

Домашнее задание по теме: «Уравнения порядка n , допускающие понижение порядка»

1) $y'' \sin^4 x = \sin 2x$.

Ответ: $y = \operatorname{ctg} x + C_1 x + C_2$.

2) $x^3 y'' + x^2 y' = 1$.

Ответ: $y = C_1 \ln|x| + \frac{1}{x} + C_2$.

3) $y'' - xy''' + (y'')^2 = 0$.

Ответ: $y = -\frac{x^2}{2} - C_1[(x - C_1) \cdot \ln|x - C_1| - x] + C_2 x + C_3$.

4) $2yy'' + (y')^2 + (y')^4 = 0$.

Ответ: $y = \frac{1}{C_1} \left(1 + \sqrt[3]{(C_1)^2 \cdot \left(C_2 \pm \frac{3}{2} x \right)^2} \right)$,
 $y = 0$.

5) $yy'' - (y')^2 = y^2 \ln y$.

Ответ: $\ln y + \sqrt{C_1 + \ln^2 y} = C_2 \cdot e^{\pm x}$,
 $y = 1$.

6) $y' \cdot (1 + (y')^2) = y''$.

Ответ: $\sin(y + C_1) = C_2 \cdot e^x$.

7) $y'' = \sqrt{1 + y'}$.

Ответ: $y = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} x + C_1 \right)^3 - x + C_2$,
 $y = -x + C$.

8) $x^2 yy'' - (y - xy')^2 = 0$.

Ответ: $y = C_2 \cdot x \cdot e^{-\frac{C_1}{x}}$.

9) $yy'' - (y')^2 = \frac{yy'}{\sqrt{1 + x^2}}$.

Ответ: $y = C_2 \cdot \left| x + \sqrt{1 + x^2} \right|^{C_1} \cdot e^{C_1(x^2 + x\sqrt{1+x^2})}$.

10) $x - \sin y'' + 2y'' = 0$.

Ответ: $\begin{cases} x = \sin t - 2t, \\ y = -\frac{t}{4} \cos 2t + \frac{3}{8} \sin 2t + (C_1 - 2 - t^2) \sin t + \left(\frac{1}{2} - 2C_1 \right) t + \frac{2}{3} t^3 + C_2. \end{cases}$