

Вариант 1.

1. Найти  $\frac{d}{dx} \int_{\sqrt{x}}^{x^2} e^{t^2} dt$ .

2. Найти точки экстремума функции  $f(x) = \int_0^x (t-1)(t-2)e^{-t^2} dt$ .

3. Вычислить определенные интегралы.

a)  $\int_{-2}^0 (x^2 + 5x + 6) \cos 2x dx$ .

b)  $\int_{e+1}^{e^2+1} \frac{1 + \ln(x-1)}{x-1} dx$ .

c)  $\int_{\pi/2}^{2 \operatorname{arctg} 2} \frac{dx}{\sin^2 x (1 - \cos x)}$ .

d)  $\int_{\pi/4}^{\operatorname{arctg} 3} \frac{dx}{(3 \operatorname{tg} x + 5) \sin 2x}$ .

e)  $\int_{\pi/2}^{\pi} 2^8 \sin^8 x dx$ .

f)  $\int_0^1 \frac{4\sqrt{1-x} - \sqrt{3x+1}}{(\sqrt{3x+1} + 4\sqrt{1-x})(3x+1)^2} dx$ .

g)  $\int_0^{16} \sqrt{256 - x^2} dx$ .

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a)  $y = (x-2)^3$ ,  
 $y = 4x - 8$ .

b)  $\begin{cases} x = 4\sqrt{2} \cos^3 t, \\ y = 2\sqrt{2} \sin^3 t, \\ x = 2 \quad (x \geq 2). \end{cases}$

c)  $r = 4 \cos 3\varphi$ ,  $r = 2 \quad (r \geq 2)$ .

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

a)  $y = \ln x$ ,  $\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{15}$ .

b)  $\begin{cases} x = 5(t - \sin t), \\ y = 5(1 - \cos t), \\ 0 \leq t \leq \pi. \end{cases}$

c)  $\rho = 3e^{3\varphi/4}$ ,  $-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2$ .

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций  $y = -x^2 + 5x - 6$ ,  $y = 0$ .

a) вокруг  $Ox$ ;      b) вокруг  $Oy$ .

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a)  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2(1+x)(x+2)}$ ;    b)  $\int_{-3}^1 \frac{dx}{x^2(1+x)(x+2)}$ ;    c)  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^6 + 1}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции  $y = x - 2$  на интервале от  $[-1; 1]$  используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.

Вариант 2.

1. Найти  $\frac{d}{dx} \left( \int_{1/x^2}^{\ln x} \operatorname{tg}(t^3 + 1) dt \right)$

2. Найти точки экстремума функции  $f(x) = \int_0^{x^2} t^2(1+t)(t+2) dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a)  $\int_{-2}^0 (x^2 - 4) \cos 3x dx.$

b)  $\int_0^1 \frac{(x^2 + 1) dx}{(x^3 + 3x + 1)^2}.$

c)  $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{2 + \cos x}.$

d)  $\int_{\arccos(4/\sqrt{17})}^{\pi/4} \frac{2 \operatorname{ctg} x + 1}{(2 \sin x + \cos x)^2} dx.$

e)  $\int_0^{\pi} 2^4 \sin^6 x \cos^2 x dx.$

f)  $\int_1^{64} \frac{1 - \sqrt[6]{x} + 2\sqrt[3]{x}}{x + 2\sqrt{x^3} + \sqrt[3]{x^4}} dx.$

g)  $\int_0^1 x^2 \sqrt{1 - x^2} dx.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a)  $y = x\sqrt{9 - x^2}, \quad y = 0,$   
 $(0 \leq x \leq 3).$

b)  $\begin{cases} x = \sqrt{2} \cos t, \\ y = 2\sqrt{2} \sin t, \\ y = 2 \quad (y \geq 2). \end{cases}$

c)  $r = \cos 2\varphi, \quad r = 1/2, \quad r < 1/2$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

a)  $y = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln x}{2}, \quad 1 \leq x \leq 2.$

b)  $\begin{cases} x = 3(2 \cos t - \cos 2t), \\ y = 3(2 \sin t - \sin 2t), \\ 0 \leq t \leq 2\pi. \end{cases}$

c)  $\rho = 2e^{4\varphi/3}, \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций  $2x - x^2 - y = 0, \quad 2x^2 - 4x + y = 0.$

a) вокруг  $Ox$ ;      b) вокруг  $Oy$ .

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a)  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(1+x)(x+2)};$       b)  $\int_{-3}^1 \ln|x| dx;$       c)  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\ln|x| dx}{x+1}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции  $y = 2x + 1$  на интервале от  $[-2; 1]$  используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.

Вариант 3.

1. Найти  $\frac{d}{dx} \left( \frac{\int \cos(t^3 + 1) dt}{(x+1)^2} \right)$

2. Найти точки экстремума функции  $f(x) = \int_0^{x^2} \frac{(1+t)(t+2)}{t^2} dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a)  $\int_{-1}^0 (x^2 + 4x + 3) \cos x dx.$

b)  $\int_0^1 \frac{4 \operatorname{arctg} x - x}{1 + x^2} dx.$

c)  $\int_{\pi/2}^{2 \operatorname{arctg} 2} \frac{dx}{\sin^2 x (1 + \cos x)}.$

d)  $\int_0^{\arccos(1/\sqrt{17})} \frac{3 + 2 \operatorname{tg} x}{2 \sin^2 x + 3 \cos^2 x - 1} dx.$

e)  $\int_0^{2\pi} \sin^4 x \cos^4 x dx.$

f)  $\int_{-14/15}^{-7/8} \frac{6\sqrt{x+2}}{(x+2)^2 \sqrt{x+1}} dx.$

g)  $\int_0^5 \frac{dx}{(25 + x^2) \sqrt{25 + x^2}}.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a)  $y = 4 - x^2,$     b)  $\begin{cases} x = 4(t - \sin t), \\ y = 4(1 - \cos t), \end{cases}$     c)  $r = \sqrt{3} \cos \varphi, \quad r = \sin \varphi,$   
 $y = x^2 - 2x.$      $y = 4 \quad (0 < x < 8\pi, y \geq 4).$      $(0 \leq \varphi \leq \pi/2).$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

a)  $y = \sqrt{1 - x^2} + \arcsin x, \quad 0 \leq x \leq 7/9.$     b)  $\begin{cases} x = 4(\cos t + t \sin t), \\ y = 4(\sin t - t \cos t), \end{cases}$   
 $0 \leq t \leq 2\pi.$

c)  $\rho = \sqrt{2} e^\varphi, \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками

