Домашнее задание по теме: «Однородные уравнения и приводящиеся к ним»

1)
$$y' + \frac{x+y}{x+2y} = 0$$
.

Othet:
$$1 + 2\frac{y}{x} + 2\frac{y^2}{x^2} = \frac{C}{x^2}$$
, $C \neq 0$ $\Rightarrow x^2 + 2xy + 2y^2 = C$, $C \neq 0$.

$$2) xy' = y - xe^{\frac{y}{x}}.$$

Ответ:
$$e^{-y/x} = \ln |x| + C$$
 \Rightarrow $y = -x \cdot \ln(C + \ln |x|)$.

3)
$$(xy^2 + x)dx + (x^2y - y)dy = 0$$
. **OTBET**: $y = \pm \sqrt{\frac{C}{x^2 - 1}} - 1$

Ответ:
$$y = \pm \sqrt{\frac{C}{x^2 - 1} - 1}$$

$$4) \left(y + \sqrt{xy} \right) dx = x dy .$$

Other:
$$2\sqrt{\frac{y}{x}} = \operatorname{sgn} x \cdot \ln|x| + C$$
,
 $\Rightarrow y = x(0.5 \cdot \operatorname{sgn} x \cdot \ln|x| + C)^2$, $x = 0$, $y = 0$.

$$5) \ \sqrt{y^2 + 1} dx - xy dy = 0.$$

Ответ:
$$\sqrt{y^2 + 1} = \ln|x| + C \implies y = \pm \sqrt{(\ln|x| + C)^2 - 1}, x = 0.$$

6)
$$xy'(\ln y - \ln x + 4) = y \left(\ln \frac{y}{x} + 5\right)$$
.

Other:
$$\left[\ln \left(\frac{y}{x} \right) + 4 \right]^2 = C + 2 \ln |x| \implies y = x \cdot e^{\pm \sqrt{C + \ln(x^2)} - 4}.$$

7)
$$(x+y-2)dx + (x-y+4)dy = 0$$
.

Ответ:
$$x^2 + 2xy - y^2 - 4x + 8y = C$$
.

8)
$$(x + y + 1)dx + (2x + 2y - 1)dy = 0$$
.

Ответ:
$$x + 2y + 3\ln|x + y - 2| = C$$
, $y = 2 - x$.

9) Найти кривую, для которой произведение абсциссы любой точки на отрезок, отсекаемый нормалью в этой точке на оси Ox, равно удвоенному квадрату расстояния этой точки от начала координат.

Other:
$$1 + \frac{y^2}{x^2} = Cx^2$$
, $C > 0 \implies y = \pm \sqrt{Cx^4 - x^2}$, $C > 0$.