ВАРИАНТ 1

1. Вычислить определители:

а) $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 5 & 1 & 2 & 7 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$, в) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 5 & -3 & 4 \\ 1 & -1 & 3 & 6 \\ 3 & 1 & -2 & 4 \end{vmatrix}$.

2. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 \\ 3 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Найти: а) матрицу $4A - 2B$,
б) матрицу $AB - BA$,
в) матрицу A^{-1}. Сделать проверку.

3. Решить матричные уравнения:

а) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$, б) $X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 2 & -1 \\ 6 & 1 & 1 \\ 8 & -1 & 4 \end{pmatrix}$.

4. Найти $f(A)$, если $f(x) = x^2 - x - 1$, $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

5. Перемножить матрицы:

$C = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$.

6. Решить системы методом Крамера:

а) $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11. \end{cases}$

б) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1, \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -5. \end{cases}$

7. Решить системы матричным методом:

а) $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 = 1, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = -2, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -1. \end{cases}$

8. Найти общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса:

а) $\begin{cases} 2x_1 + x_3 + 3x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 - x_4 = -1, \\ -2x_2 + x_3 + 5x_4 = 3, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 9x_4 = 5; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = -1, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 1, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1. \end{cases}$

9. Найти общее решение системы линейных однородных уравнений и записать ее фундаментальную систему решений:

а) $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 7x_3 = 0, \\ -x_1 + x_2 - x_4 = 0, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = 0, \\ -2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 = 0; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_4 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 9x_3 - x_4 = 0, \\ 4x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 2x_4 = 0. \end{cases}$

10. Найти собственные векторы и собственные значения матрицы:

а) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -3 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, б) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

11. Относительно базиса $\overline{e}_1 = \{1;0;0\}$, $\overline{e}_2 = \{0;1;0\}$, $\overline{e}_3 = \{0;0;1\}$ заданы векторы $\overline{a}_1, \overline{a}_2, \overline{a}_3, \overline{x}$:

$\overline{a}_1 = \{1;1;1\}$, $\overline{a}_2 = \{1;1;2\}$, $\overline{a}_3 = \{1;2;3\}$, $\overline{x} = \{6;9;14\}$.

а) доказать, что векторы $\overline{a}_1, \overline{a}_2, \overline{a}_3$ образуют базис пространства R_3;

б) записать матрицу A перехода от базиса $\overline{e}_1, \overline{e}_2, \overline{e}_3$ к базису $\overline{a}_1, \overline{a}_2, \overline{a}_3$ и матрицу B перехода от базиса $\overline{a}_1, \overline{a}_2, \overline{a}_3$ к базису $\overline{e}_1, \overline{e}_2, \overline{e}_3$;

в) найти координаты вектора $\overline{x}$ в базисе $\overline{a}_1, \overline{a}_2, \overline{a}_3$;

г) записать формулы, связывающие координаты одного и того же вектора в базисах $\overline{e}_1, \overline{e}_2, \overline{e}_3$ и $\overline{a}_1, \overline{a}_2, \overline{a}_3$.

ОТВЕТЫ К ВАРИАНТУ 1

1. а) 12; б) 10; в) –12.

2. а) $\begin{pmatrix} -2 & -2 & -4 \\ -6 & -4 & 0 \\ 2 & 6 & 8 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 3 & -5 & -8 \\ -1 & -9 & -9 \\ 10 & 12 & 6 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

3. а) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$. **4.** $\begin{pmatrix} 5 & 1 & 3 \\ 8 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$. **5.** $\begin{pmatrix} -3 & -1 & -3 & 5 \\ 5 & 4 & -2 & -6 \\ 1 & 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}$.

6. а) $\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}$. **7.** а) $\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$; б) $\frac{1}{3}\cdot\begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}$.

8. а) $X = \begin{pmatrix} x_4 - x_2 - 1 \\ x_2 \\ 3 + 2x_2 - 5x_4 \\ x_4 \end{pmatrix}$; б) система несовместна.

