

Электромагнетизм

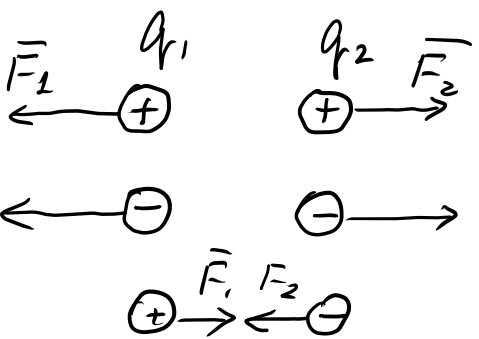
Электростатика

Два типа электрических зарядов: положительные и отрицательные заряды

Одноименные заряды отталкиваются

Электризация — разделение зарядов при трении

Разноименные заряды притягиваются



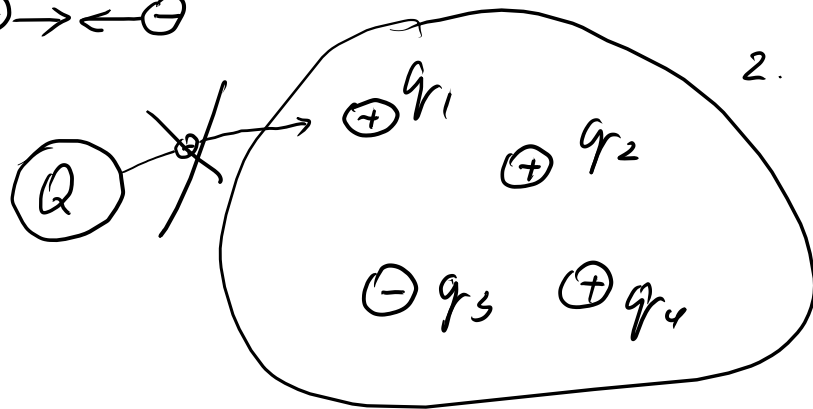
$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

$$q = Ne$$

N — целое число

1. Квантование зарядов

$$e = \pm 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$
$$e_- = -1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$
$$e_p = +1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$



2. Система электрических зарядов называется замкнутой или изолированной, если она обменивается зарядами с внешними телами.

3. Величина заряда не зависит от скорости $q \neq f(v)$

Инвариантность заряда

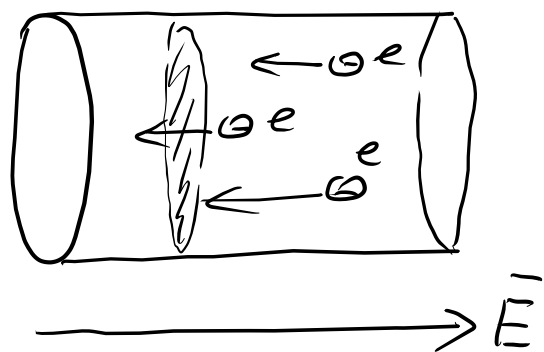
✓ Диэлектрики - все заряды связанные

✓ Проводники - есть свободные заряды

Полупроводники

4. Вокруг любого заряда существует электрическое поле

Электрическое поле обнаруживают по действию этого поле на другие тл. заряды
(пробный заряд)



$$\Delta q \Rightarrow \text{за } \Delta t$$

$$\frac{\Delta q}{\Delta t} = I ; \quad \Delta q = I \Delta t$$

$$1 \text{ Кл} = 1 \text{ А} \cdot 1 \text{ с}$$

кулон

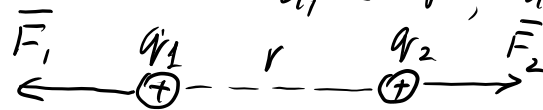
Закон Кулона - закон взаимодействия т. зарядов

М. Кулон (1785г.)

Тургеневъ зсередъ

Точечный заряд - это тело, несущее эл. заряд, размеры которого значительно меньше расстояний между зарядами $d_1 \ll r$; $d_2 \ll r$

$$d_1 \ll r; \quad d_2 \ll r$$



$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} ; F_1 = F_2 = F$$

сш: $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \epsilon - 1$ (вакуум)

ϵ_0 - электрическая постоянная

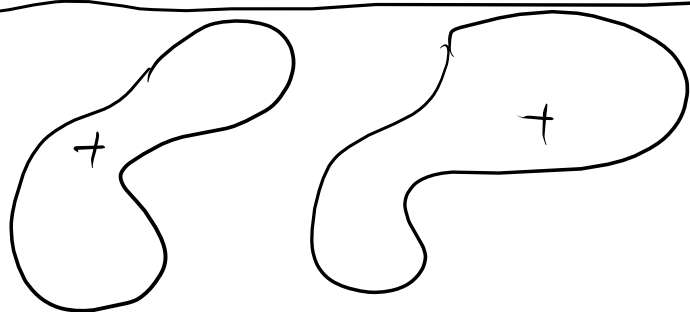
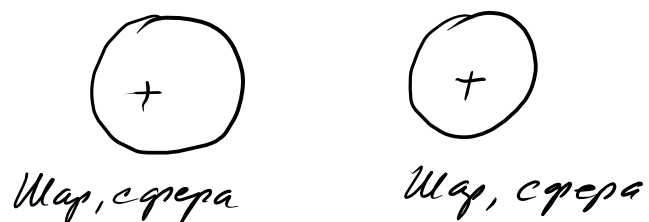
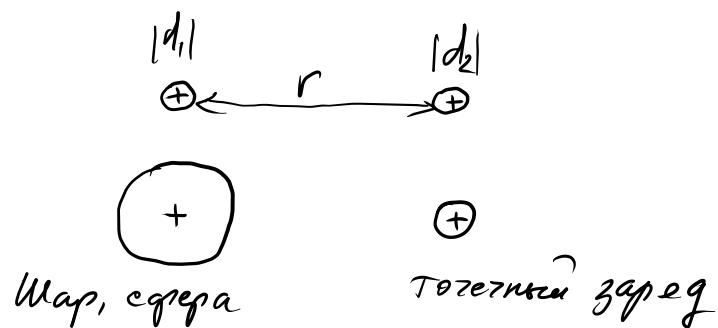
$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}$$

В диэлектриках сила
взаимодействия зарядов
уменьшается в ϵ раз

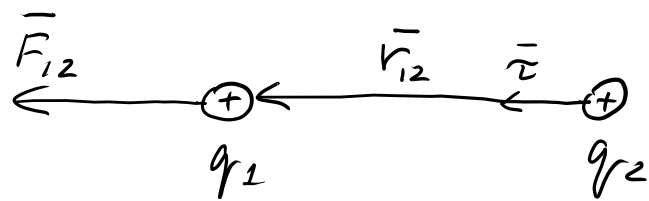
ε - диэлектрическая проницаемость среды

$$F' = \frac{F}{\varepsilon} \quad ; \quad \varepsilon \geq 1$$

$$F' = \frac{k}{\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$



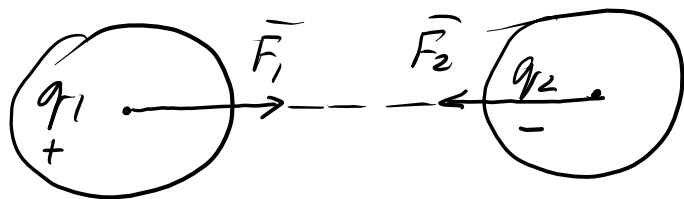
$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$



$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}$$

$$\vec{r} = \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}; \quad |\vec{r}| = 1$$

Сила Кулона - сила центральная



Электрическое поле. Напряженность эл. поля

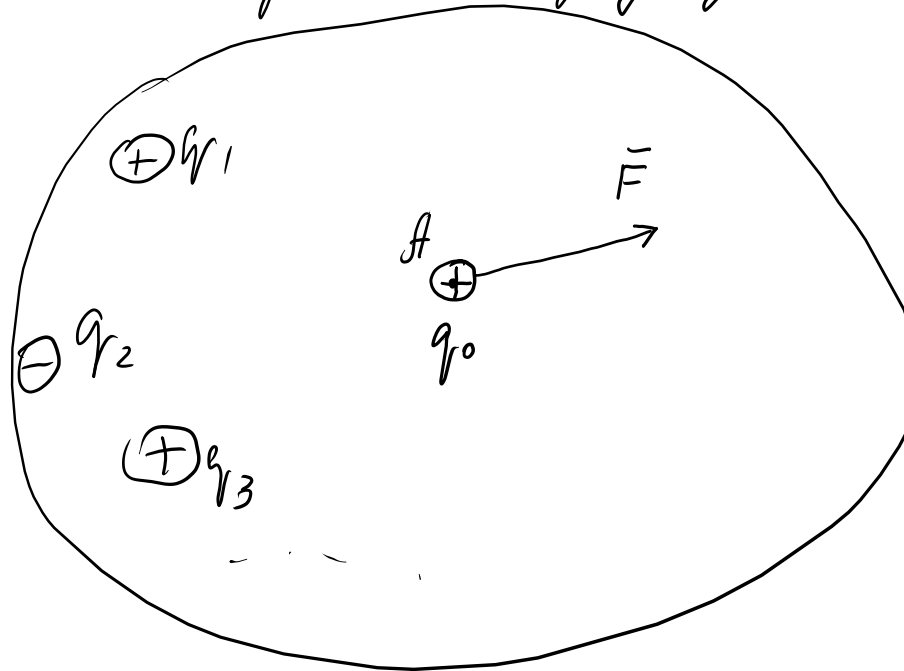
Электростатическое поле - электрическое поле, созданное неподвижными зарядами

Для описываемого эл. поля используем пробный эл. заряд (q_0)

