

ВАРИАНТ 1

1. Найти угловой коэффициент k прямой, проходящей через точки $M_1(1,8)$ и $M_2(-1,4)$; записать уравнение прямой в параметрическом виде.
2. Составить уравнения сторон и медиан треугольника с вершинами $A(3,2)$, $B(5,-2)$, $C(1,0)$.
3. Даны вершины треугольника $A(-10,-13)$, $B(-2,3)$, $C(2,1)$. Вычислить длину перпендикуляра, опущенного из вершины B на медиану, проведенную из вершины C .
4. Построить плоскости:
 - а) $2x + 3y + z - 1 = 0$,
 - б) $2x + y - 4z = 0$,
 - в) $4x - 3y + 6 = 0$,
 - г) $3y + z = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, которая проходит через ось Oy и точку $M(1,4,-3)$.
6. Найти уравнение проекции прямой $\frac{x-1}{9} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z}{-7}$ на плоскость $2x - y - 3z + 6 = 0$.
7. Точка $A(1,-3,0)$ – вершина куба, одна из граней которого лежит на плоскости $3x + 2y - 6z + 17 = 0$. Вычислить объем куба.
8. Установить, что три плоскости $2x - 4y + 5z - 21 = 0$, $x - 3z + 18 = 0$, $6x + y + z - 30 = 0$ имеют общую точку и вычислить ее координаты.
9. Расстояние между директрисами эллипса в 2 раза больше расстояния между его фокусами. Определить эксцентриситет эллипса. Построить эллипс.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.
 - а) $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$,
 - б) $4x^2 + 9y^2 - 18y - 27 = 0$,
 - в) $9x^2 - 4y^2 - 18x - 16y - 43 = 0$,
 - г) $y^2 + 6y - 2x + 3 = 0$.
11. Изобразить линии:
 - а) $y = \sqrt{1-x^2}$,
 - б) $y = -\frac{3}{4}\sqrt{x^2-16}$,
 - в) $x = 3 + \sqrt{-6(y-2)}$,
 - г) $\rho = \frac{18}{4-5\cos\varphi}$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - а) $z - a = -(x^2 + y^2)$, $x^2 + y^2 = z^2$;
 - б) $z = x^2 - y^2$, $z = 0$, $z = 3$.

ВАРИАНТ 2

1. Найти острый угол между прямой $5x - y + 7 = 0$ и прямой, проходящей через точки $M_1(-2,3)$ и $M_2(2,-3)$.
2. Составить уравнения сторон треугольника, зная одну его вершину $C(4,-1)$, уравнение высоты $2x - 3y + 12 = 0$ и медианы $2x + 3y = 0$, проведенных из одной вершины.
3. Найти расстояние между прямыми $5x - 12y - 26 = 0$ и $5x - 12y - 65 = 0$.
4. Построить плоскости:
 - а) $4x - 3y - 6z - 12 = 0$,
 - б) $4x - y - 5z = 0$,
 - в) $2x + 3z - 18 = 0$,
 - г) $5y - z = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M(2,-1,1)$ перпендикулярно двум плоскостям $2x - z + 1 = 0$ и $y = 0$.
6. Проверить, лежат ли прямые $\begin{cases} 2x - 3z + 2 = 0 \\ 2y - z - 6 = 0 \end{cases}$ и $\begin{cases} x - 12y + 49 = 0 \\ 4x - 37z + 148 = 0 \end{cases}$ в одной плоскости?
7. Вычислить расстояние от начала координат до плоскости, проходящей через три точки $M_1(-6,1,-5)$, $M_2(7,-2,-1)$, $M_3(10,-7,1)$.
8. Найти угол между прямыми $\begin{cases} x = -4z + 12 \\ y = -z + 1 \end{cases}$ и $\begin{cases} x = z - 2 \\ y = 0 \end{cases}$.
9. Асимптоты гиперболы имеют уравнения $4y \pm 3x = 0$, а расстояние между фокусами равно 20. Написать ее каноническое уравнение. Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.
 - а) $x^2 + y^2 + 4x + 2y + 6 = 0$,
 - б) $5x^2 + 9y^2 - 30x + 18y + 9 = 0$,
 - в) $5x^2 - 4y^2 + 16y - 36 = 0$,
 - г) $x^2 + 4x - y - 1 = 0$.
11. Изобразить линии:
 - а) $y = \frac{2}{3}\sqrt{9 - x^2}$,
 - б) $y = -\sqrt{9 - x^2}$,
 - в) $y = -4 - \sqrt{5x - 10}$,
 - г) $\rho = 6 \cos \varphi$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - а) $y + z = a$, $-y + z = a$, $x = b$, $x = 0$, $z = 0$;
 - б) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$, $y = \frac{b}{a}x$, $y = 0$, $z = 0$.

ВАРИАНТ 3

1. Записать общее уравнение прямой, проходящей через две точки $M_1(-6,4)$ и $M_2(-2,-1)$. Найти угловой коэффициент этой прямой.
2. Найти точку B , симметричную точке $A(-2,4)$ относительно прямой $3x + y - 8 = 0$.
3. Найти длины высот треугольника, стороны которого имеют уравнения $y - 2 = 0$, $4x - 2y - 24 = 0$, $4x - 11y + 30 = 0$.
4. Построить плоскости:
 - а) $2x + y - 4z + 2 = 0$,
 - б) $2x + 3y + 3z = 0$,
 - в) $2x + y + 2 = 0$,
 - г) $4x - 5z = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через ось Oz и точку $M(1,-2,1)$.
6. Найти проекцию точки $A(1,-3,2)$ на плоскость $6x + 3y - z - 41 = 0$.
7. Вычислить расстояние между плоскостями $x - 2y + 2z + 3 = 0$ и $x - 2y + 2z + 9 = 0$.
8. Проверить, имеют ли общую точку следующие четыре плоскости $2x - 4y - z + 5 = 0$, $2y + 3z - 1 = 0$, $3x + 5y + 4z - 3 = 0$, $5x + 2y - 2 = 0$.
9. Составить уравнение параболы, если даны ее фокус $F(4,3)$ и директриса $y + 1 = 0$. Построить параболу.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.
 - а) $x^2 + y^2 + 4y + 4 = 0$,
 - б) $3x^2 + 4y^2 - 18x - 8y - 5 = 0$,
 - в) $4x^2 - y^2 - 16x - 2y + 15 = 0$,
 - г) $y^2 - 2x + 4y + 2 = 0$.
11. Изобразить линии:
 - а) $y = -\sqrt{-4x}$,
 - б) $y = \frac{3}{2}\sqrt{x^2 - 4}$,
 - в) $x = -4 + \sqrt{-y^2 + 4y + 21}$,
 - г) $\rho = -\frac{9}{4 - 5\cos\varphi}$,
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - а) $x^2 + y^2 = z$, $x^2 + y^2 = a^2$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.
 - б) $x + y + z = 10$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x = 5$, $y = 3$.