функций  $y = 3 \sin x, y = \sin x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

a) вокруг  $Ox$ :    b) вокруг  $Oy$ :

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a)  $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^2)(x+1)}$ ;    b)  $\int_{-3}^1 x \ln|x| dx$ ;    c)  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^3 + 1}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции  $y = -x - 1$  на интервале от  $[0;5]$  используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.

Вариант 4.

1. Найти  $\frac{d}{dx} \left( \int_{e^{2x}}^x \ln(t^3 + t^2 + 1) dt \right)$

2. Найти точки экстремума функции  $f(x) = \int_0^{x^2} \frac{(1-t)(t-2)}{\sqrt[3]{t}} dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a)  $\int_{-2}^0 (x+2)^2 \cos 3x dx.$

b)  $\int_0^2 \frac{x^3 dx}{x^2 + 4}.$

c)  $\int_{2 \arctg(1/2)}^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{(1 - \cos x)^3}.$

d)  $\int_{\pi/4}^{\arctg 3} \frac{4 \operatorname{tg} x - 5}{1 - \sin 2x + 4 \cos^2 x} dx.$

e)  $\int_0^{2\pi} \sin^2(x/4) \cos^6(x/4) dx.$

f)  $\int_6^9 \sqrt{\frac{9-2x}{2x-21}} dx.$

g)  $\int_0^3 \frac{dx}{(9+x^2)^{3/2}}.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a)  $y = \sin x \cos^2 x, \quad y = 0, \quad (0 \leq x \leq \pi/2).$

b)  $\begin{cases} x = 16 \cos^3 t, \\ y = 2 \sin^3 t, \end{cases}$

c)  $r = 4 \sin 3\varphi, \quad r = 2 \quad (r \geq 2),$   
 $x = 2 \quad (x \geq 2).$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

a)  $y = \ln \frac{5}{2x}, \quad \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{8}.$

b)  $\begin{cases} x = (t^2 - 2) \sin t + 2t \cos t, \\ y = (2 - t^2) \cos t + 2t \sin t, \end{cases}$   
 $0 \leq t \leq \pi.$

c)  $\rho = 5e^{5\varphi/12}, \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций  $y = 5 \cos x, \quad y = \cos x, \quad x = 0, \quad x \geq 0.$

a) вокруг  $Ox$ ;      b) вокруг  $Oy$ .

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a)  $\int_0^{+\infty} \frac{x dx}{(1+x)(3+x)};$

b)  $\int_{-3}^{\infty} \ln |x| dx;$

c)  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x(x+1)(x-1)}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции  $y = -3x$  на интервале от  $[-5; 5]$  используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.

Вариант 5.

1. Найти  $\frac{d}{dx} \left( \frac{\int_{e^x}^{\ln x} \sin(t^2 + 1) dt}{e^x} \right)$

2. Найти точки экстремума функции  $f(x) = \int_0^{x^2} \frac{(1-t)(t-2)}{\sqrt[3]{t+1}} dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a)  $\int_{-4}^0 (x^2 + 7x + 12) \cos x dx.$

b)  $\int_{\pi}^{2\pi} \frac{x + \cos x}{x^2 + 2 \sin x} dx.$

c)  $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x - \sin x}{(1 + \sin x)^2} dx.$

d)  $\int_0^{\operatorname{arctg}(1/3)} \frac{(8 + \operatorname{tg} x)}{18 \sin^2 x + 2 \cos^2 x} dx.$

e)  $\int_0^{\pi} 2^4 \cos^8(x/2) dx.$

f)  $\int_0^5 e^{\sqrt{\frac{5-x}{5+x}}} \frac{dx}{(5+x)\sqrt{25-x^2}}.$

g)  $\int_0^{\sqrt{5}/2} \frac{dx}{\sqrt{(5-x^2)^3}}.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a)  $y = \sqrt{4-x^2}, \quad y = 0,$   
 $x = 0, \quad x = 1.$

b)  $\begin{cases} x = 2 \cos t, \\ y = 6 \sin t, \\ y = 3 \quad (y \geq 3). \end{cases}$

c)  $r = 2 \cos \varphi, \quad r = 2\sqrt{3} \sin \varphi,$   
 $(0 \leq \varphi \leq \pi/2).$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями :

a)  $y = -\ln \cos x, \quad 0 \leq x \leq \pi/6.$

b)  $\begin{cases} x = 10 \cos^3 t, \\ y = 10 \sin^3 t, \\ 0 \leq t \leq \pi/2. \end{cases}$

c)  $\rho = 6e^{12\varphi/5}, \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций  $y = \sin^2 x, \quad x = \pi/2, \quad y = 0.$

a) вокруг  $Ox$ ;      b) вокруг  $Oy$ .

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a)  $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{(x-1)\sqrt{2-x}}$ ;

b)  $\int_{-\pi}^{\pi} \operatorname{tg} x dx$ ;

c)  $\int_{-1}^{\infty} \frac{dx}{x^5 + 2}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции  $y = x - 3$  на интервале от  $[-5; 5]$  используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.

Вариант 6.