Пробный заряд должен быть: 1. положительным

2. точечным

3. $q_0 \ll q$, создает поле



$\frac{\vec{F}}{q_0}$ - напряженность эл. поля

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0};$$

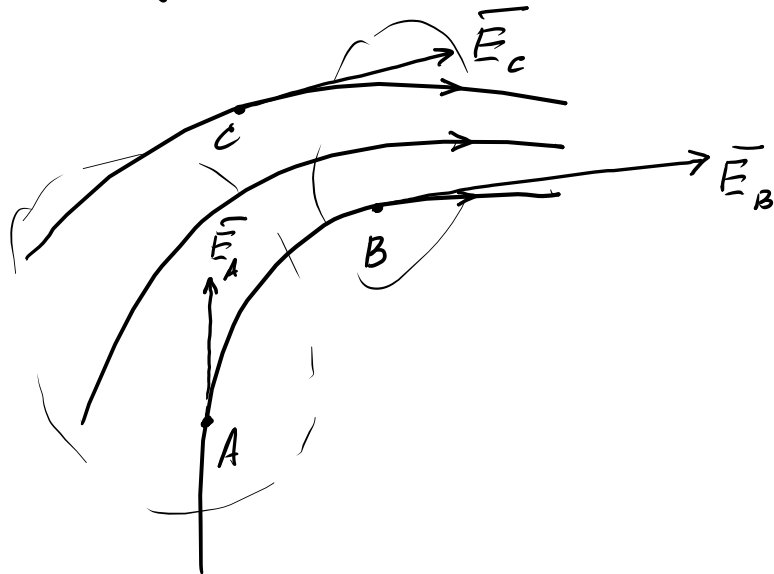
$$\vec{E} \uparrow \uparrow \vec{F}$$

$$[E] = \frac{B}{m}$$

Для графического изображения эл.ст. полей используют силовые линии.

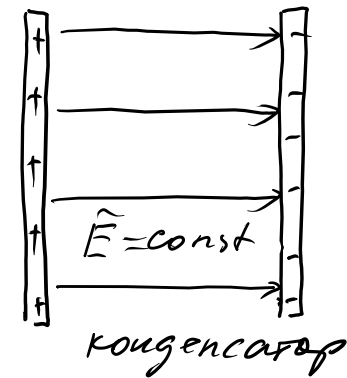
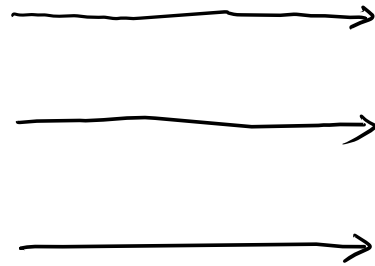
1. Касательная в каждой точке к силовой линии совпадает с направлением вектора напряженности эл.ст. поля.

2. Плотность (плотность) силовых линий пропорциональна величине эл.ст. поле в данной области

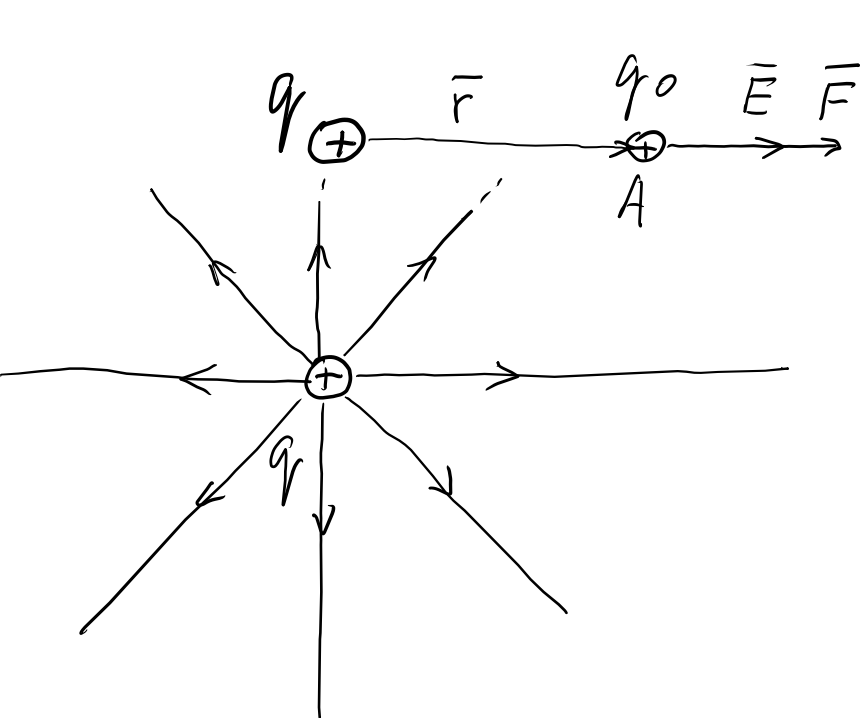


3. Силовые линии начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных зарядах.

$\vec{E} = \text{const} \rightarrow$ однородное эл.ст. поле



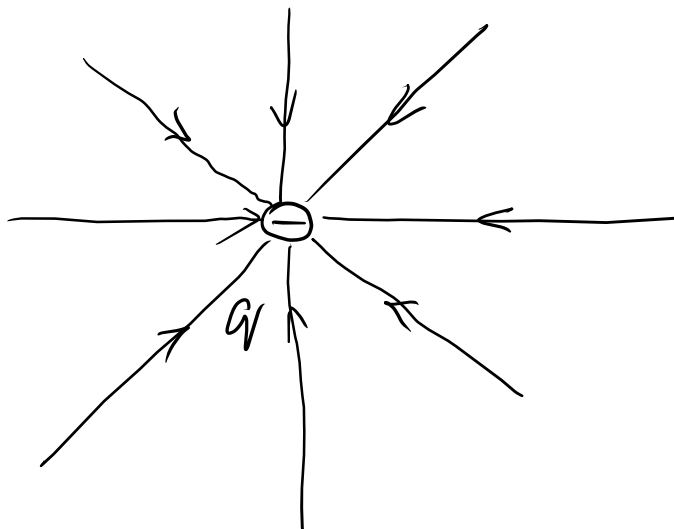
Точечный заряд q ; q_0 - пробный заряд



$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{qq_0}{r^2}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}; \quad E = \frac{F}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q}{r^2}$$

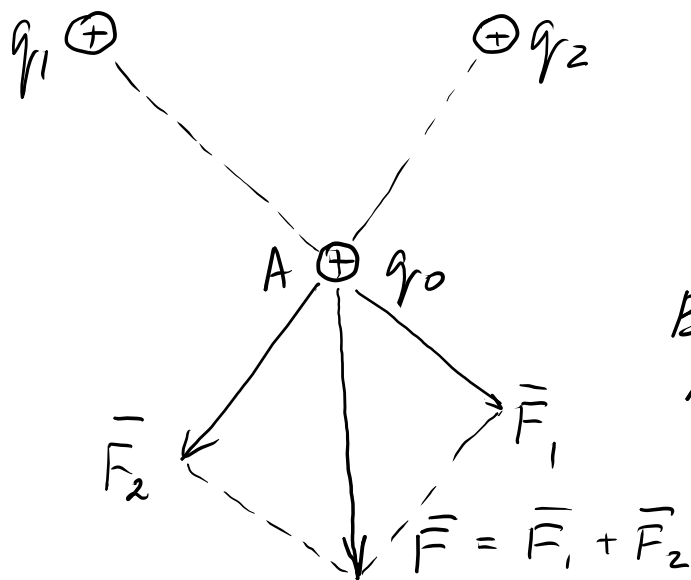
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$



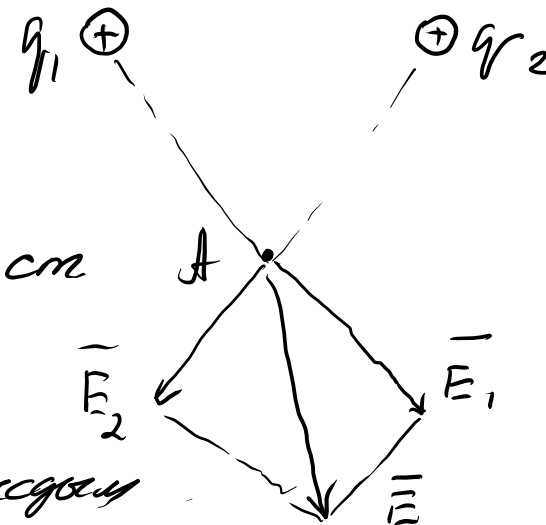
Система н. зарядов - Принцип суперпозиции н. ст. полей

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{\vec{F}_1}{q_0} + \frac{\vec{F}_2}{q_0} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