9. а) Общее решение X=$\begin{pmatrix} 8x_4 \\ 9x_4 \\ 6x_4 \\ x_4 \end{pmatrix}$, ФСР: $x_1=\begin{pmatrix} 8 \\ 9 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$;

б) Общее решение X=$\begin{pmatrix} 0 \\ x_4 \\ 0 \\ x_4 \end{pmatrix}$, ФСР: $x_1=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

10. а) $\lambda_1 = 1,\ x = \alpha\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\lambda_2 = 2,\ x = \beta\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\lambda_3 = 3,\ x = \gamma\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$.

б) $\lambda_1 = 1,\ x = \alpha\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$; $\lambda_2 = -1,\ x = \beta\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$;

$\lambda_3 = 3,\ x = \gamma\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\lambda_4 = -3,\ x = \delta\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$.

11. в) $\overline{\text{x}}=\{1;2;3\}$

ВАРИАНТ 2

1. Вычислить определители:

а) $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -4 \\ 3 & -2 & -5 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 0 & 5 & 2 & 0 \\ 8 & 3 & 5 & 4 \\ 7 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & 0 \end{vmatrix}$, в) $\begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 1 \\ 4 & 3 & -1 & 2 \\ 8 & 5 & -3 & 4 \\ 3 & 3 & -2 & 2 \end{vmatrix}$.

2. Даны матрицы $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & -8 & -5 \\ -4 & 7 & -1 \\ -3 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ и $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$.

Найти: а) матрицу $-2\mathbf{A} + 5\mathbf{B}$,
б) матрицу $\mathbf{AB} - \mathbf{BA}$,
в) матрицу $\mathbf{A}^{-1}$. Сделать проверку.

3. Решить матричные уравнения:

а) $\mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 6 \\ -8 & 9 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & -1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & 5 & -5 \\ 3 & 10 & 0 \\ 2 & 9 & -7 \end{pmatrix}$.

4. Найти $f(\mathbf{A})$, если $f(x) = 2x^2 + 4x - 3$, $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

5. Перемножить матрицы:

$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 3 \\ 3 & -5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

6. Решить системы методом Крамера:

а) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4. \end{cases}$

7. Решить системы матричным методом:

а) $\begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - x_3 = 7, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = -2, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 6, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2. \end{cases}$

8. Найти общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса:

а) $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4, \\ x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 7, \\ 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + x_4 = 5, \\ x_1 + 5x_2 + 7x_3 + 6x_4 = 10; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = -1, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 5x_4 = 5, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 = -3. \end{cases}$

9. Найти общее решение системы линейных однородных уравнений и записать ее фундаментальную систему решений:

а) $\begin{cases} x_1 - 7x_2 - 2x_3 + 8x_4 = 0, \\ 2x_1 - 9x_2 - 3x_3 + 8x_4 = 0, \\ -x_1 + 9x_2 + 2x_3 - 12x_4 = 0, \\ -5x_1 + 16x_2 + 4x_3 - 14x_4 = 0; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 9x_4 = 0, \\ -x_1 + 3x_2 + 3x_3 - 26x_4 = 0. \end{cases}$

10. Найти собственные векторы и собственные значения матрицы:

а) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ -2 & -6 & 13 \\ -1 & -4 & 8 \end{pmatrix}$, б) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ -1 & -2 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

11. Относительно базиса $\bar{\mathbf{e}}_1 = \{1;0;0\}$, $\bar{\mathbf{e}}_2 = \{0;1;0\}$, $\bar{\mathbf{e}}_3 = \{0;0;1\}$ заданы векторы $\bar{\mathbf{a}}_1, \bar{\mathbf{a}}_2, \bar{\mathbf{a}}_3, \bar{\mathbf{x}}$:

$\bar{\mathbf{a}}_1 = \{1;2;3\}$, $\bar{\mathbf{a}}_2 = \{-2;3;-2\}$, $\bar{\mathbf{a}}_3 = \{3;-4;-5\}$, $\bar{\mathbf{x}} = \{6;20;6\}$.