1. Найти  $\frac{d}{dx} \left( \int_{1/x}^{\ln x} \cos(e^{t^2}) dt \right)$

2. Найти точки экстремума функции  $f(x) = \int_x^0 \frac{t(t+2)}{\sqrt[3]{(t+1)^2}} dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a)  $\int_0^{\pi} (2x^2 + 4x + 7) \cos 2x dx.$

b)  $\int_0^{\pi/4} \frac{2 \cos x + 3 \sin x}{(2 \sin x - 3 \cos x)^3} dx.$

c)  $\int_{2 \operatorname{arctg} 2}^{2 \operatorname{arctg} 3} \frac{dx}{\cos x (1 - \cos x)}.$

d)  $\int_0^{\arccos \sqrt{2/3}} \frac{\operatorname{tg} x + 2}{\sin^2 x + 2 \cos^2 x - 3} dx.$

e)  $\int_{-\pi/2}^0 2^8 \sin^8 x dx.$

f)  $\int_8^{12} \sqrt{\frac{6-x}{x-14}} dx.$

g)  $\int_1^2 \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x^4} dx.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a)  $y = x^2 \sqrt{4 - x^2}, \quad y = 0,$   
 $(0 \leq x \leq 2).$

b)  $\begin{cases} x = 2(t - \sin t), \\ y = 2(1 - \cos t), \end{cases}$

c)  $r = \sin 3\varphi.$

$y = 3 \quad (0 < x < 4\pi, \quad y \geq 3).$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

a)  $y = e^x + 6, \quad \ln \sqrt{8} \leq x \leq \ln \sqrt{15}.$

b)  $\begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ y = e^t (\cos t - \sin t), \end{cases}$

$0 \leq t \leq \pi.$

c)  $\rho = 3e^{3\varphi/4}, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/3.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций.

a) вокруг  $Ox: x = \sqrt[3]{y-2}, \quad x = 1, \quad y = 1.$

b) вокруг  $Oy: y = x^2 + 2x, \quad y = 0$

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a)  $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-1} \sqrt{2-x}};$

b)  $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{dx}{(x-1)(x+1)x};$

c)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{x^8+2}}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции  $y = 2x + 3$  на интервале от  $[-10; 10]$  используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.

Вариант 7.

1. Найти  $\frac{d}{dx} \left( \int_{\sin x}^{\cos x} \sqrt{e^{t^2} + 1} dt \right)$

2. Найти точки экстремума функции  $f(x) = \int_{x^2}^0 \frac{t+2}{\sqrt[3]{(t+1)}} dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a)  $\int_0^{\pi} (9x^2 + 9x + 11) \cos 3x dx.$

b)  $\int_0^{1/2} \frac{8x - \operatorname{arctg} 2x}{1 + 4x^2} dx.$

c)  $\int_{2 \operatorname{arctg}(1/3)}^{2 \operatorname{arctg}(1/2)} \frac{dx}{\sin x (1 - \sin x)}.$

d)  $\int_{\operatorname{arcsin}(1/\sqrt{37})}^{\pi/4} \frac{6 \operatorname{tg} x dx}{3 \sin 2x + 5 \cos^2 x}.$

e)  $\int_{\pi/2}^{\pi} 2^4 \sin^6 x \cos^2 x dx.$

f)  $\int_0^1 e^{\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}} \frac{dx}{(1+x)\sqrt{1-x^2}}.$

g)  $\int_0^{\sqrt{2}/2} \frac{x^4 dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}}.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a)  $y = \cos x \sin^2 x, \quad y = 0,$   
 $(0 \leq x \leq \pi/2).$

b)  $\begin{cases} x = 16 \cos^3 t, \\ y = \sin^3 t, \end{cases}$   
 $x = 6\sqrt{3} \quad (x \geq 6\sqrt{3}).$

c)  $r = 6 \sin 3\varphi, \quad r = 3 \quad (r \geq 3).$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

a)  $y = 2 + \operatorname{arcsin} \sqrt{x} + \sqrt{x-x^2}, \quad 1/4 \leq x \leq 1.$

b)  $\begin{cases} x = 3(t - \sin t), \\ y = 3(1 - \cos t), \end{cases}$   
 $\pi \leq t \leq 2\pi.$

c)  $\rho = 4e^{4\varphi/3}, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/3.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций.

a) вокруг  $Ox$ :  $y = x e^x, \quad y = 0, \quad x = 1.$  b) вокруг  $Oy$ :  $y^2 + x^2 = 1, \quad y = 0, \quad x = 0$

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a)  $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2} \sqrt{2-x}};$  b)  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x \cdot \sqrt[3]{x-1} \sqrt{x+1}};$  c)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\sqrt[5]{x^{10} + 2}}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции  $y = x + 3$  на интервале от  $[-2; 1]$  используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.

Вариант 8.

1. Найти  $\frac{d}{dx} \left( \int_{x+1}^{\ln x} \sqrt{t^3 + 1} dt \right)$

2. Найти точки экстремума функции  $f(x) = \int_x^0 \frac{t(t+2)}{\sqrt[3]{t+1}} dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a)  $\int_0^{\pi} (8x^2 + 16x + 17) \cos 4x dx.$

b)  $\int_1^4 \frac{1/(2\sqrt{x}) + 1}{(\sqrt{x} + x)^2} dx.$

c)  $\int_{2 \operatorname{arctg}(1/2)}^{\pi/2} \frac{dx}{(1 + \sin x - \cos x)^2}.$

d)  $\int_0^{\pi/4} \frac{2 \operatorname{tg}^2 x - 11 \operatorname{tg} x - 22}{4 - \operatorname{tg} x} dx.$

e)  $\int_0^{\pi} 2^4 \sin^4 x \cos^4 x dx.$

f)  $\int_{5/2}^{10/3} \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2}}{(\sqrt{x+2} - \sqrt{x-2})(x-2)^2} dx.$