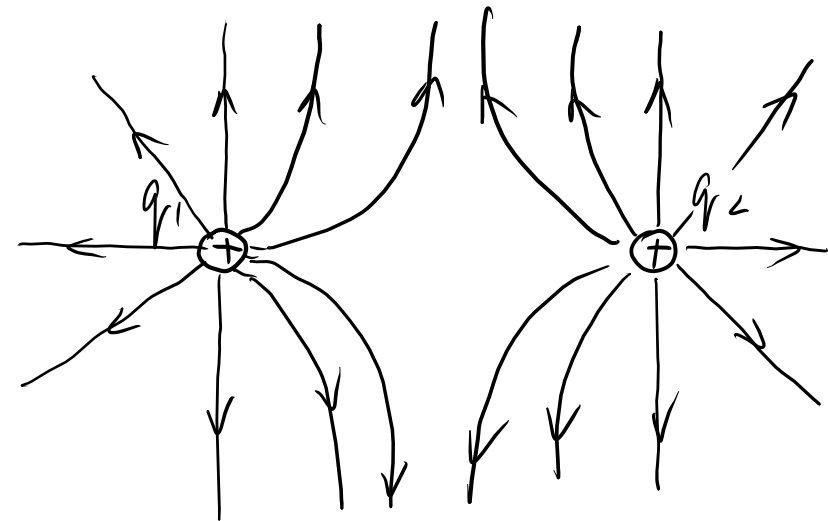
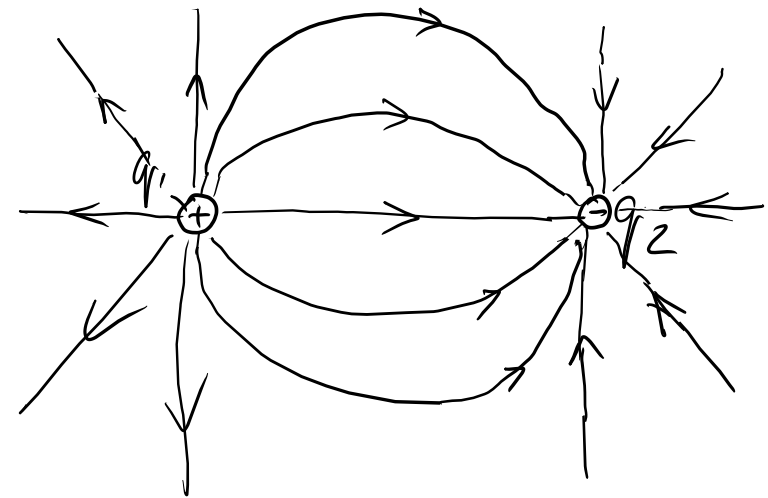
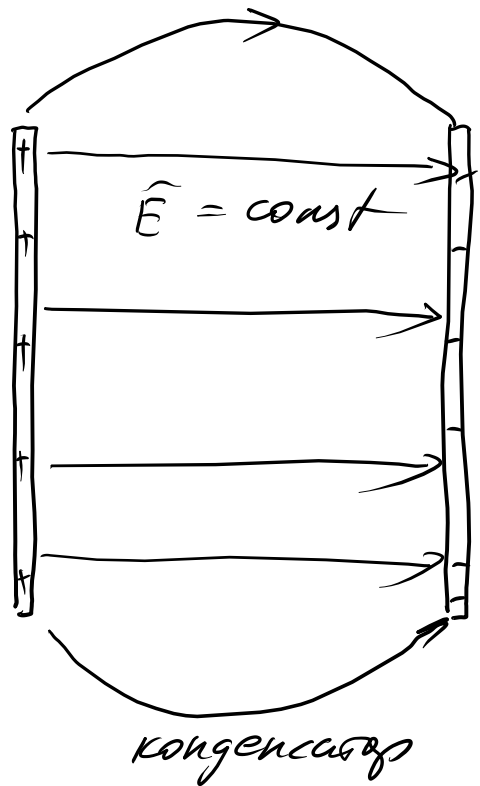
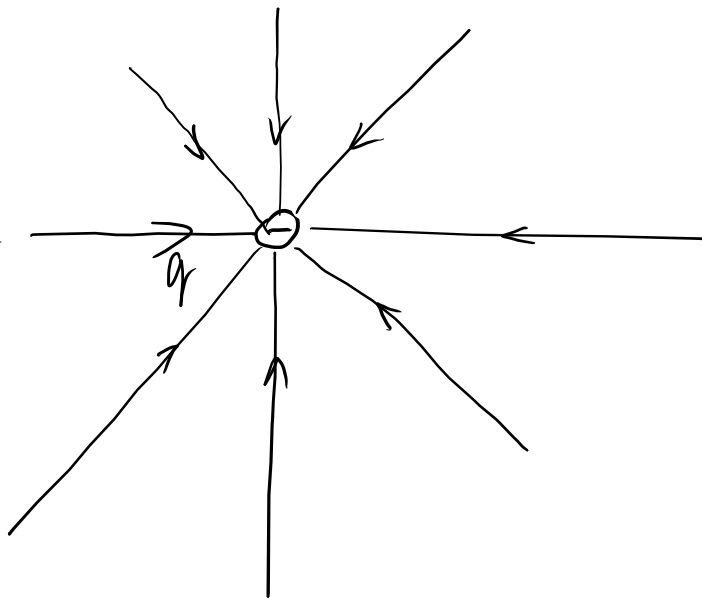
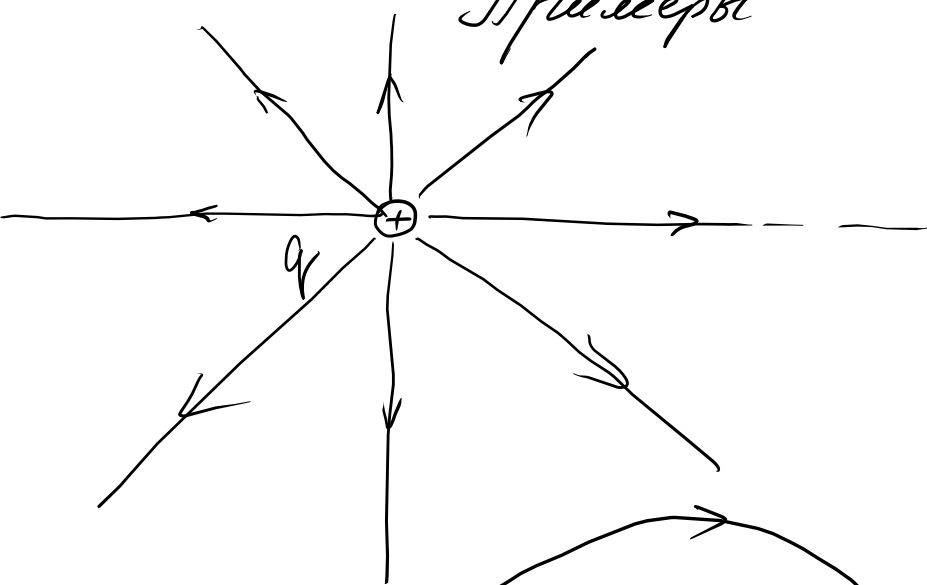
$$\vec{E} = \sum \vec{E}_i$$



Вектор $\vec{E}$ результирующего н. ст. поля, созданного системой н. зарядов, равняется геометрической сумме напряженности н. ст. полей, созданных каждым зарядом в отдельности.



Примеры



q_1 $\ominus$

$\ominus$ q_2

самостоятельно

Теорема Остроградского - Гаусса

Поток вектора напряженности



$$\Phi_E = E \cdot S \cdot \cos \alpha = (\vec{E} \cdot \vec{S})$$

$$\vec{S} = S \cdot \vec{n}; \quad |\vec{S}| = S$$

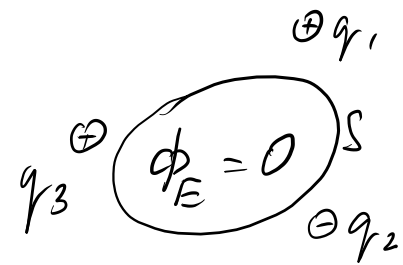
$$\vec{S} \uparrow \uparrow \vec{n}$$

поверхность S неплоская

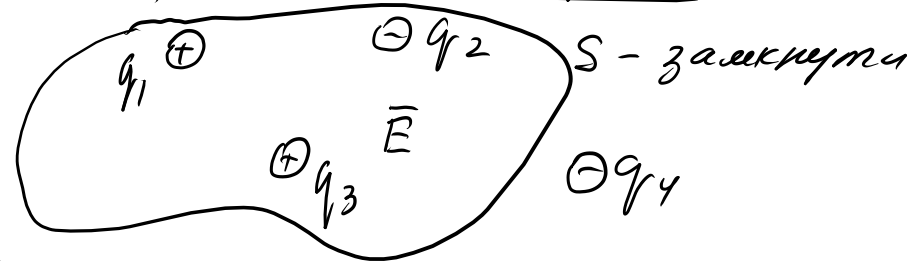
$$d\Phi_{Ei} = E_i \cdot dS_i \cos \alpha_i = (\vec{E}_i \cdot d\vec{S}_i)$$

