Закон распределения дискретной случайной величины

ξ	x_1	x_2	$\dots$	x_n	$\dots$
p	p_1	p_2	$\dots$	p_n	$\dots$

$$\sum_{i=1}^{n(\infty)} p_i = 1.$$

Задача. ***Найти ряд распределения случайной величины ξ - числа выпадения шести очков при одном бросании игральной кости.***

Закон распределения дискретной случайной величины

- *Задача.* Вероятность изготовления нестандартного изделия при налаженном технологическом процессе постоянна и равна 0,05. Для проверки качества изготавливаемых изделий ОТК берет из партии не более четырех изделий. Если будет обнаружено нестандартное изделие, то вся партия будет задержана. Найти ряд распределения случайной величины ξ - числа изделий, проверяемых ОТК из каждой партии.

Закон распределения дискретной случайной величины

- ***Задача.*** **В урне 4 белых и 8 черных шаров. Вынимают последовательно шары до появления черного шара. Случайная величина ξ - число вынутых шаров. Найти ряд распределения случайной величины ξ.**

Распределение Бернулли

- **Дискретная случайная величина ξ имеет *распределение Бернулли*, если она может принимать только два значения 1 и 0 с вероятностями p и $\mathrm{q} = 1 - \mathrm{p}$, соответственно.**
- **Числовые характеристики распределения Бернулли**

  - $\boldsymbol{M(\xi) = p;}$

  - $\boldsymbol{D(\xi) = p \cdot q.}$

Биноминальное (биномиальное) распределение

- **Дискретная случайная величина ξ распределена *по* *биноминальному (биномиальному) закону*, если она может принять одно из своих значений m с вероятностью**
  - $p_m = P\{\xi = m\} = C_n^m \cdot p^m \cdot q^{n-m}$, **где** $m = 0, 1, \ldots, n$,

$$q = 1 - p;$$

- **то есть, случайная величина ξ есть число появлений некоторого события в n испытаниях по схеме Бернулли с вероятностью появления события в одном испытании равной p.**

Числовые характеристики биноминального (биномиального) распределения

- ***Математическое ожидание случайной величины ξ с биноминальным законом распределения***
  - $\boldsymbol{M(\xi) = n \cdot p,}$
- ***дисперсия***
  - $\boldsymbol{D(\xi) = n \cdot p \cdot q.}$

Пример биномиального (биномиального) распределения

- **Задача.** ***В партии однотипных деталей стандартные составляют 97%. Наугад из партии берут 400 деталей. Определить математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение $M(\xi)$, $D(\xi)$, $\sigma(\xi)$ для дискретной случайной величины ξ — появления числа стандартных деталей среди 400 наугад взятых.***

Геометрическое распределение

- **Дискретная случайная величина ξ имеет *геометрическое распределение*, если она принимает одно из своих значений m с вероятностью**
  - $p_m = P\{\xi = m\} = p \cdot q^{m-1}$**, где** $m = 1, \dots,$ $q = 1 - p$;
- **то есть, случайная величина ξ есть номер первого успешного испытания в схеме Бернулли с бесконечным числом испытаний и вероятностью успеха в одном испытании, равной p.**

Числовые характеристики геометрического распределения

- $M(\xi) = \frac{1}{p}$

- $D(\xi) = M\left(\xi^2\right) - M^2(\xi) = \frac{1+q}{p^2} - \frac{1}{p^2} = \frac{q}{p^2}$

Пример геометрического распределения

- **Задача. Охотник – любитель стреляет из ружья по неподвижной мишени. Вероятность попасть в мишень при одном выстреле является величиной постоянной и равной $0,65$. Стрельба по мишени ведется до первого попадания.**
- **Определить числовые характеристики $M(\xi)$, $D(\xi)$, $\sigma(\xi)$ числа израсходованных охотником патронов.**

Распределение Пуассона

- **Дискретная случайная величина ξ имеет *распределение Пуассона* $\xi \in \Pi_\lambda$ с параметром $\lambda > 0$, если она может принимать свои значения с вероятностями**
    - $P\{\xi = m\} = \frac{\lambda^m}{m!} \cdot e^{-\lambda}$, **где $m = 1, \ldots;$**
- **Распределение Пуассона используют при большом количестве испытаний, в каждом из которых некоторое событие происходит с одинаково малой вероятностью.**

Примеры случайных величин, распределенных по закону Пуассона

1. **Число отказов сложной аппаратуры за время t;**
2. **число вызовов, поступивших оператору сотовой связи за определенный промежуток времени;**
3. **число опечаток в корректуре и т.п.**

Числовые характеристики распределения Пуассона

- $\boldsymbol{M}(\xi) = \lambda$.
- $\boldsymbol{D}(\xi) = \lambda$.

Простейший (пуассоновский) поток

- Поток называется простейшим, если он обладает свойствами:
- ***стационарности***, то есть, попадания того или иного числа событий на любой участок времени длиной t не зависит от положения этого участка на оси времени, а зависит только от его длины t;
- ***ординарности***, то есть, события возникают по одиночке, а не группами;
- ***отсутствие последствий***, то есть, «будущее» потока не зависит от его «прошлого».

Интенсивность потока

- Среднее число событий потока α, появляющихся в единицу времени, называется ***интенсивностью потока***.
- Пусть в течении времени t действует простейший поток с интенсивностью α. Вероятность того, что за время t наступит ровно m событий

$$P\{\xi = m\} = \frac{e^{-\alpha \cdot t} \cdot (\alpha \cdot t)^m}{m!}.$$

Пример

$$P\{\xi = m\} = \frac{e^{-\alpha \cdot t} \cdot (\alpha \cdot t)^m}{m!}$$

- Среднее число заказов такси, поступающих на диспетчерский пункт в одну минуту равно трем. Найти вероятность того, что за 2 минуты поступит:
- четыре вызова;
- менее четырех вызовов;
- не менее четырех вызовов.

Пример

$$P\{\xi = m\} = \frac{e^{-\alpha \cdot t} \cdot (\alpha \cdot t)^m}{m!}$$

- Среднее число вызовов, поступающих на АТС в одну минуту, равно двум. Найти вероятность того, что за 4 минуты поступит:
- три вызова;
- менее трех вызовов;
- не менее трех вызовов.