

ВАРИАНТ 6

1. Определить, при каких значениях a прямая $(a + 2)x + (a^2 - 9)y + 3a^2 - 8a + 2 = 0$ отсекает на оси Ox отрезок, равный 3.
2. Даны две вершины треугольника $A(-2,1)$ и $B(3,-4)$ и точка $D(5,-1)$ – пересечение его высот. Найти уравнения всех сторон треугольника.
3. Составить уравнения прямых, параллельных прямой $3x - 4y - 10 = 0$ и отстоящих от нее на расстоянии $\rho = 3$.
4. Построить плоскости:
 - а) $4x - 3y + 4z + 1 = 0$,
 - б) $3x + 2y - 6z = 0$,
 - в) $x - y - 13 = 0$,
 - г) $4y + 5z = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, которая проходит через ось Oz и точку $M(2,-3,4)$
6. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(2,-3,4)$ и перпендикулярно прямым $\frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+5}{2}$ и $\frac{x-8}{3} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-2}{1}$.
7. Найти расстояние от точки $P(2,3,-1)$ до прямой $\frac{x-5}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+25}{-2}$.
8. Доказать, что прямые $\begin{cases} x - 2y - 5 = 0 \\ 2y - z + 4 = 0 \end{cases}$ и $\begin{cases} x = 5t + 3 \\ y = 2t - 1 \\ z = 4t + 2 \end{cases}$ пересекаются.
Найти точку их пересечения.
9. Каково будет уравнение параболы $y^2 = 2x$, если ее ось симметрии повернуть на 90° ; 180° ; -90° . Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.
 - а) $x^2 + y^2 - 4x - 4y - 1 = 0$,
 - б) $9x^2 + 4y^2 - 36x - 16y + 16 = 0$,
 - в) $4x^2 - 9y^2 - 36y - 72 = 0$,
 - г) $y^2 + 2x + 6y + 11 = 0$.
11. Изобразить линии:
 - а) $y = -2\sqrt{1-x^2}$,
 - б) $y = -\sqrt{-8x}$,
 - в) $x = 9 - 2\sqrt{y^2 + 4y + 8}$,
 - г) $\rho = -4 \sin \varphi$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - а) $z = y^2$, $z = b$,
 $x = 0$, $x = b$, ($b > 0$).
 - б) $x + y + z = 6$, $y = 0$, $z = 0$,
 $3x + 2y = 12$, $3x + y = 6$.

ВАРИАНТ 7

1. Определить, при каком значении a прямая $(a+3)x + (a^2-9)y + 3a^2 - 8a + 2 = 0$ образует угол $\varphi = 45^\circ$ с осью Ox .
2. Найти уравнения биссектрис углов, образованных прямыми $2x + y - 2 = 0$ и $2x + 4y + 9 = 0$.
3. Даны вершины треугольника $A(1,2)$ $B(-3,-2)$ $C(3,-2)$. Найти точку пересечения его высот.
4. Построить плоскости:
 - а) $3x + y - 6z + 3 = 0$,
 - б) $x + y - z = 0$,
 - в) $2y - 3z + 24 = 0$,
 - г) $2x - 3y = 0$.
5. Даны вершины треугольника $A(2,1,0)$, $B(3,-1,1)$, $C(1,2,-4)$. Через сторону AB провести плоскость перпендикулярно плоскости треугольника.
6. Через точку пересечения прямой $\frac{x-1}{1} = \frac{y-12}{3} = \frac{z-9}{3}$ и плоскости $x + 3y - 5z - 2 = 0$ провести плоскость, перпендикулярную к данной прямой.
7. Две грани куба лежат на плоскостях $2x - 2y + z + 1 = 0$ и $2x - 2y + z - 5 = 0$. Вычислить объем этого куба.
8. При каком значении c прямая $\begin{cases} 3x - 2y + z + 3 = 0 \\ 4x - 3y + 4z + 1 = 0 \end{cases}$ параллельна плоскости $2x - y + cz - 2 = 0$.
9. Эллипс касается оси Ox в точке $A(4,0)$ и оси Oy в точке $B(0,-3)$. Составить уравнение этого эллипса, если его оси параллельны осям координат. Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.
 - а) $x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$,
 - б) $2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 2 = 0$,
 - в) $2x^2 - y^2 - 12x - 2y + 19 = 0$,
 - г) $x^2 + 2x + 3y - 8 = 0$.
11. Изобразить линии:
 - а) $y = -\frac{7}{3}\sqrt{x^2 - 9}$,
 - б) $x = -\sqrt{-4y}$,
 - в) $x = 4 - \sqrt{y^2 + 4y - 3}$,
 - г) $\rho = -\frac{18}{4 - 5\cos\varphi}$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - а) $x^2 + y^2 = a^2$, $y = x$, $z = b$, $y = 0$, $z = 0$.
 - б) $z = 4 - y^2$, $z = y^2 + 2$, $x = 0$, $x = 2$.