$$\Phi_E = \sum_i d\Phi_{Ei}$$

$$\Phi_E = \int_S d\Phi = \int_S (\vec{E} \cdot d\vec{S})$$

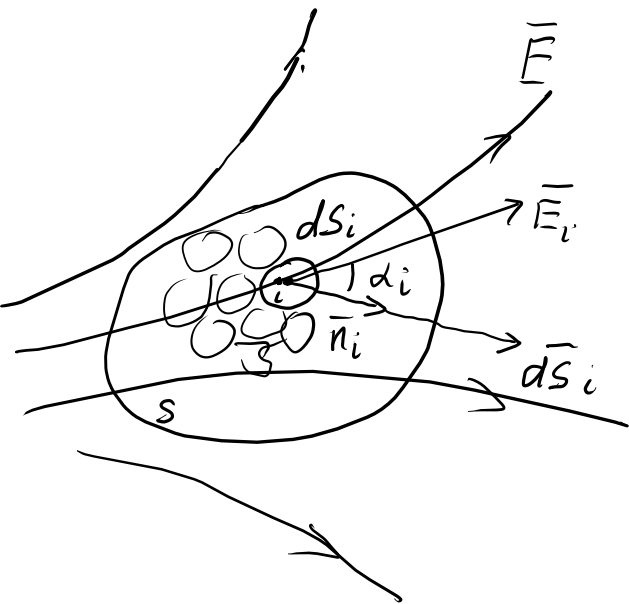


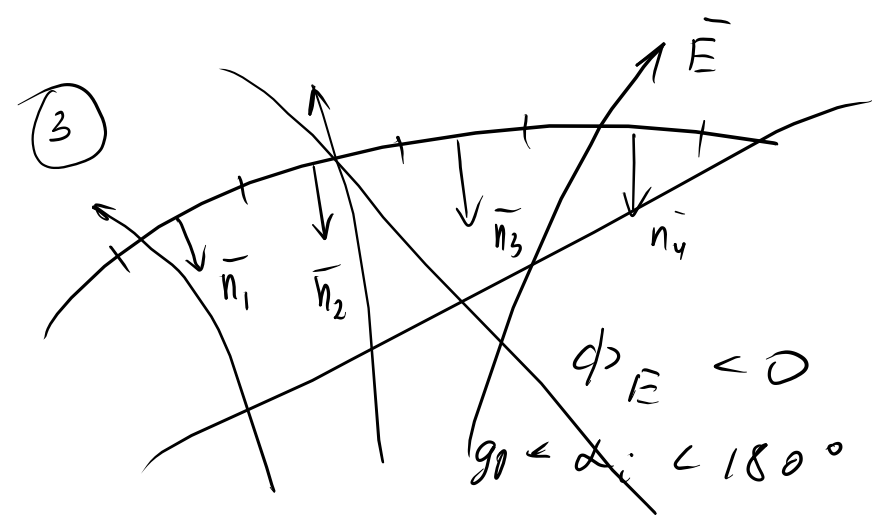
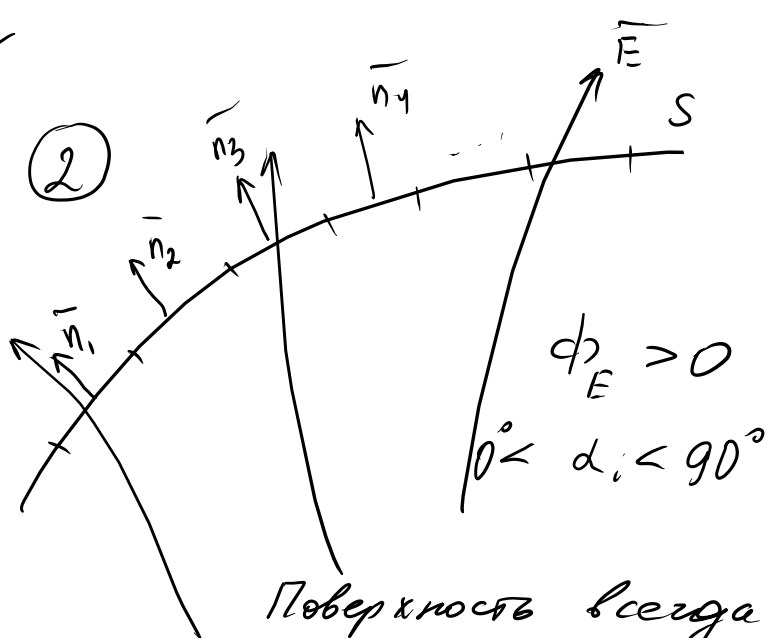
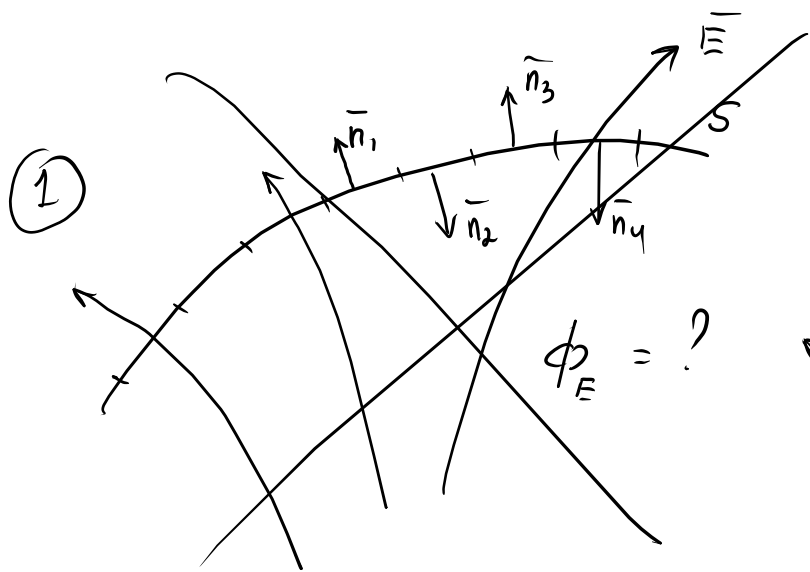
поток вектора напряженности
эл. ст. поля через
поверхность S
система эл. зарядов



$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}$$

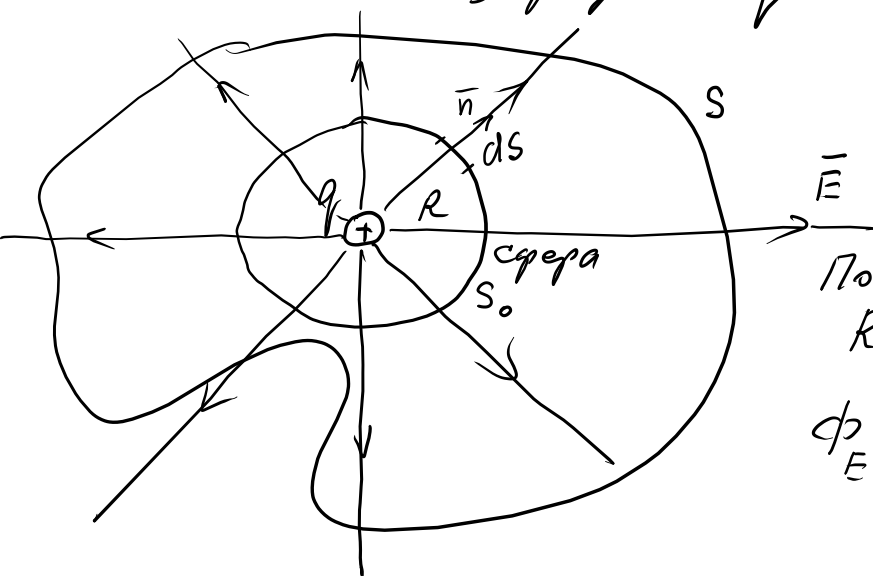
$\epsilon = 1$ $\Phi_E = \frac{q_1 + q_2 + q_3}{\epsilon_0}$





Поверхность всегда выпуклая
Нормали выбираем, это окол
были направлены наружу.

Эл. ст. поле создается
точечным зарядом q



$$\phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\epsilon = 1$$

Поверхность - сфера
 R - радиус сферы

$$\phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} = \oint_{S_0} (\vec{E} d\vec{S})$$

$$\phi_E = \oint_{S_0} (\vec{E} d\vec{S}) = \oint_{S_0} E dS \cos \alpha$$

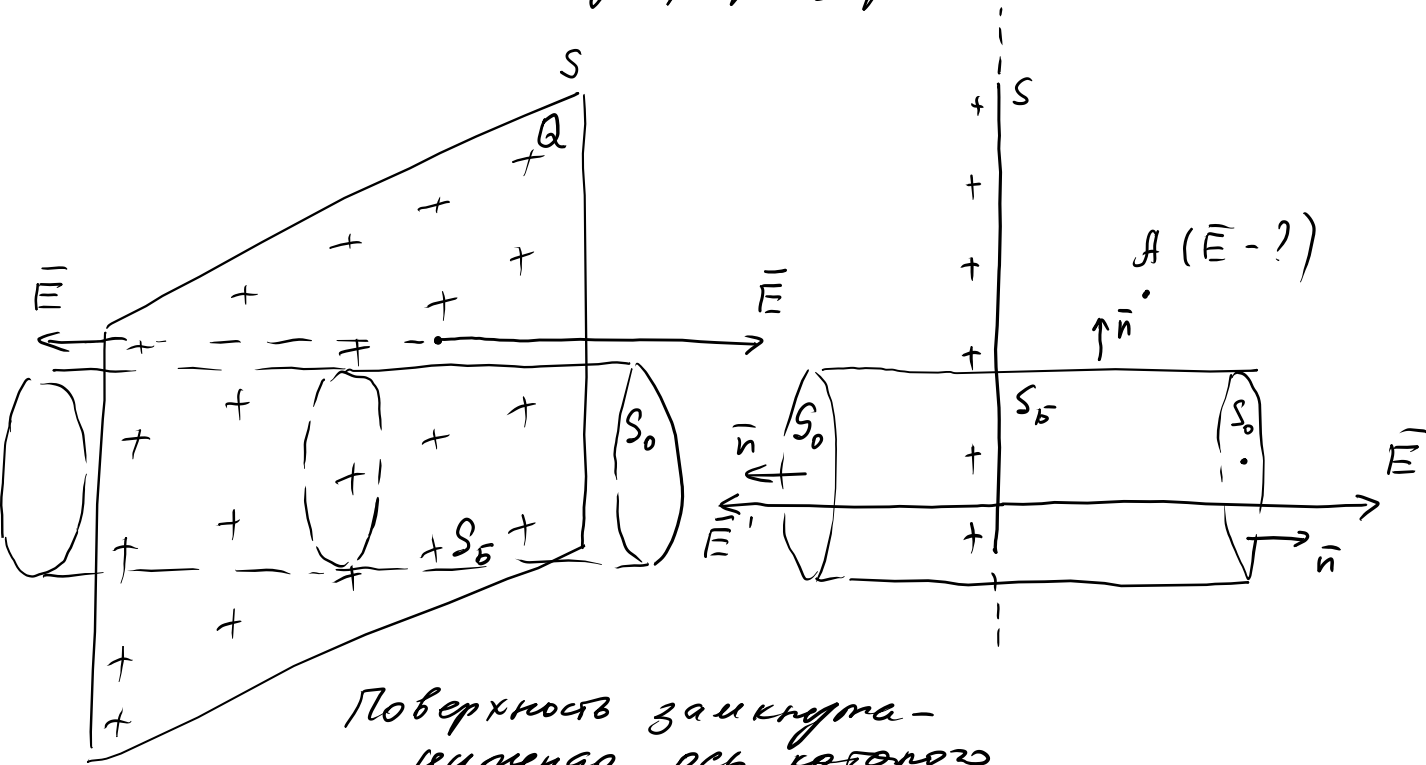
$$\vec{n} \uparrow \uparrow \vec{E} \quad \alpha = 0 \quad \cos \alpha = 1$$

$$\phi_E = E \oint_{S_0} dS = E 4\pi R^2$$

$$\phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} 4\pi R^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Применение теоремы О-Т для расчета эл. ст. поля