ВАРИАНТ 4

1. Составить уравнение прямой, если точка $A(4,5)$ служит основанием перпендикуляра, опущенного из начала координат на эту прямую. Найти угловой коэффициент k этой прямой.
2. Найти уравнения прямых, параллельных данной прямой $4x + 3y - 15 = 0$ и отстоящих от нее на расстоянии $\rho = 2$.
3. Составить уравнения сторон треугольника, зная одну его вершину $A(0,2)$ и уравнения двух высот $x + y - 4 = 0$ и $y = 2x$.
4. Построить плоскости:
 - а) $4x - y - 2z + 4 = 0$,
 - б) $2x - y - 2z = 0$,
 - в) $2y - z - 1 = 0$,
 - г) $2x + 3y = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точки $M_1(7,2,-3)$ и $M_2(5,6,-4)$ параллельно оси Ox .
6. Установить, лежит ли данная прямая $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{4} = \frac{z+5}{2}$ в плоскости $4x + y - 7 = 0$, параллельна этой плоскости или пересекает ее.
7. На оси Oy найти точки, отстоящие от плоскости $x + 2y - 2z - 2 = 0$ на расстоянии $\rho = 4$.
8. Найти острый угол между плоскостями $2x + 3y - z + 15 = 0$ и $3x - 5y + 9z + 1 = 0$.
9. Составить уравнение окружности, проходящей через точки $A(-1,1)$ и $B(1,-3)$, если центр ее лежит на прямой $2x - y + 1 = 0$. Построить эту окружность.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.
 - а) $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 6 = 0$,
 - б) $x^2 + 9y^2 - 2x - 54y + 73 = 0$,
 - в) $9x^2 - 4y^2 + 18x + 8y - 31 = 0$,
 - г) $x^2 - 2x + 4y + 5 = 0$.
11. Изобразить линии:
 - а) $y = -\frac{5}{4}\sqrt{16 - x^2}$,
 - б) $y = \sqrt{6x}$,
 - в) $y = -1 + \frac{2}{3}\sqrt{x^2 - 4x - 5}$,
 - г) $\rho = \frac{1}{3 + 3\cos\varphi}$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - а) $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $x^2 + y^2 = b^2$, $z = 0$, $(a > b)$.
 - б) $z = 9 - y^2$, $3x + 4y = 12$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

ВАРИАНТ 5

1. Даны две точки $M_1(2,3)$ и $M_2(-1,0)$. Составить уравнение прямой, проходящей через точку M_2 перпендикулярно отрезку M_1M_2 . Записать уравнение прямой в параметрическом виде.
2. Дан треугольник с вершинами $A(-1,2)$, $B(5,7)$, $C(1,-3)$. Вычислить угол между высотой и медианой, проведенными из вершины C .
3. Из точки $M_0(-2,3)$ под углом α к оси Ox направлен луч света. Известно, что $\operatorname{tg}\alpha = 3$. Дойдя до оси Ox , луч от нее отразился. Составить уравнения прямых, на которых лежат лучи падающий и отраженный.
4. Построить плоскости:
 - а) $3x - 6y + z + 3 = 0$,
 - б) $3x - 2y + z = 0$,
 - в) $x - y - 8 = 0$,
 - г) $2y + 5z = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2,3,-4)$ и параллельно плоскости YOZ .
6. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямой $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{5}$ и плоскости $3x - 4y + 2z - 1 = 0$ и точку $M(3,-3,0)$.
7. Вычислить расстояние от точки $P(2,-5,7)$ до прямой, проходящей через точки $M_1(5,4,6)$ и $M_2(-2,-17,-8)$.
8. Найти угол между прямой $\begin{cases} x = y - 5 \\ y = -2z + 3 \end{cases}$ и плоскостью $4x + y + z - 3 = 0$.
9. Дан эллипс $\frac{x^2}{15} + \frac{y^2}{6} = 1$. Найти уравнение гиперболы, вершины которой находятся в фокусах, а фокусы – в вершинах данного эллипса. Построить эллипс и гиперболу.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.
 - а) $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 6 = 0$,
 - б) $2x^2 + 3y^2 + 4x + 6y - 1 = 0$,
 - в) $x^2 - 4y^2 + 8y = 0$,
 - г) $x^2 + 2x - 4y + 5 = 0$.
11. Изобразить линии:
 - а) $y = -\frac{3}{4}\sqrt{16 - x^2}$,
 - б) $y = -\sqrt{8x}$,
 - в) $y = 7 - \frac{3}{2}\sqrt{x^2 - 6x + 13}$,
 - г) $\rho = -4\cos\varphi$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - а) $x^2 + y^2 = a^2$, $y + z = a$, $y = 0$, $z = 0$, ($a > 0$).
 - б) $x^2 + z^2 = 2y$, $y = 2$, $y = 3$, $x = 0$, $z = 0$.

ВАРИАНТ 6

1. Определить, при каких значениях a прямая $(a+2)x + (a^2-9)y + 3a^2 - 8a + 2 = 0$ отсекает на оси Ox отрезок, равный 3.
2. Даны две вершины треугольника $A(-2,1)$ и $B(3,-4)$ и точка $D(5,-1)$ – пересечение его высот. Найти уравнения всех сторон треугольника.
3. Составить уравнения прямых, параллельных прямой $3x - 4y - 10 = 0$ и отстоящих от нее на расстоянии $\rho = 3$.
4. Построить плоскости:
 - а) $4x - 3y + 4z + 1 = 0$,
 - б) $3x + 2y - 6z = 0$,
 - в) $x - y - 13 = 0$,
 - г) $4y + 5z = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, которая проходит через ось Oz и точку $M(2,-3,4)$
6. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(2,-3,4)$ и перпендикулярно прямым $\frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+5}{2}$ и $\frac{x-8}{3} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-2}{1}$.
7. Найти расстояние от точки $P(2,3,-1)$ до прямой $\frac{x-5}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+25}{-2}$.
8. Доказать, что прямые $\begin{cases} x - 2y - 5 = 0 \\ 2y - z + 4 = 0 \end{cases}$ и $\begin{cases} x = 5t + 3 \\ y = 2t - 1 \\ z = 4t + 2 \end{cases}$ пересекаются.
Найти точку их пересечения.
9. Каково будет уравнение параболы $y^2 = 2x$, если ее ось симметрии повернуть на 90° ; 180° ; -90° . Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.
 - а) $x^2 + y^2 - 4x - 4y - 1 = 0$,
 - б) $9x^2 + 4y^2 - 36x - 16y + 16 = 0$,
 - в) $4x^2 - 9y^2 - 36y - 72 = 0$,
 - г) $y^2 + 2x + 6y + 11 = 0$.
11. Изобразить линии:
 - а) $y = -2\sqrt{1-x^2}$,
 - б) $y = -\sqrt{-8x}$,
 - в) $x = 9 - 2\sqrt{y^2 + 4y + 8}$,
 - г) $\rho = -4 \sin \varphi$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - а) $z = y^2$, $z = b$,
 $x = 0$, $x = b$, ($b > 0$).
 - б) $x + y + z = 6$, $y = 0$, $z = 0$,
 $3x + 2y = 12$, $3x + y = 6$.

