

**Министерство образования и науки Российской Федерации**

---

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования

«МАТИ — Российский государственный технологический университет  
имени К. Э. Циолковского»

---

**О. Ю. Агарева, Ю. В. Селиванов**

# **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА И ТЕОРИЯ АЛГОРИТМОВ**

Учебное пособие

*Рекомендовано УМС МАТИ в качестве учебного пособия  
для студентов и аспирантов МАТИ всех форм обучения,  
изучающих дисциплины: «Математическая логика и теория алгоритмов»  
и «Дискретная математика»*

Москва 2011

УДК 510  
ББК 22.1  
А23

Авторы:

*Агарева О. Ю.*, к.ф.-м.н., профессор кафедры «Высшая математика»  
МАТИ имени К. Э. Циолковского  
*Селиванов Ю. В.*, д.ф.-м.н., профессор кафедры «Высшая математика»  
МАТИ имени К. Э. Циолковского

Рецензенты:

*Лукацкий А. М.*, д.ф.-м.н., ведущий научный сотрудник ИНЭИ РАН  
*Щетинин А. Н.*, к.ф.-м.н., доцент кафедры вычислительной математики  
и математической физики МГТУ имени Н. Э. Баумана

**Агарева, О. Ю.**

А23 Математическая логика и теория алгоритмов [Текст] : учеб. пособие  
/ О. Ю. Агарева, Ю. В. Селиванов. — М. : МАТИ, 2011. — 80 с.

ISBN 978-5-93271-611-3

Учебное пособие предназначено для студентов МАТИ, изучающих дисциплины «Математическая логика и теория алгоритмов» и «Дискретная математика», обучающихся по специальностям «Информатика и вычислительная техника» и «Системы автоматизированного проектирования». Оно ставит своей целью помочь студентам лучше усвоить теоретический и практический материал. Пособие посвящено изучению важных разделов математической логики (алгебры высказываний, логики предикатов) и теории алгоритмов. Его основу составляют конспекты лекций, которые читались студентам. Данное пособие содержит большое количество примеров, иллюстрирующих основные понятия указанных разделов математической логики и теории алгоритмов и утверждения, касающиеся этих понятий.

Издание также может быть полезно для студентов других специальностей и преподавателей.

**УДК 510**  
**ББК 22.1**

ISBN 978-5-93271-611-3

© Агарева О. Ю.,  
Селиванов Ю. В., 2011  
© МАТИ, 2011

## Введение

Математическая логика является важнейшим элементом математического образования. Данное пособие содержит изложение основ математической логики и теории алгоритмов, соответствующее первой части курса лекций по дисциплине «Математическая логика и теория алгоритмов», читаемых в МАТИ студентам, обучающимся по специальностям «Информатика и вычислительная техника» и «Системы автоматизированного проектирования». Пособие предназначено в помощь как студентам МАТИ, так и студентам других технических университетов. Оно может оказаться полезным студентам и преподавателям также и при изучении дисциплины «Дискретная математика».

В пособии рассматриваются следующие темы: алгебра (логика) высказываний, логика предикатов, теория алгоритмов. Оно содержит большое количество примеров, демонстрирующих использование изложенной теории для решения конкретных задач.

Формальная логика — одна из древнейших наук. Отдельные фрагменты ее начали разрабатываться в VI в. до нашей эры в Древней Греции и Индии. Основателем этой науки считается гениальный древнегреческий ученый Аристотель, который обстоятельно систематизировал логические формы и правила мышления, и тем самым заложил начала логики. Логика, основанная на учении Аристотеля, существовала до начала XX в., после чего в ней произошла своеобразная научная революция, связанная с широким применением методов так называемой символической, или математической логики. Идеи последней — о возможности сведения рассуждений к вычислениям — были высказаны еще немецким ученым Г. В. Лейбницем в XVII в. Однако только к началу XX столетия математическая логика (то есть логика, развиваемая математическим методом) оформилась в качестве самостоятельной дисциплины. Характерным для этой дисциплины является использование формальных языков с точным синтаксисом и четкой семантикой, однозначно определяющими понимание формул. Современная математическая логика — это та же самая логика Аристотеля, но только громоздкие словесные выводы

заменены в ней математической символикой. Эта дисциплина изучает вопросы применения математических методов для решения логических задач и построения логических схем, которые лежат в основе работы любого компьютера.

Для построения основных разделов современной математической логики существуют два подхода (языка), образующих два варианта формальной логики: *алгебру логики* и *логические исчисления*. В данном пособии рассматривается только первый из этих подходов.

Суждения в математической логике называют высказываниями или логическими выражениями. Математическая логика включает два основных раздела: *логику высказываний* (или *позициональную логику*) и охватывающую ее *логику предикатов*.