1. Эл. ст. поле однократно заряженной бесконечной плоскости



Поверхность замкнутого цилиндра, ось которого $\perp$ плоскости заряженной

$$E = E' ; \quad \vec{E} \updownarrow \vec{E}'$$

$$\phi_E \approx \underbrace{\phi_{ES_0,1} + \phi_{ES_0,2}}_{\alpha = 0^\circ} + \phi_{ES_2} \quad \begin{matrix} \nearrow 0, \text{ т.к. } \alpha = (\vec{n} \cdot \vec{E}) \\ = 90^\circ \\ \cos 90^\circ = 0 \end{matrix}$$

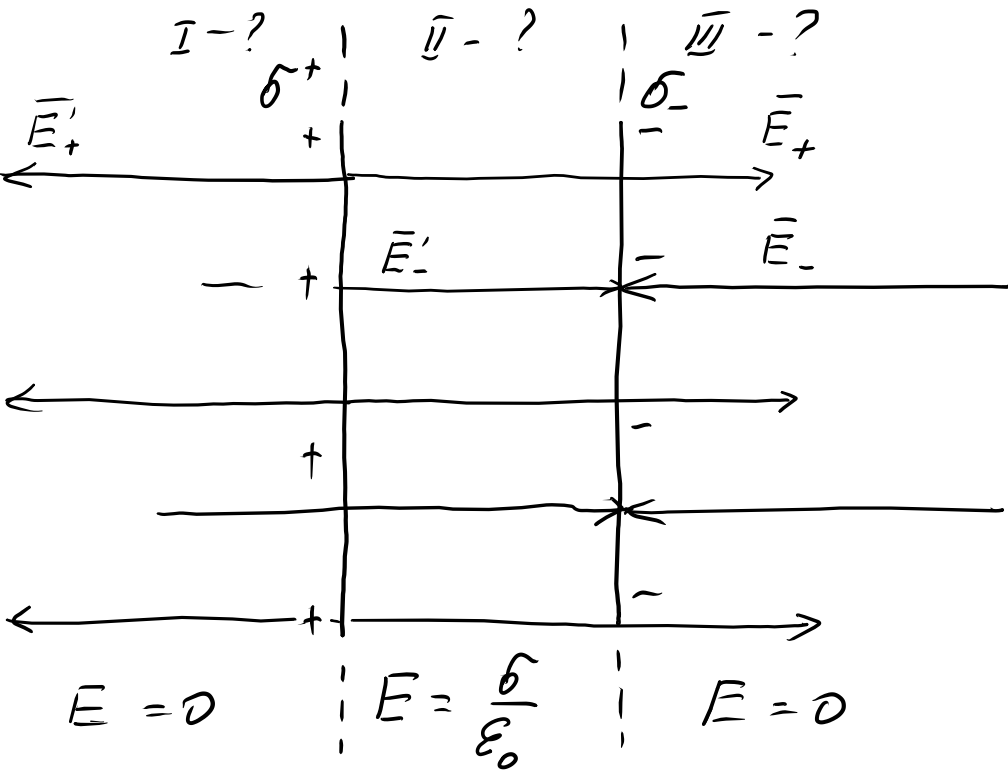
$$\cos \alpha = 1$$

$$\phi_E = 2 E E S_0 = 2 E S_0 = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{\sigma S_0}{\epsilon_0}$$

$\sigma = \frac{q}{S}$ - поверхностная плотность электрических зарядов

$$2 E S_0 = \frac{\sigma S_0}{\epsilon_0} ; \quad E = \frac{\sigma}{2 \epsilon_0}$$

2. Эл. ст. поле от двух бесконечных параллельных разноименно заряженных плоскостей



$$|\sigma^+| = |\sigma^-| = \sigma$$

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- ; \quad E_+ = \frac{\sigma^+}{2\epsilon_0} \quad E_- = \frac{\sigma^-}{2\epsilon_0}$$

$$E^+ = E^-$$

I $\vec{E}' \downarrow \uparrow \vec{E}^+ \quad \vec{E} = 0$

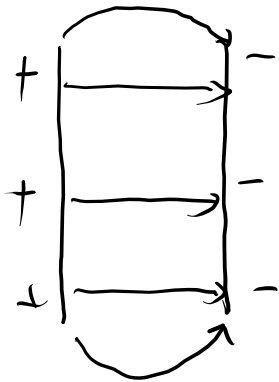
III $\vec{E}^- \uparrow \downarrow \vec{E}^+ \quad \vec{E} = 0$

II Между пластинами

$$\vec{E}' \uparrow \uparrow \vec{E}_+ \quad \vec{E} = \vec{E}' + \vec{E}_+$$

$$E = E'_+ + E_{+} = \frac{\sigma^+}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma^-}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

Система из двух параллельных разноименно заряженных пластины - конденсатор



$$\sigma_{+1} \neq \sigma_{+2}$$

Потенциал электростатического поля

Механическая работа эл. ст. поля по перемещению электрического заряда

$$\delta A \equiv dA$$

$$dA = (\vec{F} d\vec{e}) = q_0 (\vec{E} d\vec{e}) = q_0 E d\ell \cos \alpha$$

$$q_0 > 0; \vec{F} \uparrow \uparrow \vec{E} \quad \alpha = (\vec{E}, \hat{d\vec{e}})$$

$$m. A \rightarrow m. B \quad A = \int_A^B q_0 E d\ell \cos \alpha = q_0 \int_A^B E d\ell \cos \alpha$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 \epsilon} \frac{q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}; \quad E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \frac{r}{r} \quad \epsilon = 1$$

$$dr = d\ell \cos \alpha$$

$$dA = q_0 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} dr$$

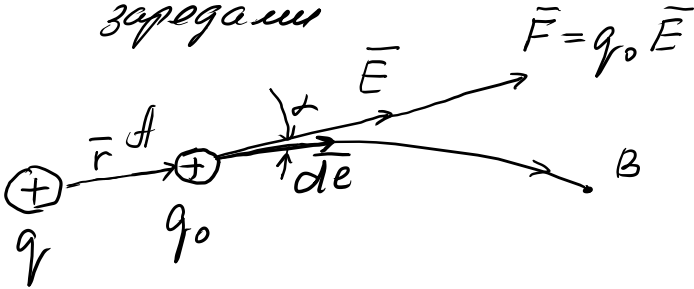
$$A = \int_A^B \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r^2}$$

$$A = - \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \Big|_{r_1}^{r_2}$$

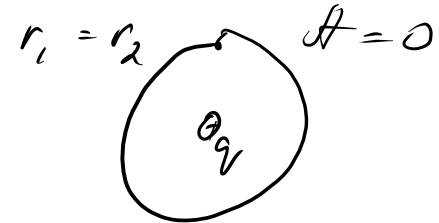
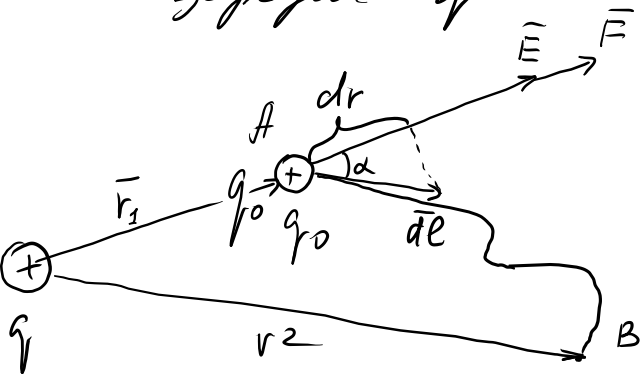
$$A = \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Эл. ст. поле является полем потенциальности
Силы эл. поля - силы консервативные

Эл. ст. поле создано
зарядами



Пусть эл. ст. поле
создается точечным
зарядом q



Одноименные
заряды $A > 0$
 r растет
 r уменьшается
 $A < 0$

Разноименные
заряды
 r растет $A < 0$
 r уменьшается
 $A > 0$

Если эл. ст. поле создано системой точечных зарядов
 $q_1; q_2 q_3 \dots q_N$

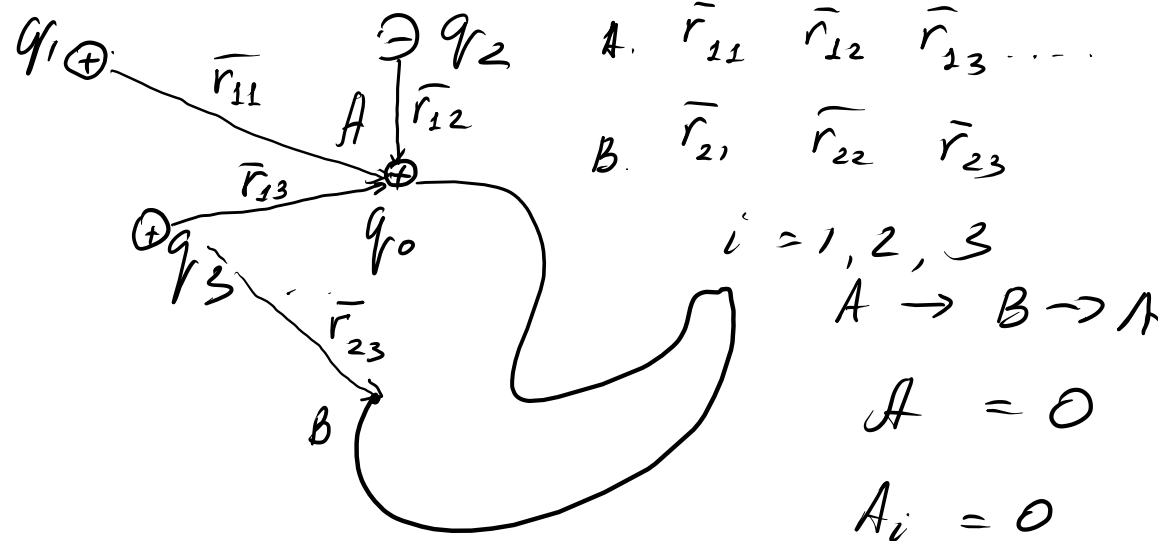
На заряд q_0 будут действовать силы $\vec{F}_1; \vec{F}_2; \vec{F}_3; \dots \vec{F}_N$