g)  $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{(4-x^2)^3}}.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a)  $y = \sqrt{e^x - 1}, \quad y = 0,$   
 $x = \ln 2.$

b)  $\begin{cases} x = 6 \cos t, \\ y = 2 \sin t, \end{cases}$

c)  $r = \cos 3\varphi.$   
 $y = \sqrt{3} \quad (y \geq \sqrt{3}).$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

a)  $y = \ln(x^2 - 1), \quad 2 \leq x \leq 3.$

b)  $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \cos t - \frac{1}{4} \cos 2t, \\ y = \frac{1}{2} \sin t - \frac{1}{4} \sin 2t, \end{cases}$

c)  $\rho = \sqrt{2} e^\varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/3.$   
 $\pi/2 \leq t \leq 2\pi/3.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций  $y = 2x - x^2, \quad y = -x + 2, \quad x = 0.$

a) вокруг  $Ox$ ;      b) вокруг  $Oy$

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a)  $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2} \sqrt[3]{2-x}};$

b)  $\int_{-1}^1 \frac{x dx}{\sqrt{1-x} \sqrt{x+1}};$

c)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^4 + 2}}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции  $y = -x + 3$  на интервале от  $[-2; -1]$  используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.



Вариант 9.

1. Найти  $\frac{d}{dx} \left( \int_{x^2}^{1/x} \ln(t^3 + 1) dt \right)$

2. Найти точки экстремума функции  $f(x) = \int_{x^2+1}^0 \frac{(t-2)}{\sqrt[3]{(t-1)}} dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a)  $\int_0^{2\pi} (3x^2 + 5) \cos 2x dx.$

b)  $\int_0^1 \frac{x dx}{x^4 + 1}.$

c)  $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{5 + 4 \cos x}.$

d)  $\int_{-\arctg(1/3)}^0 \frac{3 \operatorname{tg} x + 1}{2 \sin 2x - 5 \cos 2x + 1} dx.$

e)  $\int_0^{2\pi} \sin^2 x \cos^6 x dx.$

f)  $\int_1^8 \frac{5\sqrt{x+24}}{(x+24)^2 \sqrt{x}} dx.$

g)  $\int_0^1 \frac{x^4 dx}{(2-x^2)^{3/2}}.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a)  $y = \frac{1}{x\sqrt{1+\ln x}}, y = 0, x = 1, x = e^3.$     b)  $\begin{cases} x = 3(t - \sin t), \\ y = 3(1 - \cos t), \end{cases}$     c)  $r = \cos \varphi, r = \sqrt{2} \sin(\varphi - \pi/4), y = 3 \quad (0 < x < 6\pi, y \geq 3). \quad (-\pi/4 \leq \varphi \leq \pi/2).$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями:

a)  $y = \sqrt{1-x^2} + \arccos x, \quad 0 \leq x \leq 8/9.$     b)  $\begin{cases} x = 3(\cos t + t \sin t), \\ y = 3(\sin t - t \cos t), \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi/3.$

c)  $\rho = 5e^{5\varphi/12}, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/3.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций  $y = 2x - x^2, y = -x + 2.$

a) вокруг  $Ox$ ;    b) вокруг  $Oy$ .

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a)  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-2)^2} \sqrt{x-3}};$     b)  $\int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt[4]{1-x} \sqrt{x+1}};$     c)  $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{\sqrt[3]{32-x^5}}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции  $y = -x - 1$  на интервале от  $[-2; 0]$  используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.

Вариант 10.

1. Найти  $\frac{d}{dx} \left( \int_{e^x}^{x^2} \frac{(t^3 + 1)}{\sin t^2} dt \right)$

2. Найти точки экстремума функции  $f(x) = \int_{x+1}^0 \frac{(t-2)(t-1)}{t} dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a)  $\int_0^{2\pi} (2x^2 - 15) \cos 3x dx.$

b)  $\int \frac{x + 1/x}{\sqrt{3} \sqrt{x^2 + 1}} dx.$

c)  $\int_0^{2\pi/3} \frac{1 + \sin x}{1 + \cos x + \sin x} dx.$

d)  $\int_{\pi/4}^{\text{arctg}^3} \frac{1 + \text{ctg} x}{(\sin x + 2 \cos x)^2} dx.$

e)  $\int_0^{2\pi} \cos^8(x/4) dx.$

f)  $\int_1^2 \frac{x + \sqrt{3x-2} - 10}{\sqrt{3x-2} + 7} dx.$

g)  $\int_0^2 \frac{x^2 dx}{\sqrt{16-x^2}}.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a)  $y = \arccos x, \quad y = 0, \quad x = 0.$     b)  $\begin{cases} x = 8\sqrt{2} \cos^3 t, & r = \sin \varphi, \\ y = \sqrt{2} \sin^3 t, & \end{cases}$     c)  $r = \sqrt{2} \cos(\varphi - \pi/4),$   
 $x = 4 \quad (x \geq 4). \quad (0 \leq \varphi \leq 3\pi/4).$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

a)  $y = \ln(1-x^2), \quad 0 \leq x \leq 1/4.$     b)  $\begin{cases} x = (t^2 - 2) \sin t + 2t \cos t, \\ y = (2 - t^2) \cos t + 2t \sin t, \end{cases}$   
 $0 \leq t \leq \pi/3.$

c)  $\rho = 12e^{12\varphi/5}, \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/3.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций  $y = e^{1-x}, \quad y = 0, \quad x = 0, \quad x = 1.$

a) вокруг  $Ox$ ;    b) вокруг  $Oy$ .

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a)  $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2} \sqrt[4]{(2-x)^3}};$     b)  $\int_{-1}^1 \frac{x dx}{\sqrt[5]{x-1} \sqrt{(x+1)^3}};$     c)  $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{\sqrt{x^4 + 2}}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции  $y = -5x$  на интервале от  $[-5; 0]$  используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.

