

ВАРИАНТ 16

- Через точки $M_1(3, 4)$ и $M_2(6, -2)$ проведена прямая. Найти точки пересечения этой прямой с осями координат.
- Составить уравнения сторон треугольника, для которого точки $A(-1, 2)$, $B(3, -1)$, $C(0, 4)$ являются серединами сторон.
- Вершины треугольника находятся в точках $A(-4, -5)$, $B(4, 1)$ и $C(-0,5; 7)$. Найти острый угол между медианой, проходящей через вершину A , и высотой, опущенной из вершины C .
- Построить плоскости:
 - $3x + y + 3z + 6 = 0$,
 - $4x + y - 3z = 0$,
 - $4y + z + 2 = 0$,
 - $2x - 3z = 0$.
- Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(1,3,-2)$ и $M_2(2,2,0)$ параллельно оси Oz .
- Доказать, что прямые $\begin{cases} x - 2y + 3z - 5 = 0 \\ x - 2y - 4z + 3 = 0 \end{cases}$ и $\begin{cases} 3x + y + 3z + 7 = 0 \\ 5x - 3y + 2z + 5 = 0 \end{cases}$ лежат в одной плоскости. Составить уравнение этой плоскости.
- На оси Ox найти точку, равноудаленную от точки $M(0,1,-2)$ и от плоскости $6x + 3y - 2z - 9 = 0$.
- Найти угол между прямой $\begin{cases} x - 2y + 3z + 5 = 0 \\ 2x + y - z - 1 = 0 \end{cases}$ и плоскостью $12x + y + z = 0$.
- Вычислить площадь четырехугольника, две вершины которого лежат в фокусах эллипса $x^2 + 5y^2 = 20$, а две другие совпадают с концами его малой оси.
- Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии:
 - $x^2 + y^2 + 8y + 12 = 0$,
 - $x^2 + 2y^2 - 2x + 8y + 5 = 0$,
 - $3x^2 - 2y^2 + 18x + 4y + 31 = 0$,
 - $y^2 + 2x + 8y + 20 = 0$.
- Изобразить линии:
 - $y = -\sqrt{6 - x^2}$,
 - $y = \sqrt{-3x}$,
 - $x = -2\sqrt{-y^2 - 6y - 5}$,
 - $\rho = -\frac{18}{4 - 5 \cos \varphi}$.
- Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - $y + z = c$, $x = a$, $x = b$, $y = 0$, $z = 0$.
 - $x^2 + y^2 = 2x$, $2x - z = 0$, $4x - z = 0$.

ВАРИАНТ 17

1. Показать, что точки $A(2, 1)$, $B(-1, 4)$, $C(-7, 10)$ лежат на одной прямой. Записать общее уравнение этой прямой.
2. На прямую, проходящую через точки $A(1, -2)$ и $B(0, -7)$ опущен перпендикуляр из точки $D(-3, 4)$. Вычислить: 1) отношение, в котором основание перпендикуляра делит отрезок AB ; 2) длину этого перпендикуляра.
3. Составить уравнения прямых, проходящих через точку $P(3, 6)$ на одинаковых расстояниях от точек $A(-4, -2)$ и $B(8, 4)$.
4. Построить плоскости:
 - а) $5x - y + z + 5 = 0$,
 - б) $x + 2y + 3z = 0$,
 - в) $3x - 2y - 6 = 0$,
 - г) $3y + 2z = 0$.
5. Даны вершины треугольника $A(4, 1, -2)$, $B(2, 0, 0)$, $C(-2, 3, -5)$. Через сторону BC провести плоскость перпендикулярно плоскости треугольника.
6. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1, -2, 1)$ перпендикулярно к прямой
$$\begin{cases} x - 2y + 3z - 3 = 0 \\ x + y - z + 2 = 0 \end{cases}$$
.
7. Составить уравнения плоскостей, делящих пополам двугранные углы, образованные двумя пересекающимися плоскостями $5x - 2y + 5z - 3 = 0$ и $2x + y - 7z + 2 = 0$.
8. При каких значениях m и C прямая $\frac{x-2}{m} = \frac{y+1}{4} = \frac{z+5}{-3}$ перпендикулярна плоскости $3x - 2y + Cz + 4 = 0$?
9. Найти точки пересечения прямой $4x - 3y - 16 = 0$ и гиперболы $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$. Построить их.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии:
 - а) $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 24 = 0$,
 - б) $2x^2 + y^2 - 12x - 8y + 32 = 0$,
 - в) $4x^2 - 3y^2 - 8x + 12y + 4 = 0$,
 - г) $x^2 + 2x - 2y - 5 = 0$.
11. Изобразить линии:
 - а) $y = -\frac{1}{5}\sqrt{25 - x^2}$,
 - б) $x = -2 - \sqrt{2y + 8}$,
 - в) $x = 5\sqrt{y^2 - 25}$,
 - г) $\rho = 2 \cos \varphi$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - а) $z - a = -(x^2 + y^2)$, $z = b$, $z = -b$, $x = 0$, $y = 0$.
 - б) $y = \sqrt{x}$, $x + z = \frac{\pi}{2}$, $y = 0$, $z = 0$.