ВАРИАНТ 7

1. Определить, при каком значении a прямая $(a+3)x + (a^2-9)y + 3a^2 - 8a + 2 = 0$ образует угол $\varphi = 45^\circ$ с осью Ox .
2. Найти уравнения биссектрис углов, образованных прямыми $2x + y - 2 = 0$ и $2x + 4y + 9 = 0$.
3. Даны вершины треугольника $A(1,2)$ $B(-3,-2)$ $C(3,-2)$. Найти точку пересечения его высот.
4. Построить плоскости:
 - а) $3x + y - 6z + 3 = 0$,
 - б) $x + y - z = 0$,
 - в) $2y - 3z + 24 = 0$,
 - г) $2x - 3y = 0$.
5. Даны вершины треугольника $A(2,1,0)$, $B(3,-1,1)$, $C(1,2,-4)$. Через сторону AB провести плоскость перпендикулярно плоскости треугольника.
6. Через точку пересечения прямой $\frac{x-1}{1} = \frac{y-12}{3} = \frac{z-9}{3}$ и плоскости $x + 3y - 5z - 2 = 0$ провести плоскость, перпендикулярную к данной прямой.
7. Две грани куба лежат на плоскостях $2x - 2y + z + 1 = 0$ и $2x - 2y + z - 5 = 0$. Вычислить объем этого куба.
8. При каком значении c прямая $\begin{cases} 3x - 2y + z + 3 = 0 \\ 4x - 3y + 4z + 1 = 0 \end{cases}$ параллельна плоскости $2x - y + cz - 2 = 0$.
9. Эллипс касается оси Ox в точке $A(4,0)$ и оси Oy в точке $B(0,-3)$. Составить уравнение этого эллипса, если его оси параллельны осям координат. Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.
 - а) $x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$,
 - б) $2x^2 + y^2 - 4x - 4y + 2 = 0$,
 - в) $2x^2 - y^2 - 12x - 2y + 19 = 0$,
 - г) $x^2 + 2x + 3y - 8 = 0$.
11. Изобразить линии:
 - а) $y = -\frac{7}{3}\sqrt{x^2 - 9}$,
 - б) $x = -\sqrt{-4y}$,
 - в) $x = 4 - \sqrt{y^2 + 4y - 3}$,
 - г) $\rho = -\frac{18}{4 - 5\cos\varphi}$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - а) $x^2 + y^2 = a^2$, $y = x$, $z = b$, $y = 0$, $z = 0$.
 - б) $z = 4 - y^2$, $z = y^2 + 2$, $x = 0$, $x = 2$.

ВАРИАНТ 8

1. Найти расстояние между прямыми $3x - 4y - 10 = 0$ и $3x - 4y + 5 = 0$.
2. Найти проекцию точки $P(-6, 4)$ на прямую $4x - 5y + 3 = 0$.
3. Даны уравнения сторон треугольника $3x + 4y - 1 = 0$, $x - 7y - 17 = 0$, $7x + y + 31 = 0$. Сравнив углы треугольника, доказать, что он равнобедренный.
4. Построить плоскости:
 - а) $x - y - 2z - 8 = 0$,
 - б) $3x + y - 5z = 0$,
 - в) $2x - y - 3 = 0$,
 - г) $4y - 7z = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, которая проходит через две точки $M_1(3, 0, 4)$ и $M_2(1, 1, 0)$, перпендикулярно к плоскости $2x + y + 4z - 7 = 0$.
6. Проверить, лежат ли прямые $\begin{cases} x = 3z - 1 \\ y = -5z + 7 \end{cases}$ и $\begin{cases} y = 2x - 5 \\ z = 7x + 2 \end{cases}$ в одной плоскости.
7. Составить уравнения плоскостей, параллельных плоскости $3x + 2y - 6z + 17 = 0$ и отстоящих от нее на расстоянии $\rho = 2$.
8. При каком m прямые $\begin{cases} x = 2t - 3 \\ y = 3t - 2 \\ z = -4t + 6 \end{cases}$ и $\frac{x-5}{1} = \frac{y+1}{m} = \frac{z+4}{1}$ пересекаются? Найти точку их пересечения.
9. Найти полуоси, координаты вершин и фокусов, эксцентриситет, уравнения директрис и асимптот гиперболы $9x^2 - 16y^2 = 144$. Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.
 - а) $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$,
 - б) $3x^2 + 4y^2 + 6x - 16y + 7 = 0$,
 - в) $x^2 - y^2 + 4x + 4y - 3 = 0$,
 - г) $x^2 + 4x - 4y + 16 = 0$.
11. Изобразить линии:
 - а) $y = -\frac{5}{4}\sqrt{16 - x^2}$,
 - б) $y = \sqrt{-14x}$,
 - в) $x = 5 - \frac{3}{4}\sqrt{y^2 + 4y - 12}$,
 - г) $\rho = \frac{3}{1 - \cos\varphi}$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - а) $x^2 + y^2 = a^2$, $y + z = b$ ($b > a$), $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.
 - б) $y + z = a$, $-y + z = a$, $x = b$, $x = -b$, $z = 0$.

ВАРИАНТ 9

1. Найти расстояние от точки $A(1,-2)$ до прямой, проходящей через две точки $M_1(0,5)$ и $M_2(-3,1)$.
2. Вычислить координаты точки пересечения перпендикуляров, восстановленных из середин сторон треугольника с вершинами $A(2,3)$, $B(0,-3)$, $C(5,-2)$.
3. Диагонали ромба, равные 10 и 4, приняты за оси координат Ox и Oy соответственно. Написать уравнения сторон этого ромба.
4. Построить плоскости:
 - а) $x - y + 4z + 2 = 0$,
 - б) $3x + 2y - 6z = 0$,
 - в) $y + 3z + 6 = 0$,
 - г) $x - 7y = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через три точки $M_1(-6,2,-5)$, $M_2(7,-2,-1)$, $M_3(10,-7,1)$.
6. Установить, какая из данных прямых
 - а) $\frac{x+5}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-8}{-1}$;
 - б) $\frac{x}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+1}{2}$;
 - в) $\frac{x-13}{8} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-4}{3}$лежит в плоскости $x + 2y - 4z + 1 = 0$, какая ей параллельна и какая пересекает ее.
7. Точка $A(2,1,1)$ является вершиной куба, одна из граней которого лежит на плоскости $3x - 12y + 4z + 67 = 0$. Вычислить объем этого куба.
8. Найти угол между прямыми $\begin{cases} x + y - z = 0 \\ x - y - 5z - 8 = 0 \end{cases}$ и $\begin{cases} 2x + 3y - 2 = 0 \\ y + 2z + 6 = 0 \end{cases}$.
9. Найти центр и радиус окружности, проходящей через точки $A(-1,5)$, $B(-2,-2)$, $C(5,5)$. Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.
 - а) $x^2 + y^2 + 6x - 2y + 6 = 0$,
 - б) $4x^2 + 3y^2 - 16x + 6y + 7 = 0$,
 - в) $x^2 - 4y^2 + 4x + 8y - 4 = 0$,
 - г) $y^2 + 4x - 2y + 5 = 0$.
11. Изобразить линии:
 - а) $y = \frac{4}{3}\sqrt{9 - x^2}$,
 - б) $y = -\sqrt{-2x}$,
 - в) $x = -3 + \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{y^2 + 4}$,
 - г) $\rho = -8 \sin \varphi$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - а) $x = y^2$, $x + z = a$, $z = 0$.
 - б) $x^2 + y^2 = R^2$, $x^2 + z^2 = R^2$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