Вариант 11.

1. Найти  $\frac{d}{dx} \left( \int_{e^{x+x^2}}^{\sin x^2} \frac{(t^3 + 1)}{t^2} dt \right)$

2. Найти точки экстремума функции  $f(x) = \int_0^{x+1} \frac{(t-2)(t-1)}{t} dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a)  $\int_0^{2\pi} (3 - 7x^2) \cos 2x dx.$

b)  $\int \frac{x - 1/x}{\sqrt{x^2 + 1}} dx.$

c)  $\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{1 + \sin x - \cos x}.$

d)  $\int_{\pi/4}^{\arccos(1/\sqrt{3})} \frac{\operatorname{tg} x}{\sin^2 x - 5 \cos^2 x + 4} dx.$

e)  $\int_0^{\pi} 2^4 \sin^8(x/2) dx.$

f)  $\int_6^{10} \sqrt{\frac{4-x}{x-12}} dx.$

g)  $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a)  $y = (x+1)^2, \quad y^2 = x+1.$     b)  $\begin{cases} x = 2\sqrt{2} \cos t, \\ y = 3\sqrt{2} \sin t, \end{cases}$     c)  $r = 6 \cos 3\varphi, \quad r = 3 \quad (r \geq 3).$   
 $y = 3 \quad (y \geq 3).$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

a)  $y = 2 + \operatorname{ch} x, \quad 0 \leq x \leq 1.$     b)  $\begin{cases} x = 6 \cos^3 t, \\ y = 6 \sin^3 t, \end{cases}$   
 $0 \leq t \leq \pi/3.$

c)  $\rho = 1 - \sin \varphi, \quad -\pi/2 \leq \varphi \leq -\pi/6.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций  $y = x^2, \quad y^2 - x = 0.$

a) вокруг  $Ox$ ;    b) вокруг  $Oy$ .

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a)  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{(x+1)^2} \sqrt[4]{(x+2)^3}};$     b)  $\int_{-1}^1 \frac{x dx}{\sqrt[5]{(x-1)^4} \sqrt{x+1}};$     c)  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^5 + 32}}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции  $y = -x - 4$  на интервале от  $[-4; 0]$  используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.

Вариант 12.

1. Найти  $\frac{d}{dx} \left( \int_{x+x^2}^{\cos x^2} sh(t+1) dt \right)$

2. Найти точки экстремума функции  $f(x) = \int_0^{x^2-1} t(t+2) dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a)  $\int_0^{2\pi} (1-8x^2) \cos 4x dx.$

b)  $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{\operatorname{arctg} x + x}{1+x^2} dx.$

c)  $\int_0^{\pi/2} \frac{(1+\cos x) dx}{1+\sin x + \cos x}.$

d)  $\int_0^{\pi/4} \frac{6 \sin^2 x}{3 \cos 2x - 4} dx.$

e)  $\int_{-\pi}^0 2^8 \sin^6 x \cos^2 x dx.$

f)  $\int_0^2 \frac{(4\sqrt{2-x} - \sqrt{2x+2}) dx}{(\sqrt{2x+2} + 4\sqrt{2-x})(2x+2)^2}.$

g)  $\int_0^4 \frac{dx}{(16+x^2)^{3/2}}.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a)  $y = 2x - x^2 + 3,$  b)  $\begin{cases} x = 6(t - \sin t), \\ y = 6(1 - \cos t), \end{cases}$  c)  $r = 1/2 + \sin \varphi.$   
 $y = x^2 - 4x + 3.$   $y = 9 \quad (0 < x < 12\pi, y \geq 9).$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

a)  $y = 1 - \ln \cos x, \quad 0 \leq x \leq \pi/6.$  b)  $\begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ y = e^t (\cos t - \sin t), \end{cases}$   
 $\pi/2 \leq t \leq \pi.$

c)  $\rho = 2(1 - \cos \varphi), \quad -\pi \leq \varphi \leq -\pi/2.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций  $x^2 + (y-2)^2 = 1.$

a) вокруг  $Ox$ ; b) вокруг  $Oy$ .

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a)  $\int_0^{\infty} \frac{x dx}{\sqrt[3]{(x+1)^2} \sqrt[4]{(x+2)^3}};$  b)  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x \cdot \sqrt[5]{(x-1)^4} \sqrt{x+1}};$  c)  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^3+8}}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции  $y = x - 4$  на интервале от  $[0; 4]$  используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.

Вариант 13.

1. Найти  $\frac{d}{dx} \left( \int_x^{\ln(x^2+2)} ch(t+1) dt \right)$

2. Найти точки экстремума функции  $f(x) = \int_{x^2-1}^0 t(t+2) dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a)  $\int_{-1}^0 (x^2 + 2x + 1) \sin 3x dx.$

b)  $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x - (\operatorname{arctg} x)^4}{1 + x^2} dx.$

c)  $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin dx}{1 + \sin x + \cos x}.$

d)  $\int_0^{\operatorname{arctg} 3} \frac{4 + \operatorname{tg} x}{2 \sin^2 x + 18 \cos^2 x} dx.$

e)  $\int_{\pi/2}^{2\pi} 2^8 \sin^4 x \cos^4 x dx.$

f)  $\int_{-1/2}^0 \frac{x dx}{2 + \sqrt{2x+1}}.$

g)  $\int_0^4 x^2 \sqrt{16 - x^2} dx.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a)  $y = x\sqrt{36 - x^2}, \quad y = 0, \quad (0 \leq x \leq 6).$

b)  $\begin{cases} x = 32 \cos^3 t, \\ y = \sin^3 t, \end{cases} \quad x = 4 \quad (x \geq 4).$

c)  $\begin{cases} r = \cos \varphi, \\ r = \sin \varphi, \end{cases} \quad (0 \leq \varphi \leq \pi/2).$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

a)  $y = e^x + 13, \quad \ln \sqrt{15} \leq x \leq \ln \sqrt{24}.$

b)  $\begin{cases} x = 2,5(t - \sin t), \\ y = 2,5(1 - \cos t), \end{cases} \quad \pi/2 \leq t \leq \pi.$

c)  $\rho = 3(1 + \sin \varphi), \quad -\pi/6 \leq \varphi \leq 0.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций  $y = 1 - x^2, \quad x = 0, \quad x = \sqrt{y - 2}, \quad x = 1.$

a) вокруг  $Ox$ ;      b) вокруг  $Oy$ .

