

Удар абсолютно упругих и неупругих тел

Удар - столкновение двух тел, взаимодействие короткого времени

Тело деформируется

кин. энергия удара тел  $\rightarrow$  энергия деформации  $\rightarrow$

кин. энергия тел + внутр. энергия.

Относит. скорость после удара меньше.

$$e = \frac{v'}{v}$$

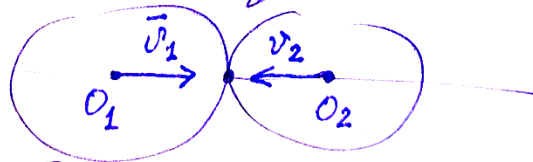
$e = 0$  абсолютно неупругий удар

$e = 1$  абсолютно упругий удар

$$0 \leq e \leq 1$$

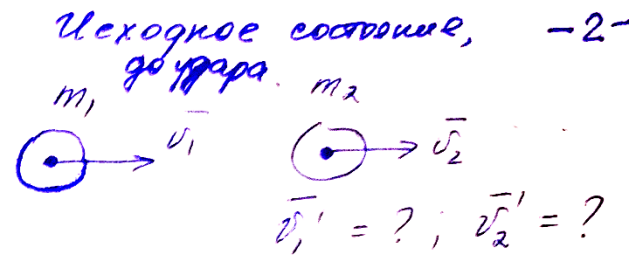
туда соприкосновения

Линия удара



Удар центральный - скорости шаров или тел находится на линии, соединяющей центры тел.  
Только центральные удары рассматриваем.

Ад. упр. удар рассматриваем  
 массы шаров  $m_1, m_2$  скорости до удара  $v_1, v_2$  скорости после удара  $v_1', v_2'$



Законы сохранения импульса и кинетической энергии

Для расчета используем закон сохранения импульса (1) и закон сохранения энергии (2)

$$\textcircled{1} m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \Rightarrow m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

$$\textcircled{2} \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2}$$

В скалярной форме с учетом направления векторов скорости.

$$m_1 (v_1 - v_1') = m_2 (v_2' - v_2)$$

$$\frac{m_1}{2} (v_1^2 - v_1'^2) = \frac{m_2}{2} (v_2'^2 - v_2^2)$$

После удара выбираем положительное направление и решаем задачу

$$v_1 + v_1' = v_2 + v_2'$$

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

$$v_2' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

общее решение рассмотрели частные случаи.

1)  $v_2 = 0$

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1$$

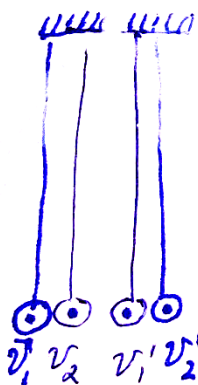
$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

a)  $m_1 = m_2$

$v_1 \neq 0$   $v_2 = 0$

$m_1 = m_2$

$v_1' = 0$ ;  $v_2' = v_1$



b)  $m_1 > m_2$

$v_1' < v_1$

$v_2' > v_2'$

сделано вручную

b)  $m_1 < m_2$

2)  $m_2 \gg m_1$

удар шара  $m_1$   
о покоящегося шара  $m_2$   
большой массы)  
 $v_1' = -v_1$

$$v_2' \approx \frac{2m_1 v_1}{m_2} \approx 0$$

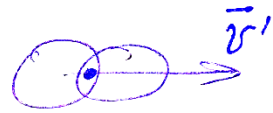
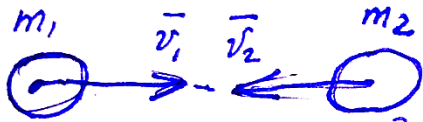
2)

$$m_1 = m_2$$

$$v_1' = v_2 ; \quad v_2' = v_1$$

Шары обмениваются скоростями

Ад. неупругий удар (шары движутся вместе после удара, часть кинетической энергии переходит в тепло Q)



1) удар центральный

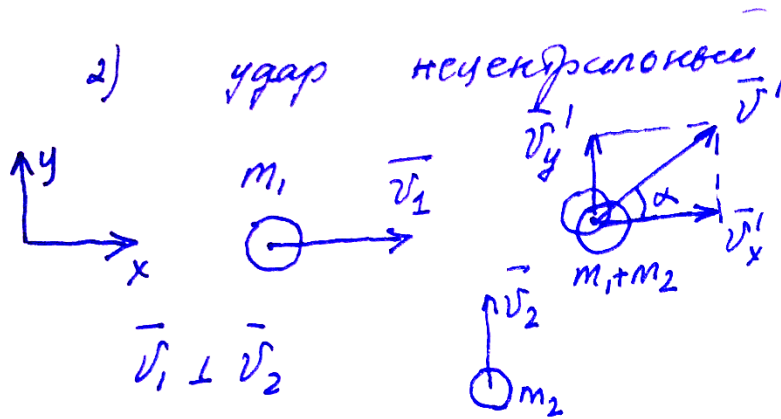
$$\begin{aligned}
 m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 &= (m_1 + m_2) \vec{v}' \\
 m_1 v_1 - m_2 v_2 &= (m_1 + m_2) v' \\
 v' &= \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2}
 \end{aligned}$$

закон сохранения импульса для замкнутой системы тел

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} + Q$$

$$\Delta W_K = W_K' - W_K$$

$$Q = \Delta W_K = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_1^2 - v_2^2)$$



$$\vec{v}'_x + \vec{v}'_y = \vec{v}'$$

$$v^2 = v_x'^2 + v_y'^2$$

$$v'_x = v' \cos \alpha$$

$$v'_y = v' \sin \alpha$$

Находим  $v'$  и угол  $\alpha$

Закон сохранения импульса

$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}'$  - в векторной форме

в скалярной форме

$$\begin{cases} m_1 v_1 + 0 = (m_1 + m_2) v'_x \\ 0 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v'_y \end{cases}$$

$$v'_x = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}; \quad v'_y = \frac{m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

$$v' = \sqrt{\frac{(m_1 v_1)^2}{(m_1 + m_2)^2} + \frac{(m_2 v_2)^2}{(m_1 + m_2)^2}} = \frac{\sqrt{(m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2)^2}}{m_1 + m_2}$$

$$\alpha = \arctg \frac{v'_y}{v'_x} = \arctg \frac{m_2 v_2}{m_1 v_1}$$