

ВАРИАНТ 21

1. Записать общее уравнение прямой, заданной параметрически $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 4 - t \end{cases}$; найти угловой коэффициент этой прямой.
2. Даны две вершины $A(3, -1)$ и $B(5, 7)$ треугольника ABC и точка пересечения его высот $N(4, -1)$. Составить уравнения сторон этого треугольника.
3. Стороны треугольника лежат на прямых $x - 2y - 2 = 0$, $7x - 4y + 6 = 0$ и $3x + 4y - 26 = 0$. Вычислить его площадь.
4. Построить плоскости:
 - а) $2x - 3y + 6z - 12 = 0$,
 - б) $3x + 2y - z = 0$,
 - в) $3y - 4z - 12 = 0$,
 - г) $2x + y = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через начало координат, точку $A(1, 2, 3)$ и перпендикулярно к плоскости $x - y + 2z - 4 = 0$.
6. Найти длину отрезка прямой $\frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+1}{1}$, заключенного между плоскостями $x + 3y - 4z + 7 = 0$ и $x + 3y - 4z - 9 = 0$.
7. На расстоянии 5 единиц от плоскости $4x + 2y - 4z - 27 = 0$ провести параллельную ей плоскость.
8. Найти угол между прямой $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{\sqrt{2}} = \frac{z-1}{1}$ и плоскостью $x + \sqrt{2}y - z + 3 = 0$.
9. При каких значениях k прямая $y = kx + 2$ 1) пересекает параболу $y^2 = 4x$; 2) касается ее; 3) проходит вне этой параболы. Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии:
 - а) $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 8 = 0$,
 - б) $x^2 + 4y^2 + 4x - 8y + 4 = 0$,
 - в) $4x^2 - 2y^2 + 24x + 8y + 24 = 0$,
 - г) $x^2 + 2x + 6y - 17 = 0$.
11. Изобразить линии:
 - а) $y = -\sqrt{36 - x^2}$,
 - б) $x = -4 - \sqrt{-5y + 10}$,
 - в) $x = \frac{1}{6}\sqrt{y^2 - 36}$,
 - г) $\rho = \frac{144}{13 - 5 \cos \varphi}$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - а) $y + z = c$, $x = a$, $x = -a$, $y = 0$, $z = 0$.
 - б) $z = x^2 + y^2$, $x = 1$, $y = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

ВАРИАНТ 22

1. Даны вершины треугольника $A(-10,-13)$, $B(-2,3)$, $C(2,1)$. Записать в параметрическом виде уравнение средней линии, параллельной стороне BC , медианы, проведенной из вершины A .
2. Показать, пересекает или нет прямая $3x - 4y + 1 = 0$ отрезок, ограниченный точками $A(1,3)$ и $B(-2,5)$.
3. Найти точку Q , симметричную точке $P(3,-6)$ относительно прямой, проходящей через две точки $A(1,-2)$ и $B(5,0)$.
4. Построить плоскости:
 - а) $4x + y - z + 2 = 0$,
 - б) $2x - y + 2z = 0$,
 - в) $2y - z - 1 = 0$,
 - г) $3x + 7y = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M(2,1,-1)$ перпендикулярно к двум плоскостям $x - z + 5 = 0$ и $2x + 3y - z - 3 = 0$.
6. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z}{2}$ параллельно прямой $\begin{cases} x + y - z = 0 \\ x - y - 5z - 8 = 0 \end{cases}$.
7. Вычислить кратчайшее расстояние между двумя прямыми $\frac{x+5}{3} = \frac{y+5}{2} = \frac{z-1}{-2}$ и $\begin{cases} x = 6t + 9 \\ y = -2t \\ z = -t + 2 \end{cases}$.
8. Доказать, что прямая $\begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ 6y + 1 = 0 \end{cases}$ принадлежит плоскости $2x + 4y + 7 = 0$.
9. При каких значениях m прямая $y = -x + m$ 1) пересекает эллипс $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$; 2) касается его; 3) проходит вне этого эллипса
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить эти линии:
 - а) $x^2 + y^2 + 6x + 5 = 0$,
 - б) $4x^2 + 9y^2 - 18y - 27 = 0$,
 - в) $x^2 - 4y^2 + 4x - 24y - 28 = 0$,
 - г) $x^2 - 4x - 5y - 16 = 0$.
11. Изобразить линии:
 - а) $y = -\frac{3}{4}\sqrt{x^2 - 16}$,
 - б) $y = \sqrt{-8x}$,
 - в) $y = -3 - \sqrt{-x^2 + 4x + 1}$,
 - г) $\rho = \frac{16}{5 - 3\cos\varphi}$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - а) $x^2 + y^2 = a^2$, $y + z = -a$, $z = b$ ($b > a$).
 - б) $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $x^2 + y^2 = z^2$, $z = b$ ($b < a$).

