $x_1, x_2, \ldots, x_k$ имеют соответствующие частоты $n_1, n_2, \ldots, n_k$, $n_1 + n_2 + \cdots + n_k = n$, то
  - $\boldsymbol{D_{\text{в}} = \sum_{i=1}^{k} n_i \cdot (x_i - \overline{x_{\text{в}}})^2 / n}$.
- То есть, выборочная дисперсия есть средняя взвешенная квадратов отклонений с весами, равными соответствующим частотам.

# Свойства выборочной дисперсии

- Если первоначальные варианты $x_k$ - большие числа, то целесообразно вычесть из всех вариант одно и то же число С, равное выборочной средней или близкое к ней, т. е. перейти к условным вариантам

$$u_k = x_k - C.$$

- Дисперсия при этом не изменится.

# Свойства выборочной дисперсии

- Если первоначальные варианты являются десятичными дробями с $k$ десятичными знаками после запятой, то, чтобы избежать действий с дробями, умножают первоначальные варианты на постоянное число $C = 10^k$, т.е. переходят к условным
- вариантам $u_k = C \cdot x_k$.
- При этом дисперсия увеличится в $C^2$ раз.

# Задача 10

- Найти выборочную дисперсию по данному распределению выборки

| $x_i$ | 186 | 192 | 194 |
|---|---|---|---|
| $n_i$ | 2 | 5 | 3 |

# Задача 11

- Найти выборочную дисперсию по данному распределению выборки

| $x_i$ | $0,01$ | $0,04$ | $0,08$ |
|---|---|---|---|
| $n_i$ | $5$ | $3$ | $2$ |

# Исправленная выборочная

- ***Несмещенной оценкой*** *выборочной дисперсии служит* ***исправленная выборочная*** *дисперсия*

$$s^2 = \frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{в}}.$$

# Задача 12

- Найти исправленную выборочную дисперсию по данному распределению выборки объема $n = 100$

| $x_i$ | 1250 | 1275 | 1280 | 1300 |
|---|---|---|---|---|
| $n_i$ | 20 | 25 | 50 | 5 |

# Задача 13

- Найти исправленную выборочную дисперсию по данному распределению выборки объема $n = 10$

| $x_i$ | $0,01$ | $0,05$ | $0,09$ |
|---|---|---|---|
| $n_i$ | 2 | 3 | 5 |