а) доказать, что векторы $\bar{\mathbf{a}}_1, \bar{\mathbf{a}}_2, \bar{\mathbf{a}}_3$ образуют базис пространства R_3;

б) записать матрицу $\mathbf{A}$ перехода от базиса $\bar{\mathbf{e}}_1$, $\bar{\mathbf{e}}_2$, $\bar{\mathbf{e}}_3$ к базису $\bar{\mathbf{a}}_1, \bar{\mathbf{a}}_2, \bar{\mathbf{a}}_3$ и матрицу $\mathbf{B}$ перехода от базиса $\bar{\mathbf{a}}_1, \bar{\mathbf{a}}_2, \bar{\mathbf{a}}_3$ к базису $\bar{\mathbf{e}}_1$, $\bar{\mathbf{e}}_2$, $\bar{\mathbf{e}}_3$;

в) найти координаты вектора $\bar{\mathbf{x}}$ в базисе $\bar{\mathbf{a}}_1, \bar{\mathbf{a}}_2, \bar{\mathbf{a}}_3$;

г) записать формулы, связывающие координаты одного и того же вектора в базисах $\bar{\mathbf{e}}_1, \bar{\mathbf{e}}_2, \bar{\mathbf{e}}_3$ и $\bar{\mathbf{a}}_1, \bar{\mathbf{a}}_2, \bar{\mathbf{a}}_3$.

ОТВЕТЫ К ВАРИАНТУ 2

1. а) –58; б) 60; в) 2.

2. а) $\begin{pmatrix} -3 & 16 & 10 \\ 18 & -9 & -3 \\ 6 & -20 & 3 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} -16 & 10 & 8 \\ 3 & 23 & 4 \\ 2 & 12 & -7 \end{pmatrix}$; в) $-\dfrac{1}{13}\begin{pmatrix} 12 & -17 & 43 \\ 7 & -11 & 24 \\ 1 & 4 & -4 \end{pmatrix}$.

3. а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. **4.** $\begin{pmatrix} 5 & 10 & -8 \\ 16 & 7 & -4 \\ 4 & -6 & 1 \end{pmatrix}$. **5.** $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

6. а) $\begin{pmatrix}3\\1\\1\end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix}-1\\-1\\0\\1\end{pmatrix}$. **7.** а) $\begin{pmatrix}3\\-1\\0\end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}$.

8. а) $X=\begin{pmatrix}-5+3x_3\\3-2x_3\\x_3\\0\end{pmatrix}$; б) $X=\begin{pmatrix}2x_2-x_3\\x_2\\x_3\\1\end{pmatrix}$.

9. а) Общее решение X=$\begin{pmatrix}2x_4\\2x_4\\-2x_4\\x_4\end{pmatrix}$, ФСР: $x_1=\begin{pmatrix}2\\2\\-2\\1\end{pmatrix}$;

б) X=$\begin{pmatrix}5x_4\\-x_3+7x_4\\x_3\\x_4\end{pmatrix}$, ФСР: $x_1=\begin{pmatrix}0\\-1\\1\\0\end{pmatrix}$, $x_2=\begin{pmatrix}5\\7\\0\\1\end{pmatrix}$.

10. а) $\lambda_{1,2,3}=1,\ x=\alpha\begin{pmatrix}3\\1\\1\end{pmatrix}$.

б) $\lambda_{1,2}=0,\ x=\alpha\begin{pmatrix}2\\-1\\0\\0\end{pmatrix}+\beta\begin{pmatrix}3\\0\\0\\-1\end{pmatrix}$;

$\lambda_{3,4}=2,\ x=\gamma\begin{pmatrix}1\\-1\\0\\1\end{pmatrix}+\delta\begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix}$.