ВАРИАНТ 10

1. Даны вершины треугольника $A(-10,-13)$, $B(-2,3)$, $C(2,1)$. Составить уравнение медианы и высоты, проведенной из вершина A .
2. Центр пучка прямых $\alpha(2x - 3y + 20) + \beta(3x + 5y - 27) = 0$ является вершиной квадрата, диагональ которого лежит на прямой $x + 7y - 16 = 0$. Составить уравнения сторон и второй диагонали квадрата.
3. Найти длину перпендикуляра, опущенного из точки $P(4,-1)$ на прямую, проходящую через две точки $M_1(1,-2)$ и $M_2(5,0)$.
4. Построить плоскости:
 - а) $x - 2y + 3z + 6 = 0$,
 - б) $3x + 2y - 4z = 0$,
 - в) $3x + 3z - 1 = 0$,
 - г) $5x + 6y = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точки $M_1(3,-2,4)$ и $M_2(2,0,1)$ параллельно оси Oz .
6. Через точки $M_1(1,-1,0)$ и $M_2(0,3,-12)$ провести прямую. Найти точку пересечения плоскости $2x + 3y + z - 1 = 0$ с этой прямой.
7. Вычислить расстояние от точки $P(-1,1,-2)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(1,-1,1)$, $M_2(-2,1,3)$, $M_3(4,-5,-2)$.
8. При каких значениях m и c прямая $\frac{x-2}{m} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{-2}$ перпендикулярна плоскости $3x - 2y + cz + 1 = 0$? Найти координаты точки их пересечения.
9. Эллипс касается оси Ox в точке $A(0,5)$ и пересекает ось Oy в точках $B(5,0)$ и $C(11,0)$. Составить уравнение этого эллипса, если его оси параллельны осям координат. Построить его.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.
 - а) $x^2 + y^2 + 6x + 4 = 0$,
 - б) $9x^2 + 4y^2 - 54x + 45 = 0$,
 - в) $x^2 - 9y^2 + 54x - 72 = 0$,
 - г) $x^2 + 2x + 4y + 5 = 0$.
11. Изобразить линии:
 - а) $y = -\frac{3}{7}\sqrt{49 - x^2}$,
 - б) $x = \sqrt{4y}$,
 - в) $x = -2 - 2\sqrt{y^2 - 2y + 2}$,
 - г) $\rho = 10 \cos \varphi$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - а) $y = x^2$, $z = 0$, $y + z = a$.
 - б) $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $x^2 + y^2 = b^2$ ($a > b$), $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ (I октант).

ВАРИАНТ 11

1. Точка $M(3,2)$ является основанием перпендикуляра, опущенного из точки $N(1,-1)$ на прямую l . Написать уравнение прямой l ; найти расстояние от точки N до прямой l .
2. Составить уравнения прямых, проходящих через точку $P(3,-5)$ на одинаковых расстояниях от точек $A(-7,3)$ и $B(11,-15)$.
3. Стороны треугольника лежат на прямых
 $AB : x + 5y - 7 = 0$, $BC : 3x - 2y - 4 = 0$, $AC : 7x + y + 19 = 0$.
Вычислить его площадь; найти уравнение высоты и медианы, проведенных из вершины A .
4. Построить плоскости:
а) $3x + 2y - 6z + 6 = 0$, б) $2x - y + z = 0$,
в) $2y - z + 4 = 0$, г) $3x - 2y = 0$.
5. Из точки $P(-1,-1,4)$ опущен на плоскость перпендикуляр. Его основание - точка $Q(2,1,3)$. Составить уравнение этой плоскости.
6. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$$
 и точку $M(2,-2,1)$.
7. Найти расстояние от точки $P(1,-1,-2)$ до прямой $\begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ 2x + 3y - 18 = 0 \end{cases}$.
8. Найти угол между прямой $\begin{cases} 4x + 3y + 5 = 0 \\ y + z + 4 = 0 \end{cases}$ и плоскостью $4x - 3y - 6z - 5 = 0$.
9. При каких значениях m прямая $y = 2,5x + m$ 1) пересекает гиперболу $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{36} = 1$; 2) касается ее; 3) проходит вне этой гиперболы.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии.
а) $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 12 = 0$, б) $x^2 + 25y^2 - 50y + 24 = 0$,
в) $5x^2 - 4y^2 + 10x - 15 = 0$, г) $x^2 - 2x - 6y - 17 = 0$.
11. Изобразить линии:
а) $y = \sqrt{25 - x^2}$, б) $y = \sqrt{-12x}$,
в) $y = -7 + \frac{2}{5}\sqrt{16 + 6x - x^2}$, г) $\rho = \frac{25}{12 - 13 \cos \varphi}$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
а) $x^2 + y^2 = a^2$, $y + z = -b$ ($b > a$), $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.
б) $x + y + z = 8$, $2x + y = 8$, $4x + y = 8$, $y = 0$, $z = 0$.

ВАРИАНТ 12

1. Даны точки $A(2, -3)$, $B(3, -5)$. Через середину отрезка AB провести прямую, перпендикулярную к AB . Найти ее угловой коэффициент.
2. Дано уравнение одной из сторон квадрата $x + 3y - 7 = 0$ и точка пересечения его диагоналей $P(0, -1)$. Найти уравнения трех остальных сторон этого квадрата.
3. Через точку пересечения прямых $2x - 5y - 1 = 0$ и $x + 4y - 7 = 0$ провести прямую, делящую отрезок между точками $A(4, -3)$ и $B(-1, 2)$ в отношении $\lambda = \frac{2}{3}$. Решить задачу, не вычисляя координат точки пересечения прямых.
4. Построить плоскости:
 - а) $2x - y + z - 3 = 0$,
 - б) $3x - y + 2z = 0$,
 - в) $3x + z - 4 = 0$,
 - г) $x - 2y = 0$.
5. Найти плоскость, проходящую через точку $A(5, 2, 3)$ и отсекающую на осях координат равные положительные отрезки.
6. Доказать, что прямые $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-5}{4}$ и $\begin{cases} x = 7 + 3t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$ лежат в одной плоскости. Составить уравнение этой плоскости.
7. Доказать, что прямые $\begin{cases} 2x + 2y - z - 10 = 0 \\ x - y - z - 22 = 0 \end{cases}$ и $\frac{x+7}{3} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-9}{4}$ параллельны и найти расстояние между ними.
8. При каких m и l пара уравнений $2x + ly + 3z - 5 = 0$ и $mx - 6y - 6z + 2 = 0$ будет определять параллельные плоскости. Найти расстояние между плоскостями.
9. Написать уравнение параболы, зная, что парабола симметрична относительно оси Ox , проходит через точку $A(-3, 6)$ и начало координат. Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии:
 - а) $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 13 = 0$,
 - б) $x^2 + 9y^2 - 2x - 36y + 28 = 0$,
 - в) $4x^2 - 5y^2 - 8x - 16 = 0$,
 - г) $y^2 + 2y - 4x + 5 = 0$.
11. Изобразить линии:
 - а) $y = 0,5\sqrt{4 - x^2}$,
 - б) $x = -\sqrt{3y}$,
 - в) $x = 1 + 2\sqrt{y^2 + 4y + 5}$,
 - г) $\rho = -10 \sin \varphi$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - а) $x^2 + y^2 = a^2$, $y + z = a$, $z = 0$, $x^2 + y^2 = b^2$, $(a > b)$
 - б) $x^2 - y^2 = z$, $x = 5$, $z = 0$.

ВАРИАНТ 13

1. Даны вершины треугольника: $A(1,-2)$, $B(0,3)$, $C(1,1)$. Через каждую из них провести прямую, параллельную противоположной стороне.
2. Даны уравнения двух сторон прямоугольника $x - 2y + 15 = 0$, $x - 2y = 0$, и уравнение одной из его диагоналей $7x + y - 15 = 0$. Найти вершины прямоугольника.
3. Проверить, что четырехугольник $ABCD$ с вершинами $A(-2, -2)$, $B(-3,1)$, $C(2,5; 2,5)$ и $D(3,1)$ является трапецией. Составить уравнение средней линии, диагоналей и высот этой трапеции.
4. Построить плоскости:
 - а) $x + 2y - z - 5 = 0$,
 - б) $2x + 3y + z = 0$,
 - в) $3x - 2y - 6 = 0$,
 - г) $3y - 2z = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(2, -1, 3)$ и $M_2(3, 1, 2)$ параллельно вектору $\vec{a} = \{3, -1, 4\}$.
6. Составить уравнение плоскости, проходящей через две параллельные (доказать!) прямые $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{-2}$ и $\begin{cases} y+z-2=0 \\ 2x-3y-7=0 \end{cases}$.
7. Вычислить расстояние от точки $P(2, 3, -1)$ до прямой $\begin{cases} 2x-3y-10=0 \\ y+z+25=0 \end{cases}$.
8. При каком m прямая $\begin{cases} 3x+y-2z+6=0 \\ x+y-z-2=0 \end{cases}$ параллельна плоскости $x+3y+tz-4=0$?
9. Найти полуоси, координаты вершин, фокусов и эксцентриситет эллипса $9x^2 + 25y^2 = 225$. Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии:
 - а) $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 8 = 0$,
 - б) $4x^2 + y^2 + 4y = 0$,
 - в) $x^2 - 9y^2 + 2x - 36y - 44 = 0$,
 - г) $x^2 - 8x + 3y + 22 = 0$.
11. Изобразить линии:
 - а) $y = -\frac{1}{3}\sqrt{x^2 - 9}$,
 - б) $y = -\sqrt{-4x}$,
 - в) $y = 2 + \sqrt{-x^2 + 8x - 15}$,
 - г) $\rho = \frac{1}{2 - \sqrt{3} \cos \varphi}$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - а) $x^2 + y^2 = a^2$, $x^2 + y^2 = b^2$ ($a > b$), $y - z = -a$, $z = 0$.
 - б) $x^2 + y^2 = a^2$, $x^2 + y^2 + (z - b)^2 = a^2$ ($a < b$), $z = 0$.