ВАРИАНТ 23

1. Через точку пересечения прямых $x + 2y - 5 = 0$ и $3x - 2y + 1 = 0$ провести прямую, отсекающую на осях координат равные отрезки.
2. Две стороны квадрата лежат на прямых $5x - 12y - 65 = 0$ и $5x - 12y + 26 = 0$. Вычислить площадь этого квадрата.
3. Точка $A(5, -1)$ является вершиной прямоугольника. Две стороны его лежат на прямых $4x - 3y - 7 = 0$ и $3x + 4y - 3 = 0$. Составить уравнения двух других сторон и диагоналей прямоугольника.
4. Построить плоскости:
 - а) $x + 3y - 6z - 9 = 0$,
 - б) $3x - 6y + 2z = 0$,
 - в) $2x + z - 4 = 0$,
 - г) $4y - 3z = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(1, 2, -1)$, $M_2(2, 3, 0)$ и $M_3(3, 0, -11)$.
6. Найти точку Q , симметричную точке $P(9, -4, -5)$ относительно прямой, проходящей через точки $M_1(-1, -4, 7)$ и $M_2(5, -1, -2)$.
7. Найти расстояние от точки $P(7, 9, 7)$ до прямой $\begin{cases} x = 4t + 2 \\ y = 3t + 1 \\ z = 2t \end{cases}$.
8. Найти угол между прямыми $\begin{cases} 3x + z - 4 = 0 \\ 3x - 2y - 7 = 0 \end{cases}$ и $\frac{x+1}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{2}$.
9. Вычислить площадь треугольника, образованного асимптотами гиперболы $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ и прямой $9x + 2y - 24 = 0$.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить эти линии:
 - а) $x^2 + y^2 - 6x = 0$,
 - б) $4x^2 + 9y^2 + 8x - 32 = 0$,
 - в) $2x^2 - 3y^2 - 4x - 12y - 16 = 0$,
 - г) $x^2 - 6x + 2y + 13 = 0$.
11. Изобразить линии:
 - а) $y = -\sqrt{3 - x^2}$,
 - б) $x = -\sqrt{-y}$,
 - в) $x = -1 - 2\sqrt{y^2 + 4y + 5}$,
 - г) $\rho = \frac{1}{2 + \sqrt{3} \cos \varphi}$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - а) $x^2 + y^2 = a^2$,
 $y + z = a$,
 $y + z = b$ ($b > a$).
 - б) $y^2 = 4a^2 - 3ax$,
 $y^2 = ax$,
 $z = 0$, $z = h$.