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a)  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt[5]{x+1} \cdot \sqrt[4]{x+2} \cdot \sqrt[3]{(x+3)^2}};$

b)  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[5]{x-1} \cdot \sqrt{x+1}};$

c)  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt[4]{x^3+x}}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции  $y = 10x - 1$  на интервале от  $[0; 10]$  используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.

Вариант 14.

1. Найти  $\frac{d}{dx} \left( \int_{1/x}^{\ln(x+2)} \operatorname{cth}(t+1) dt \right)$

2. Найти точки экстремума функции  $f(x) = \int_{x-1}^0 t(t+2)(t+1) dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a)  $\int_0^3 (x^2 - 3x) \sin 2x dx.$

b)  $\int_0^1 \frac{x^3}{x^2 + 1} dx.$

c)  $\int_0^{2 \operatorname{arctg}(1/2)} \frac{1 + \sin x}{(1 - \sin x)^2} dx.$

d)  $\int_0^{\operatorname{arctg} 2} \frac{12 + \operatorname{tg} x}{3 \sin^2 x + 12 \cos^2 x} dx.$

e)  $\int_0^{\pi} 2^4 \sin^2 x \cos^6 x dx.$

f)  $\int_0^4 e^{\sqrt{\frac{4-x}{4+x}}} \frac{dx}{(4+x)\sqrt{16-x^2}}.$

g)  $\int_0^{5/2} \frac{x^2 dx}{\sqrt{25-x^2}}.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a)  $x = \arccos y, \quad x = 0, \quad y = 0.$     b)  $\begin{cases} x = 3 \cos t, \\ y = 8 \sin t, \end{cases}$     c)  $\begin{cases} r = \sqrt{2} \cos(\varphi - \pi/4), \\ r = \sqrt{2} \sin(\varphi - \pi/4), \\ y = 4 \quad (y \geq 4). \end{cases} \quad (\pi/4 \leq \varphi \leq 3\pi/4).$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

a)  $y = -\arccos \sqrt{x} + \sqrt{x-x^2}, \quad 0 \leq x \leq 1/4.$     b)  $\begin{cases} x = 3,5(2 \cos t - \cos 2t), \\ y = 3,5(2 \sin t - \sin 2t), \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi/2.$

c)  $\rho = 4(1 - \sin \varphi), \quad 0 \leq \varphi \leq \pi/6.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций  $y = x^2, \quad y = 1, \quad x = 2.$

a) вокруг  $Ox$ ;    b) вокруг  $Oy$ .

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a)  $\int_0^{\infty} \frac{x dx}{\sqrt[5]{x+1} \cdot \sqrt[4]{x+2} \cdot \sqrt[3]{(x+3)^2}};$     b)  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x^4} \cdot \sqrt[5]{x-1} \cdot \sqrt{x+1}};$     c)  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt[4]{x^5+x}}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции  $y = 5x + 1$  на интервале от  $[0; 10]$  используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.

Вариант 15.

1. Найти  $\frac{d}{dx} \left( \int_{\frac{x-1}{x}}^{\ln(x-1)} \frac{t+1}{\sin t} dt \right)$

2. Найти точки экстремума функции  $f(x) = \int_{x^2-1}^0 t(t+1) dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a)  $\int_0^{\pi} (x^2 - 3x + 2) \sin x dx.$

b)  $\int_0^{\sin^{-1} 1} \frac{(\arcsin x)^2 + 1}{\sqrt{1-x^2}} dx.$

c)  $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{1 + \sin x + \cos x}.$

d)  $\int_0^{\operatorname{arctg}(2/3)} \frac{6 + \operatorname{tg} x}{9 \sin^2 x + 4 \cos^2 x} dx.$

e)  $\int_0^{2\pi} \cos^8 x dx.$

f)  $\int_{1/8}^1 \frac{15\sqrt{x+3}}{(x+3)^2 \sqrt{x}} dx.$

g)  $\int_0^5 x^2 \sqrt{25-x^2} dx.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a)  $y = \operatorname{arctg} x, \quad y = 0,$   
 $x = \sqrt{3}.$

b)  $\begin{cases} x = 6(t - \sin t), \\ y = 6(1 - \cos t), \end{cases}$   
 $y = 6 \quad (0 < x < 12\pi, \quad y \geq 6).$

c)  $r = \cos \varphi, \quad r = 2 \cos \varphi.$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

a)  $y = 2 - e^x, \quad \ln \sqrt{3} \leq x \leq \ln \sqrt{8}.$  b)  $\begin{cases} x = 6(\cos t + t \sin t), \\ y = 6(\sin t - t \cos t), \end{cases}$

$0 \leq t \leq \pi.$

c)  $\rho = 5(1 - \cos \varphi), \quad -\pi/3 \leq \varphi \leq 0.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций  $y = x^3, \quad y = \sqrt{x}.$

a) вокруг  $Ox$ ;      b) вокруг  $Oy$ .

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a)  $\int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt[5]{x+1} \cdot \sqrt[3]{(x+3)^2}}$ ; b)  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[5]{(x-1)^6} \cdot \sqrt{x+1}}$ ; c)  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt[4]{x^5 + x^3}}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции  $y = -x + 1$  на интервале от  $[0; 5]$  используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.

Вариант 16.