ВАРИАНТ 14

1. Найти расстояние между параллельными прямыми $4x - 8y + 15 = 0$ и $3x - 6y + 25 = 0$.
2. Даны две смежные вершины параллелограмма $ABCD$: $A(-3,-1)$ и $B(2,2)$. Точка $K(3,0)$ – точка пересечения его диагоналей. Составить уравнения сторон.
3. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $2x - 5y - 7 = 0$, $3x + 7y + 4 = 0$ и а) перпендикулярно к $5x - 5y - 6 = 0$; б) параллельно оси Ox ; в) через начало координат.
4. Построить плоскости:
а) $x + 2y - 2z - 2 = 0$, б) $6x - 3y + 2z = 0$,
в) $5x + 2z + 10 = 0$, г) $3x - 3y = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3,5,1)$ и $B(7,7,8)$ и отсекающей на осях Ox и Oy равные отрезки.
6. Найти точку Q , симметричную $P(3,-4,-6)$ относительно плоскости $x - y - 4z - 13 = 0$.
7. Найти расстояние между двумя параллельными прямыми $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z}{2}$ и $\frac{x-7}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-3}{2}$.
8. Найти угол между прямыми $\begin{cases} x + y - 3z - 1 = 0 \\ 2x - y - 9z - 2 = 0 \end{cases}$ и $\begin{cases} 2x + y + 2z + 5 = 0 \\ 2x - 2y - z + 2 = 0 \end{cases}$.
9. Определить координаты точек пересечения прямой $7x - y + 12 = 0$ и окружности $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$. Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии:
а) $x^2 + y^2 - 8y + 12 = 0$, б) $3x^2 + 2y^2 + 18x - 4y + 23 = 0$,
в) $x^2 - y^2 + 6x + 4y + 1 = 0$, г) $y^2 + 4x + 6y + 5 = 0$.
11. Изобразить линии:
а) $y = -\sqrt{5-x^2}$, б) $y = -\sqrt{5x}$,
в) $y = 1 - \frac{4}{3}\sqrt{-x^2 - 6x}$, г) $\rho = \frac{1}{2 - \sqrt{5}\cos\varphi}$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
а) $z - a = -(x^2 + y^2)$, $z = -b$ ($a > 0$, $b > 0$), $x = 0$, $y = 0$.
б) $x^2 + y^2 = ax$, $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $z = 0$.

ВАРИАНТ 15

- Через точку $P(1, 2)$ провести прямую, отсекающую равные отрезки на осях координат.
- Проверить, лежат ли на одной прямой три данные точки: $M_1(0, 5)$, $M_2(2, 1)$, $M_3(-1, 7)$. Если лежат, то записать уравнение этой прямой; если не лежат, то найти расстояние от точки M_1 до прямой, проходящей через точки M_2 и M_3 .
- Даны уравнения сторон треугольника: $3x + 4y - 1 = 0$, $x - 7y - 17 = 0$, $7x + y + 31 = 0$. Доказать, что он равнобедренный.
- Построить плоскости:
 - $2x - y + 3z - 1 = 0$,
 - $x + 3y + 2z = 0$,
 - $y + 3z - 12 = 0$,
 - $3x + 2y = 0$.
- Составить уравнение плоскости, которая проходит через две точки $M_1(1, -1, -2)$ и $M_2(3, 1, 1)$ перпендикулярно к плоскости $x - 2y + 3z - 5 = 0$.
- Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-1}{3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}$ параллельно прямой $\begin{cases} 2x - y + z - 3 = 0 \\ x + 2y - z - 5 = 0 \end{cases}$.
- Одна из граней куба лежит на плоскости $x + 2y - 2z + 9 = 0$, одна из вершин - начало координат. Вычислить объем куба.
- При каких значениях A и B плоскость $Ax + By + 3z - 5 = 0$ перпендикулярна к прямой $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 5 - 3t \\ z = -2 - 2t \end{cases}$.
- Определить точки пересечения прямой $3x + 4y - 12 = 0$ и параболы $y^2 = -9x$. Построить.
- Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии:
 - $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 12 = 0$,
 - $5x^2 + 3y^2 - 10x + 12y + 2 = 0$,
 - $x^2 - 4y^2 - 4x - 8y - 4 = 0$,
 - $x^2 - 4x - 6y - 14 = 0$.
- Изобразить линии:
 - $y = -0,25\sqrt{x^2 - 16}$,
 - $x = \sqrt{8y}$,
 - $x = 3 - \sqrt{9 - y^2}$,
 - $\rho = \frac{3\sqrt{2}}{2 - \cos \varphi}$.
- Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - $z - a = -(x^2 + y^2)$, $z = b$ ($b < a$), $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ (I октант).
 - $x + y + z = 8$, $x = 4$, $y = 4$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

ВАРИАНТ 16

- Через точки $M_1(3, 4)$ и $M_2(6, -2)$ проведена прямая. Найти точки пересечения этой прямой с осями координат.
- Составить уравнения сторон треугольника, для которого точки $A(-1, 2)$, $B(3, -1)$, $C(0, 4)$ являются серединами сторон.
- Вершины треугольника находятся в точках $A(-4, -5)$, $B(4, 1)$ и $C(-0,5; 7)$. Найти острый угол между медианой, проходящей через вершину A , и высотой, опущенной из вершины C .
- Построить плоскости:
 - $3x + y + 3z + 6 = 0$,
 - $4x + y - 3z = 0$,
 - $4y + z + 2 = 0$,
 - $2x - 3z = 0$.
- Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(1,3,-2)$ и $M_2(2,2,0)$ параллельно оси Oz .
- Доказать, что прямые $\begin{cases} x - 2y + 3z - 5 = 0 \\ x - 2y - 4z + 3 = 0 \end{cases}$ и $\begin{cases} 3x + y + 3z + 7 = 0 \\ 5x - 3y + 2z + 5 = 0 \end{cases}$ лежат в одной плоскости. Составить уравнение этой плоскости.
- На оси Ox найти точку, равноудаленную от точки $M(0,1,-2)$ и от плоскости $6x + 3y - 2z - 9 = 0$.
- Найти угол между прямой $\begin{cases} x - 2y + 3z + 5 = 0 \\ 2x + y - z - 1 = 0 \end{cases}$ и плоскостью $12x + y + z = 0$.
- Вычислить площадь четырехугольника, две вершины которого лежат в фокусах эллипса $x^2 + 5y^2 = 20$, а две другие совпадают с концами его малой оси.
- Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии:
 - $x^2 + y^2 + 8y + 12 = 0$,
 - $x^2 + 2y^2 - 2x + 8y + 5 = 0$,
 - $3x^2 - 2y^2 + 18x + 4y + 31 = 0$,
 - $y^2 + 2x + 8y + 20 = 0$.
- Изобразить линии:
 - $y = -\sqrt{6 - x^2}$,
 - $y = \sqrt{-3x}$,
 - $x = -2\sqrt{-y^2 - 6y - 5}$,
 - $\rho = -\frac{18}{4 - 5 \cos \varphi}$.
- Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - $y + z = c$, $x = a$, $x = b$, $y = 0$, $z = 0$.
 - $x^2 + y^2 = 2x$, $2x - z = 0$, $4x - z = 0$.

