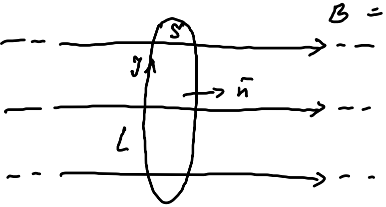
Теория Максвелла для электромагнитных полей

1. Всякое изменение магнитного поля приводит к появлению в окружающем пространстве электрического поля.
2. Всякое изменение электрического поля приводит к появлению в окружающем пространстве магнитного поля.

Электромагнитное поле

Теория Максвелла - феноменологическая теория, макроскопическая теория.

Первое уравнение Максвелла. Вихревое электрическое поле



$\bar B = const$

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_S(\bar B\, d\bar S) \qquad B = B(x,y,z,t)$$

$$\mathcal{E}_i = \oint_L(\bar E_B\, d\bar l)$$

$$\frac{d\bar B}{dt} \Rightarrow \frac{\partial \bar B}{\partial t}$$

$\bar B$ растет

$\Phi_B = BS\cos\alpha$

1. B меняется
2. S меняется
3. α меняется

$\bar E_B \perp \bar B$

$$\frac{d}{dt}\int_S(\bar B\, d\bar S) = \int_S\left(\frac{d\bar B}{dt}\, d\bar S\right)$$

$$\oint_L(\bar E_B\, d\bar l) = -\int_S\left(\frac{\partial \bar B}{\partial t}\, d\bar S\right)$$

$$\oint_L(\bar E_B + \bar E_q)\, d\bar l = -\int_S\left(\frac{\partial \bar B}{\partial t}\, d\bar S\right)$$

$$\longrightarrow \oint_L(\bar E\, d\bar l) = \int_S\left(\frac{\partial \bar B}{\partial t}\, d\bar S\right)$$

Две причины появления электр. поля

1. Меняющееся магн. поля $\bar E_B$
2. Электрич. заряды; $\bar E_q$

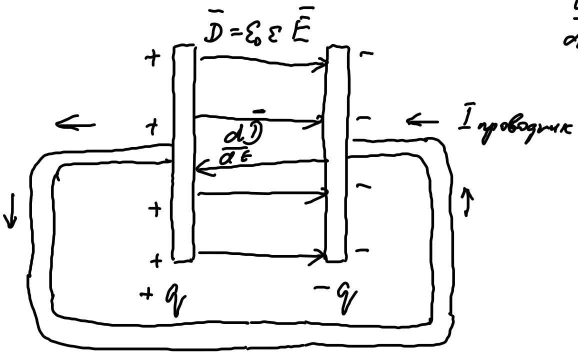
$$\bar E = \bar E_B + \bar E_q$$

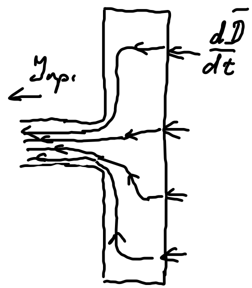
$$\oint_L \bar E_q = 0$$

Второе уравнение Максвелла. Ток смещения

Ток смещения ≡ меняющееся электрическое поле

$$\frac{d\bar D}{dt}$$





Линии тока проводимости в проводнике и в обкладках конденсатора разрываются между обкладками конденсатора, но там существует меняющееся электрическое поле (ток смещения)

Линии тока проводимости замыкаются линиями тока смещения

Эл. поле изменяется (уменьшается) между обкладками конденсатора

По Максвеллу ток смещения создает такое же магнитное поле между обкладками, как и ток проводимости в проводнике.