ВАРИАНТ 8

1. Найти расстояние между прямыми $3x - 4y - 10 = 0$ и $3x - 4y + 5 = 0$.
2. Найти проекцию точки $P(-6, 4)$ на прямую $4x - 5y + 3 = 0$.
3. Даны уравнения сторон треугольника $3x + 4y - 1 = 0$, $x - 7y - 17 = 0$, $7x + y + 31 = 0$. Сравнив углы треугольника, доказать, что он равнобедренный.
4. Построить плоскости:
 - а) $x - y - 2z - 8 = 0$,
 - б) $3x + y - 5z = 0$,
 - в) $2x - y - 3 = 0$,
 - г) $4y - 7z = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, которая проходит через две точки $M_1(3, 0, 4)$ и $M_2(1, 1, 0)$, перпендикулярно к плоскости $2x + y + 4z - 7 = 0$.
6. Проверить, лежат ли прямые $\begin{cases} x = 3z - 1 \\ y = -5z + 7 \end{cases}$ и $\begin{cases} y = 2x - 5 \\ z = 7x + 2 \end{cases}$ в одной плоскости.
7. Составить уравнения плоскостей, параллельных плоскости $3x + 2y - 6z + 17 = 0$ и отстоящих от нее на расстоянии $\rho = 2$.
8. При каком m прямые $\begin{cases} x = 2t - 3 \\ y = 3t - 2 \\ z = -4t + 6 \end{cases}$ и $\frac{x-5}{1} = \frac{y+1}{m} = \frac{z+4}{1}$ пересекаются? Найти точку их пересечения.
9. Найти полуоси, координаты вершин и фокусов, эксцентриситет, уравнения директрис и асимптот гиперболы $9x^2 - 16y^2 = 144$. Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.
 - а) $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$,
 - б) $3x^2 + 4y^2 + 6x - 16y + 7 = 0$,
 - в) $x^2 - y^2 + 4x + 4y - 3 = 0$,
 - г) $x^2 + 4x - 4y + 16 = 0$.
11. Изобразить линии:
 - а) $y = -\frac{5}{4}\sqrt{16 - x^2}$,
 - б) $y = \sqrt{-14x}$,
 - в) $x = 5 - \frac{3}{4}\sqrt{y^2 + 4y - 12}$,
 - г) $\rho = \frac{3}{1 - \cos\varphi}$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - а) $x^2 + y^2 = a^2$, $y + z = b$ ($b > a$), $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.
 - б) $y + z = a$, $-y + z = a$, $x = b$, $x = -b$, $z = 0$.