11. в) $\overline{\mathrm{x}}=\{8;4;2\}$

ВАРИАНТ 3

1. Вычислить определители:

а) $\begin{vmatrix} 4 & -3 & 2 \\ 2 & 5 & -3 \\ 5 & 6 & -2 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$, в) $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 4 & 3 \\ 10 & 2 & 3 & -1 \\ 10 & 4 & 3 & 1 \\ 12 & 4 & -1 & -3 \end{vmatrix}$.

2. Даны матрицы $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 4 & 1 & -5 \end{pmatrix}$ и $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & -3 & -2 \end{pmatrix}$.

Найти: а) матрицу $\frac{1}{2}\mathbf{A} - \mathbf{B}$,

б) матрицу $\mathbf{AB} - \mathbf{BA}$,

в) матрицу $\mathbf{A}^{-1}$. Сделать проверку.

3. Решить матричные уравнения:

а) $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 6 & -1 \end{pmatrix} \cdot \mathrm{X} = \begin{pmatrix} -9 & 13 \\ 15 & 4 \end{pmatrix}$, б) $\mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & 3 & 16 \\ 0 & -1 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 11 \\ 1 & -4 & -1 \\ -1 & 2 & 21 \end{pmatrix}$.

4. Найти $f(\mathbf{A})$, если $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$, $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}$.

5. Перемножить матрицы:

$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & -2 & 3 \\ -2 & -1 & 5 & -2 \end{pmatrix}$.

6. Решить системы методом Крамера:

а) $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8. \end{cases}$

7. Решить системы матричным методом:

а) $\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = 3, \\ -2x_1 + 2x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 6; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 3, \\ -x_1 + x_2 = 2, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = -1. \end{cases}$

8. Найти общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса%

а) $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 4, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 8, \\ 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 10x_4 = 20, \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 - 6x_4 = 4; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2,. \\ x_2 + 2x_3 + 3x_4 = -2, \\ x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 2. \end{cases}$

9. Найти общее решение системы линейных однородных уравнений и записать ее фундаментальную систему решений:

а) $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + 3x_5 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 - x_4 + 7x_5 = 0, \\ 2x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 0; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + 4x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$

10. Найти собственные векторы и собственные значения матрицы:

а) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 7 \\ 1 & -4 & 9 \\ -4 & 0 & 5 \end{pmatrix}$, б) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

11. Относительно базиса $\overline{\mathbf{e}}_1 = \{1;0;0\}$, $\overline{\mathbf{e}}_2 = \{0;1;0\}$, $\overline{\mathbf{e}}_3 = \{0;0;1\}$ заданы векторы $\overline{\mathbf{a}}_1, \overline{\mathbf{a}}_2, \overline{\mathbf{a}}_3, \overline{\mathbf{x}}$:

$\overline{\mathbf{a}}_1 = \{5;0;4\}$, $\overline{\mathbf{a}}_2 = \{2;5;-5\}$, $\overline{\mathbf{a}}_3 = \{-9;-6;0\}$, $\overline{\mathbf{x}} = \{-6;-12;6\}$.

а) доказать, что векторы $\overline{\mathbf{a}}_1, \overline{\mathbf{a}}_2, \overline{\mathbf{a}}_3$ образуют базис пространства R_3;

б) записать матрицу $\mathbf{A}$ перехода от базиса $\overline{\mathbf{e}}_1, \overline{\mathbf{e}}_2, \overline{\mathbf{e}}_3$ к базису $\overline{\mathbf{a}}_1, \overline{\mathbf{a}}_2, \overline{\mathbf{a}}_3$ и матрицу $\mathbf{B}$ перехода от базиса $\overline{\mathbf{a}}_1, \overline{\mathbf{a}}_2, \overline{\mathbf{a}}_3$ к базису $\overline{\mathbf{e}}_1, \overline{\mathbf{e}}_2, \overline{\mathbf{e}}_3$;

в) найти координаты вектора $\overline{\mathbf{x}}$ в базисе $\overline{\mathbf{a}}_1, \overline{\mathbf{a}}_2, \overline{\mathbf{a}}_3$;

г) записать формулы, связывающие координаты одного и того же вектора в базисах $\overline{\mathbf{e}}_1, \overline{\mathbf{e}}_2, \overline{\mathbf{e}}_3$ и $\overline{\mathbf{a}}_1, \overline{\mathbf{a}}_2, \overline{\mathbf{a}}_3$.