за dt протекает заряд dq

$$j_{пр.} = \frac{I_{пр}}{S} = \frac{1}{S}\left(\frac{dq}{dt}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{q}{S}\right) = \frac{d\sigma}{dt} = j_{см} = \frac{dD}{dt}$$

$I_{пр} = \frac{dq}{dt}$ S - площадь обкладки $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}$; $E = \frac{D}{\varepsilon_0\varepsilon}$; $D = \sigma$

$$\bar{j}_{см} = \frac{d\bar{D}}{dt}$$

Две причины появления магн. поля

1. Ток смещения
2. Ток проводимости

$\bar{j} = \bar{j}_{пр} + \bar{j}_{см} = \bar{j}_{пр} + \frac{\partial \bar{D}}{dt}$; $\bar{D} = \bar{D}(x, y, z, t)$

$\bar{B} = \mu_0\mu\bar{H}$

$$\oint_L (\bar{H}\,d\bar{l}) = I = \iint_S (\bar{j}\,d\bar{S}) = \int_S \left(\frac{\partial \bar{D}}{\partial t} + \bar{j}_{пр}\right) d\bar{S}$$

$$\oint_L (\bar{H}\,d\bar{l}) = \int_S \left(\frac{\partial \bar{D}}{\partial t} + \bar{j}_{пр}\right) dS$$

Система уравнений Максвелла

$$\begin{cases}
1. \ \oint\limits_L (\bar{E} d\bar{l}) = \int\limits_S \left(\frac{\partial \bar{B}}{dt} d\bar{S} \right) \\
2. \ \oint\limits_L (\bar{H} d\bar{l}) = \iint\limits_S \left(\frac{\partial \bar{D}}{\partial t} + \bar{j}_{\text{пр}} \right) d\bar{S} \\
3. \ \oint\limits_S (\bar{D} d\bar{S}) = q \\
4. \ \oint\limits_S (\bar{B} d\bar{S}) = 0 \\
5. \ \bar{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \bar{E} \\
6. \ \bar{B} = \mu_0 \mu \bar{H} \\
7. \ \bar{j} = \gamma \bar{E}
\end{cases}$$

$\Rightarrow$

Система уравнений Максвелла для стационарных полей

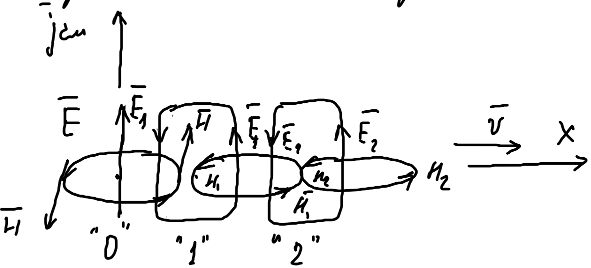
$\bar{E} = const$; $\bar{D} = const$

$\bar{B} = const$; $\bar{H} = const$

1. $\oint\limits_L (\bar{E}_q d\bar{l}) = 0$
2. $\oint\limits_L (\bar{H} d\bar{l}) = J$
4. $\oint\limits_S (\bar{B} d\bar{S}) = 0$
3. $\oint\limits_S (\bar{D} d\bar{S}) = q$
5. $\bar{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \bar{E}$
6. $\bar{B} = \mu_0 \mu \bar{H}$
7. $\bar{j} = \gamma \bar{E}_q$

Электромагнитная волна

Пусть каким-то образом создано электрическое поле $\bar{D}$ в т. 0, которое нарастает. Вектор тока смещения $\bar{j}_{см} = \frac{\partial D}{\partial t} = \varepsilon_0 \frac{\partial \bar{E}}{\partial t}$; в случае вакуума $\mu = 1$ и $\bar{D} = \varepsilon_0 \bar{E}$.



Согласно теории Максвелла меняющееся электр. поле создает магнитное (ток смещения вызывает появление магнитного поля). Находим направление магн. поля, используя правило буравчика.

Согласно второму положению теории Максвелла изменяющееся магн. поле вызывает появление вихревого электр. поля E_1. Оно будет иметь такое же направление, что и индукционный ток в контуре под действием возрастающего магн. поля (определяем по правилу Ленца. Поле $\bar{E}_1$ возрастает (это ток смещения), оно вызывает появление магн. поля

В т. "0" $\bar{E}_1 \uparrow\downarrow \bar{E}$ и оно ($\bar{E}_1$) будет уничтожать последнее ($\bar{E}$), а поле $\bar{H}_1 \uparrow\downarrow H$ и оно уничтожает H.

