ВАРИАНТ 1

1. ABCDEF – вершины правильного шестиугольника. Равны ли векторы
   a) $4\overline{BC}$ и $2\overline{AD}$
   b) $2\overline{DC}$ и $2\overline{AF}$
2. Найти скалярное произведение векторов $\overline{a} = 2\overline{p} + 3\overline{q} - 3\overline{r}$ и $\overline{b} = 3\overline{p} + 4\overline{q}$ где $\overline{p}, \overline{q}, \overline{r}$ - единичные векторы, составляющие между собой попарно углы, равные $\frac{\pi}{3}$
3. Даны точки A(1,1,1) и B(4,5,-3). Найти проекцию $\overline{AB}$ на ось, составляющую с координатными осями равные острые углы.
4. Даны векторы $\overline{a}$={2,-1,3}, $\overline{b}$={1,-3,2}, $\overline{c}$ =3**i**+2**j**-4**k**. Найти вектор $\overline{x}$, удовлетворяющий условиям $(\overline{x},\overline{a})$=10, $(\overline{x},\overline{b})$=22, $(\overline{x},\overline{c})$=-40
5. Дано: $|\overline{a}|$=1, $|\overline{b}|$ =2, $(\widehat{\overline{a},\overline{b}}) = \frac{2}{3}\pi$. Вычислить: $|[2\overline{a} + \overline{b}, \overline{a} + 2\overline{b}]|$
6. Даны две силы $\overline{F}_1$={2,-1,1} и $\overline{F}_2$={-3,2,-1}, приложенные к точке A(-1,4,2). Определить
   a) момент равнодействующей этих сил относительно начала координат;
   b) углы, составляемые им с координатными осями
7. Дано: A(1,1,2), B(2,3,-1), C(2,-2,4) и D(-1,1,3). Найти:
   a) объем пирамиды ABCD
   b) высоту треугольника BCD, опущенную из вершины D
   c) угол между векторами $\overline{AD}$ и $[\overline{AB}, \overline{AC}]$

ВАРИАНТ 2

1. OABC – параллелограмм. E – точка пересечения его диагоналей, D – середины стороны BC. В базисе из векторов $\overline{OA}$ и $\overline{OC}$ найти координаты векторов $\overline{BE}$ и $\overline{OD}$.
2. Найти квадрат длины вектора $\overline{a} = 2\overline{p} - 3\overline{q} + 4\overline{r}$, если $\overline{p}, \overline{q}, \overline{r}$ - единичные векторы, составляющие между собой попарно углы, равные $\frac{2\pi}{3}$
3. Даны точки A(1,-1,3), B(3,-1,1) и C(-1,1,3). Найти:
   a) периметр треугольник ABC
   b) величины его углов
   c) центр тяжести треугольника
4. В плоскости yOz найти вектор $\overline{a}$, перпендикулярный вектору $\overline{b}$={2,-3,4} и имеющий одинаковую с ним длину
5. Дано: $|\overline{a}|=|\overline{b}|=5$, $(\widehat{a,b}) = \frac{\pi}{4}$. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\overline{a} - 2\overline{b}, 3\overline{a} + 2\overline{b}$
6. Даны вершины треугольника A(3,-1,2), B(3,0,3) и C(2,-1,1). Найти:
   a) длину высоты, опущенной из вершины A
   b) синус внутреннего угла B
7. Векторы $\overline{a} = \mathbf{i}+m\mathbf{j}-2\mathbf{k}$, $\overline{b}=2\mathbf{j}-\mathbf{k}$ и $\overline{c} = \{3,-1,2\}$ образуют правую тройку. Объем параллелепипеда, построенного на этих векторах, равен 6 кубическим единицам. Найти:
   a) m
   b) угол между векторами $[\overline{a}, \overline{b}]$ и $\overline{c}$
   c) $Пр_{a+b}\overline{c}$

ВАРИАНТ 3

1. Дан треугольник A(5,-4), B(-1,2), C(5,1). Найти точки, в которых его медианы делятся на три равные части.
2. Найти $|\overline{a}|$, если $\overline{a} = 2\overline{p} + \overline{q}$, $|\overline{p}| = 2\sqrt{2}$, $|\overline{q}| = 3$, $(\widehat{p,q}) = 135^0$.
3. Доказать, что четырехугольник с вершинами A(-3,5,6), B(1,-5,7), C(8,-3,-1), D(4,7,-2) - квадрат.
4. Вектор $\overline{x}$, перпендикулярный к векторам $\overline{a}=\{1,1,2\}$, и $\overline{b}=\mathbf{i}+\mathbf{k}$ образуют тупой угол с осью Oy. Найти его координаты, зная что $|\overline{x}| = 2\sqrt{3}$
5. Векторы $\overline{a}$ и $\overline{b}$ взаимно перпендикулярны. Зная, что $|\overline{a}|=5$, $|\overline{b}|=2$, вычислить $|[3\overline{a} + 2\overline{b}, \overline{a} - \overline{b}]|$
6. Сила $\overline{F}_1 = 2\mathbf{i}+3\mathbf{j}-\mathbf{k}$ приложена к точке A(-2,-1,3). Найти момент этой силы, относительно точки B(3,-2,1) и направляющие косинусы момента.
7. Проверить, лежат ли точки A(1,2,-3), B(0,-1,2), C(3,2,1) и D(0,1,-3) в одной плоскости. Найти:
   a) Площадь треугольника ABC
   b) $Пр_{[\overline{AB},\overline{AC}]}\left(\overline{AC} + \overline{AD}\right)$
   c) центр тяжести треугольника ACD