ВАРИАНТ 18

1. Написать параметрические уравнения прямой, проходящей через точки $M_1(1, 2)$ и $M_2(1, -5)$; найти угловой коэффициент этой прямой.
2. Составить уравнения прямых, параллельных прямой $3x - 4y - 10 = 0$ и отстоящих от нее на расстоянии $\rho = 3$.
3. Найти точку M_1 , симметричную точке $M_2(8, -9)$ относительно прямой, проходящей через точки $A(3, -4)$ и $B(-1, -2)$.
4. Построить плоскости:
 - а) $x - 2y + 3z + 6 = 0$,
 - б) $12x + y + z = 0$,
 - в) $2y - z + 4 = 0$,
 - г) $x + 7z = 0$.
5. Вычислить объем пирамиды, ограниченной плоскостью $2x - 3y + 6z - 12 = 0$ и координатными плоскостями.
6. Найти точку Q , симметричную точке $P(1, 3, -4)$ относительно плоскости $3x + y - 2z = 0$.
7. Найти расстояние от точки $A(1, 3, 5)$ до прямой $\frac{x + 30}{6} = \frac{y}{2} = \frac{z + \frac{5}{2}}{-1}$.
8. При каком значении C прямая $\begin{cases} 3x - 2y + z + 5 = 0 \\ 4x - 3y + 4z + 2 = 0 \end{cases}$ параллельна плоскости $6x + y + Cz - 2 = 0$?
9. Определить точки пересечения двух парабол $y = x^2 - 2x + 1$, $x = y^2 - 6y + 7$. Найти вершины парабол. Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии:
 - а) $x^2 + y^2 + 8x - 6y + 24 = 0$,
 - б) $x^2 + 4y^2 + 8x - 24y + 48 = 0$,
 - в) $x^2 - 9y^2 - 72y - 153 = 0$,
 - г) $y^2 - 3x + 4y + 16 = 0$.
11. Изобразить линии:
 - а) $y = -\sqrt{6 - x^2}$,
 - б) $x = -\sqrt{10y}$,
 - в) $x = -5 + \frac{2}{3}\sqrt{8 + 2y - y^2}$,
 - г) $\rho = \frac{9}{4 - 5\cos\varphi}$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - а) $x^2 + y^2 = a^2$, $x^2 + y^2 = z^2$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.
 - б) $z - 1 = x^2 + y^2$, $x = 4$, $y = 4$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

