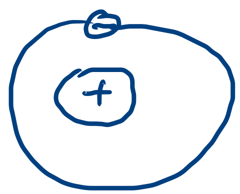
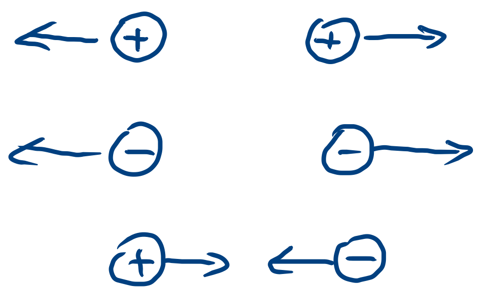
Электростатика

Электрические заряды и их свойства

1. Два типа электрических зарядов: положительные и отрицательные



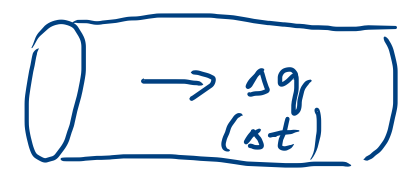


1 Кулон   1 Кл

[q] = Кл

2. $q = Ne$ Эл. заряд дискретен

$e = \pm 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ Кл (протон, электрон)



$I = \dfrac{\Delta q}{\Delta t}$; $\Delta q = I \cdot \Delta t$

Кл = А · с

3. Закон сохранения эл. заряда замкнутой системы

4. Эл. заряд инвариантен (неизменный)

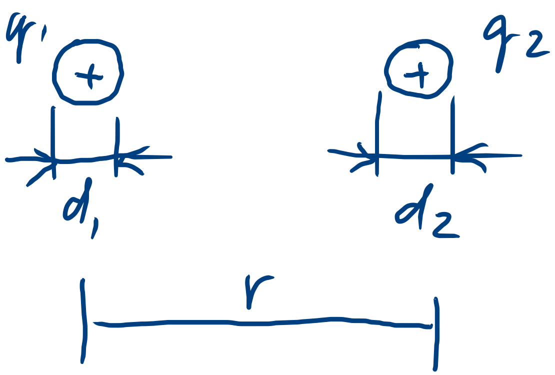
q не зависит от скорости его движения

$q = const$

Закон Кулона

Ш. Кулон (1785)

Точечный эл. заряд – линейные размеры тела, несущего эл. заряд, значительно меньше расстояний между зарядами



$d_1 \ll r$

$d_2 \ll r$

$\bar{F}_1 = -\bar{F}_2$; $F_1 = F_2 = F$

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

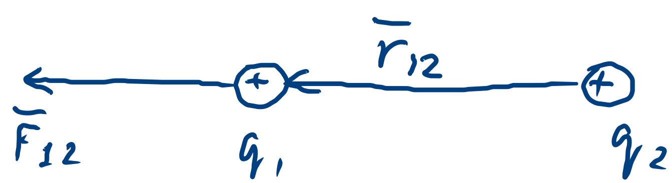
СИ: $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ $\quad \varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{\text{Ф}}{\text{м}}$

вакуум

среда: $F_{ср} = \frac{F}{\varepsilon}$

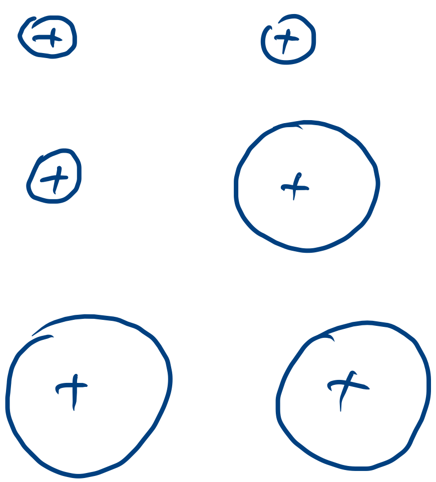
ε – диэлектрическая проницаемость среды

$$\bar{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\frac{\bar{r}_{12}}{r_{12}}$$

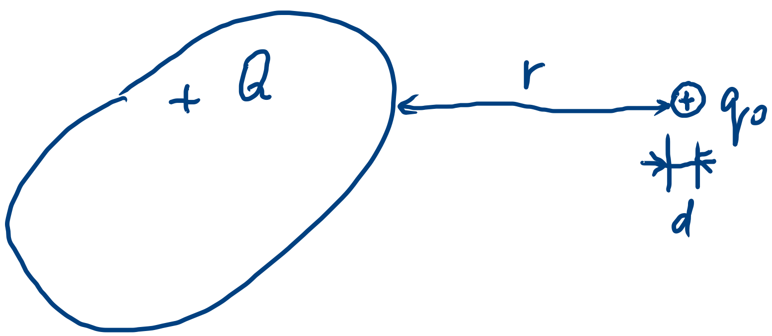


Электрическое поле.

Напряженность эл. поля



Пробный заряд: точечный заряд; положительный заряд, малый заряд (бесконечно малый)



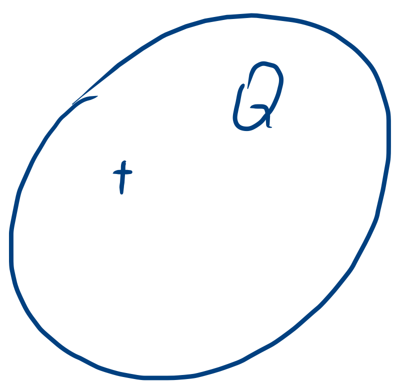
$q_0 \ll Q$

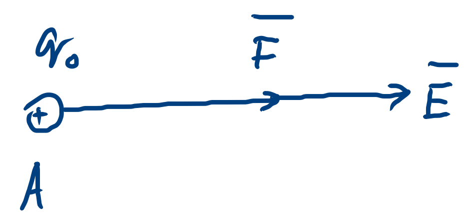
$d \ll r$

$\bar F$

$\bar E = \dfrac{\bar F}{q_0}$ - напряженность электрического поля

Силовая хар-ка





$\bar F = q_0 \bar E$

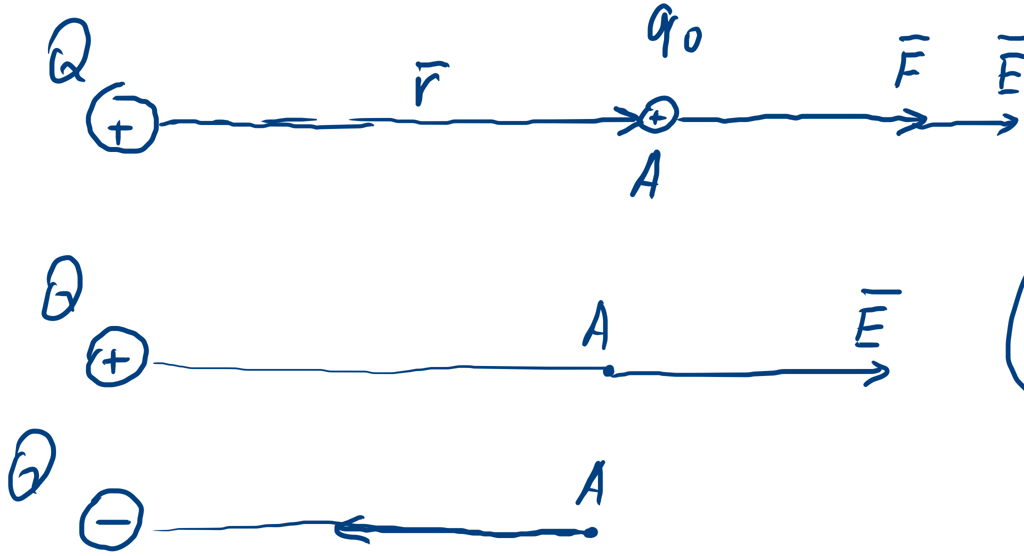
$[E] = \dfrac{Н}{Кл} = \dfrac{В}{м}$

Электростатическое поле (не меняется со временем)

$\bar F \uparrow\uparrow \bar E$

$\varepsilon = 1$

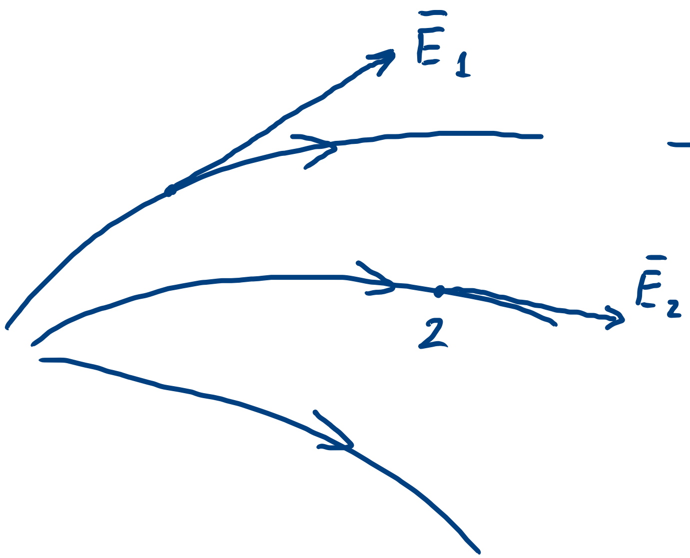
Точечный заряд

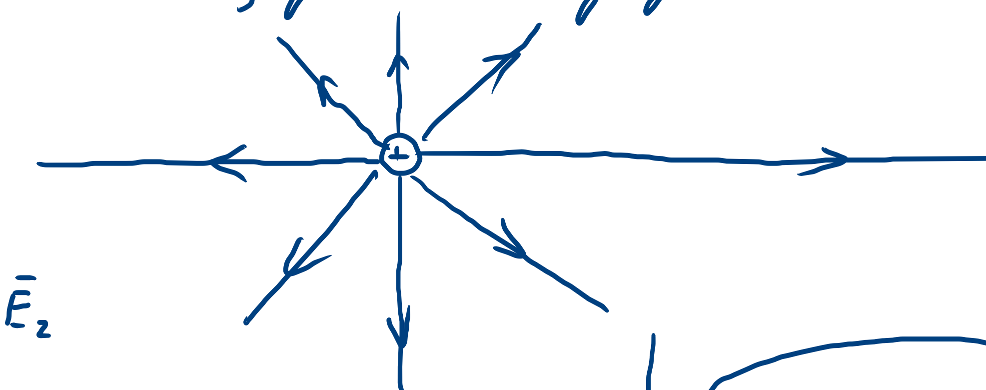


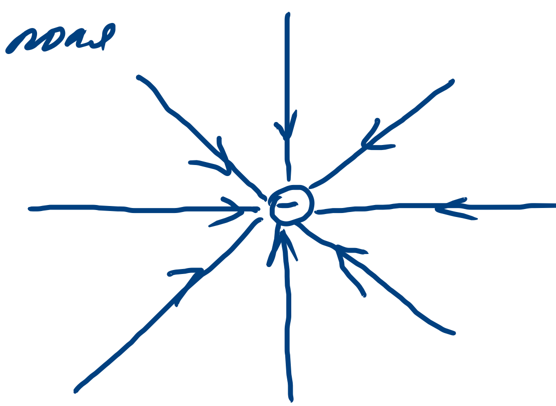
$$\bar F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{Q q_0}{r^2}\,\frac{\bar r}{r}$$

