ВАРИАНТ 6

1. Отрезок AB точками C(1,2) и D(3,4) разделен на три равные части. Найти координаты точек A и B.
2. Найти $|\overline{a}|$, если $\overline{a} = 3\overline{p} + 4\overline{q}$, $|\overline{p}|$=1, $|\overline{q}|$=2, $(\widehat{p,q}) = 60^0$.
3. Даны векторы $\overline{a}$={1,-3,2}, $\overline{b}$=2**i**+**k**. Найти:

   a) $Пр_{\overline{k}}\left(2\overline{a} - \overline{b}\right)$

   b) $Cos\,(\widehat{a,b})$

   c) вектор, параллельный биссектрисе угла между векторами $\overline{a}$ и $\overline{b}$.
4. Найти координаты вектора $\overline{x}$, коллинеарного вектору $\overline{a}$={2,1,-1}, и удовлетворяющего условию $(\overline{x},\overline{a})$=3.
5. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\overline{m} = 6\overline{a} - 3\overline{b}$, $\overline{n} = 3\overline{a} + 2\overline{b}$, если $|\overline{a}|$=3, $|\overline{b}|$=5, $(\widehat{a,b}) = \dfrac{\pi}{6}$.
6. Вектор $\overline{x}$, перпендикулярный к векторам $\overline{a}$={0,0,3} и $\overline{b}$={8,-15,3}, образует острый угол с осью Ox. Зная, что модуль вектора $\overline{x}$ равен площади параллелограмма, построенного на векторах $\overline{a}$ и $\overline{b}$, найти его координаты
7. Дано: A(2,2,2), B(4,3,3), C(4,5,4) и D(5,5,6). Найти:

   a) высоту пирамиды, опущенной из вершины A

   b) угол, образованный векторами $[\overline{AB},\overline{AD}]$ и $\overline{CB}$

   c) $(\overline{AB},\overline{BC}) + (\overline{AB},\overline{DB},\overline{CB})$

ВАРИАНТ 7

1. Даны координаты вершин треугольника ABC: A(4,1), B(7,5), C(-4,7). Вычислить длину биссектрисы AD угла A.
2. Вычислить угол между диагоналями параллелограмма, построенного на векторах $\overline{a} = 2\overline{m} + \overline{n}$ и $\overline{b} = \overline{m} - 2\overline{n}$, если векторы $\overline{m}$ и $\overline{n}$ единичные и $(m\hat{,}n) = 60^0$
3. Найти проекцию $\overline{a}$=**i**-2**j**+2**k** на ось, образующие равные острые углы с тремя координатными осями
4. Найти вектор $\overline{x}$, зная, что он перпендикулярен векторам $\overline{a}$={2,3,-1} и $\overline{b}$={1,-2,3} и удовлетворяет условию ($\overline{x}$,2**i**-**j**+**k**)=-6.
5. Вычислить $|[\overline{a},\overline{b}]|$, если $\overline{a} = 3\overline{p} - 4\overline{q}$, $\overline{a} = \overline{p} + 3\overline{q}$, $|\overline{p}| = \sqrt{2}$, $|\overline{q}|$=3, $(p\hat{,}q) = 45^0$.
6. Даны две силы $\overline{F}_1$=**i**-3**j**+2**k** и $\overline{F}_2$={1,2,-1}, приложенные к точке A(1,2,-1). Определить:
   a) величину момента равнодействующей этих сил относительно точки B(0,1,1);
   b) углы, составляемые этим моментом с координатными осями
7. Дано: A(2,2,2), B(4,0,3), C(0,1,0) и D(0,6,0). Найти:
   a) высоту пирамиды, построенной на векторах $\overline{AB} + \overline{AC}, \overline{AB}, \overline{AD}$, если основанием является треугольник ABD
   b) центр тяжести треугольника ABD
   c) $Пр_{\overline{BD}}\left(\overline{AC} + \overline{BC}\right)$

ВАРИАНТ 8

1. Доказать, что векторы $\overline{a}$={3,2,1}, $\overline{b}$={4,-4,5}, $\overline{c}$={2,-3,1} линейно зависимы, и найти разложение вектора $\overline{d}$={8,-1,0} по векторам $\overline{a}, \overline{b}, \overline{c}$
2. Найти $|\overline{a}|^2$, если $\overline{a} = 3\overline{p} - \overline{q}$, $|\overline{p}|$=2, $|\overline{q}|$=5, $(\widehat{p, q}) = 120^0$.
3. Определить внутренние углы треугольника с вершинами A(1,2,3), B(3,0,4), C(2,1,3)
4. Найти вектор $\overline{x}$, зная, что он перпендикулярен вектору $\overline{a}$={3,9,4} и удовлетворяет условиям ($\overline{x}$,2**i**+7**j**+3**k**)=1 и ($\overline{x}$,**i**+5**j**+3**k**)=2.
5. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\overline{m} = \overline{a} + 2\overline{b}$, $\overline{n} = \overline{a} - 3\overline{b}$, если $|\overline{a}|$=4, $|\overline{b}|$=7, $(\widehat{a, b}) = 150^0$.
6. Найти координаты вектора $\overline{x}$, если известно, что он перпендикулярен векторам $\overline{a}$={4,-2,-3} и $\overline{b}$=**j**+3**k**, образует с ортом **j** тупой угол и его длина равна удвоенной площади параллелограмма, построенного на векторах $\overline{a}$ и $\overline{b}$.
7. Дано: A(0,0,1), B(2,3,5), C(6,2,3) и D(3,7,2). Доказать, что точки не лежат в одной плоскости. Найти:
   a) объем пирамиды, построенной на векторах $\overline{AC} + \overline{BC}, \overline{AB}, \overline{AD}$
   b) высоту треугольника BDC, проведенную из вершины C.