ВАРИАНТ 17

- Показать, что точки $A(2,1)$, $B(-1,4)$, $C(-7,10)$ лежат на одной прямой. Записать общее уравнение этой прямой.
- На прямую, проходящую через точки $A(1,-2)$ и $B(0,-7)$ опущен перпендикуляр из точки $D(-3,4)$. Вычислить: 1) отношение, в котором основание перпендикуляра делит отрезок AB ; 2) длину этого перпендикуляра.
- Составить уравнения прямых, проходящих через точку $P(3,6)$ на одинаковых расстояниях от точек $A(-4,-2)$ и $B(8,4)$.
- Построить плоскости:
 - $5x - y + z + 5 = 0$,
 - $3x - 2y - 6 = 0$,
 - $x + 2y + 3z = 0$,
 - $3y + 2z = 0$.
- Даны вершины треугольника $A(4,1,-2)$, $B(2,0,0)$, $C(-2,3,-5)$. Через сторону BC провести плоскость перпендикулярно плоскости треугольника.
- Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1,-2,1)$ перпендикулярно к прямой
$$\begin{cases} x - 2y + 3z - 3 = 0 \\ x + y - z + 2 = 0 \end{cases}.$$
- Составить уравнения плоскостей, делящих пополам двугранные углы, образованные двумя пересекающимися плоскостями $5x - 2y + 5z - 3 = 0$ и $2x + y - 7z + 2 = 0$.
- При каких значениях m и C прямая $\frac{x-2}{m} = \frac{y+1}{4} = \frac{z+5}{-3}$ перпендикулярна плоскости $3x - 2y + Cz + 4 = 0$?
- Найти точки пересечения прямой $4x - 3y - 16 = 0$ и гиперболы $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$. Построить их.
- Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии:
 - $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 24 = 0$,
 - $2x^2 + y^2 - 12x - 8y + 32 = 0$,
 - $4x^2 - 3y^2 - 8x + 12y + 4 = 0$,
 - $x^2 + 2x - 2y - 5 = 0$.
- Изобразить линии:
 - $y = -\frac{1}{5}\sqrt{25 - x^2}$,
 - $x = -2 - \sqrt{2y + 8}$,
 - $x = 5\sqrt{y^2 - 25}$,
 - $\rho = 2 \cos \varphi$.
- Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - $z - a = -(x^2 + y^2)$, $z = b$, $z = -b$, $x = 0$, $y = 0$.
 - $y = \sqrt{x}$, $x + z = \frac{\pi}{2}$, $y = 0$, $z = 0$.

ВАРИАНТ 18

1. Написать параметрические уравнения прямой, проходящей через точки $M_1(1, 2)$ и $M_2(1, -5)$; найти угловой коэффициент этой прямой.
2. Составить уравнения прямых, параллельных прямой $3x - 4y - 10 = 0$ и отстоящих от нее на расстоянии $\rho = 3$.
3. Найти точку M_1 , симметричную точке $M_2(8, -9)$ относительно прямой, проходящей через точки $A(3, -4)$ и $B(-1, -2)$.
4. Построить плоскости:
 - а) $x - 2y + 3z + 6 = 0$,
 - б) $12x + y + z = 0$,
 - в) $2y - z + 4 = 0$,
 - г) $x + 7z = 0$.
5. Вычислить объем пирамиды, ограниченной плоскостью $2x - 3y + 6z - 12 = 0$ и координатными плоскостями.
6. Найти точку Q , симметричную точке $P(1, 3, -4)$ относительно плоскости $3x + y - 2z = 0$.
7. Найти расстояние от точки $A(1, 3, 5)$ до прямой $\frac{x + 30}{6} = \frac{y}{2} = \frac{z + \frac{5}{2}}{-1}$.
8. При каком значении C прямая $\begin{cases} 3x - 2y + z + 5 = 0 \\ 4x - 3y + 4z + 2 = 0 \end{cases}$ параллельна плоскости $6x + y + Cz - 2 = 0$?
9. Определить точки пересечения двух парабол $y = x^2 - 2x + 1$, $x = y^2 - 6y + 7$. Найти вершины парабол. Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии:
 - а) $x^2 + y^2 + 8x - 6y + 24 = 0$,
 - б) $x^2 + 4y^2 + 8x - 24y + 48 = 0$,
 - в) $x^2 - 9y^2 - 72y - 153 = 0$,
 - г) $y^2 - 3x + 4y + 16 = 0$.
11. Изобразить линии:
 - а) $y = -\sqrt{6 - x^2}$,
 - б) $x = -\sqrt{10y}$,
 - в) $x = -5 + \frac{2}{3}\sqrt{8 + 2y - y^2}$,
 - г) $\rho = \frac{9}{4 - 5 \cos \varphi}$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - а) $x^2 + y^2 = a^2$, $x^2 + y^2 = z^2$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.
 - б) $z - 1 = x^2 + y^2$, $x = 4$, $y = 4$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

ВАРИАНТ 19

1. Дана прямая $3x - y + 5 = 0$. Записать уравнение этой прямой в параметрическом виде, найти угловой коэффициент этой прямой.
2. Вычислить площадь квадрата, если известна одна из его вершин $A(4, -1)$ и уравнение одной из его сторон $12x - 5y - 27 = 0$.
3. Даны вершины треугольника $A(2, -2)$, $B(3, -5)$, $C(5, 7)$. Составить уравнение перпендикуляра, опущенного из вершины C на медиану, проведенную из вершины A .
4. Построить плоскости:
 - а) $3x + y + 3z + 1 = 0$,
 - б) $2x + 2y - z = 0$,
 - в) $2y + 4z - 3 = 0$,
 - г) $7x - 4y = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, которая проходит через начало координат перпендикулярно к двум плоскостям $2x - y + 3z - 1 = 0$ и $x + 2y + z = 0$.
6. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M(2, -3, 3)$ параллельно оси Ox и прямой $\begin{cases} x - y = 0 \\ z - 1 = 0 \end{cases}$.
7. На оси Oz найти точки, отстоящие от плоскости $2x - y + 2z - 1 = 0$ на расстоянии $\rho = 5$.
8. Найти угол между прямыми $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{3}$ и $\begin{cases} 3x + y - 5z - 1 = 0 \\ 2x + 3y - 8z + 5 = 0 \end{cases}$.
9. Найти точки пересечения прямой $x + 2y - 7 = 0$ и эллипса $x^2 + 4y^2 = 25$. Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии:
 - а) $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 5 = 0$,
 - б) $x^2 + 16y^2 - 32y = 0$,
 - в) $x^2 - y^2 + 6x + 2y - 1 = 0$,
 - г) $x^2 + 6x + 2y + 5 = 0$.
11. Изобразить линии:
 - а) $y = \frac{2}{5}\sqrt{25 - x^2}$,
 - б) $x = -\sqrt{-10y}$,
 - в) $x = 3 - \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{y^2 + 4}$,
 - г) $\rho = -2 \sin \varphi$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - а) $\frac{x}{a} + \frac{z}{b} = 1$, $y = c$, $y = d$, $x = 0$, $z = 0$.
 - б) $x^2 + y^2 = 2x$, $z = x^2 + y^2$, $z = 0$.