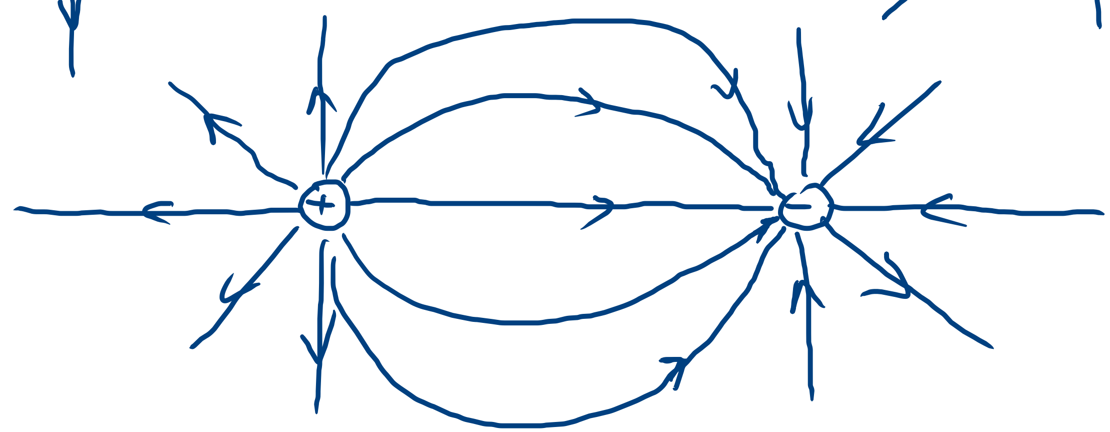
$$\bar E = \frac{\bar F}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{Q}{r^2}\,\frac{\bar r}{r}$$

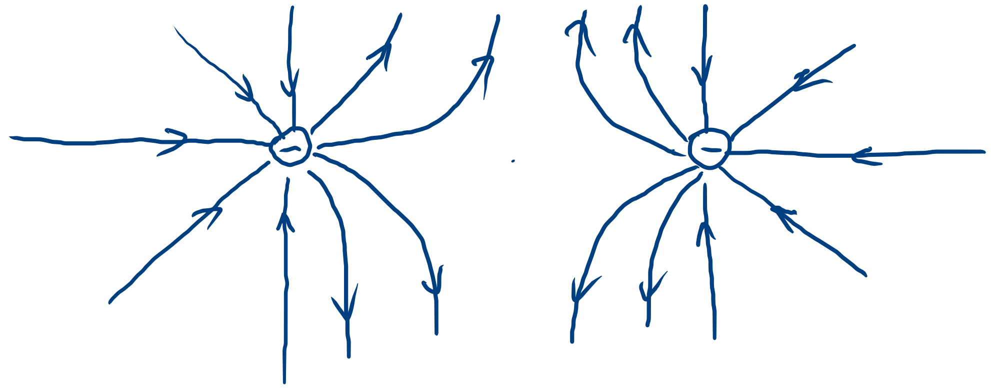
Силовые линии – изображают графически эл. ст. поля











$\varepsilon = 1$

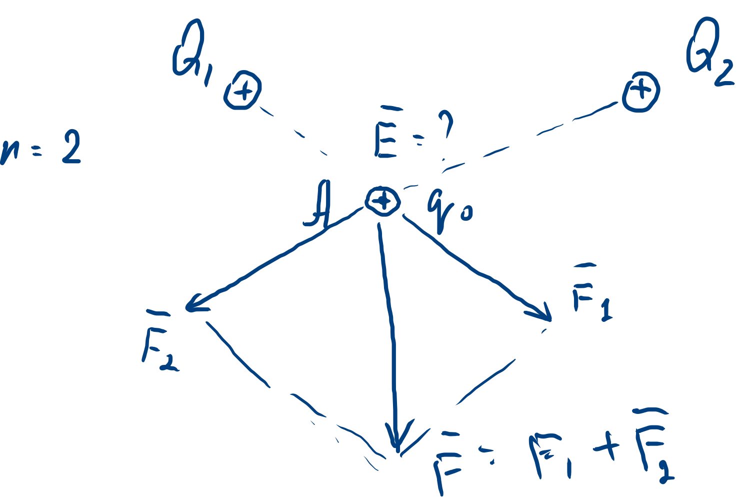
Принцип суперпозиции эл. ст. полей

$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1}{r_1}$

$E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_2}{r_2}$

Система электрических зарядов (точечные заряды)

Q_1 ; Q_2 ; ..... Q_n $\quad q_0$ (пробный заряд)



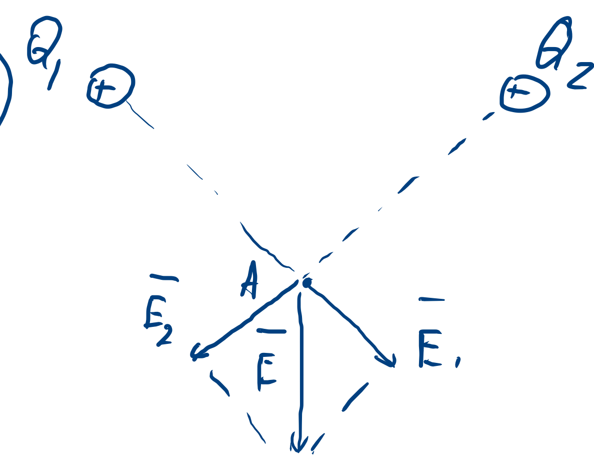
$$\bar{F} = \sum_{i=1}^{n} \bar{F}_i$$

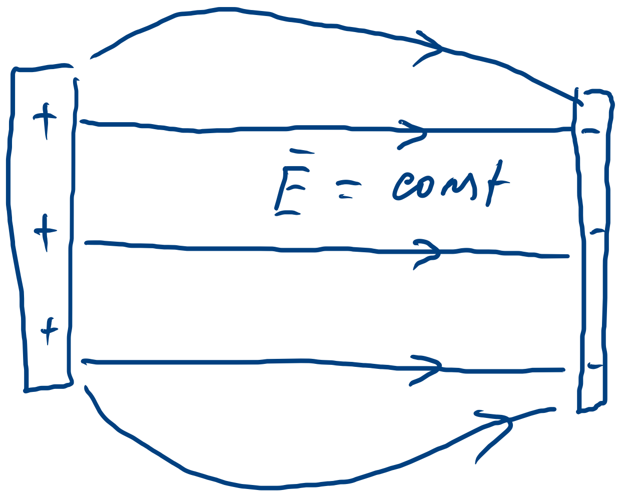
$$\frac{\bar{F}}{q_0} = \frac{\sum \bar{F}_i}{q_0} = \sum \frac{\bar{F}_i}{q_0}$$

$$\bar{E}_1 = \frac{\bar{F}_1}{q_0} \; ; \; \bar{E}_2 = \frac{\bar{F}_2}{q_0}$$

$$\bar{E} = \sum \bar{E}_i$$

$$\bar{E} = \bar{E}_1 + E_2$$

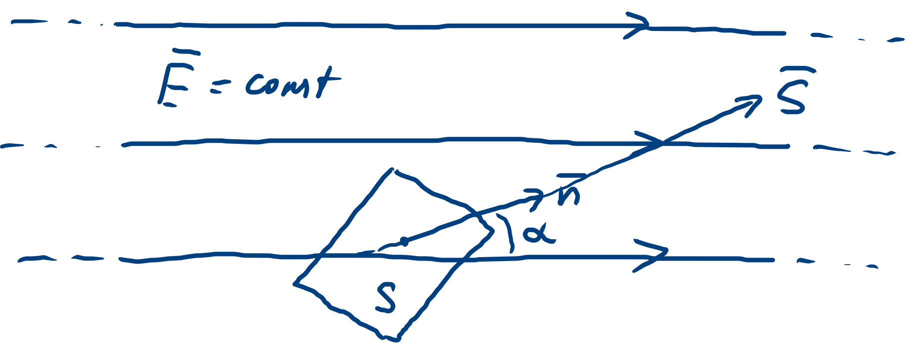




Однородное эл. ст. поле — $\bar{E}$ = const

Теорема Остроградского-Гаусса

Поток вектора напряженности эл. ст. поля



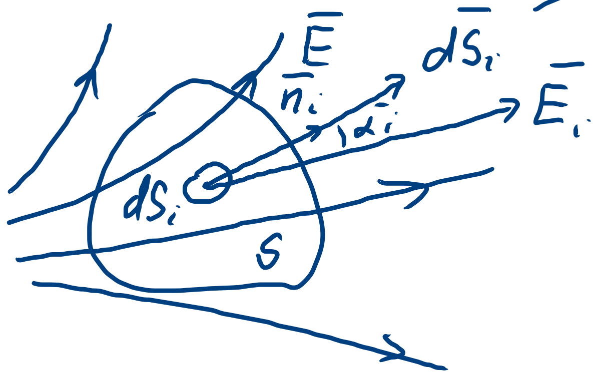
$n = 1$

$|\bar{n}| = 1$ S - площадь площадки

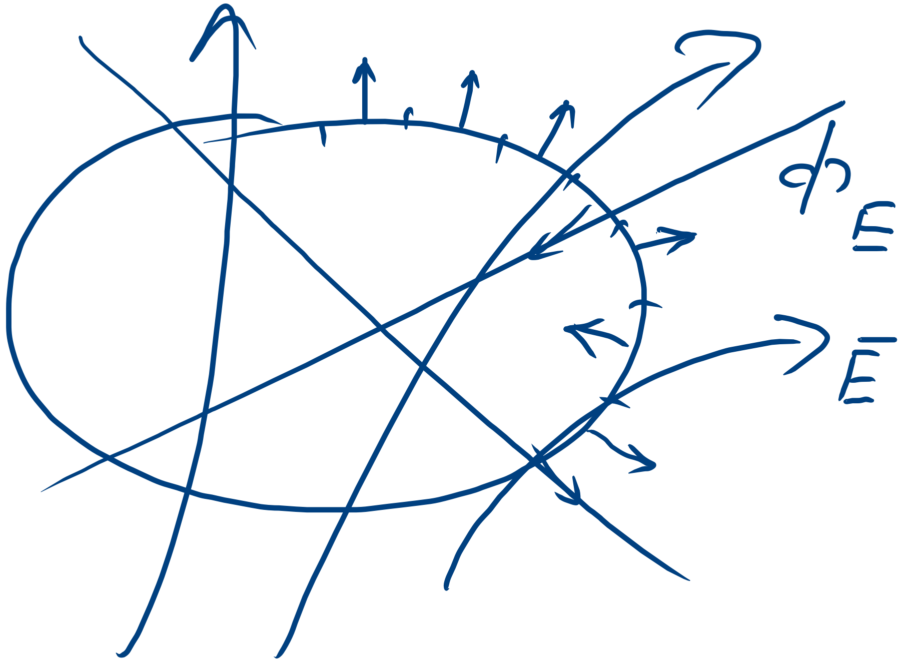
$\bar{S} = S \cdot \bar{n}$ $\alpha = (\widehat{\bar{E}, \bar{n}})$