Первоначальное поле $\bar{E}$ исчезнет и вызванное им поле $\bar{H}$ исчезнет также, но появятся поля $\bar{E}_1$ и $\bar{H}_1$ в т. "1". Дальше будет происходить аналогичное явление в рассматриваемом направлении X.

Поле H_1 возрастает и вызовет появление $\bar{E}_2$, которое вызовет $\bar{H}_2$, а $\bar{E}_1 + \bar{E}_2 = 0$ в т. 1 и $\bar{H}_1 + H_2 = 0$ в т. 2 и т. д.

Электр. и магн. поля взаимно превращаясь друг в друга будут перемещаться в пространстве. Надо помнить, что точки 1, 2, 3 находятся близко друг к другу, т. е. $\bar{E}$ и $\bar{H}$; $\bar{E}_1$ и $\bar{H}_1$ и $\bar{E}_2$ и H_2 относятся к точкам. Там, где электр. поле имеет max, там и магн. поле имеет max. В точках, где $\bar{E} = 0$, и $\bar{H} = 0$

Кроме того, $\bar{E} \perp \bar{H} \perp \bar{v}$

Три вектора $\bar{E}$, $\bar{H}$ и $\bar{v}$ связаны правилом буравчика, рукоятку вращают от $\bar{E}$ к $\bar{H}$.

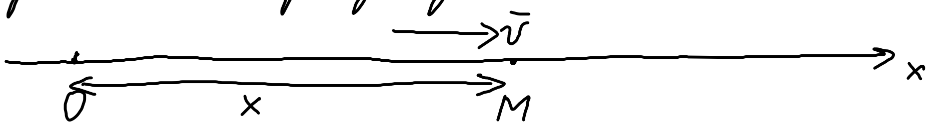
Очевидно, что поля будут распространятся и влево, как и в других направлениях.

Напомним, что есть второй способ передачи поля, это токи проводимости.

Итак, пусть в некоторой точке O электрическое поле меняется по гармоническому закону:

$$E = E_0 \sin\omega t$$

От этой точки, источника электрич. колебаний, будет распространяться электр. и магн. поля, взаимно превращаясь друг в друга, т.е. будет распространяться электромагнитное поле. Рассматриваем направление распространения эл. магн. поля – x.



Тогда в точке M на расстоянии x от т. O возникнут колебания

Распространение колебаний происходит с некоторой скоростью $\vec{v}$.

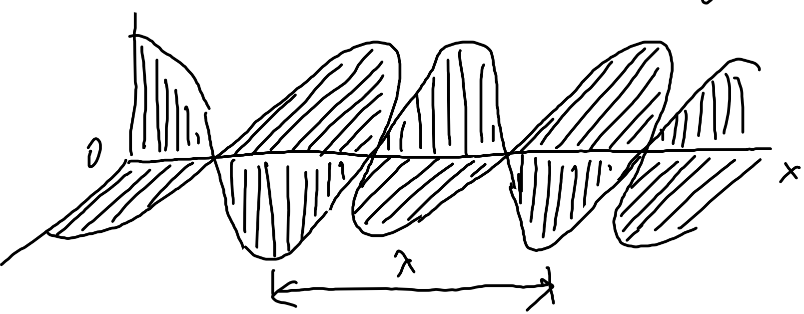
В т. М колебания будут запаздывать на время $\tau = x/v$.

В т. М колебания будут происходить по закону:

$$E = E_0 \sin\omega\left(t - \frac{x}{v}\right).$$

Т. к. максимумы эл. поля совпадают с максимумами магн. поля, то в т. М для магнитного поля $H = H_0 \sin\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)$.

Получаем $\left.\begin{aligned} E &= E_0 \sin\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) \\ H &= H_0 \sin\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\end{aligned}\right\}$ Уравнение для распространяющегося эл. магн. поля, это уравнение для эл. магн. волны



На рисунке изображено мгновенное распределение электрич. и магнитного полей.