ВАРИАНТ 9

1. В треугольнике ABC сторона AC разделена точками M_1, M_2, M_3 на четыре равные части, а сторона BC – точками N_1, N_2 на три равные части. Найти вектор $\overline{N_1M_3}$, если $\overline{AB} = \overline{p},\ \overline{AC} = \overline{q}$

2. Найти $(\overline{a}, \overline{b})$, если $\overline{a} = 2\overline{p} + 3\overline{q}$, $\overline{b} = \overline{p} - \overline{q}$, $|\overline{p}| = \sqrt{2}$, $|\overline{q}| = 1$, $(\overline{p}, \hat{\ } \overline{q}) = 45^0$.

3. Определить вектор, коллинеарный биссектрисе угла A треугольника ABC, если A(1,3,5), B(3,5,6), C(4,7,5). Вычислить внутренние углы этого треугольника.

4. Найти вектор $\overline{x}$, зная, что он перпендикулярен векторам $\overline{a}=\{1,-1,3\}$ и $\overline{b}=\{3,-2,5\}$, $|\overline{x}| = 3\sqrt{2}$, образует острый угол с осью Oy.

5. Упростить $(\overline{a} - \overline{b}, \overline{a} - \overline{b} - \overline{c}, \overline{a} + 2\overline{b} - \overline{c})$

6. Даны три вершины параллелограмма A(3,-2,4), B(4,0,3), C(7,1,5). Найти:
   a) длину его высоты, опущенной из вершины C;
   b) центр тяжести треугольника ABC
   c) четвертую вершину D

7. Показать, что векторы $\overline{a} = -\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$, $\overline{b}=\{-2,-3,-4\}$, $\overline{c}=\{-3,12,6\}$ компланарны. Найти:
   a) $\left|\left[\overline{c}, [\overline{a}, \overline{b}]\right]\right|$
   b) площадь параллелограмма, построенного на векторах $\overline{b}$ и $\overline{c}$
   c) $\left(\overline{a} + \overline{b}, \left[\overline{c}, [\overline{a} + \overline{b}]\right]\right)$

ВАРИАНТ 10

1. Даны три последовательные вершины параллелограмма A(1,1), B(2,2), C(3,-1). Найти
   a) его четвертую вершину D
   b) центр тяжести треугольника ABC
2. Какой угол образуют векторы $\overline{a}$ и $\overline{b}$, если $\overline{a}=\overline{p}+2\overline{q}$ и $\overline{b}=3\overline{p}-4\overline{q}$, $|\overline{p}|$=2, $|\overline{q}|$=2, $(p\widehat{,}q)=60^0$
3. Даны векторы $\overline{a}$={4,-2,-4}, $\overline{b}$={6,-3,2}. Вычислить:
   a) $Пр_{\overline{a}+\overline{b}}\left(\overline{a}-2\overline{b}\right)$
   b) $Cos\,(a\widehat{,}b)$
4. В плоскости XoZ найти вектор, перпендикулярный вектору $\overline{a}$={3,2,7}, длина которого равна $\sqrt{58}$
5. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\overline{m}=3\overline{a}-2\overline{b}$, $\overline{n}=\overline{a}+5\overline{b}$, если $|\overline{a}|$=4, $|\overline{b}|$=1, $(a\widehat{,}b)=150^0$
6. Даны две силы $\overline{F}_1$=**i**+**j**+**k** и $\overline{F}_2$={-1,0,2}, приложенные к точке A(0,2,1). Определить величину и направляющие косинусы момента равнодействующей этих сил относительно начала координат.
7. Дано: A(1,1,2), B(2,-3,4), C(2,3,1) и D(-1,1,3). Найти:
   a) объем параллелепипеда, построенного на векторах $\overline{BC}+\overline{BD}, \overline{BC}, \overline{BD}+\overline{AC}$
   b) $Пр_{\left[\overline{AB},\overline{AC}\right]}\left(\overline{AD}\right)$
   c) высоту треугольника ABC, опущенную из вершины B