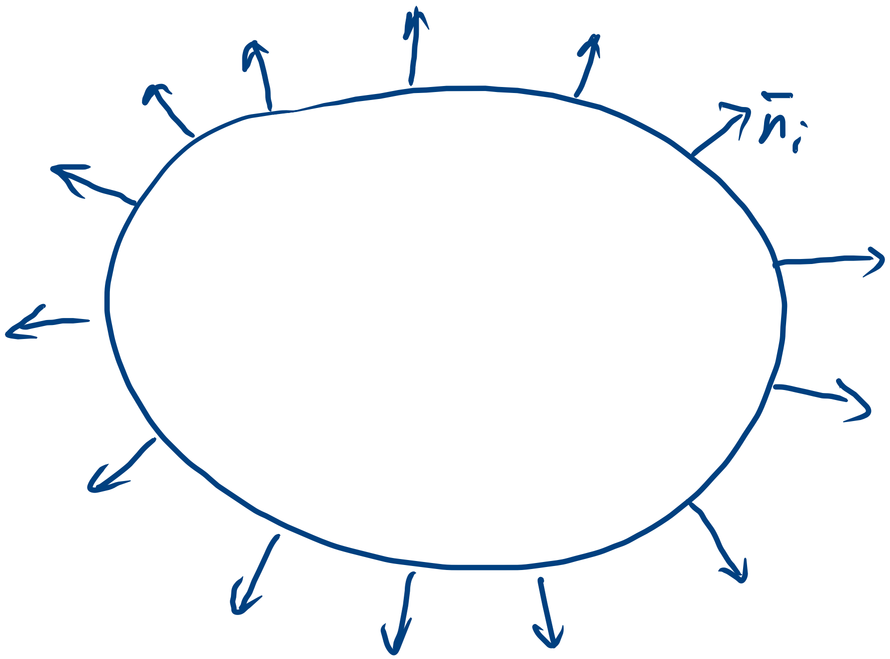
$$\Phi_E = (\bar{E} \cdot \bar{S}) = ES \cdot \cos\alpha$$

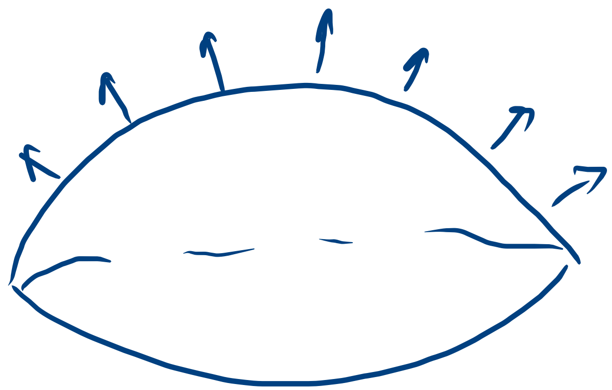
$$d\bar{S}_i = dS_i \cdot \bar{n}_i \qquad d\Phi_{E_i} = (\bar{E}_i \cdot d\bar{S}_i) = E_i \, dS_i \cdot \cos\alpha_i$$



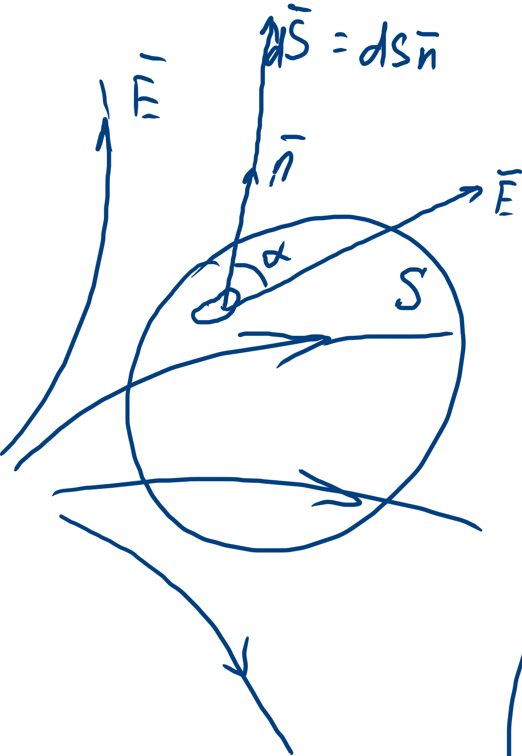
$$\Phi_E = \sum_{i=1}^{n} d\Phi_{E_i} \Rightarrow \Phi_E = \int_S d\Phi_{E_i} = \int_S E \, dS \cos\alpha$$


Φ_E
$\bar{E}$
$\bar{E}$

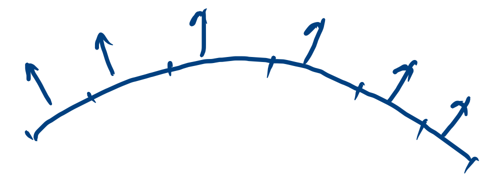

$\bar{n}_i$



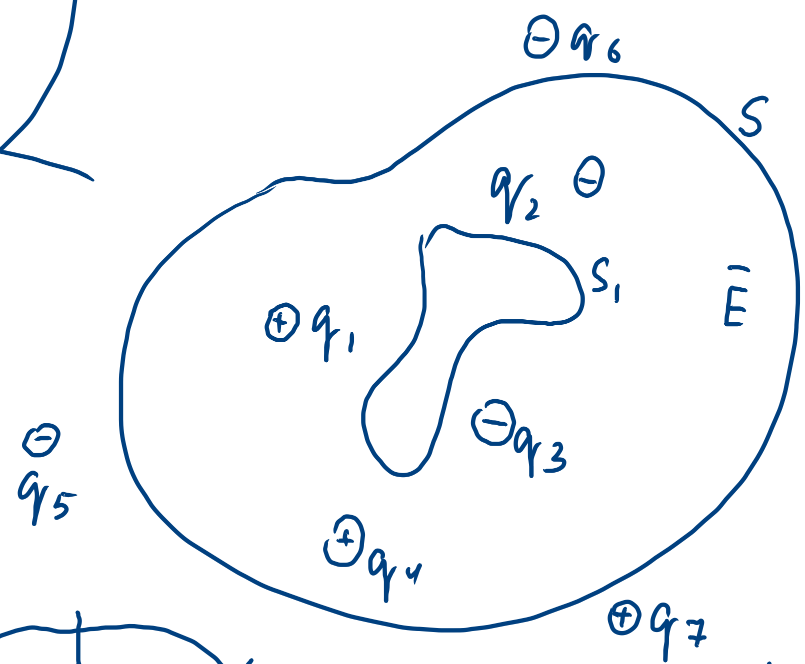
Теорема Остроградского – Гаусса



$$\Phi_E = \oint_S (\bar E\, d\bar S) = \oint_S E\, ds\cos\alpha = \oint_S E\cos\alpha\, dS$$