ВАРИАНТ 9

1. Найти расстояние от точки $A(1,-2)$ до прямой, проходящей через две точки $M_1(0,5)$ и $M_2(-3,1)$.
2. Вычислить координаты точки пересечения перпендикуляров, восстановленных из середин сторон треугольника с вершинами $A(2,3)$, $B(0,-3)$, $C(5,-2)$.
3. Диагонали ромба, равные 10 и 4, приняты за оси координат Ox и Oy соответственно. Написать уравнения сторон этого ромба.
4. Построить плоскости:
 - а) $x - y + 4z + 2 = 0$,
 - б) $3x + 2y - 6z = 0$,
 - в) $y + 3z + 6 = 0$,
 - г) $x - 7y = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через три точки $M_1(-6,2,-5)$, $M_2(7,-2,-1)$, $M_3(10,-7,1)$.
6. Установить, какая из данных прямых
 - а) $\frac{x+5}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-8}{-1}$;
 - б) $\frac{x}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+1}{2}$;
 - в) $\frac{x-13}{8} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-4}{3}$лежит в плоскости $x + 2y - 4z + 1 = 0$, какая ей параллельна и какая пересекает ее.
7. Точка $A(2,1,1)$ является вершиной куба, одна из граней которого лежит на плоскости $3x - 12y + 4z + 67 = 0$. Вычислить объем этого куба.
8. Найти угол между прямыми $\begin{cases} x + y - z = 0 \\ x - y - 5z - 8 = 0 \end{cases}$ и $\begin{cases} 2x + 3y - 2 = 0 \\ y + 2z + 6 = 0 \end{cases}$.
9. Найти центр и радиус окружности, проходящей через точки $A(-1,5)$, $B(-2,-2)$, $C(5,5)$. Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.
 - а) $x^2 + y^2 + 6x - 2y + 6 = 0$,
 - б) $4x^2 + 3y^2 - 16x + 6y + 7 = 0$,
 - в) $x^2 - 4y^2 + 4x + 8y - 4 = 0$,
 - г) $y^2 + 4x - 2y + 5 = 0$.
11. Изобразить линии:
 - а) $y = \frac{4}{3}\sqrt{9-x^2}$,
 - б) $y = -\sqrt{-2x}$,
 - в) $x = -3 + \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{y^2+4}$,
 - г) $\rho = -8\sin\varphi$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - а) $x = y^2$, $x + z = a$, $z = 0$.
 - б) $x^2 + y^2 = R^2$, $x^2 + z^2 = R^2$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

ВАРИАНТ 10

1. Даны вершины треугольника $A(-10,-13)$, $B(-2,3)$, $C(2,1)$. Составить уравнение медианы и высоты, проведенной из вершина A .
2. Центр пучка прямых $\alpha(2x - 3y + 20) + \beta(3x + 5y - 27) = 0$ является вершиной квадрата, диагональ которого лежит на прямой $x + 7y - 16 = 0$. Составить уравнения сторон и второй диагонали квадрата.
3. Найти длину перпендикуляра, опущенного из точки $P(4,-1)$ на прямую, проходящую через две точки $M_1(1,-2)$ и $M_2(5,0)$.
4. Построить плоскости:
 - а) $x - 2y + 3z + 6 = 0$,
 - б) $3x + 2y - 4z = 0$,
 - в) $3x + 3z - 1 = 0$,
 - г) $5x + 6y = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точки $M_1(3,-2,4)$ и $M_2(2,0,1)$ параллельно оси Oy .
6. Через точки $M_1(1,-1,0)$ и $M_2(0,3,-12)$ провести прямую. Найти точку пересечения плоскости $2x + 3y + z - 1 = 0$ с этой прямой.
7. Вычислить расстояние от точки $P(-1,1,-2)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(1,-1,1)$, $M_2(-2,1,3)$, $M_3(4,-5,-2)$.
8. При каких значениях m и c прямая $\frac{x-2}{m} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{-2}$ перпендикулярна плоскости $3x - 2y + cz + 1 = 0$? Найти координаты точки их пересечения.
9. Эллипс касается оси Ox в точке $A(0,5)$ и пересекает ось Oy в точках $B(5,0)$ и $C(11,0)$. Составить уравнение этого эллипса, если его оси параллельны осям координат. Построить его.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.
 - а) $x^2 + y^2 + 6x + 4 = 0$,
 - б) $9x^2 + 4y^2 - 54x + 45 = 0$,
 - в) $x^2 - 9y^2 + 54x - 72 = 0$,
 - г) $x^2 + 2x + 4y + 5 = 0$.
11. Изобразить линии:
 - а) $y = -\frac{3}{7}\sqrt{49 - x^2}$,
 - б) $x = \sqrt{4y}$,
 - в) $x = -2 - 2\sqrt{y^2 - 2y + 2}$,
 - г) $\rho = 10 \cos \varphi$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - а) $y = x^2$, $z = 0$, $y + z = a$.
 - б) $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $x^2 + y^2 = b^2$ ($a > b$), $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ (I октант).