1. Найти  $\frac{d}{dx} \left( \int_{x \sin x}^{x^2-1} \sin t \cdot \sin t dt \right)$

2. Найти точки экстремума функции  $f(x) = \int_0^{x^3-1} (t-7)(t+1) dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x^2 - 5x + 6) \sin 3x dx.$

b)  $\int_1^3 \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}(x+1)} dx.$

c)  $\int_0^{2 \operatorname{arctg}(1/3)} \frac{\cos x dx}{(1-\sin x)(1+\cos x)}.$

d)  $\int_0^{\operatorname{arcsin} \sqrt{3/7}} \frac{\operatorname{tg}^2 x dx}{3 \sin^2 x + 4 \cos^2 x - 7}.$

e)  $\int_0^{2\pi} \sin^8(x/4) dx.$

f)  $\int_{-5/3}^1 \frac{\sqrt[3]{3x+5} + 2}{1 + \sqrt[3]{3x+5}} dx.$

g)  $\int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a)  $y = x^2 \sqrt{8-x^2}, y = 0, (0 \leq x \leq 2\sqrt{2}).$  b)  $\begin{cases} x = 8 \cos^3 t, \\ y = 4 \sin^3 t, \end{cases}$  c)  $r = \sin \varphi, r = 2 \sin \varphi.$   
 $x = 3\sqrt{3} (x \geq 3\sqrt{3}).$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

a)  $y = \arcsin x - \sqrt{1-x^2}, 0 \leq x \leq 15/16.$  b)  $\begin{cases} x = (t^2 - 2) \sin t + 2t \cos t, \\ y = (2 - t^2) \cos t + 2t \sin t, \end{cases}$   
 $0 \leq t \leq \pi/2.$

c)  $\rho = 6(1 + \sin \varphi), -\pi/2 \leq \varphi \leq 0.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций  $y = \sin(\pi x/2), y = x^2.$

a) вокруг  $Ox$ ; b) вокруг  $Oy$ .

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a)  $\int_1^{\infty} \frac{\sqrt{1+x} dx}{x \cdot \sqrt[3]{x+3}};$  b)  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x \ln(x+1)};$  c)  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^3 + 1}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции  $y = 3x + 3$  на интервале от  $[0; 3]$  используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.



Вариант 17.

1. Найти  $\frac{d}{dx} \left( \frac{e^{x^2}}{\sin x} \int_{\sin x} sht dt \right)$

2. Найти точки экстремума функции  $f(x) = \int_0^{\sin x} t(t+1) dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a)  $\int_{-3}^0 (x^2 + 6x + 9) \sin 2x dx.$

b)  $\int \frac{\sqrt{8} dx}{\sqrt{3} x \sqrt{x^2 + 1}}.$

c)  $\int_{-2\pi/3}^0 \frac{\cos x dx}{1 + \cos x - \sin x}.$

d)  $\int_0^{\pi/4} \frac{7 + 3 \operatorname{tg} x}{(\sin x + 2 \cos x)^2} dx.$

e)  $\int_0^{\pi} 2^4 \sin^6(x/2) \cos^2(x/2) dx.$

f)  $\int_2^3 \sqrt{\frac{3-2x}{2x-7}} dx.$

g)  $\int_0^{4\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{(64-x^2)^3}}.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a)  $x = \sqrt{e^y - 1}, \quad x = 0,$   
 $y = \ln 2.$

b)  $\begin{cases} x = 6 \cos^3 t, \\ y = 4 \sin^3 t, \end{cases}$

c)  $r = 1 + \sqrt{2} \cos \varphi.$   
 $x = 2\sqrt{3} \quad (x \geq 2\sqrt{3}).$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

a)  $y = 1 - \ln \sin x, \quad \pi/3 \leq x \leq \pi/2.$

b)  $\begin{cases} x = 8 \cos^3 t, \\ y = 8 \sin^3 t, \end{cases}$   
 $0 \leq t \leq \pi/6.$

c)  $\rho = 7(1 - \sin \varphi), \quad -\pi/6 \leq \varphi \leq \pi/6.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций  $y = \arccos(x/3), \quad y = \arccos x, \quad y = 0.$

a) вокруг  $Ox$ ;      b) вокруг  $Oy$ .

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a)  $\int_1^{\infty} \operatorname{arctg} x dx$ ;      b)  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{1 - \cos^3 \sqrt{x}}$ ;      c)  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^4 + x^2 + 1}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции  $y = -2x + 3$  на интервале от  $[-2; 3]$  используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.

Вариант 18.

1. Найти  $\frac{d}{dx} \left( \int_{\operatorname{tg} x}^{e^{x+1}} \operatorname{arctg} t \, dt \right)$

2. Найти точки экстремума функции  $f(x) = \int_{x-1}^{x+1} t(t-1)(t+1) \, dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (x^2 + 17,5) \sin 2x \, dx.$

b)  $\int_1^e \frac{1 + \ln x}{x} \, dx.$

c)  $\int_{-\pi/2}^0 \frac{\cos x \, dx}{(1 + \cos x - \sin x)^2}.$

d)  $\int_{\operatorname{arcsin}(2/\sqrt{5})}^{\operatorname{arcsin}(3/\sqrt{10})} \frac{2 \operatorname{tg} x + 5}{(5 - \operatorname{tg} x) \sin 2x} \, dx.$

e)  $\int_{-\pi/2}^0 2^8 \sin^4 x \cos^4 x \, dx.$

f)  $\int_0^7 \frac{\sqrt{x+25}}{(x+25)^2 \sqrt{x+1}} \, dx.$

g)  $\int_{\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^2 - 2}}{x^4} \, dx.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a)  $y = x\sqrt{4-x^2}, \quad y = 0, \quad (0 \leq x \leq 2).$     b)  $\begin{cases} x = 10(t - \sin t), \\ y = 10(1 - \cos t), \end{cases}$     c)  $r = 1/2 + \cos \varphi.$   
 $y = 15 \quad (0 < x < 20\pi, \quad y \geq 15).$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

a)  $y = 1 - \ln(x^2 - 1), \quad 3 \leq x \leq 4.$     b)  $\begin{cases} x = e^t (\cos t + \sin t), \\ y = e^t (\cos t - \sin t), \end{cases}$   
 $0 \leq t \leq 2\pi.$

c)  $\rho = 8(1 - \cos \varphi), \quad -2\pi/3 \leq \varphi \leq 0.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций  $y = \operatorname{arcsin}(x/5), \quad y = \operatorname{arcsin} x, \quad y = \pi/2.$

a) вокруг  $Ox$ ;    b) вокруг  $Oy$ .