ВАРИАНТ 19

1. Дана прямая $3x - y + 5 = 0$. Записать уравнение этой прямой в параметрическом виде, найти угловой коэффициент этой прямой.
2. Вычислить площадь квадрата, если известна одна из его вершин $A(4, -1)$ и уравнение одной из его сторон $12x - 5y - 27 = 0$.
3. Даны вершины треугольника $A(2, -2)$, $B(3, -5)$, $C(5, 7)$. Составить уравнение перпендикуляра, опущенного из вершины C на медиану, проведенную из вершины A .
4. Построить плоскости:
 - а) $3x + y + 3z + 1 = 0$,
 - б) $2x + 2y - z = 0$,
 - в) $2y + 4z - 3 = 0$,
 - г) $7x - 4y = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, которая проходит через начало координат перпендикулярно к двум плоскостям $2x - y + 3z - 1 = 0$ и $x + 2y + z = 0$.
6. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M(2, -3, 3)$ параллельно оси Ox и прямой $\begin{cases} x - y = 0 \\ z - 1 = 0 \end{cases}$.
7. На оси Oz найти точки, отстоящие от плоскости $2x - y + 2z - 1 = 0$ на расстоянии $\rho = 5$.
8. Найти угол между прямыми $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{3}$ и $\begin{cases} 3x + y - 5z - 1 = 0 \\ 2x + 3y - 8z + 5 = 0 \end{cases}$.
9. Найти точки пересечения прямой $x + 2y - 7 = 0$ и эллипса $x^2 + 4y^2 = 25$. Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии:
 - а) $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 5 = 0$,
 - б) $x^2 + 16y^2 - 32y = 0$,
 - в) $x^2 - y^2 + 6x + 2y - 1 = 0$,
 - г) $x^2 + 6x + 2y + 5 = 0$.
11. Изобразить линии:
 - а) $y = \frac{2}{5}\sqrt{25 - x^2}$,
 - б) $x = -\sqrt{-10y}$,
 - в) $x = 3 - \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{y^2 + 4}$,
 - г) $\rho = -2 \sin \varphi$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - а) $\frac{x}{a} + \frac{z}{b} = 1$, $y = c$, $y = d$, $x = 0$, $z = 0$.
 - б) $x^2 + y^2 = 2x$, $z = x^2 + y^2$, $z = 0$.

ВАРИАНТ 20

1. В треугольнике ABC с вершинами $A(3, -4)$, $B(-1, -3)$, $C(2, 1)$ вычислить длину высоты, проведенной из вершины A и записать уравнение этой высоты.
2. Даны уравнения двух сторон прямоугольника $5x + 2y - 7 = 0$, $5x + 2y - 36 = 0$ и уравнение его диагонали $3x + 7y - 10 = 0$. Найти координаты его вершин.
3. Определить, при каких a и b прямая $(a + 2b - 3)x + (2a - b + 1)y + (6a + 9) = 0$ параллельна оси координат Ox и отсекает на оси Oy отрезок, равный -3 .
4. Построить плоскости:
 - а) $x - 2y - 4z + 4 = 0$,
 - б) $2x + y - 4z = 0$,
 - в) $2x + 3y + 3 = 0$,
 - г) $3y + 4z = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую пересечения плоскостей $\begin{cases} 2x - y + 3z - 5 = 0 \\ x + 2y - z + 2 = 0 \end{cases}$ параллельно вектору $\vec{a} = \{2, -1, -2\}$.
6. Даны прямые $\frac{x+2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{4}$ и $\frac{x-3}{l} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-7}{2}$. При каком значении l эти прямые пересекаются?
7. Найти расстояние между прямыми $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+1}{-2}$ и $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$.
8. Найти угол между прямыми $\begin{cases} x - 2y + 3z + 1 = 0 \\ 2x - z + 5 = 0 \end{cases}$ и $\begin{cases} x = 5t + 2 \\ y = -2t \\ z = t + 4 \end{cases}$.
9. Составить уравнение гиперболы, если известны ее эксцентриситет $\varepsilon = \sqrt{5}$, фокус $(2, -3)$ и уравнение соответствующей директрисы $2x - y + 3 = 0$. Построить гиперболу.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии:
 - а) $x^2 + y^2 - 8x + 12 = 0$,
 - б) $3x^2 + 4y^2 + 18x + 32y + 79 = 0$,
 - в) $5x^2 - 4y^2 + 20x = 0$,
 - г) $y^2 - 3x - 8y + 10 = 0$.
11. Изобразить линии:
 - а) $x = -\sqrt{36 - y^2}$,
 - б) $y = -3 + \sqrt{-2x + 4}$,
 - в) $y = -\frac{1}{6}\sqrt{x^2 - 36}$,
 - г) $\rho = \frac{16}{5 + 3 \cos \varphi}$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - а) $x^2 + y^2 = a^2$, $y + z = a$, $z = b$ ($b > a$).
 - б) $y = \sqrt{x}$, $y = 2\sqrt{x}$, $x + z = 6$, $z = 0$.