* Статистики

* Пусть задана выборка $x_1, x_2, \dots, x_n$ генеральной совокупности $\xi \in \mathcal{N}(a;\sigma)$. Справедливы следующие утверждения

1. статистика $\boldsymbol{t = \frac{\overline{x}-a}{\sigma} \cdot \sqrt{n}}$ подчиняется стандартному нормальному распределению;
2. статистика $\boldsymbol{t = \frac{\overline{x}-a}{s} \cdot \sqrt{n}}$ подчиняется распределению Стьюдента с $\boldsymbol{n-1}$ степенями свободы, где $\boldsymbol{s^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}$ - исправленная выборочная дисперсия;
3. статистика $\boldsymbol{t = \frac{(n-1)\cdot s^2}{\sigma^2}}$ подчиняется распределению $\boldsymbol{\chi}^2$ с $\boldsymbol{n-1}$ степенями свободы;
4. статистика $\boldsymbol{t = \frac{n\cdot s^2}{\sigma^2}}$ подчиняется распределению $\boldsymbol{\chi}^2$ с $\boldsymbol{n}$ степенями свободы.

Точные доверительные интервалы для математического ожидания

Точные доверительные интервалы для математического ожидания a нормальной генеральной совокупности с надежностью $1-\varepsilon$, $\varepsilon \in (0;1)$, строят по следующим правилам.

- Если σ^2 известно, то доверительный интервал для a будет имеет вид

$$P\left\{\bar{x}-\tau\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}<a<\bar{x}+\tau\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right\}=1-\varepsilon,$$

где $\tau=\tau_{1-\frac{\varepsilon}{2}}$ (или $\tau=t_{\frac{\varepsilon}{2}}$) - квантиль (критическая точка) ***стандартного нормального распределения***; или $\Phi(\tau)=\frac{1-\varepsilon}{2}$.

- Если σ^2 неизвестно, то $P\left\{\bar{x}-\tau\cdot\frac{s}{\sqrt{n}}<a<\bar{x}+\tau\cdot\frac{s}{\sqrt{n}}\right\}\approx 1-\varepsilon,$

где $\tau=\tau_{1-\varepsilon}$ $(\tau=t_{\varepsilon})$ - квантиль (критическая точка) ***распределения Стьюдента с $n-1$ степенями свободы***.

* Точные доверительные интервалы для дисперсии

Точные доверительные интервалы для дисперсии σ^2 нормальной генеральной совокупности с надежностью $1-\varepsilon$, $\varepsilon \in (0;1)$, строим по следующим правилам.

- Если a известно, то доверительный интервал для σ^2 будет имеет вид

$$P\left\{\frac{n \cdot s^2}{\tau_1} < \sigma^2 < \frac{n \cdot s^2}{\tau_2}\right\} = 1-\varepsilon,$$

где $\tau_1 = \tau_{1-\frac{\varepsilon}{2}}$ $(\tau_1 = t_{\frac{\varepsilon}{2}})$ и $\tau_2 = u_{\frac{\varepsilon}{2}}$ $(\tau_1 = t_{1-\frac{\varepsilon}{2}})$ квантили (критические точки) χ^2 распределения с n степенями свободы.

- Если a неизвестно, то $P\left\{\frac{(n-1)\cdot s^2}{\tau_1} < \sigma^2 < \frac{(n-1)\cdot s^2}{\tau_2}\right\} \approx 1-\varepsilon,$

где $\tau_1 = \tau_{1-\frac{\varepsilon}{2}}$ $(\tau_1 = t_{\frac{\varepsilon}{2}})$ и $\tau_2 = u_{\frac{\varepsilon}{2}}$ $(\tau_1 = t_{1-\frac{\varepsilon}{2}})$ квантили (критические точки) распределения χ^2 с $n-1$ степенями свободы.