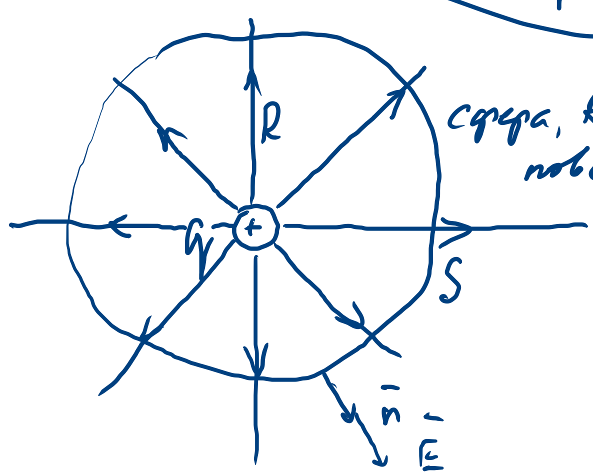
$\varepsilon = 1$ Случай вакуума



$$\boxed{\Phi_E = \oint_S (\bar E\, d\bar s) = \frac{\sum q_i}{\varepsilon_0}}$$

; q_i: q_1; q_2; q_3; q_4

$$\Phi_E = \oint_{S_1} (\bar E\, d\bar s) = 0$$



сфера, R, замкнутая поверхность

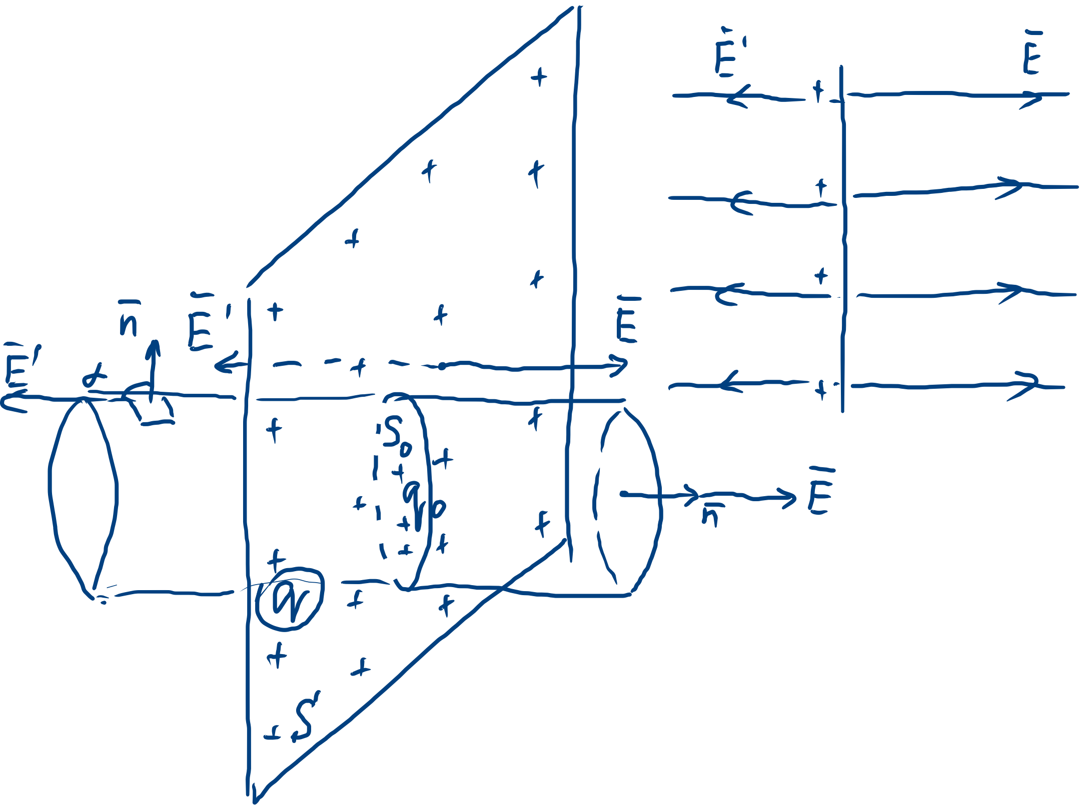
$$\Phi_E = \oint_S E\, ds\cos\alpha = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\, 4\pi R^2 \overset{1}{\cos\alpha} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$\varepsilon = 1$

$\alpha = (\bar E\, \bar n) = 0$

1 Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости

$$|\bar E| = |\bar E'| = E \qquad \bar E = \mathrm{const}$$



$\sigma = \dfrac{q}{S}$ – поверхностная плотность электрических зарядов

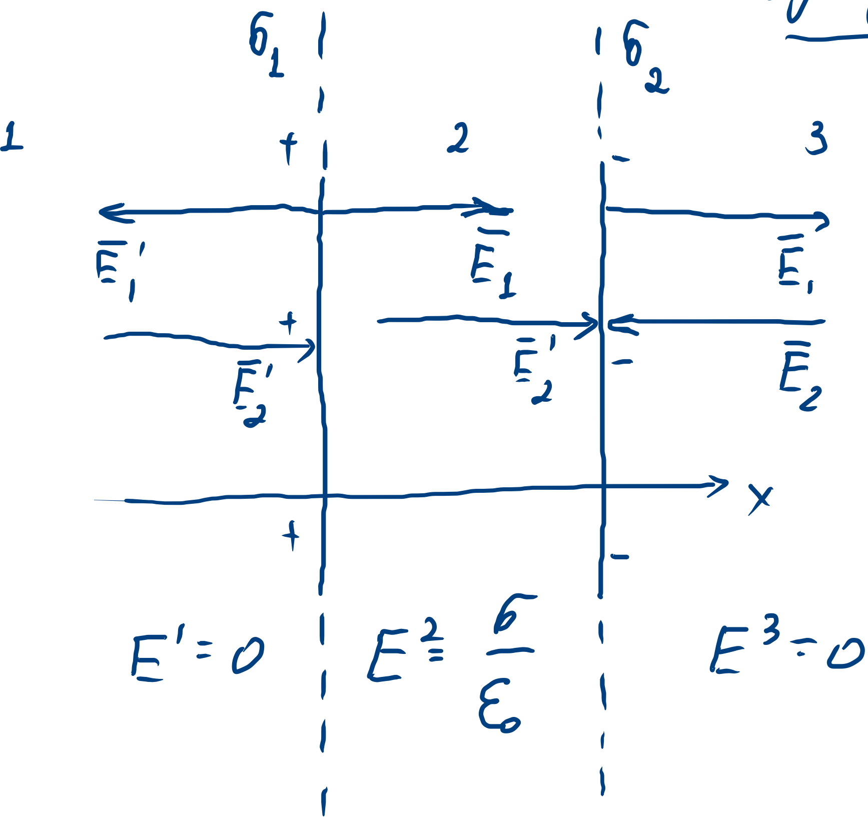
$$\Phi_E = \underbrace{\oint (\bar E d\bar S)}_{\text{поверхность цилиндра}} = \underbrace{\overbrace{\int (\bar E d\bar S)}^{=0}}_{\substack{\text{боковая поверхность} \\ \alpha = 90^\circ}} + \underbrace{\overbrace{\int (\bar E d\bar S)}^{=ES_0}}_{\substack{\text{левое основание} \\ \alpha = 0^\circ}} + \underbrace{\overbrace{\int (\bar E d\bar S)}^{=ES_0}}_{\substack{\text{правое основание} \\ \alpha = 0^\circ}} =$$

$$= 0 + ES_0 + ES_0 = 2ES_0 = \frac{q_0}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma S_0}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

2. Поле от двух бесконечных параллельных плоскостей, однородно заряженных

$$\sigma = \frac{q}{S}$$



$E^1 = 0$ $\quad E^2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ $\quad E^3 = 0$

$E_1 = E_1' = E_1 \qquad E_1 = const$

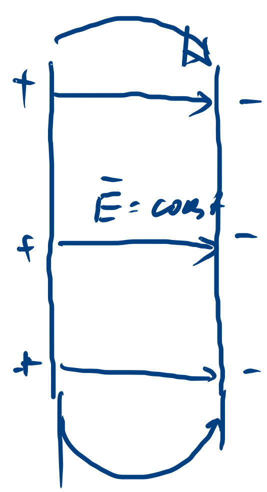
$E_2 = E_2' = E_2 \qquad E_2 = const$

1. $\bar{E}^1 = \bar{E}_1' + \bar{E}_2' \qquad E^1 = -E_1' + E_2' = -\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}$

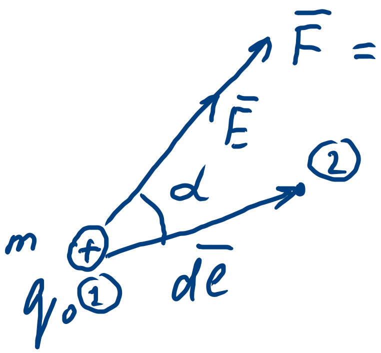
3. $\bar{E}^3 = \bar{E}_1 + \bar{E}_2 \; ; \qquad E^3 = E_1 - E_2 = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}$

2. $\bar{E}^2 = \bar{E}_1 + \bar{E}_2' \; ; \qquad E^2 = E_1 + E_2' = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}$

$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$

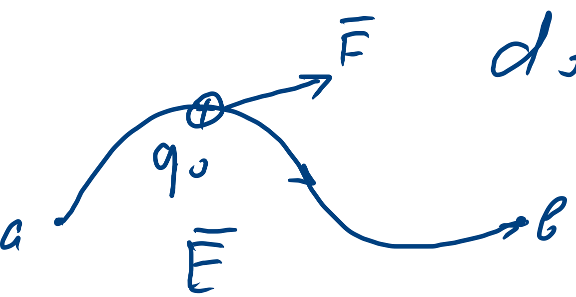


Механическая работа электростатического поля при перемещении электрического заряда



$d\bar l$ - вектор перемещения

dA - механическая работа

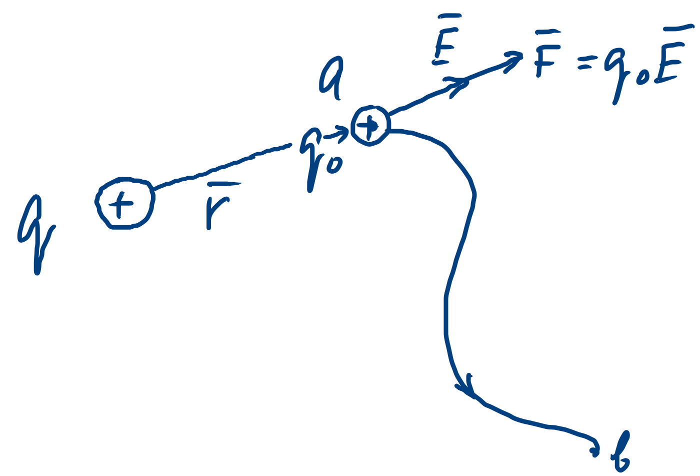


$$dA = (\bar F \cdot d\bar l) = (q_0 \bar E \cdot d\bar l) = q_0 (\bar E\, d\bar l) = q_0 E\, dl \cos\alpha$$

$$A = \sum dA_i \Rightarrow A = \int_a^b q_0 E\, dl \cos\alpha = q_0 \int E\, dl \cos\alpha$$

q - точечный заряд создаёт эл. ст. поле

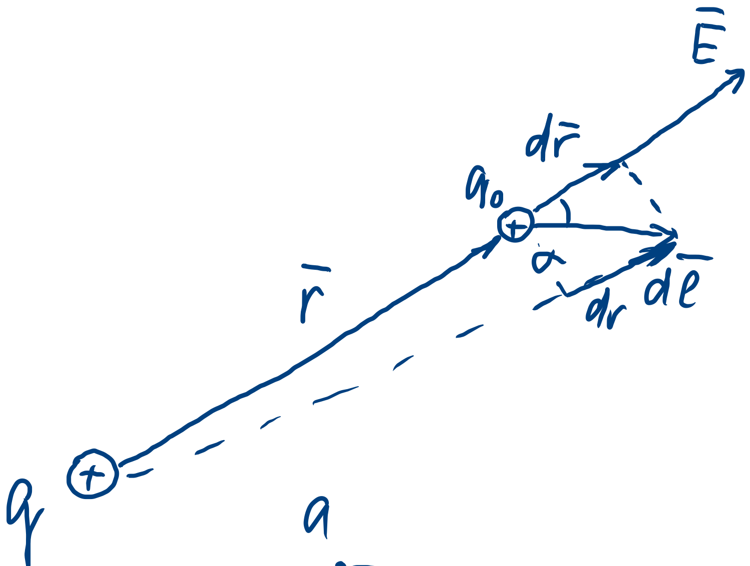
$\varepsilon = 1$



$$\bar E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \frac{\bar r}{r}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