ОТВЕТЫ К ВАРИАНТУ 3

1. а) 39; б) 160; в) 100.

2. а) $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 \\ -2 & -7 & -3 \\ 4 & 7 & -1 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 4 & -6 & 0 \\ -18 & -9 & -2 \\ 20 & 6 & 5 \end{pmatrix}$; в) $\frac{1}{42}\begin{pmatrix} 14 & 6 & 4 \\ 14 & -9 & 1 \\ 14 & 3 & -5 \end{pmatrix}$.

3. а) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. **4.** $\begin{pmatrix} 21 & -23 & 15 \\ -13 & 34 & 10 \\ -9 & 22 & 25 \end{pmatrix}$.

5. $\begin{pmatrix} -1 & 4 & 12 & 1 \\ 2 & 6 & -3 & 5 \\ 0 & 6 & 20 & 2 \end{pmatrix}$. **6.** а) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$. **7.** а) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

8. а) $X = \begin{pmatrix} -3x_2 - 5x_4 \\ x_2 \\ 4 - 2x_2 - 4x_4 \\ x_4 \end{pmatrix}$; б) $X = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

9. а) $X = \begin{pmatrix} -x_2 - 3x_5 \\ x_2 \\ 2x_2 + x_4 + 2x_5 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix}$, ФСР: $x_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $x_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $x_3 = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

б) $X = \begin{pmatrix} -3x_4 \\ -x_3 + 2x_4 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$, ФСР: $x_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $x_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

10. а) $\lambda_1 = 1,\ x = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

б) $\lambda_1 = 1,\ x = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\lambda_{2,3,4} = 2, x = \beta \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

11. в) $\overline{\mathrm{x}} = \{9;6;7\}$

ВАРИАНТ 4

1. Вычислить определители:

а) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 6 & 10 \\ 1 & 4 & 10 & 20 \end{vmatrix}$, в) $\begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 & 1 \\ 4 & 6 & -1 & 2 \\ 8 & 12 & -3 & 4 \\ 3 & 6 & -2 & 2 \end{vmatrix}$.

2. Даны матрицы $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & -1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix}$ и $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 5 & -5 \\ 3 & 10 & 0 \\ 2 & 9 & -7 \end{pmatrix}$.

Найти: а) матрицу $-3\mathbf{A} + 2\mathbf{B}$,
б) матрицу $\mathbf{AB} - \mathbf{BA}$,
в) матрицу $\mathbf{A}^{-1}$. Сделать проверку.

3. Решить матричные уравнения:

а) $\begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 8 & 3 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 35 & 8 \end{pmatrix}$, б) $\mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 9 & 8 \\ 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}$.

4. Найти $f(\mathbf{A})$, если $f(x) = x^2 - 2x + 5$, $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$.

5. Перемножить матрицы:

$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 3 \\ 0 & 0 & 5 & 2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ -2 & 5 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 8 \end{pmatrix}$.

