ВАРИАНТ 21

1. На векторах $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$ построен параллелепипед. Составить векторы – диагонали этого параллелепипеда.
2. Найти $\left(2\bar{a}+3\bar{b},\, 2\bar{a}-\bar{b}\right)$, если $|\bar{a}|$=11, $|\bar{b}|$=2, $(\widehat{a,b})=\dfrac{2}{3}\pi$.
3. Дано: A(2,3,1), B(6,2,0), C(4,2,1), D(4,6,0). Найти:
   a) $Пр_{\overline{AD}+\overline{BC}}\overline{AC}$
   b) угол между векторами $\overline{AB}-2\overline{AC}$ и осью Oy
   c) единичный вектор биссектрисы угла ∟ ACB
4. В плоскости XoY найти вектор, перпендикулярен вектору $\bar{a}$={3,-4,5}, длина которого равна $5\sqrt{2}$
5. Найти $|[\bar{a},\bar{b}]|$, если $\bar{a}=10\bar{m}+\bar{n}$, $\bar{b}=3\bar{m}-2\bar{n}$, $|\bar{m}|$=4, $|\bar{n}|$=1, $(\widehat{m,n})=30^o$
6. Даны три силы $\bar{F}_1$=**i**+2**j**+4**k** и $\bar{F}_2$={2,-3,-1}, $\bar{F}_3$= **-i**-3**j**+2**k,** приложенные к точке A(4,-2,3). Определить величину и направляющие косинусы момента равнодействующей этих сил относительно точки O(3,2,1).
7. Даны два вектора $\bar{a}$={0,3,-3} и $\bar{b}$=2**i**+2**j**-**k**, выходящие из одной точки. Найти:
   a) вектор $\bar{c}$, исходящий из той же точки, перпендикулярный к $\bar{b}$, равный ему по длине, коллинеарный с $\bar{a}$ и $\bar{b}$ и образующий с $\bar{a}$ тупой угол
   b) вектор, параллельный биссектрисе угла между векторами $\left[\bar{a},\bar{b}\right]$ и $\bar{b}$

ВАРИАНТ 22

1. В треугольнике ABC точка M (1,2,4) является серединой стороны BC. Найти координаты точки A, если $\overline{AB}=\{2,4,5\}$ и $\overline{AC}=\{4,8,-7\}$.
2. При каком α векторы $3\overline{a}+\alpha\overline{b}$, $\overline{a}-2\overline{b}$ перпендикулярны, если $|\overline{a}|=7\sqrt{2}$, $|\overline{b}|$=4, $(\overline{a}\hat{,}\overline{b})=\dfrac{\pi}{4}$
3. Даны вершины треугольника: A(-1,2,0), B(0,1,-1), C(-1,0,2). Найти:
   a) внутренние углы этого треугольника
   b) длины медиан, проведенных из точек A, B, C.
4. Найти единичный вектор $\overline{x}$, перпендикулярный вектору $\overline{a}=\{4,-1,-7\}$ и оси Oz, образующий тупой угол с осью Ox
5. Векторы $\overline{a}, \overline{b}, \overline{c}, и\ \overline{d}$ связаны соотношениями $[\overline{a},\overline{b}]=[\overline{c},\overline{d}]$, $[\overline{a},\overline{c}]=[\overline{b},\overline{d}]$ Доказать коллинеарность векторов $\overline{a}-\overline{d}, \overline{b}-\overline{c}$
6. Дано: A(-2,4,4), B(4,1,1), C(4,2,0), D(2,-1,2). Найти:
   a) площадь параллелограмма, построенного на векторах $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$
   b) площадь параллелограмма, построенного на векторах $\overline{AD}$ и $\left[\overline{AB},\overline{AC}\right]$
7. Дано: A(4,1,2), B(1,1,0), C(3,0,5), D(0,0,2). Найти:
   a) высоту параллелепипеда, построенного на векторах $\overline{AB}+\overline{AC}$, $\overline{AC}, 2\overline{AD}$
   b) $Пр_{[\overline{AB},\overline{AC}]}\overline{AD}$
   c) синус угла A в треугольнике ADC