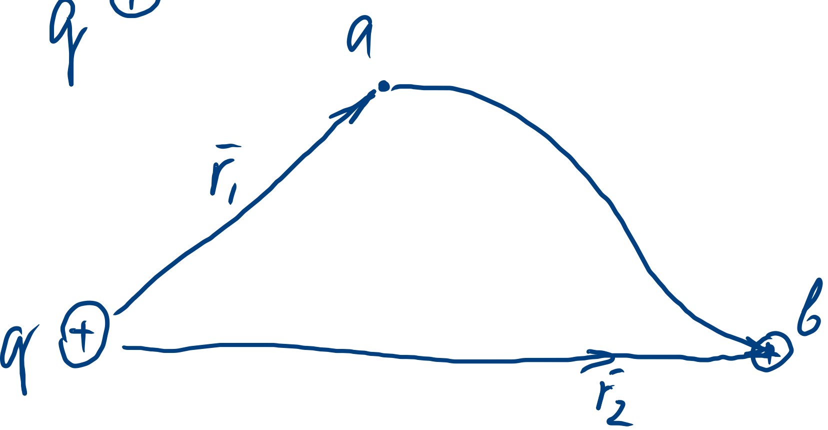
$$dr = dl\cos\alpha$$



$$dA = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{qq_0}{r^2}\,dl\cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{qq_0}{r^2}\,dr$$

$$A = \int_a^b dA = \int_a^b \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{qq_0}{r^2}\,dr =$$

$$= \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\int_a^b \frac{dr}{r^2} = -\frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{1}{r}\Big|_{r_1}^{r_2} = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$



$$A = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

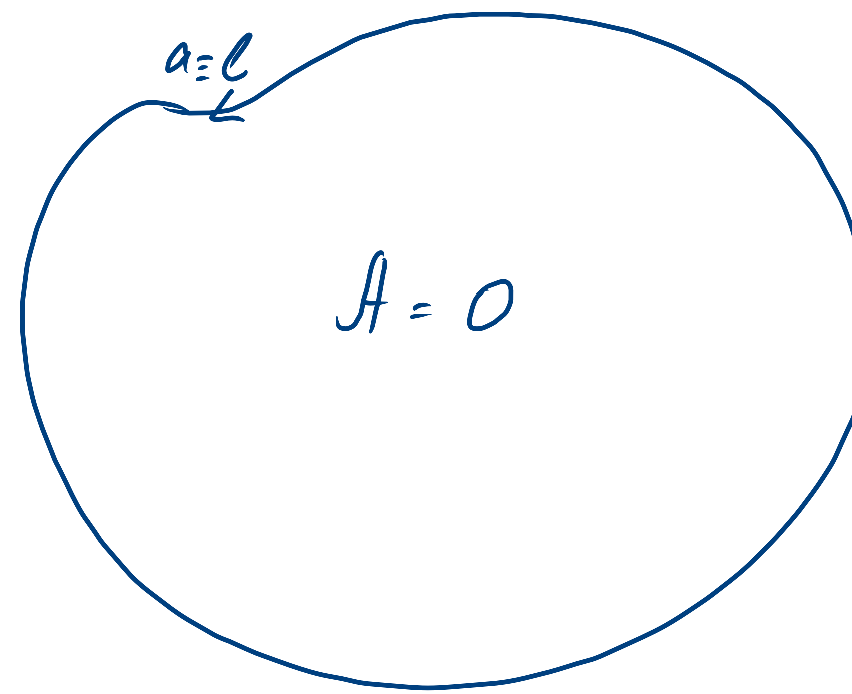
Эл. ст. поле является потенциальным

$q_i \quad i = 1, \dots n$ $\qquad r_1 = r_2; \quad r_{i1} = r_{i2}$

$q_0 \quad F = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \dots \bar{F}_n$

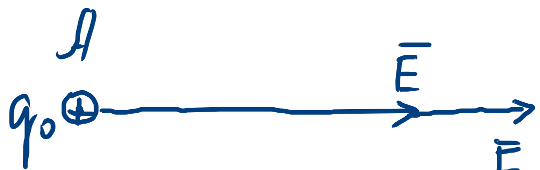
$$\bar{F} = \bar{E} q_0 = q_0 \sum \bar{E}_i$$

$$A = \sum_{i=1}^{n} A_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{q_0 q_i}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_{1i}} - \frac{1}{r_{2i}}\right)$$



Потенциал эл. ст. поля

Потенциал электростатического поля



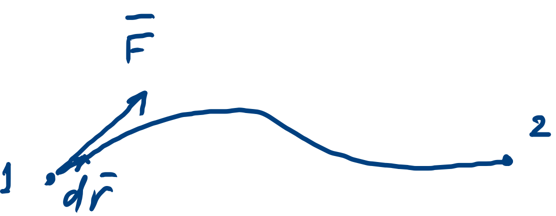
$$\bar{F} = q_0 \bar{E}$$

m - масса заряда

II закон Ньютона

$$\bar{a} = \frac{\bar{F}}{m} = \frac{q_0 \bar{E}}{m}$$

$\Delta t \qquad \bar{v}_1 \to \bar{v}_2$

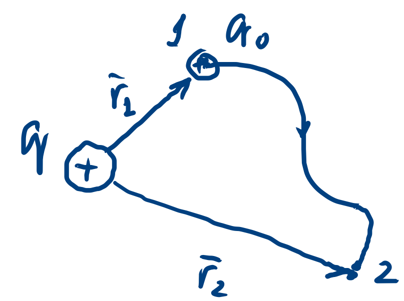


$$dA = (\bar{F} d\bar{r}) = F\, dr \cos\alpha \quad (\alpha = \widehat{\bar{F}, d\bar{r}})$$

$$A = \sum dA_i = \int_1^2 (\bar{F} d\bar{r})$$

$$A_{12} = \int_1^2 (\bar{F} d\bar{r}) = -\Delta W_п = -(W_{п2} - W_{п1}) = W_{п1} - W_{п2}$$

$W_{п1}$; $W_{п2}$ – потенциальные энергии заряда в т. 1 и в т. 2



$$A_{12} = \frac{q q_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = -\Delta W_п = W_{п1} - W_{п2}$$

$$W_п = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q q_0}{r} + const$$

$r \to \infty \qquad W_п \to 0 = 0$

$W_п = 0 + const = 0$

$const = 0$

$$W_п = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q q_0}{r}$$

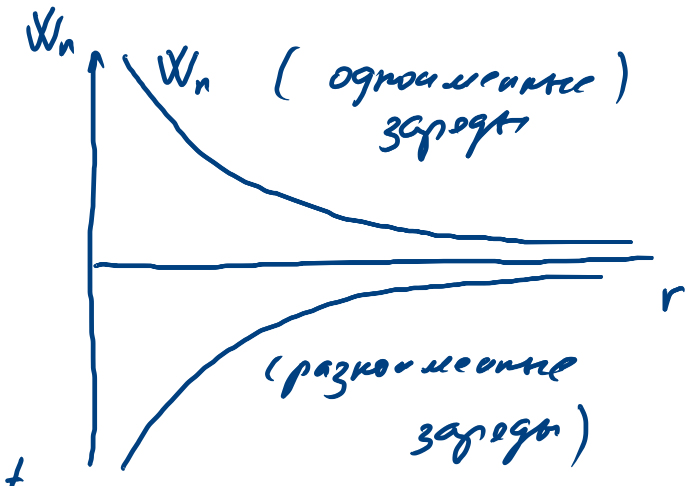
Система эл. зарядов

$q_1 \oplus$ $\ominus q_2$

$\ominus q_0$

$\oplus q_3$

$$W_n = \sum W_{ni} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q_i q_0}{r_i} = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\sum\frac{q_i}{r_i}$$



$q \oplus \overset{r}{\text{———}} \ominus q_0$

$$W_n = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q q_0}{r} + const$$

$$\frac{W_n}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q\cancel{q_0}}{r\cancel{q_0}} + \frac{const}{q_0}$$

$const = 0 \quad r \to \infty$

$$\boxed{\frac{W_n}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q}{r} = \varphi}$$

потенциал эл. ст. поля

A $\oplus$ φ q_0

$$W_n = q_0\varphi$$

Система эл. зарядов

$$\varphi = \frac{W_n}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\sum\frac{q_i}{r_i} = \sum\varphi_i$$