$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i$$

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$$

$$\vec{F} = q_0 \vec{E}$$

$$A = \sum_i A_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q_0 \sum_{i=1}^N q_i \left(\frac{1}{r_{1i}} - \frac{1}{r_{2i}} \right)$$



Потенциал и. е. м. поля

$\oplus q_0$

$$\vec{F} = q_0 \vec{E}$$

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i$$

Элементарная работа

$$dA = -dW_n$$

Конечная работа A

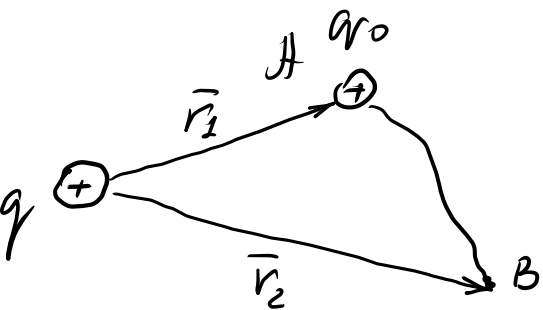
$$A = -\Delta W_n = W_{n1} - W_{n2}$$

$$W_{n1} - \text{б. м. А.}$$

$$W_{n2} \rightarrow \text{б. м. В}$$

$$\epsilon = 1$$

II закон Кюмтона A ;



$$A = \frac{q \cdot q_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_1} - \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_2} = W_{n1} - W_{n2}$$

$$W_n = \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_1} + \text{const} ; \quad W_{n2} = \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_2} + \text{const}$$

$$W_n = \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} + \text{const}$$

$$r \rightarrow \infty \quad \text{const} = 0$$

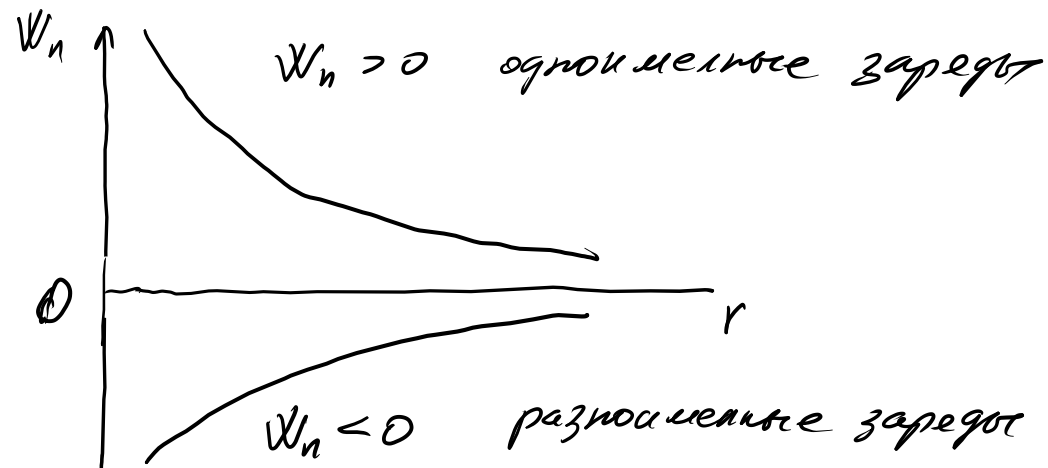
Система электрических зарядов

$$W_n = \sum_{i=1}^N \frac{q_0 q_i}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_i} + \text{const} \Rightarrow W_n = \sum \frac{q_0 q_i}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_i}$$

$$\epsilon \neq 1; \quad W_n = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i} + \text{const} \quad r \rightarrow \infty \quad \text{const} = 0$$

$$q : q_0 \quad W_n = \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{1}{r} + \text{const} \quad r \rightarrow \infty \quad \text{const} = 0$$

$$\epsilon = 1$$



$$W_n = \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$$

$$\varphi = \frac{W_n}{q_0} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \quad \begin{array}{l} \text{Потенциал} \\ \text{эл. ст. поля} \end{array}$$

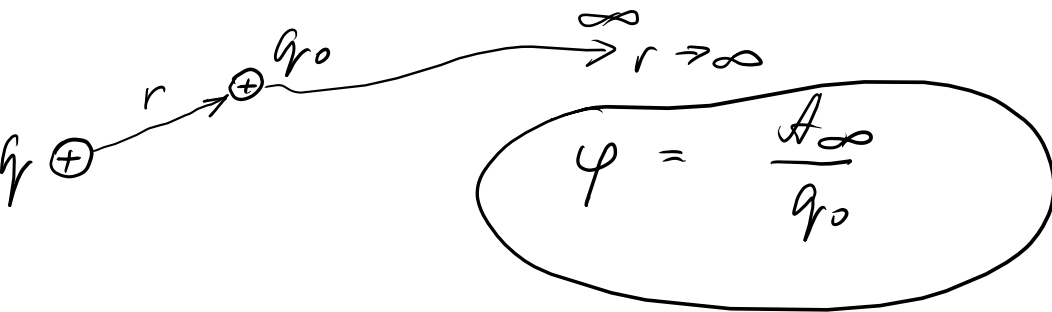
Скалярная величина

Система эл. зарядов

$$\varphi = \frac{W_n}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i} = \sum \varphi_i$$

$\varphi = \sum \varphi_i$ — Принцип суперпозиции для потенциала скалярная сумма.

$$A_\infty = W_n - W_{n\infty} = W_n = q_0 \varphi$$

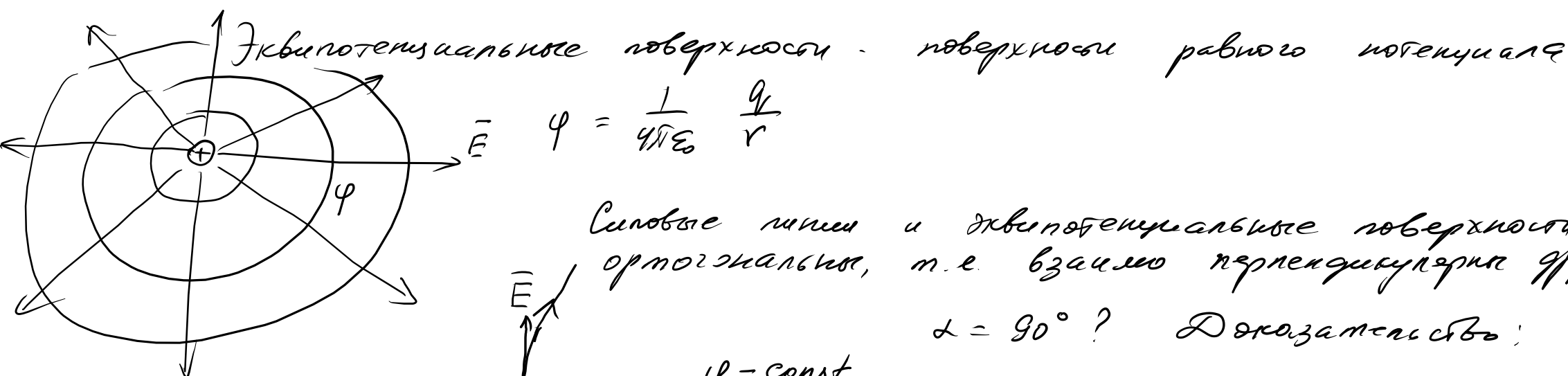


$$A = W_{n1} - W_{n2} = q_0 \varphi_1 - q_0 \varphi_2 = q_0 (\varphi_1 - \varphi_2)$$

- $\Delta \varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ - разность потенциалов

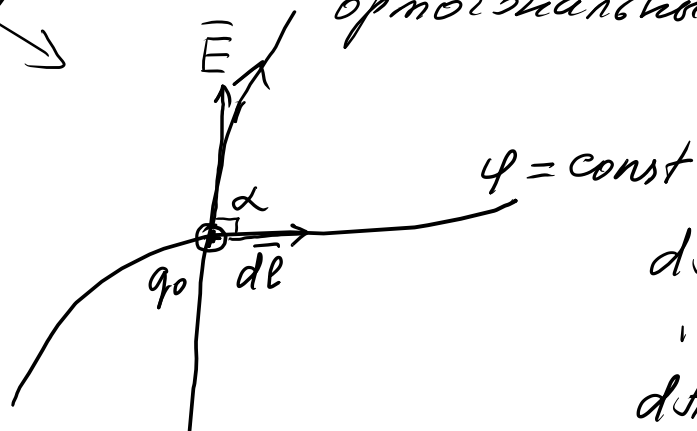
$$\text{СИ} \quad [\varphi] = [\Delta \varphi] = \frac{Дж}{Кл} = В = \frac{К \cdot м}{А \cdot с} = \frac{К \cdot м^2}{А \cdot с^2}$$

вольт



Силовые линии и эквипотенциальные поверхности ортогональны, т.е. взаимно перпендикулярны друг другу.