ВАРИАНТ 23

1. Представить вектор $\overline{d}$={8,-1,0} как линейную комбинацию векторов $\overline{a}$={3,2,1}, $\overline{b}$={4,-4,5}, $\overline{c}$={2,-3,1}.
2. При каком α вектор $\overline{a} = \alpha\overline{p} - 4\overline{q}$ перпендикулярен вектору $\overline{b} = \overline{p} + 2\overline{q}$, если $|\overline{a}|=|\overline{b}|=4$, $(\overline{p},\hat{\ }\overline{q}) = 60^0$
3. Дано $\overline{a}$={1,1}, $\overline{b}$={1,-1} и $2\overline{x} + \overline{y} = \overline{a}$, $\overline{x} + 2\overline{y} = \overline{b}$ Найти:
   a) $\overline{x}$, $\overline{y}$
   b) $(\overline{x},\overline{y})$
4. Найти единичный вектор, зная, что он коллинеарен вектору $\overline{a}$={1,-2,3} и образует острый угол с осью Ох.
5. Доказать, что векторы $\alpha\overline{a} - \beta\overline{b}$, $\gamma\overline{b} - \alpha\overline{c}$, $\beta\overline{c} - \gamma\overline{a}$ компланарны при любых α, β, γ.
6. Даны четыре вектора $\overline{a}$={-3,0,-2}, $\overline{b}$={-1,-1,3}, $\overline{c}$={-1,-1,0} и $\overline{d}$={3,4,0}. Найти:
   a) $\left|\left[\left[\overline{a},\overline{b}\right],\overline{c}\right]\right|$
   b) $\left(\overline{d},\left[\left[\overline{a},\overline{b}\right],\overline{c}\right]\right)$
   c) $Пр_{\overline{d}}\left[\overline{a}+\overline{b},\overline{b}\right]$
7. Дано: A(5,2,6), B(3,0,4), C(9,6,4) и D(1,2,3). Найти:
   a) высоту пирамиды, опущенную из вершины D
   b) вектор $\overline{x}$, компланарный с векторами $\overline{AB}$ *и* $\overline{AC}$, перпендикулярный вектору $\overline{AB} + 2\overline{AC}$ и $\left|\overline{x}\right| = \sqrt{27}$
   c) синус угла A в треугольнике ABC.

ВАРИАНТ 24

1. В треугольнике ABC точка $M_1(2,-3,1)$ является серединой стороны BC, а $M_2(1,2,4)$ – серединой AB. Найти координаты вектора $\overline{AC}$.
2. Найти угол, образованный векторами $\overline{a} = 2\overline{p} - \overline{q}$, $\overline{b} = 3\overline{p} + \overline{q}$, если $|\overline{p}| = 3\sqrt{3}$, $|\overline{q}|=2$, $(\widehat{p,q}) = 135^0$.
3. Даны две точки A(3,-4,-2) и B(2,5,-2). Найти проекцию вектора $\overline{AB}$ на ось, составляющую с координатными осями Ox, Oy углы $\alpha=60^0$, $\beta=120^0$, а с осью Oz – тупой угол γ.
4. В плоскости YoZ найти вектор, перпендикулярный вектору $\overline{a}=\{1,2,-2\}$, имеющий одинаковую с ним длину и образующий тупой угол с осью Oy.
5. Векторы $\overline{a},\overline{b},\overline{c}$ удовлетворяют условию $\overline{a}+\overline{b}+\overline{c}=0$. Доказать, что $[\overline{a},\overline{b}] = [\overline{c},\overline{a}] = [\overline{b},\overline{c}]$.
6. Дано A(-3,3,3), B(3,0,0), C(3,1,-1), D(1,-2,1). Найти:
   a) угол, образованный векторами $\overline{BA} и [\overline{BC},\overline{BD}]$
   b) высоту треугольника BCD, опущенную из вершины C
   c) объем параллелепипеда, построенного на векторах $\overline{BC}+\overline{BD}, \overline{BA}+\overline{BC}, \overline{BD}$
7. Даны три вектора $\overline{m}=\{-1,3,5\}$, $\overline{n}=\{1,0,-2\}$, $\overline{p}=\{3,-2,2\}$. Найти модуль вектора $\overline{a}=[\overline{m},\overline{n}+\overline{p}]-[[\overline{m},\overline{n}],\overline{p}]$

ВАРИАНТ 25

1. Точка О – центр тяжести треугольника АВС. Доказать, что $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = 0$
2. Найти $\left|2\overline{a} + 3\overline{b}\right|$, если $|\overline{a}|=2$, $|\overline{b}|=3$, $(\hat{a,b}) = 120^0$
3. Даны три вектора $\overline{a}$= -2**i**+**j**+**k**, $\overline{b}$=**i**+5**j**, $\overline{c} = \{4,4,-2\}$. Вычислить
   a) $Пр_{\ddot{c}}\left(3\overline{a} - 2\overline{b}\right)$
   b) вектор, коллинеарный биссектрисе угла между $\overline{a}$ и $\overline{c}$
4. Найти единичный вектор $\overline{x}$, зная, что он перпендикулярен векторам $\overline{a}=\{1,-1,3\}$, $\overline{b}=\{3,-2,5\}$ и образует с осью Oz тупой угол.
5. Упростить $\left(\overline{a} + \overline{b} + \overline{c}, \overline{a} - 2\overline{b} + 2\overline{c}, 4\overline{a} + \overline{b} + 5\overline{c}\right)$
6. Даны три силы $\overline{F}_1=\{2,-1,-3\}$, $\overline{F}_2$=3**i**+2**j**-**k** и $\overline{F}_3=\{-4,1,3\}$, приложенные к точке С(-1,4,-2). Определить величину и направляющие косинусы момента равнодействующей этих сил относительно точки А(2,3,-4)
7. Дано: А(4,1,-2), В(2,3,1), С(6,3,7) и D(-5,-4,8). Найти:
   a) высоту параллелепипеда, построенного на векторах $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD} + 2\overline{AC}$
   b) угол между векторами $[\overline{AB}, \overline{AC}]$ и $\overline{AD}$
   c) центр тяжести треугольника АВС