$\varphi = \sum\varphi_i$ – Принцип суперпозиций эл. ст. полей

φ – потенциал, скалярная величина т.B $\oplus q_0$

φ

$W_n = q_0 \varphi$

$q_0 = 1$ Кл

$W_n \equiv \varphi$

$[W_n] =$ Дж

$[\varphi] = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В}$

$A = -\Delta W_n = W_{n1} - W_{n2} = q_0(\varphi_1 - \varphi_2)$

$-\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ — разность потенциалов

$\underline{\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1}$

$A = -q_0 \Delta\varphi$

Точка $\to \infty$; $W_{n\infty} = 0$ т.1 $\to$ п.∞

$A_{1\infty} = q_0(\varphi_1 - \varphi_\infty) = q_0\varphi_1$

$\varphi_1 = \frac{A_{1\infty}}{q_0}$

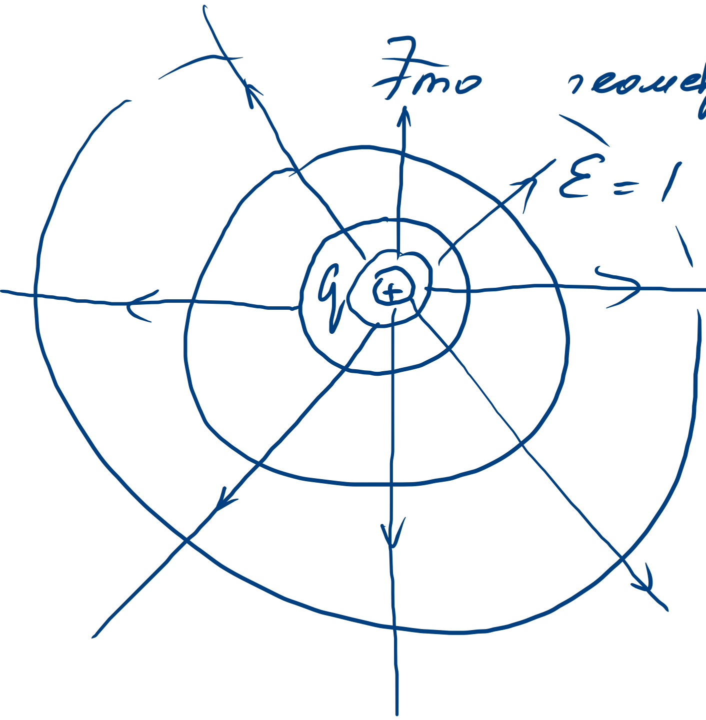
$\varphi = \frac{A_\infty}{q_0}$

$\varphi_1 - \varphi_2 = -\Delta\varphi = \frac{A_{12}}{q_0}$

$q_0 = 1$ Кл $-\Delta\varphi \equiv A_{12}$

Эквипотенциальные поверхности

Это геометрическое место точек, имеющих равный потенциал

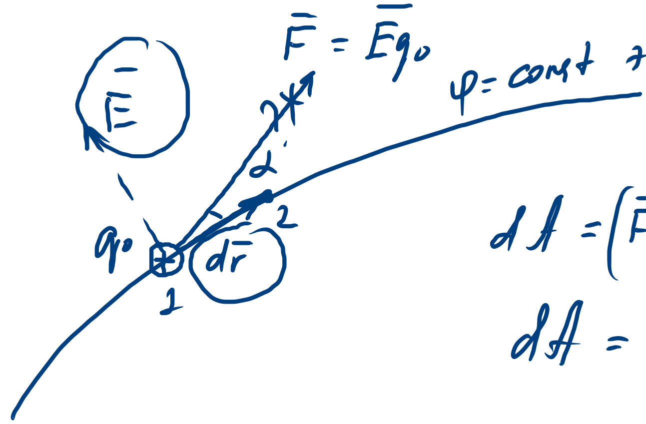


$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q}{r}$$

Точечный заряд – силовые линии $\perp$ эквипотенциальным поверхностям

(Для любого поля)

Самостоятельно



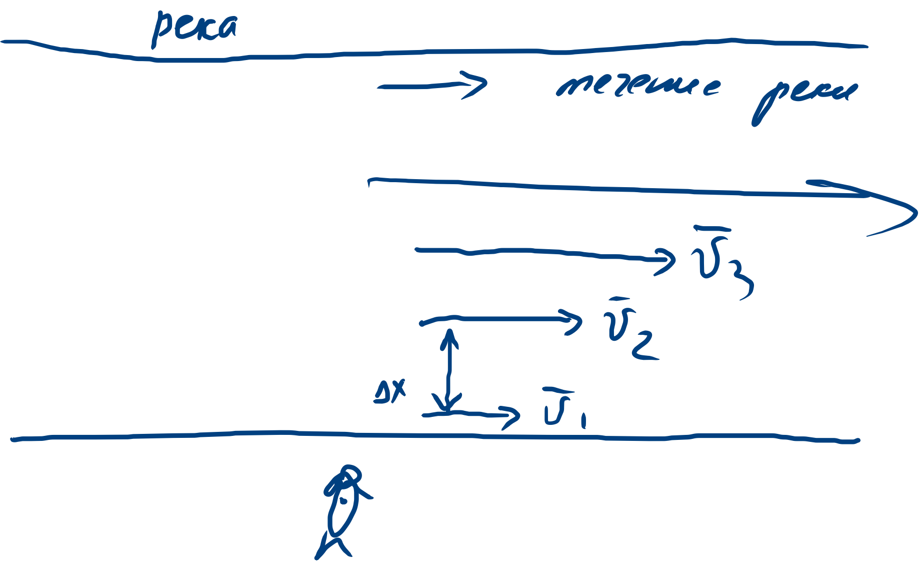
$$dA = (\bar F d\bar r) = q_0 E\, dr \cos\alpha = q_0(\varphi_1 - \varphi_2) = 0$$

$$dA = 0 = q_0 E\, dr \cos\alpha$$

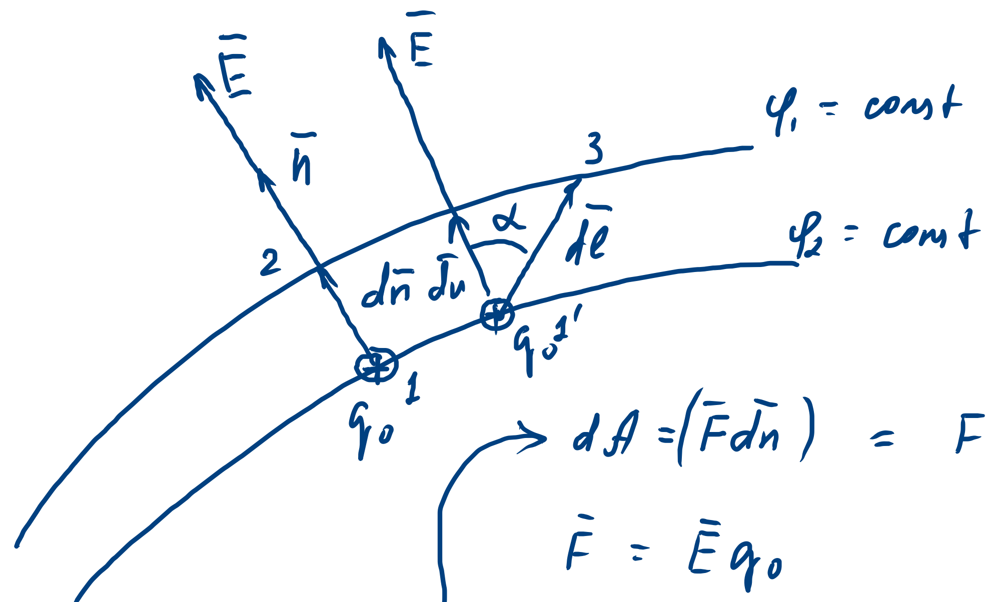
$$\cos\alpha = 0; \quad \alpha = 90^\circ$$

$$\alpha = (\bar F, d\bar r) = (\bar E\, d\bar r) = 90$$

$$\bar E \perp d\bar r$$



$$\frac{\Delta v}{\Delta x} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta x}$$ – градиент скорости



$$\varphi_1 - \varphi_2 = -d\varphi$$

$$d\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$$

$$dA = (\bar{F} d\bar{n}) = F\,dn\cos\alpha = q_0 E\,dn$$

$$\bar{F} = \bar{E} q_0$$

$$\alpha = (\bar{E}\, d\bar{n}) = 0$$

$$dA = q_0(\varphi_1 - \varphi_2) = -q_0\,d\varphi$$

$$dA = (\bar{F} d\bar{l}) = q_0(\bar{E}\, d\bar{l}) =$$

$$= q_0 E\,dl\cos\alpha = q_0 E\,dn$$

$$dA = -q_0\,d\varphi$$

$$E\,dn = -d\varphi$$

$$E = -\frac{d\varphi}{dn}$$

$$\cancel{q_0} E\,dn = -\cancel{q_0}\,d\varphi$$

$$E = -\frac{d\varphi}{dn}$$ – градиент потенциала

$\varphi = \varphi(x, y, z)$ $\qquad \bar{E} = -\overline{\text{grad}}\,\varphi$ $\qquad y = f(x)$ $\qquad \frac{dy}{dx} = y'$

$$\overline{\text{grad}}\,\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x}\bar{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\bar{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\bar{k}$$

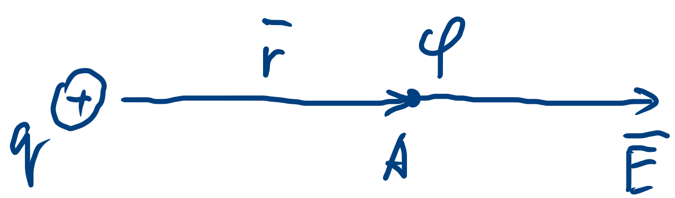
$i = j = k$

$\bar{i} \perp \bar{j} \perp \bar{k}$

$$\bar{E} = -\overline{\text{grad}}\,\varphi = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\bar{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\bar{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\bar{k}\right)$$

Точечный заряд

$$\bar{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q}{r^2}\cdot\frac{\bar{r}}{r} \qquad \varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q}{r}$$



Проводники в электрическом поле

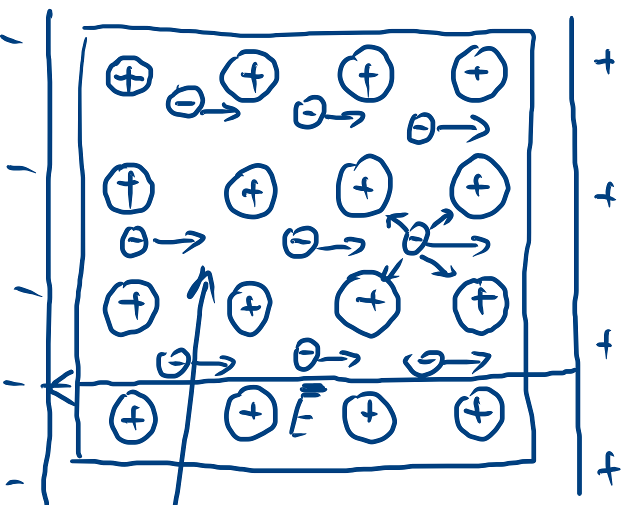
Проводники — есть свободные заряды

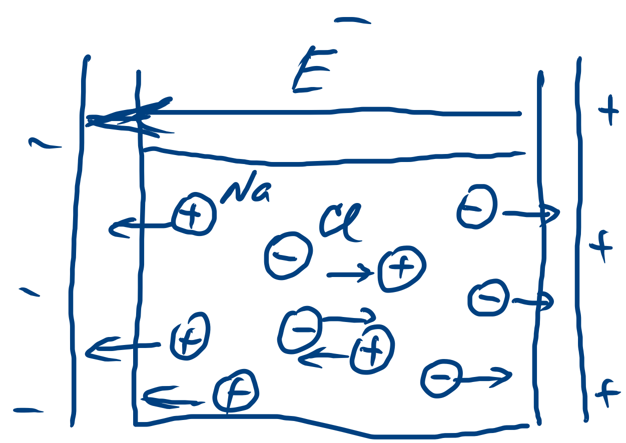
Металлы — медь, железо, серебро, титан, ... свободные заряды — электроны