$\angle = 90^\circ$? Докажем это:

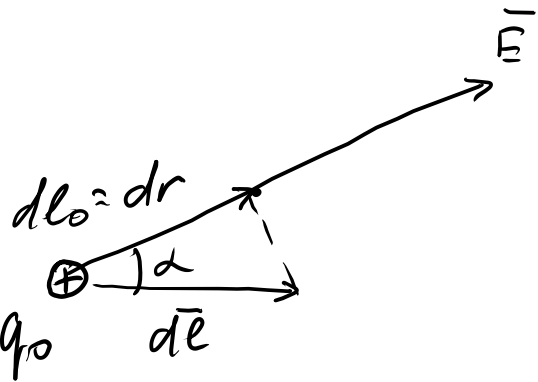


$$dA = -q_0 d\varphi = 0; \text{ перемещение идет по эквипотенциальной поверхности}$$

$$dA = q_0 (\vec{E} d\vec{l}) = q_0 E dl \cos \alpha \quad \angle = (\vec{E} d\vec{l})$$

$$dA = 0 \quad \cos \alpha = 0; \quad \alpha = 90^\circ \quad \vec{E} \perp d\vec{l}$$

Знаменноторменуанн



$$dH = q_0(\vec{E} d\vec{l}) = q_0 E dl \cos \alpha = -q_0 d\varphi$$

$$E \underbrace{dl \cos \alpha}_{dl_0} = -d\varphi$$

$$E dl_0 = -d\varphi$$

$$E = - \frac{d\varphi}{dl_0} \quad - \text{Знаменноторменуанн}$$

$$E = - \frac{d\varphi}{dr}$$

$$\vec{E} = - \text{grad } \varphi$$

$$\text{grad } \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{k}$$

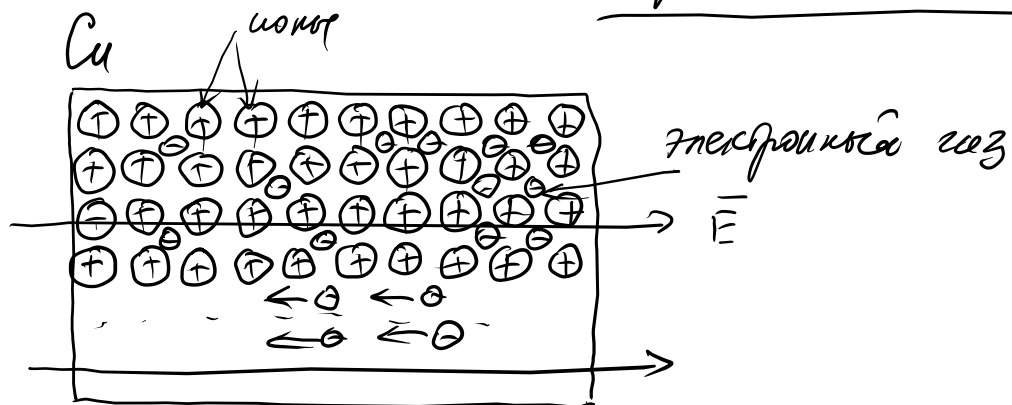
$$\varphi = \varphi(x, y, z)$$

$$|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$$

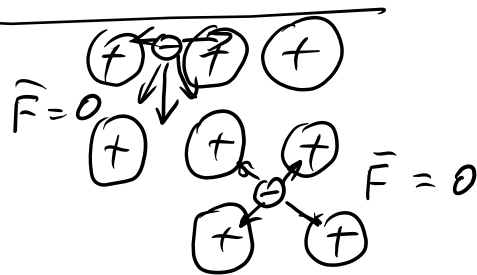
$$\vec{i} \perp \vec{j} \perp \vec{k}$$

Проводники в эл. ст. поле

Проводник характеризуется наличием свободных зарядов



①

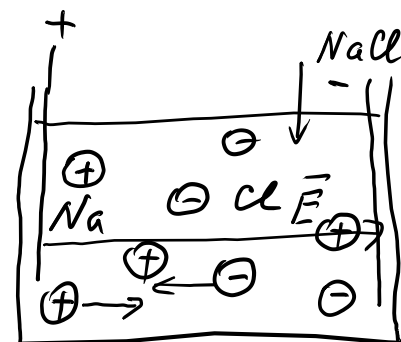


Металлы и сплавы

Свободные заряды - электроны
(электронный газ)

②

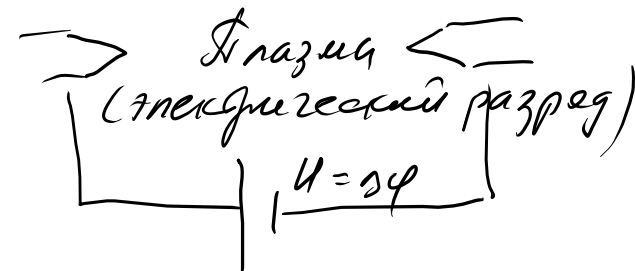
Растворы солей
(электролиты)



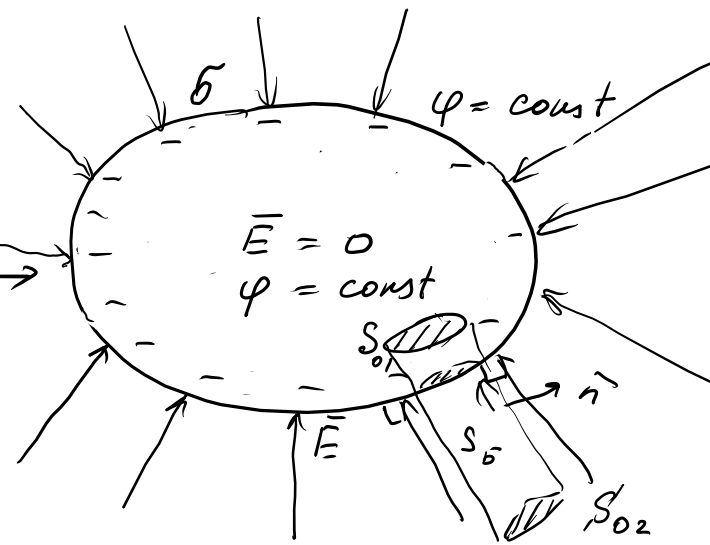
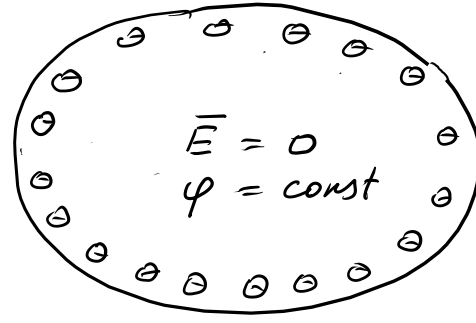
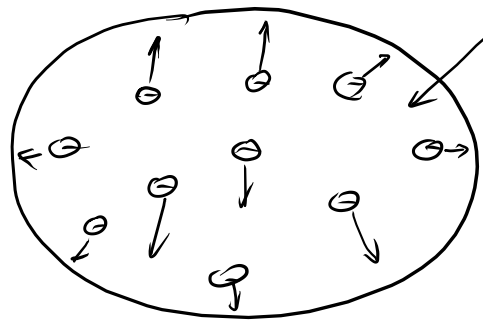
Свободные заряды -
положительные и
отрицательные ионы

③

Плазма



1) Проводнику сообщили дополнительный заряд.

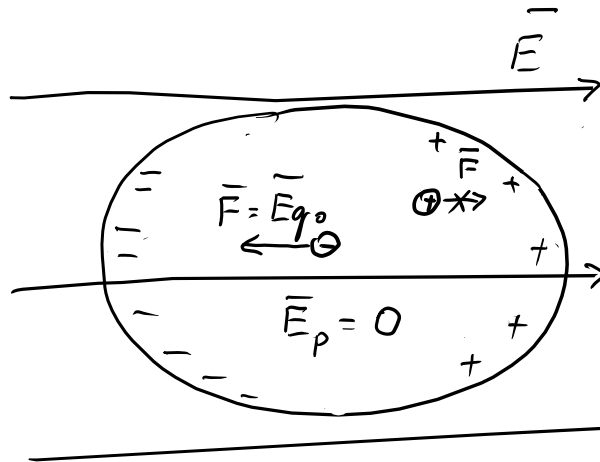
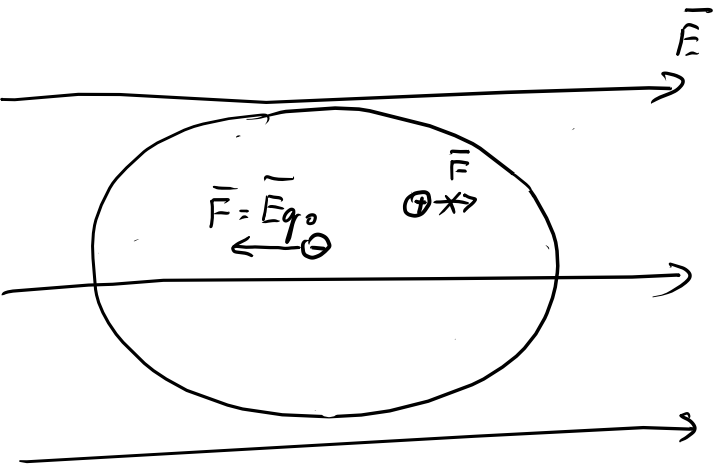


σ — поверхностная плотность эл. зарядов γ поверхности

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}; \quad E = 1$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon}$$

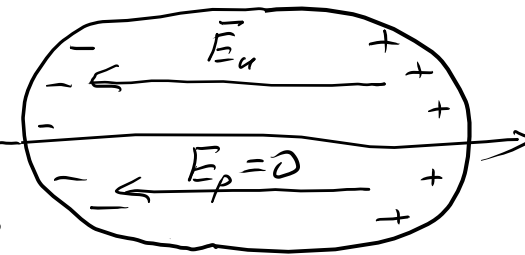
2) Проводник помещаем в эл. поле



$$\frac{\sigma \cdot S_0}{\epsilon_0} = \phi_{E S_{01}} + \phi_{E S_{02}} + \phi_{E S_0} = 0 \quad (E=0) \quad \phi_{E S_0} = 0 \quad (\angle=0)$$

$$\frac{\sigma S_0}{\epsilon_0} = E S_0$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