6. Решить системы методом Крамера:

а) $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 7, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -2, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 11; \end{cases}$

$$б)\ \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4, \\ 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 6, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 6, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 6. \end{cases}$$

7. Решить системы матричным методом:

$$а)\ \begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 2, \\ 3x_1 + 5x_2 + 8x_3 = 3; \end{cases} \qquad б)\ \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = 4, \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 5. \end{cases}$$

8. Найти общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса:

$$а)\ \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 3, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 - x_5 = 0, \\ -2x_1 - 3x_3 - x_4 + x_5 = -4; \end{cases}$$

$$б)\ \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 - x_4 + x_5 = 5, \\ x_1 - 5x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 10, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = -12, \\ -x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 10, \\ 4x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 + 4x_5 = 1. \end{cases}$$

9. Найти общее решение системы линейных однородных уравнений и записать ее фундаментальную систему решений:

$$а)\ \begin{cases} x_1 + x_2 + 5x_3 - 7x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 + 5x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 + 14x_4 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б)}\ \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 + 34x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$$

10. Найти собственные векторы и собственные значения матрицы:

а) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$, б) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

11. Относительно базиса $\overline{\mathbf{e}}_1 = \{1;0;0\}$, $\overline{\mathbf{e}}_2 = \{0;1;0\}$, $\overline{\mathbf{e}}_3 = \{0;0;1\}$ заданы векторы $\overline{\mathbf{a}}_1, \overline{\mathbf{a}}_2, \overline{\mathbf{a}}_3, \overline{\mathbf{x}}$: $\overline{\mathbf{a}}_1 = \{2;5;4\}$, $\overline{\mathbf{a}}_2 = \{-3;1;3\}$, $\overline{\mathbf{a}}_3 = \{1;-3;2\}$, $\overline{\mathbf{x}} = \{17;-2;16\}$

а) доказать, что векторы $\overline{\mathbf{a}}_1, \overline{\mathbf{a}}_2, \overline{\mathbf{a}}_3$ образуют базис пространства R_3;

б) записать матрицу $\mathbf{A}$ перехода от базиса $\overline{\mathbf{e}}_1, \overline{\mathbf{e}}_2, \overline{\mathbf{e}}_3$ к базису $\overline{\mathbf{a}}_1, \overline{\mathbf{a}}_2, \overline{\mathbf{a}}_3$ и матрицу $\mathbf{B}$ перехода от базиса $\overline{\mathbf{a}}_1, \overline{\mathbf{a}}_2, \overline{\mathbf{a}}_3$ к базису $\overline{\mathbf{e}}_1, \overline{\mathbf{e}}_2, \overline{\mathbf{e}}_3$;

в) найти координаты вектора $\overline{\mathbf{x}}$ в базисе $\overline{\mathbf{a}}_1, \overline{\mathbf{a}}_2, \overline{\mathbf{a}}_3$;

г) записать формулы, связывающие координаты одного и того же вектора в базисах $\overline{\mathbf{e}}_1, \overline{\mathbf{e}}_2, \overline{\mathbf{e}}_3$ и $\overline{\mathbf{a}}_1, \overline{\mathbf{a}}_2, \overline{\mathbf{a}}_3$.

ОТВЕТЫ К ВАРИАНТУ 4

1. а) 6; б) 1; в) 2.

2. а) $\begin{pmatrix} -1 & 19 & -16 \\ -3 & 32 & 3 \\ -2 & 33 & -23 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} -10 & -9 & -1 \\ -44 & 15 & -4 \\ -22 & -6 & -5 \end{pmatrix}$; в) $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} -17 & -1 & 11 \\ -11 & -1 & 7 \\ -7 & -1 & 5 \end{pmatrix}$.

3. а) $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$. **4.** $\begin{pmatrix} 3 & -18 & 26 \\ 28 & 1 & 52 \\ -6 & -30 & 43 \end{pmatrix}$. **5.** $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

6. а) $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. **7.** а) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$. **8.** а) $X = \begin{pmatrix} 5-2x_4 \\ -1+x_4 \\ -2+x_4 \\ x_4 \\ 0 \end{pmatrix}$;

б) $X = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

9. а) Общее решение X=$\begin{pmatrix} -x_4 \\ -2x_4 \\ 2x_4 \\ x_4 \end{pmatrix}$, ФСР: $x_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