ВАРИАНТ 20

1. В треугольнике ABC с вершинами $A(3, -4)$, $B(-1, -3)$, $C(2, 1)$ вычислить длину высоты, проведенной из вершины A и записать уравнение этой высоты.
2. Даны уравнения двух сторон прямоугольника $5x + 2y - 7 = 0$, $5x + 2y - 36 = 0$ и уравнение его диагонали $3x + 7y - 10 = 0$. Найти координаты его вершин.
3. Определить, при каких a и b прямая $(a + 2b - 3)x + (2a - b + 1)y + (6a + 9) = 0$ параллельна оси координат Ox и отсекает на оси Oy отрезок, равный -3 .
4. Построить плоскости:
 - а) $x - 2y - 4z + 4 = 0$,
 - б) $2x + y - 4z = 0$,
 - в) $2x + 3y + 3 = 0$,
 - г) $3y + 4z = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую пересечения плоскостей $\begin{cases} 2x - y + 3z - 5 = 0 \\ x + 2y - z + 2 = 0 \end{cases}$ параллельно вектору $\bar{a} = \{2, -1, -2\}$.
6. Даны прямые $\frac{x+2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{4}$ и $\frac{x-3}{l} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-7}{2}$. При каком значении l эти прямые пересекаются?
7. Найти расстояние между прямыми $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+1}{-2}$ и $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$.
8. Найти угол между прямыми $\begin{cases} x - 2y + 3z + 1 = 0 \\ 2x - z + 5 = 0 \end{cases}$ и $\begin{cases} x = 5t + 2 \\ y = -2t \\ z = t + 4 \end{cases}$.
9. Составить уравнение гиперболы, если известны ее эксцентриситет $\varepsilon = \sqrt{5}$, фокус $(2, -3)$ и уравнение соответствующей директрисы $2x - y + 3 = 0$. Построить гиперболу.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии:
 - а) $x^2 + y^2 - 8x + 12 = 0$,
 - б) $3x^2 + 4y^2 + 18x + 32y + 79 = 0$,
 - в) $5x^2 - 4y^2 + 20x = 0$,
 - г) $y^2 - 3x - 8y + 10 = 0$.
11. Изобразить линии:
 - а) $x = -\sqrt{36 - y^2}$,
 - б) $y = -3 + \sqrt{-2x + 4}$,
 - в) $y = -\frac{1}{6}\sqrt{x^2 - 36}$,
 - г) $\rho = \frac{16}{5 + 3\cos\varphi}$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - а) $x^2 + y^2 = a^2$, $y + z = a$, $z = b$ ($b > a$).
 - б) $y = \sqrt{x}$, $y = 2\sqrt{x}$, $x + z = 6$, $z = 0$.

ВАРИАНТ 21

1. Записать общее уравнение прямой, заданной параметрически $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 4 - t \end{cases}$; найти угловой коэффициент этой прямой.
2. Даны две вершины $A(3, -1)$ и $B(5, 7)$ треугольника ABC и точка пересечения его высот $N(4, -1)$. Составить уравнения сторон этого треугольника.
3. Стороны треугольника лежат на прямых $x - 2y - 2 = 0$, $7x - 4y + 6 = 0$ и $3x + 4y - 26 = 0$. Вычислить его площадь.
4. Построить плоскости:
 - а) $2x - 3y + 6z - 12 = 0$,
 - б) $3x + 2y - z = 0$,
 - в) $3y - 4z - 12 = 0$,
 - г) $2x + y = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через начало координат, точку $A(1, 2, 3)$ и перпендикулярно к плоскости $x - y + 2z - 4 = 0$.
6. Найти длину отрезка прямой $\frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+1}{1}$, заключенного между плоскостями $x + 3y - 4z + 7 = 0$ и $x + 3y - 4z - 9 = 0$.
7. На расстоянии 5 единиц от плоскости $4x + 2y - 4z - 27 = 0$ провести параллельную ей плоскость.
8. Найти угол между прямой $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{\sqrt{2}} = \frac{z-1}{1}$ и плоскостью $x + \sqrt{2}y - z + 3 = 0$.
9. При каких значениях k прямая $y = kx + 2$ 1) пересекает параболу $y^2 = 4x$; 2) касается ее; 3) проходит вне этой параболы. Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить линии:
 - а) $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 8 = 0$,
 - б) $x^2 + 4y^2 + 4x - 8y + 4 = 0$,
 - в) $4x^2 - 2y^2 + 24x + 8y + 24 = 0$,
 - г) $x^2 + 2x + 6y - 17 = 0$.
11. Изобразить линии:
 - а) $y = -\sqrt{36 - x^2}$,
 - б) $x = -4 - \sqrt{-5y + 10}$,
 - в) $x = \frac{1}{6}\sqrt{y^2 - 36}$,
 - г) $\rho = \frac{144}{13 - 5 \cos \varphi}$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - а) $y + z = c$, $x = a$, $x = -a$, $y = 0$, $z = 0$.
 - б) $z = x^2 + y^2$, $x = 1$, $y = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

ВАРИАНТ 22

1. Даны вершины треугольника $A(-10,-13)$, $B(-2,3)$, $C(2,1)$. Записать в параметрическом виде уравнение средней линии, параллельной стороне BC , медианы, проведенной из вершины A .
2. Показать, пересекает или нет прямая $3x - 4y + 1 = 0$ отрезок, ограниченный точками $A(1,3)$ и $B(-2,5)$.
3. Найти точку Q , симметричную точке $P(3,-6)$ относительно прямой, проходящей через две точки $A(1,-2)$ и $B(5,0)$.
4. Построить плоскости:
 - а) $4x + y - z + 2 = 0$,
 - б) $2x - y + 2z = 0$,
 - в) $2y - z - 1 = 0$,
 - г) $3x + 7y = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M(2,1,-1)$ перпендикулярно к двум плоскостям $x - z + 5 = 0$ и $2x + 3y - z - 3 = 0$.
6. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z}{2}$ параллельно прямой $\begin{cases} x + y - z = 0 \\ x - y - 5z - 8 = 0 \end{cases}$.
7. Вычислить кратчайшее расстояние между двумя прямыми $\frac{x+5}{3} = \frac{y+5}{2} = \frac{z-1}{-2}$ и $\begin{cases} x = 6t + 9 \\ y = -2t \\ z = -t + 2 \end{cases}$.
8. Доказать, что прямая $\begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ 6y + 1 = 0 \end{cases}$ принадлежит плоскости $2x + 4y + 7 = 0$.
9. При каких значениях m прямая $y = -x + m$ 1) пересекает эллипс $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$; 2) касается его; 3) проходит вне этого эллипса
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить эти линии:
 - а) $x^2 + y^2 + 6x + 5 = 0$,
 - б) $4x^2 + 9y^2 - 18y - 27 = 0$,
 - в) $x^2 - 4y^2 + 4x - 24y - 28 = 0$,
 - г) $x^2 - 4x - 5y - 16 = 0$.
11. Изобразить линии:
 - а) $y = -\frac{3}{4}\sqrt{x^2 - 16}$,
 - б) $y = \sqrt{-8x}$,
 - в) $y = -3 - \sqrt{-x^2 + 4x + 1}$,
 - г) $\rho = \frac{16}{5 - 3\cos\varphi}$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - а) $x^2 + y^2 = a^2$, $y + z = -a$, $z = b$ ($b > a$).
 - б) $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $x^2 + y^2 = z^2$, $z = b$ ($b < a$).