растворы солей — раствор NaCl, KCl, ... положит. и отриц. ионы

Кристаллическая решетка, электронный газ

$\bar{F} = e\bar{E}$





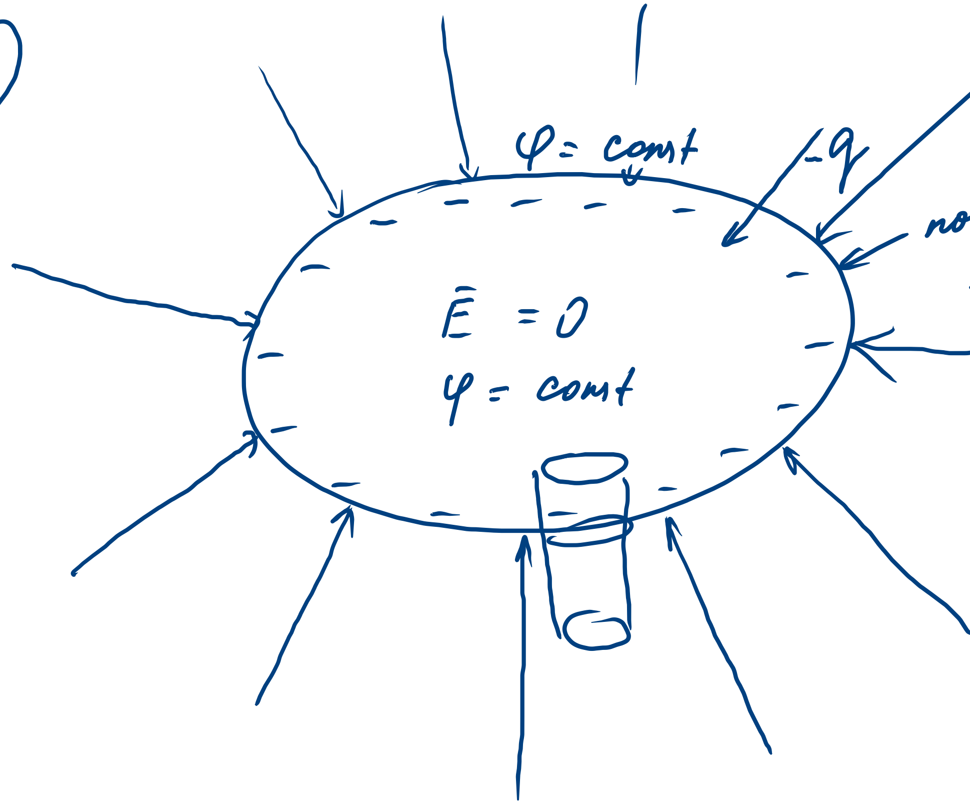
$\bar{F} = q\bar{E}$

$E_{вн.} = 0$

$$E = -\frac{d\varphi}{dn} = 0 \qquad \frac{d\varphi}{dn} = 0$$

$\varphi = const.$

1



Проводнику сообщили избыточный электрический заряд

поверхность проводника является эквипотенциальная

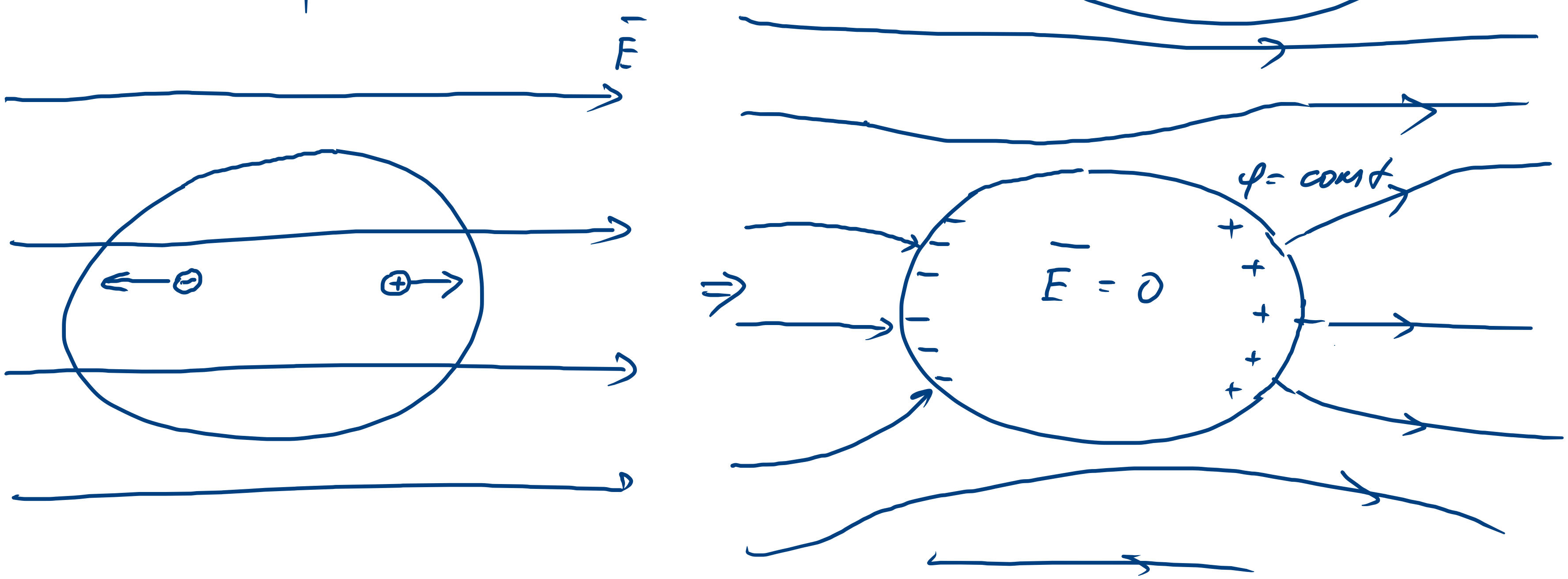
σ - поверхн. плотность зарядов

$$\sigma = \frac{dq}{dS}$$

$$\Phi_E = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0 \varepsilon} = ES$$

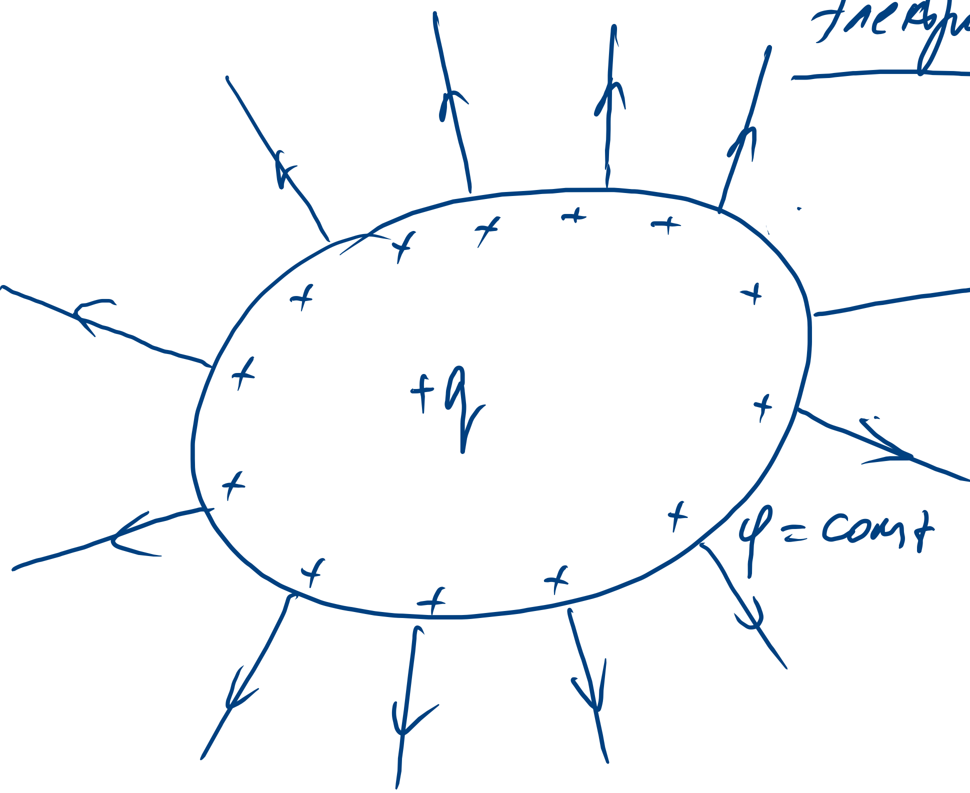
$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}$$

2



Проводник в электрическом поле

Электрическая емкость проводника

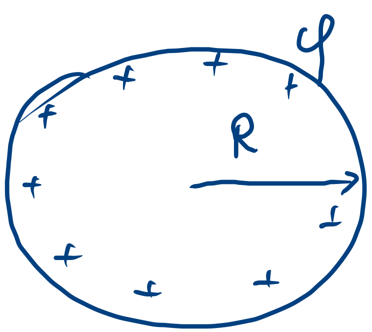


$q \sim \varphi \qquad q = C\varphi$

C – коэффициент пропорциональности

C – электроемкость

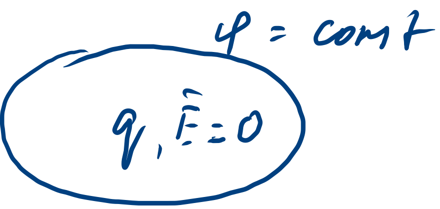
$[C]$ = фарада ; Ф



$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R} \; ; \quad q = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R\varphi$$

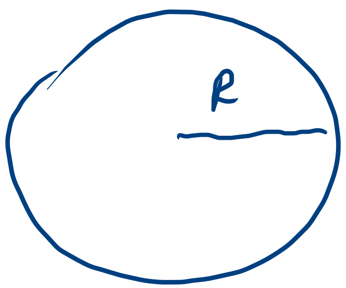
$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R$$

Конденсаторы

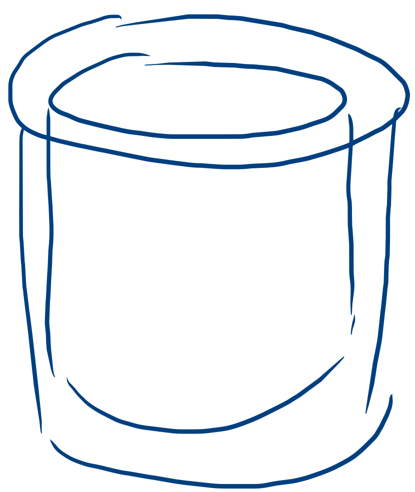


$q \sim \varphi$

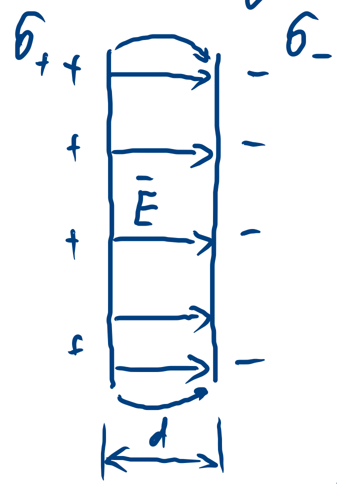
$\underline{\underline{q}} = C\underline{\underline{\varphi}}$



$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon \underline{\underline{R}}$



Конденсатор - система из двух проводников (обкладки конденсатора), разделенные диэлектриком



$\sigma_- = \sigma_+ = \sigma$

$q = C(\varphi_1 - \varphi_2)$; $\varphi_1 - \varphi_2 = -\Delta\varphi$

C - электрическая емкость конденсатора.