б) $X=\begin{pmatrix}\frac{1}{8}[7x_3-25x_4+4x_5]\\ \frac{1}{8}[19x_3+3x_4-4x_5]\\ x_3\\ x_4\\ x_5\end{pmatrix}$, ФСР: $x_1=\begin{pmatrix}7/8\\19/8\\1\\0\\0\end{pmatrix}$, $x_2=\begin{pmatrix}-25/8\\3/8\\0\\1\\0\end{pmatrix}$,

$x_3=\begin{pmatrix}1/2\\-1/2\\0\\0\\1\end{pmatrix}$. **10.** а) $\lambda_1=2,\ x=\alpha\begin{pmatrix}-2\\1\\0\end{pmatrix}$; $\lambda_2=-2,\ x=\alpha\begin{pmatrix}0\\1\\-2\end{pmatrix}$;

$\lambda_3=4,\ x=\alpha\begin{pmatrix}9\\-2\\1\end{pmatrix}$ б) $\lambda_{1,2}=0,\ x=\alpha\begin{pmatrix}0\\1\\0\\-1\end{pmatrix}$; $\lambda_{3,4}=2,\ x=\beta\begin{pmatrix}0\\1\\0\\1\end{pmatrix}$.

11. в) $\overline{x}=\{3;-2;5\}$

ВАРИАНТ 5

1. Вычислить определители:

а) $\begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 4 & 2 & -1 & 1 \\ 6 & 3 & -1 & 2 \\ 12 & 5 & -3 & 4 \\ 6 & 3 & -2 & 2 \end{vmatrix}$, в) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 7 \\ 2 & -3 & 1 & 6 \\ 1 & 1 & 2 & 4 \\ 3 & -4 & 4 & 5 \end{vmatrix}$.

2. Даны матрицы $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ и $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 12 & 15 & 4 \\ 14 & 9 & 17 \\ 6 & 3 & 8 \end{pmatrix}$.

Найти: а) матрицу $5\mathbf{A} - 2\mathbf{B}$,

б) матрицу $\mathbf{AB} - \mathbf{BA}$,

в) матрицу $\mathbf{A}^{-1}$. Сделать проверку.

3. Решить матричные уравнения:

а) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 5 & 10 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{X} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 15 \\ -5 & 5 & 9 \\ 12 & 26 & 32 \end{pmatrix}$.

4. Найти $f(\mathbf{A})$, если $f(x) = 2x^2 - 3x + 4$, $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

5. Перемножить матрицы:

$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 4 \\ 1 & 3 & -2 & -1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 5 & 2 \\ -1 & 1 & -2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

6. Решить системы методом Крамера:

а) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 6; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 4x_4 = -7, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 9, \\ x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 6x_4 = -7. \end{cases}$

7. Решить системы матричным методом:

а) $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 2, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 3; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -1, \\ -4x_1 - x_2 + 3x_3 = 2. \end{cases}$

8. Найти общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса:

а) $\begin{cases} x_1 + x_2 + 5x_3 = -7, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 14; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 1, \\ x_1 + 4x_2 - x_3 - 2x_4 = -2, \\ x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 = -2, \\ x_1 - 8x_2 + 5x_3 - 2x_4 = -2. \end{cases}$

9. Найти общее решение системы линейных однородных уравнений и записать ее фундаментальную систему решений:

а) $\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 - x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 - 3x_4 = 0, \\ x_2 - x_3 - 7x_4 = 0; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + \ \ x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 5x_4 + 6x_5 = 0, \\ 6x_1 + 8x_2 + \ \ x_3 + 5x_4 + 8x_5 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 7x_4 + 8x_5 = 0. \end{cases}$

10. Найти собственные векторы и собственные значения матрицы:

а) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \\ 6 & -9 & 4 \end{pmatrix}$, б) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 4 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