ВАРИАНТ 23

- Через точку пересечения прямых $x + 2y - 5 = 0$ и $3x - 2y + 1 = 0$ провести прямую, отсекающую на осях координат равные отрезки.
- Две стороны квадрата лежат на прямых $5x - 12y - 65 = 0$ и $5x - 12y + 26 = 0$. Вычислить площадь этого квадрата.
- Точка $A(5, -1)$ является вершиной прямоугольника. Две стороны его лежат на прямых $4x - 3y - 7 = 0$ и $3x + 4y - 3 = 0$. Составить уравнения двух других сторон и диагоналей прямоугольника.
- Построить плоскости:
 - $x + 3y - 6z - 9 = 0$,
 - $3x - 6y + 2z = 0$,
 - $2x + z - 4 = 0$,
 - $4y - 3z = 0$.
- Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(1, 2, -1)$, $M_2(2, 3, 0)$ и $M_3(3, 0, -11)$.
- Найти точку Q , симметричную точке $P(9, -4, -5)$ относительно прямой, проходящей через точки $M_1(-1, -4, 7)$ и $M_2(5, -1, -2)$.
- Найти расстояние от точки $P(7, 9, 7)$ до прямой $\begin{cases} x = 4t + 2 \\ y = 3t + 1 \\ z = 2t \end{cases}$.
- Найти угол между прямыми $\begin{cases} 3x + z - 4 = 0 \\ 3x - 2y - 7 = 0 \end{cases}$ и $\frac{x+1}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{2}$.
- Вычислить площадь треугольника, образованного асимптотами гиперболы $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ и прямой $9x + 2y - 24 = 0$.
- Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить эти линии:
 - $x^2 + y^2 - 6x = 0$,
 - $4x^2 + 9y^2 + 8x - 32 = 0$,
 - $2x^2 - 3y^2 - 4x - 12y - 16 = 0$,
 - $x^2 - 6x + 2y + 13 = 0$.
- Изобразить линии:
 - $y = -\sqrt{3 - x^2}$,
 - $x = -\sqrt{-y}$,
 - $x = -1 - 2\sqrt{y^2 + 4y + 5}$,
 - $\rho = \frac{1}{2 + \sqrt{3} \cos \varphi}$.
- Построить тело, ограниченное поверхностями:
 - $x^2 + y^2 = a^2$,
 $y + z = a$,
 $y + z = b$ ($b > a$).
 - $y^2 = 4a^2 - 3ax$,
 $y^2 = ax$,
 $z = 0$, $z = h$.

ВАРИАНТ 24

1. Провести прямую так, чтобы точка $A(1,2)$ была серединой отрезка ее, заключенного между осями координат.
2. Через точки пересечения прямых $6x - 2y + 5 = 0$ и $2x + y - 4 = 0$ провести
а) прямую, отсекающую на оси Oy отрезок, равный 2, б) прямую, отсекающую на осях координат равные отрезки.
3. Стороны треугольника заданы уравнениями: $AB: 4x - y - 7 = 0$, $BC: x + 3y - 31 = 0$, $CA: x + 5y - 7 = 0$. Написать уравнение медианы и высоты, проведенной из вершины A .
4. Построить плоскости:
а) $2x - 2y + z - 6 = 0$, б) $2x - y + 2z = 0$,
в) $2x - 3z + 12 = 0$, г) $2y + z = 0$.
5. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M_1(1,2,3)$ и перпендикулярной к плоскостям $x - y + z - 7 = 0$, $3x + 2y - 12z + 5 = 0$.
6. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $\begin{cases} x - y + 3z + 1 = 0 \\ 2x - z + 2 = 0 \end{cases}$ и точку $M(1,1,0)$.
7. Написать уравнения плоскостей, делящих пополам двугранные углы между плоскостями $3x - y + 7z - 4 = 0$ и $5x + 3y - 5z + 2 = 0$.
8. При каких значениях A и D прямая $\begin{cases} x = 4t + 3 \\ y = -4t + 1 \\ z = t - 3 \end{cases}$ лежит в плоскости $Ax + 2y - 4z + D = 0$?
9. Определить точки пересечения эллипса $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{225} = 1$ и параболы $y^2 = 24x$. Построить эллипс и параболу.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить эти линии:
а) $x^2 + y^2 + 8x - 4y - 5 = 0$, б) $9x^2 + 4y^2 + 18x - 27 = 0$,
в) $4x^2 - 3y^2 + 24x + 24 = 0$, г) $y^2 + 5x - 4y + 24 = 0$.
11. Изобразить линии:
а) $y = \frac{2}{5}\sqrt{25 - x^2}$, б) $x = -\sqrt{5y}$,
в) $x = -3 + \sqrt{y^2 - 2y + 10}$, г) $\rho = 3 \cos \varphi$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
а) $x^2 + y^2 = a^2$, $y + z = a$, $y - z = -a$, $z = b$ ($b > a$).
б) $x + y + z = 8$, $x = 2$, $y = 4$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

ВАРИАНТ 25

1. Даны вершины треугольника $A(-4,-5)$, $B(4,1)$, $C(-\frac{1}{2},7)$. Составить уравнение высоты, проведенной из вершины C , медианы, проведенной из вершины A .
2. Даны точки $A(-4,0)$ и $B(0,6)$. Через середину отрезка AB провести прямую, отсекающую на оси Ox отрезок, вдвое больший, чем на оси Oy .
3. Даны две смежные вершины параллелограмма $ABCD$: $A(-5,3)$, $B(1,7)$ и точка $K(0,3)$ - пересечение его диагоналей. Составить уравнения сторон BC и DC и найти угол между диагоналями.
4. Построить плоскости:
а) $x - 2y + 3z + 12 = 0$, б) $2x + y + 4z = 0$,
в) $2y - z + 4 = 0$, г) $6x + y = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через линию пересечения плоскостей $3x + y + z - 4 = 0$, $x + 3z - 5 = 0$ и отсекающей на осях Ox и Oy равные отрезки.
6. Найти проекцию начала координат на прямую $\frac{x-5}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+3}{-2}$.
7. Доказать, что прямые $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-4} = \frac{z+2}{-5}$ и $\begin{cases} 3x - y + 2z = 0 \\ x + 3y - 2z = 0 \end{cases}$ параллельны и найти расстояние между ними.
8. Найти угол между прямыми $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1}$ и $\begin{cases} x + y - z = 0 \\ x - y - 5z - 8 = 0 \end{cases}$.
9. При каких значениях k прямая $y = kx$ 1) пересекает окружность $x^2 + y^2 - 10x + 16 = 0$ 2) касается этой окружности; 3) проходит вне этой окружности. Построить.
10. Уравнения линий привести к каноническому виду. Построить эти линии:
а) $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 19 = 0$, б) $x^2 + 4y^2 - 4x - 8y + 4 = 0$,
в) $x^2 - 4y^2 - 24y - 40 = 0$, г) $y^2 - 4x + 2y - 3 = 0$.
11. Изобразить линии:
а) $y = -\sqrt{8-x^2}$, б) $y = -\sqrt{10x}$,
в) $y = 1 - \sqrt{x^2 + 6x}$, г) $\rho = \frac{144}{13 + 5 \cos \varphi}$.
12. Построить тело, ограниченное поверхностями:
а) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$, $y = c$, $y = -c$, $z = 0$, $x = 0$.
б) $x^2 + y^2 = 2x$, $x^2 + y^2 = 2y$, $z = 0$, $z = x + 2y$.