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a)  $\int_1^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x} \, dx;$     b)  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\ln(1 + \sqrt[3]{x})};$     c)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^4 + x^2 + 1}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции  $y = -11x + 22$  на интервале от  $[-10; 0]$  используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.

Вариант 19.

1. Найти  $\frac{d}{dx} \left( \int_{\ln x}^{\sin x} t \operatorname{ch} t dt \right)$

2. Найти точки экстремума функции  $f(x) = \int_{x-1}^0 \frac{t(t-1)(t+1)}{t+2} dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1-5x^2) \sin x dx.$

b)  $\int_{\sqrt{2}}^2 \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}.$

c)  $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{(1+\cos x + \sin x)^2}.$

d)  $\int_{-\arccos(1/\sqrt{10})}^0 \frac{3 \operatorname{tg}^2 x - 50}{2 \operatorname{tg} x + 7} dx.$

e)  $\int_{\pi/2}^{\pi} 2^8 \sin^2 x \cos^6 x dx.$

f)  $\int_0^2 \frac{(4\sqrt{2-x} - \sqrt{3x+2}) dx}{(\sqrt{3x+2} + 4\sqrt{2-x})(3x+2)^2}.$

g)  $\int_0^{2\sqrt{2}} \frac{x^4 dx}{(16-x^2)\sqrt{16-x^2}}.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a)  $y = \frac{x}{1+\sqrt{x}}, y = 0, x = 1.$     b)  $\begin{cases} x = 2\sqrt{2} \cos^3 t, \\ y = \sqrt{2} \sin^3 t, \end{cases} x = 1 (x \geq 1).$     c)  $r = 1 + \sqrt{2} \sin \varphi.$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями в прямоугольной системе координат.

a)  $y = \sqrt{x-x^2} - \arccos \sqrt{x} + 5, \quad 1/9 \leq x \leq 1.$     b)  $\begin{cases} x = 4(t - \sin t), \\ y = 4(1 - \cos t), \end{cases} \quad \pi/2 \leq t \leq 2\pi/3.$

c)  $\rho = 2\varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq 3/4.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций  $y = x^2, x = 2, y = 0.$

a) вокруг  $Ox$ ;    b) вокруг  $Oy$ .

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a)  $\int_2^{\infty} \frac{x}{\ln x} dx;$     b)  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{e^{\sqrt[3]{x}} - 1};$     c)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 5x + 6}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции  $y = -x + 7$  на интервале от  $[-2; 2]$  используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.

Вариант 20.

1. Найти  $\frac{d}{dx} \left( \frac{e^x}{(x+1)^2} \int \ln t dt \right)$

2. Найти точки экстремума функции  $f(x) = \int_0^{x-1} \frac{t(t-1)(t+1)}{t+2} dt$

3. Вычислить определенные интегралы.

a)  $\int_{\frac{\pi}{4}}^3 (3x - x^2) \sin 2x dx.$

b)  $\int_1^e \frac{x^2 + \ln x^2}{x} dx.$

c)  $\int_0^{2 \operatorname{arctg}(1/2)} \frac{(1 - \sin x) dx}{\cos x (1 + \cos x)}.$

d)  $\int_0^{\pi/4} \frac{5 \operatorname{tg} x + 2}{2 \sin 2x + 5} dx.$

e)  $\int_0^{\pi} 2^4 \cos^8 x dx.$

f)  $\int_0^2 e^{\sqrt{\frac{2-x}{2+x}}} \frac{dx}{(2+x)\sqrt{4-x^2}}.$

g)  $\int_{-3}^3 x^2 \sqrt{9-x^2} dx.$

4. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

a)  $y = \frac{1}{1 + \cos x}, y = 0, x = \pi/2, x = -\pi/2.$  b)  $\begin{cases} x = \sqrt{2} \cos t, \\ y = 4\sqrt{2} \sin t, \end{cases}$  c)  $r = (5/2) \sin \varphi, r = (3/2) \sin \varphi, y = 4 (y \geq 4).$

5. Вычислить длины дуг кривых, заданных уравнениями :

a)  $y = -\arccos x + \sqrt{1-x^2} + 1, 0 \leq x \leq 9/16.$  b)  $\begin{cases} x = 2(2 \cos t - \cos 2t), \\ y = 2(2 \sin t - \sin 2t), \end{cases} 0 \leq t \leq \pi/3.$

c)  $\rho = 2\varphi, 0 \leq \varphi \leq 4/3.$

6. Вычислить объемы тел, образованных вращением фигур, ограниченных графиками функций  $y = x^2 + 1, y = x, x = 0, y = 0.$

a) вокруг  $Ox$ ; b) вокруг  $Oy$ .

7. Исследовать на сходимость несобственные интегралы:

a)  $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x^2 \ln x};$  b)  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{(1 + \sqrt[3]{x})^5 - 1};$  c)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 - 5x - 6}$

8. Вычислить приближенно определенный интеграл от функции  $y = -x + 3$  на интервале от  $[-1; 1]$  используя интегральную сумму, разбив отрезок интегрирования произвольным удобным образом. Проверить интегрированием.