В распространяющейся эл. магн. волне колебания векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$ происходят в одной фазе. Эл. магн. волна является поперечной волной, колебания $\vec{E}$ и $\vec{H}$ происходят в направлении, перпендикулярном направлению распространения волны.

λ - длина волны, расстояние между двумя точками, в которых колебания различаются по фазе на 2π.

T - период колебаний

$\lambda = vT$; λ - расстояние, на которое распространяется волна за время T.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \frac{v}{\lambda}$$

$$E = E_0 \sin\left(\omega t - 2\pi \frac{\cancel{v}}{\lambda} \frac{x}{\cancel{v}}\right); \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$ - волновое число

$$\begin{cases} E = E_0 \sin(\omega t - kx) \\ H = H_0 \sin(\omega t - kx) \end{cases}$$ Ур-я эл. магн. волны

Скорость распространения эл. магн. волны

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}}$$; c - скорость света в вакууме.

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$ $\varepsilon\mu > 1$; $v < c$

В любой момент времени

$$\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon}\, E = \sqrt{\mu_0 \mu}\, H$$

Вектор Умова - Пойнтинга

Эл. магн. волна переносит энергию и она складывается из энергий электр. и магн. полей. Объемная плотность энергий электр. и магн. полей есть $\omega_{эл.} = \varepsilon_0 \varepsilon \dfrac{E^2}{2}$ и $\omega_м = \mu_0 \mu \dfrac{H^2}{2}$; при этом $\omega_{эл.} = \omega_м$

Суммарная плотность энергии $\omega = \omega_{эл.} + \omega_м = 2\omega_{эл} = 2\omega_м = \varepsilon_0 \varepsilon E^2$

$$= \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon}\,\sqrt{\mu_0 \mu}\,EH$$

Величина $S = v\omega = \dfrac{c\omega}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \dfrac{\omega}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\sqrt{\varepsilon\mu}}$, т.к $v = \dfrac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$ и $c = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$

$$S = v\omega = \frac{\omega}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon}\sqrt{\mu_0\mu}\,E\cdot H}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\,\sqrt{\varepsilon\mu}} = EH$$

$\bar{E} \perp \bar{H}$ $\quad [\bar{E}\cdot\bar{H}]$ – вектор, направление которого совпадает с направлением распространения эл. магн. волны

$\bar{S} = [\bar{E} \cdot \bar{H}]$ – вектор, его величина равна $S = E \cdot H$, а $\bar{S} \uparrow\uparrow \bar{v}$

$\bar{S} = [\bar{E} \cdot \bar{H}]$ – вектор Умова-Пойнтинга

$\bar{S}$ по величине равен плотности потока энергии или энергии, которая в единицу времени протекает через единичную площадку, перпендикулярную направлению переноса энергии, т.е. направлению распространения эл. магн. волны.

Таким образом, существование эл. магн. волны вытекает из ур-й Максвелла. Опыты Герца (1888) экспериментально явились свидетельством, что электр. и магн. поля распространяются в виде волн, электромагнитных волн, поведение которых описывается уравнениями Максвелла.

Шкала электромагнитных волн

Название	Граница диапазона по длине волны (λ)	Граница диапазона по энергии квантов (W)
гамма - излучение	$\lambda < 1{,}2 \cdot 10^{-3}$ нм	$W > 1 M$эВ
рентгеновское излучение	$1{,}2 \cdot 10^{-3}$ нм $< \lambda < 12$нм	100эВ $> W > 1M$эВ
ультрафиолетовое излучение	12 нм $< \lambda < 380$нм	$3{,}2$эВ $> W > 100$эВ
видимый спектр излучения	380 нм $< \lambda < 760$нм	$1{,}6$эВ $> W > 3{,}2$эВ
инфракрасное излучение	760нм $< \lambda < 10^{6}$нм	$1{,}2 \cdot 10^{-3}$эВ $> W > 1{,}6$эВ
радиоволны	$\lambda > 10^{6}$нм	$W < 1{,}2 \cdot 10^{-3}$эВ