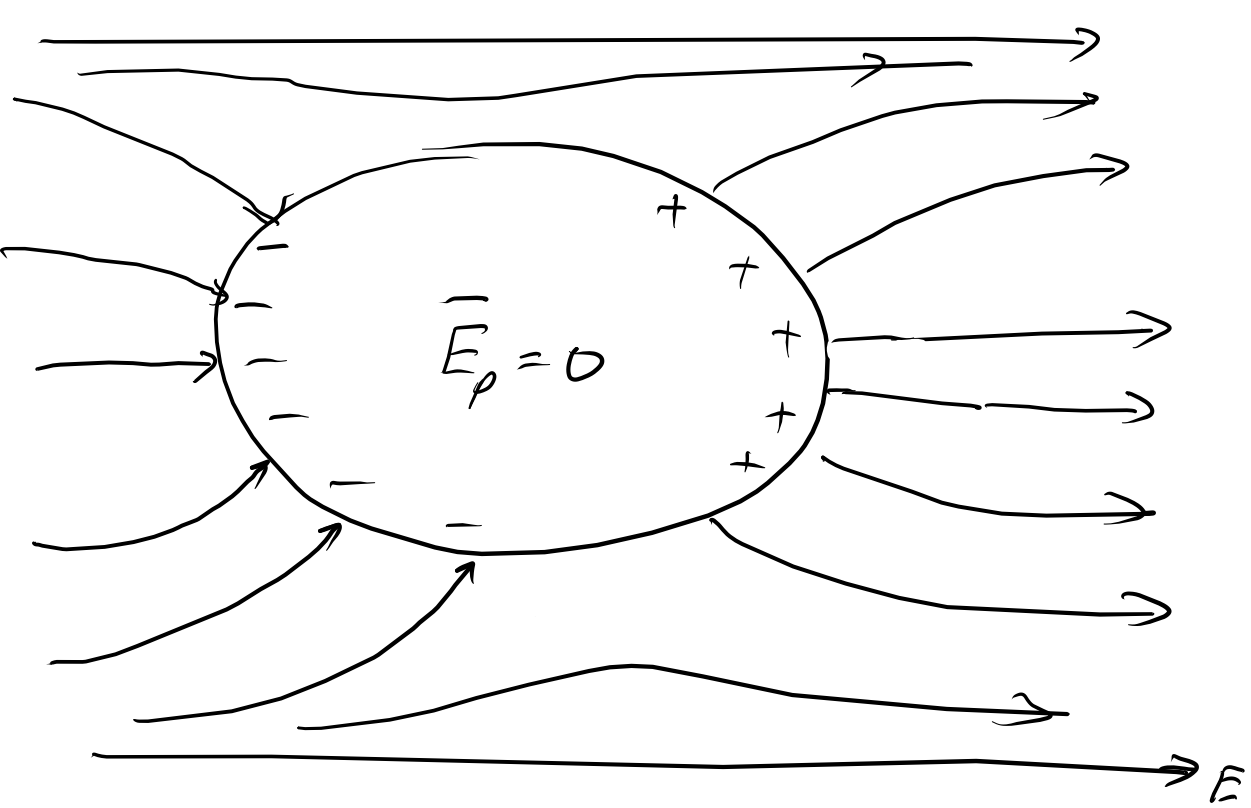


$$\vec{E}_p = \vec{E} + \vec{E}_u$$

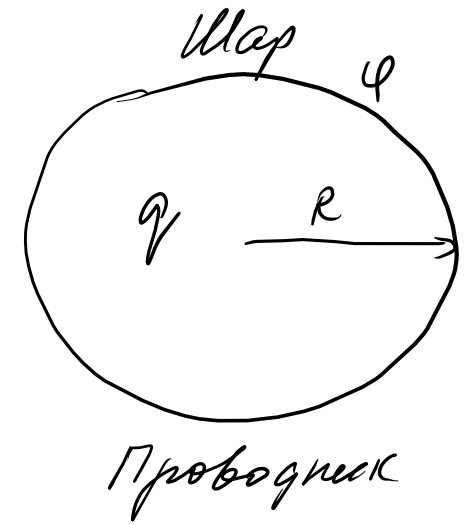
$$E_p = E - E_u$$

$$\vec{E} \uparrow \downarrow \vec{E}_u$$

$$E_p = 0$$



Электрическая емкость проводника



$$q \sim \varphi$$

$$q = C\varphi$$

Проводник - шар

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R}$$

$$q = 4\pi\epsilon_0\epsilon R \varphi ; \quad C = 4\pi\epsilon_0\epsilon R$$

C - коэффициент пропорциональности
 C - электрическая емкость проводника
для проводника любой формы

$$[C] = \frac{\varphi}{\text{заряд}}$$

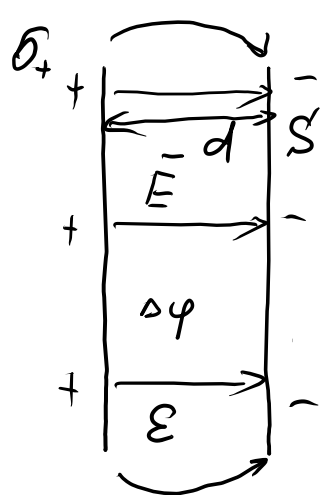
Конденсатор

Емкость проводника определяется его размерами

Вокруг проводника с зарядом существует электрическое ^{поле}, которое несет электрическую ^{энергию}

На практике используют конструкции из двух проводников, которые называют конденсаторами

Имеют высокую электрическую емкость.



$$\sigma_+ = \sigma_-$$

S - площадь
пластины

$$\Delta\varphi = -(\varphi_1 - \varphi_2) = \varphi_2 - \varphi_1$$

$\Delta\varphi$ - разность потенциалов между
пластинами конденсатора

$$q = \sigma S \quad q \sim (\varphi_1 - \varphi_2)$$

$$q = C(\varphi_1 - \varphi_2) \quad C - \text{электрическая емкость конденсатора}$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon} \quad ; \quad E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}$$

$$\frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d} \quad ; \quad \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{C} = \frac{\sigma S}{C} \quad \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon} = \frac{\sigma S}{Cd} ;$$

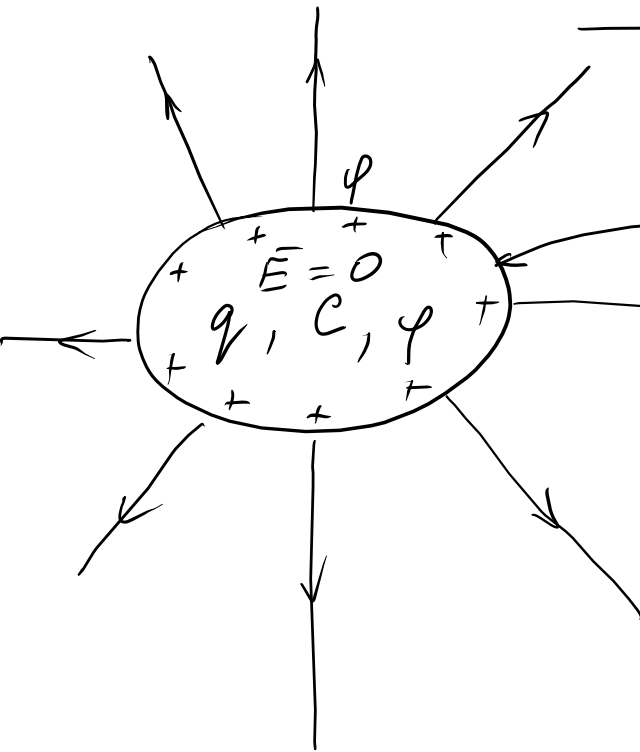
$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}$$

Соединения конденсаторов

1. Параллельное соединение $C_1, \overline{\overline{C_2, C_3}}$ $C = C_1 + C_2 + C_3$
2. Последовательное — " — $\overline{\overline{C_1, C_2, C_3}}$ $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$
3. Смешанное — " — $\overline{\overline{C_1, \overline{\overline{C_2, C_3}}}}$

~~$$C = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$~~

Энергия заряженного проводника и конденсатора



$$d\varphi \quad \varphi_{\infty} = 0$$

$$dA = dq \Delta\varphi = dq\varphi = \quad q = C\varphi$$

$$= C\varphi d\varphi \quad d\varphi = C d\varphi$$

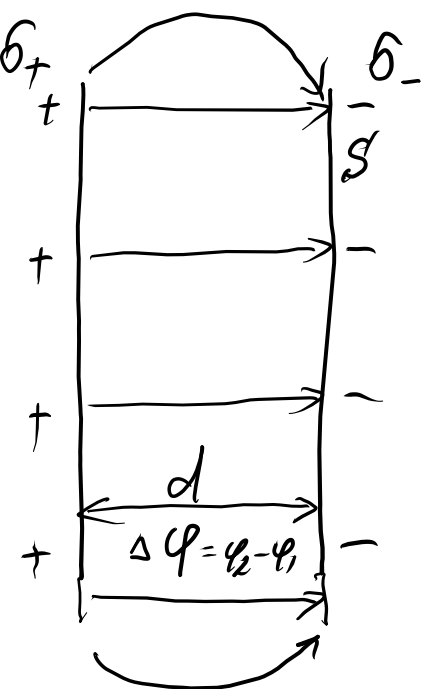
$$A = \int_0^{\varphi} C\varphi d\varphi = \frac{C\varphi^2}{2}$$

$$A = \Delta W = W_2 - W_1 = 0 \quad (q=0) \quad t=0$$

$$W(q, t)$$

$$A = \frac{C\varphi^2}{2} = W \quad ; \quad W - \text{потенциальная энергия электрического поля}$$

$$W = \frac{C\varphi^2}{2}$$



Пусть имеется плоский конденсатор

$$\sigma_+ = \sigma_- = \sigma$$

$$W = \frac{C(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2}$$

$$E = \text{const}$$

$$W = \frac{\epsilon_0 \epsilon S E^2 d^2}{2}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}$$

$$S \cdot d = V - \text{объем конденсатора}$$

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}$$

$$W = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2 \cdot V}{2}$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Ed$$

$$\frac{W}{V} = \omega - \text{плотность энергии электрического поля}$$

$$\omega = \frac{W}{V} = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} - \text{справедливо для любого эл. поля}$$