11. Относительно базиса $\overline{\mathbf{e}}_1 = \{1;0;0\}$, $\overline{\mathbf{e}}_2 = \{0;1;0\}$, $\overline{\mathbf{e}}_3 = \{0;0;1\}$ заданы векторы $\overline{\mathbf{a}}_1, \overline{\mathbf{a}}_2, \overline{\mathbf{a}}_3, \overline{\mathbf{x}}$:

$\overline{\mathbf{a}}_1 = \{2;1;1\}$, $\overline{\mathbf{a}}_2 = \{-1;0;-1\}$, $\overline{\mathbf{a}}_3 = \{-1;2;0\}$, $\overline{\mathbf{x}} = \{1;4;0\}$.

а) доказать, что векторы $\overline{\mathbf{a}}_1, \overline{\mathbf{a}}_2, \overline{\mathbf{a}}_3$ образуют базис пространства R_3;

б) записать матрицу $\mathbf{A}$ перехода от базиса $\overline{\mathbf{e}}_1, \overline{\mathbf{e}}_2, \overline{\mathbf{e}}_3$ к базису $\overline{\mathbf{a}}_1, \overline{\mathbf{a}}_2, \overline{\mathbf{a}}_3$ и матрицу $\mathbf{B}$ перехода от базиса $\overline{\mathbf{a}}_1, \overline{\mathbf{a}}_2, \overline{\mathbf{a}}_3$ к базису $\overline{\mathbf{e}}_1, \overline{\mathbf{e}}_2, \overline{\mathbf{e}}_3$;

в) найти координаты вектора $\overline{\mathbf{x}}$ в базисе $\overline{\mathbf{a}}_1, \overline{\mathbf{a}}_2, \overline{\mathbf{a}}_3$;

г) записать формулы, связывающие координаты одного и того же вектора в базисах $\overline{\mathbf{e}}_1, \overline{\mathbf{e}}_2, \overline{\mathbf{e}}_3$ и $\overline{\mathbf{a}}_1, \overline{\mathbf{a}}_2, \overline{\mathbf{a}}_3$.

ОТВЕТЫ К ВАРИАНТУ 5

1. а) 60; б) 2; в) –58.

2. а) $\begin{pmatrix} -24 & -20 & 17 \\ -13 & -13 & -24 \\ -12 & -1 & -6 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 13 & -10 & -24 \\ 35 & 6 & -77 \\ 17 & -8 & -19 \end{pmatrix}$; в) $\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -6 & 0 & 15 \\ 3 & 0 & -6 \end{pmatrix}$;

3. а) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$. **4.** $\begin{pmatrix} 12 & 5 & 5 \\ 9 & 9 & 6 \\ 6 & 3 & 6 \end{pmatrix}$.

5. $\begin{pmatrix} 16 & 80 & 54 \\ 17 & 8 & 15 \end{pmatrix}$. **6.** а) $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$. **7.** а) $\begin{pmatrix} -8 \\ -4 \\ -13 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$.

8. а) X= $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$; б) $X = \begin{pmatrix} -8 \\ 3+x_4 \\ 6+2x_4 \\ x_4 \end{pmatrix}$.

9. а) Общее решение X= $\begin{pmatrix} -x_4 \\ 4x_4 \\ -3x_4 \\ x_4 \end{pmatrix}$, ФСР: $x_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$;

б) Общее решение X= $\begin{pmatrix} 2x_5 \\ -2x_5 \\ x_5 \\ -x_5 \\ x_5 \end{pmatrix}$, ФСР: $x_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

10. а) $\lambda_{1,2} = 0,\ x = \alpha\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$; $\lambda_3 = 1,\ x = \alpha\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

б) $\lambda_1 = 5,\ x = \alpha\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\lambda_2 = -5, x = \beta\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$;

$\lambda_3 = 3,\ x = \gamma\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$; $\lambda_4 = -3, x = \delta\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$. **11.** в) $\overline{x} = \{2;2;1\}$.