ВАРИАНТ 4

1. Вектор $\overline{a}$ составляет с координатными осями Oy и Oz углы $\beta=120^0$, $\gamma=45^0$. Вычислить его координаты при условии, что $|\overline{a}|=6$.
2. Найти угол, образованный единичными векторами $\mathbf{e_1}$ и $\mathbf{e_2}$, если известно, что векторы $\overline{a}=\mathbf{e_1}+2\mathbf{e_2}$ и $\overline{b}=5\mathbf{e_1}-4\mathbf{e_2}$ перпендикулярны.
3. Даны векторы $\overline{a}=\{4,-2,-4\}$, $\overline{b}=\{6,-3,2\}$. Вычислить:

   a) $(2\overline{a}-3\overline{b},\overline{a}+2\overline{b})$

   b) $|2\overline{a}-\overline{b}|$
4. Даны векторы $\overline{a}=\{2,1,1\}$, $\overline{b}=\{1,3,1\}$, $\overline{c}=\mathbf{i}+\mathbf{j}+5\mathbf{k}$, $\overline{d}=2\mathbf{i}+3\mathbf{j}-3\mathbf{k}$. Найти вектор $\overline{x}$, удовлетворяющий условиям $(\overline{x},\overline{a})=2$, $(\overline{x},\overline{b})=5$, $(\overline{x},\overline{c})=-7$, $(\overline{x},\overline{d})=14$
5. Доказать, что при любых $\overline{a}$, $\overline{b}$ и $\overline{c}$ векторы $\overline{a}-\overline{b}, \overline{b}-\overline{c}, \overline{c}-\overline{a}$ - компланарны.
6. Даны векторы $\overline{a}=\{-1,3,-3\}$, $\overline{b}=2\mathbf{i}+2\mathbf{k}$. Найти вектор $\overline{x}$, перпендикулярный к ним, если модуль вектора $\overline{x}$ равен площади треугольника, построенного на $\overline{a}$ и $\overline{b}$.
7. Точки A(-2,1,-3), B(3,4,4), C(5,6,0) и D(5,6,e) служат вершинами параллелепипеда, объем которого равен 16 куб. ед. Найти:

   a) e

   b) высоту параллелепипеда, опущенную из точки D

   c) косинус угла BAC.

ВАРИАНТ 5

1. Проверить, являются ли точки A(-1,2,3), B(2,-1,1), C(1,-3,-1) и D(-5,3,3) вершинами трапеции
2. В треугольнике даны длины его сторон |BC|=5, |CA|=6, |AB|=7. Найти $(\overline{AB},\overline{BC})$.
3. Найти проекцию вектора $\overline{m}=\{\sqrt{2},-3,-5\}$ на ось, составляющую с координатными осями Ox и Oz углы $\alpha=45^0$, $\gamma=60^0$, а с осью Oy острый угол β.
4. Найти вектор $\overline{x}$ зная, что он перпендикулярен векторам $\overline{a}=\{1,-1,3\}$, $\overline{b}=\{3,-2,5\}$ и удовлетворяет условию $(\overline{x},2\mathbf{i}-2\mathbf{j}-\mathbf{k})=-7$.
5. Найти $|[\overline{a},\overline{b}]|$, если $|\overline{a}|=10$, $|\overline{b}|=2$, $(\overline{a},\overline{b})=12$.
6. Даны две силы $\overline{F}_1=\{1,0,1\}$ и $\overline{F}_2=-3\mathbf{i}+\mathbf{j}-\mathbf{k}$, приложенные к точке A(0,1,-2). Определить величину и направляющие косинусы момента равнодействующей этих сил относительно начала координат
7. Дано: A(1,1,1), B(2,3,4), C(4,3,2) и D(-4,-3,-2). Найти:
   a) объем пирамиды, построенной на векторах $\overline{AB},2\overline{BC},\overline{CD}$
   b) площадь параллелограмма, построенного на векторах $\overline{AB}$ и $\overline{CA}$
   c) центр тяжести треугольника ABC.