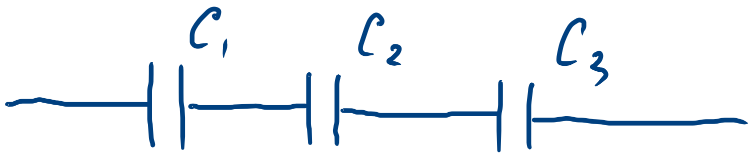
$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}$; $E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}$

$\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}$; $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{q}{C}$ $\quad \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{q}{C d}$ $\times S$

$\frac{\sigma \cdot S}{\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{q \cdot S}{C \cdot d}$; $\frac{q}{\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{q \cdot S}{C d}$; $C \cdot d = \underline{S\varepsilon_0\varepsilon}$

$C = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}$

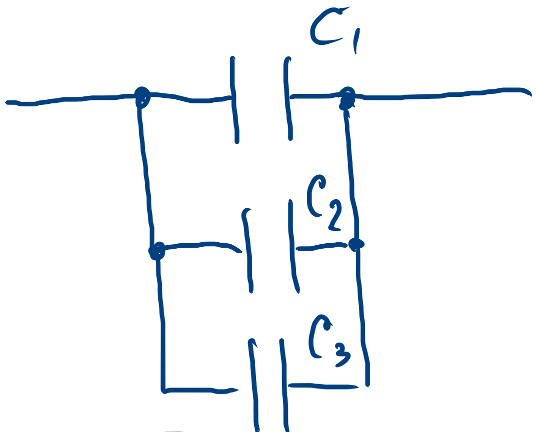
$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$$



Последовательное соединение

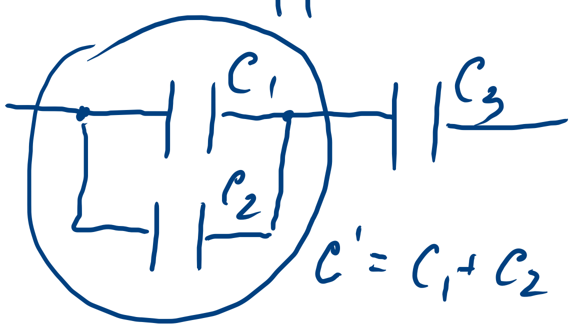
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

$$\cancel{C = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}}$$



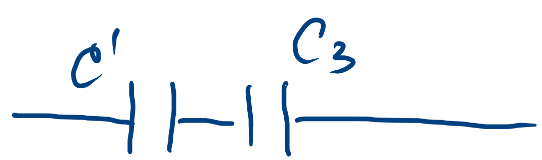
Параллельное соединение

$$C = C_1 + C_2 + C_3$$



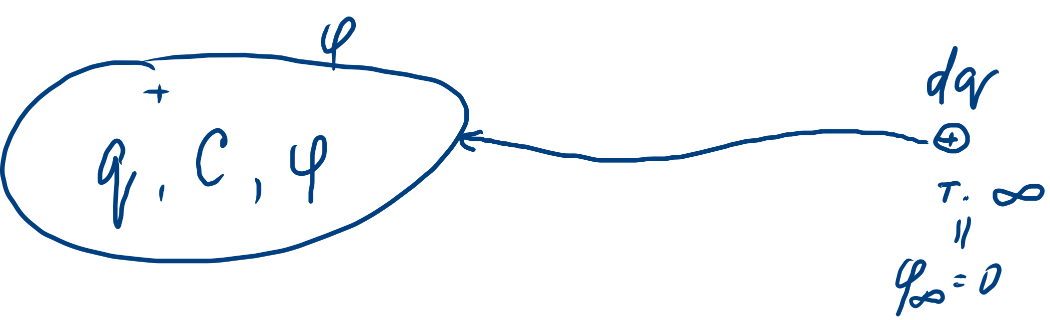
$$C' = C_1 + C_2$$

$\Rightarrow$



$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C'} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{C_1 + C_2} + \frac{1}{C_3}$$

Энергия заряженного проводника и конденсатора



$$q \;-\; \varphi \qquad\qquad q = Cd\varphi$$

$$q+dq \;-\; \varphi + d\varphi \qquad\qquad dq = Cd\varphi$$

$$dA = dq\,\varphi$$ т. ∞ → поверхность проводника

$$dA = C\varphi\, d\varphi$$

$$A = \sum dA_i \Rightarrow \quad A = \int dA = \int_0^{\varphi} C\varphi\, d\varphi = \frac{C\varphi^2}{2} = \Delta W_n = W_{n2} - W_{n1} \overset{\varphi = 0,\ W_{n1} = 0}{=}$$

$$A = \frac{C\varphi^2}{2} = W_{n2} \xrightarrow{\varphi} = W_n$$

$$W_n = \frac{C\varphi^2}{2}$$

Плоский конденсатор

$$W = \frac{C(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2}$$

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$$

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Ed$$

$$W = \frac{C(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S E^2 d^{\cancel{2}}}{\cancel{d}\, 2}$$

$$W = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2 S \cdot d}{2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2 V}{2}$$

$$V = S \cdot d$$

$\omega = \frac{W}{V}$ – объемная плотность электрической энергии

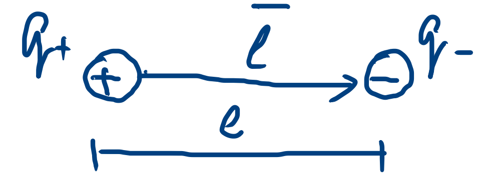
$$\omega = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2}$$

$E = const$

Диэлектрики. Поляризация диэлектриков

$q_+ = q_- = q$

Нет свободных зарядов

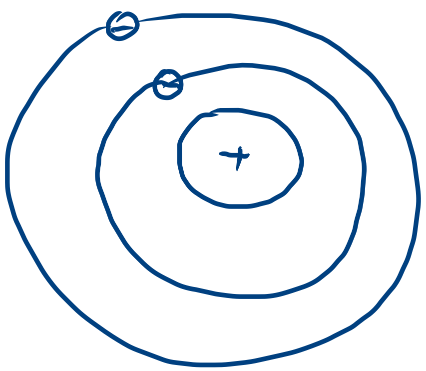


$\bar{l}$ — плечо диполя

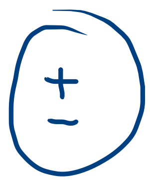
$\bar{p} = q\bar{l}$ — дипольный момент

Состоят из атомов и молекул

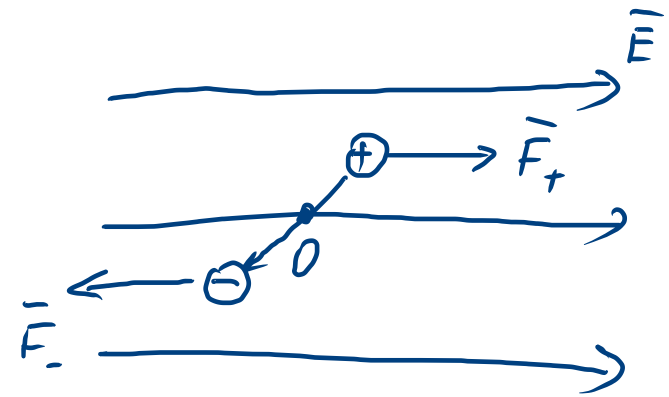
Молекула в целом нейтральна электрически

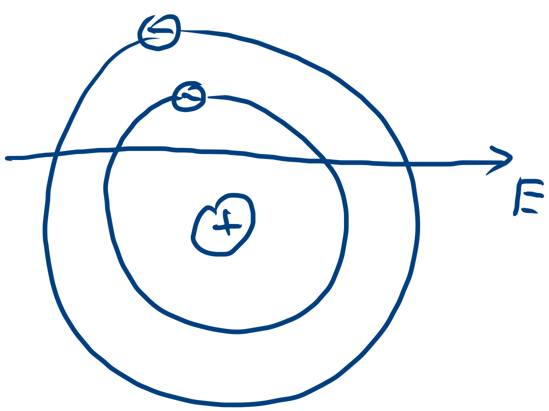


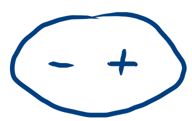
$\Rightarrow$



$\bar{p} = 0$; $\bar{l} = 0$

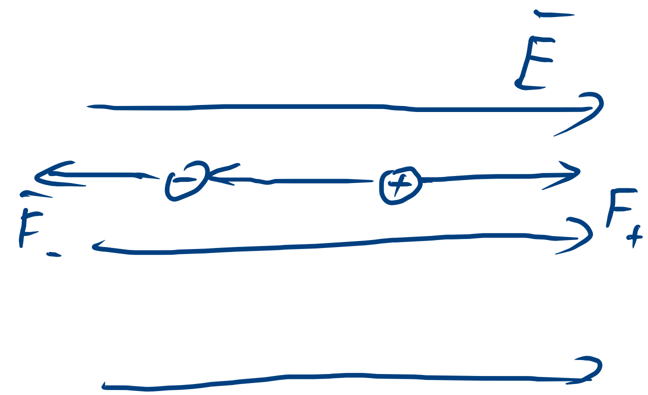






Диполь электрический $\bar{p} \neq 0$

$\bar{p} = q\bar{l}$



Виды диэлектриков