ВАРИАНТ 24

1. Провести прямую так, чтобы точка $A(1,2)$ была серединой отрезка ее, заключенного между осями координат.
2. Через точки пересечения прямых $6x - 2y + 5 = 0$ и $2x + y - 4 = 0$ провести
а) прямую, отсекающую на оси Oy отрезок, равный 2, б) прямую, отсекающую на осях координат равные отрезки.
3. Стороны треугольника заданы уравнениями: $AB: 4x - y - 7 = 0$, $BC: x + 3y - 31 = 0$, $CA: x + 5y - 7 = 0$. Написать уравнение медианы и высоты, проведенной из вершины A .
4. Построить плоскости:
а) $2x - 2y + z - 6 = 0$, б) $2x - y + 2z = 0$,
в) $2x - 3z + 12 = 0$, г) $2y + z = 0$.
5. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M_1(1,2,3)$ и перпендикулярной к плоскостям $x - y + z - 7 = 0$, $3x + 2y - 12z + 5 = 0$.
6. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $\begin{cases} x - y + 3z + 1 = 0 \\ 2x - z + 2 = 0 \end{cases}$ и точку $M(1,1,0)$.
7. Написать уравнения плоскостей, делящих пополам двугранные углы между плоскостями $3x - y + 7z - 4 = 0$ и $5x + 3y - 5z + 2 = 0$.
8. При каких значениях A и D прямая $\begin{cases} x = 4t + 3 \\ y = -4t + 1 \\ z = t - 3 \end{cases}$ лежит в плоскости $Ax + 2y - 4z + D = 0$?
9. Определить точки пересечения эллипса $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{225} = 1$ и параболы $y^2 = 24x$. Построить эллипс и параболу.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить эти линии:
а) $x^2 + y^2 + 8x - 4y - 5 = 0$, б) $9x^2 + 4y^2 + 18x - 27 = 0$,
в) $4x^2 - 3y^2 + 24x + 24 = 0$, г) $y^2 + 5x - 4y + 24 = 0$.
11. Изобразить линии:
а) $y = \frac{2}{5}\sqrt{25 - x^2}$, б) $x = -\sqrt{5y}$,
в) $x = -3 + \sqrt{y^2 - 2y + 10}$, г) $\rho = 3 \cos \varphi$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
а) $x^2 + y^2 = a^2$, $y + z = a$, $y - z = -a$, $z = b$ ($b > a$).
б) $x + y + z = 8$, $x = 2$, $y = 4$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

ВАРИАНТ 25

1. Даны вершины треугольника $A(-4,-5)$, $B(4,1)$, $C(-\frac{1}{2},7)$. Составить уравнение высоты, проведенной из вершины C , медианы, проведенной из вершины A .
2. Даны точки $A(-4,0)$ и $B(0,6)$. Через середину отрезка AB провести прямую, отсекающую на оси Ox отрезок, вдвое больший, чем на оси Oy .
3. Даны две смежные вершины параллелограмма $ABCD$: $A(-5,3)$, $B(1,7)$ и точка $K(0,3)$ - пересечение его диагоналей. Составить уравнения сторон BC и DC и найти угол между диагоналями.
4. Построить плоскости:
 - а) $x - 2y + 3z + 12 = 0$,
 - б) $2x + y + 4z = 0$,
 - в) $2y - z + 4 = 0$,
 - г) $6x + y = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через линию пересечения плоскостей $3x + y + z - 4 = 0$, $x + 3z - 5 = 0$ и отсекающей на осях Ox и Oy равные отрезки.
6. Найти проекцию начала координат на прямую $\frac{x-5}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+3}{-2}$.
7. Доказать, что прямые $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-4} = \frac{z+2}{-5}$ и $\begin{cases} 3x - y + 2z = 0 \\ x + 3y - 2z = 0 \end{cases}$ параллельны и найти расстояние между ними.
8. Найти угол между прямыми $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1}$ и $\begin{cases} x + y - z = 0 \\ x - y - 5z - 8 = 0 \end{cases}$.
9. При каких значениях k прямая $y = kx$ 1) пересекает окружность $x^2 + y^2 - 10x + 16 = 0$ 2) касается этой окружности; 3) проходит вне этой окружности. Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить эти линии:
 - а) $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 19 = 0$,
 - б) $x^2 + 4y^2 - 4x - 8y + 4 = 0$,
 - в) $x^2 - 4y^2 - 24y - 40 = 0$,
 - г) $y^2 - 4x + 2y - 3 = 0$.
11. Изобразить линии:
 - а) $y = -\sqrt{8-x^2}$,
 - б) $y = -\sqrt{10x}$,
 - в) $y = 1 - \sqrt{x^2 + 6x}$,
 - г) $\rho = \frac{144}{13 + 5 \cos \varphi}$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - а) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$, $y = c$, $y = -c$, $z = 0$, $x = 0$.
 - б) $x^2 + y^2 = 2x$, $x^2 + y^2 = 2y$, $z = 0$, $z = x + 2y$.