

# *Дифракция*

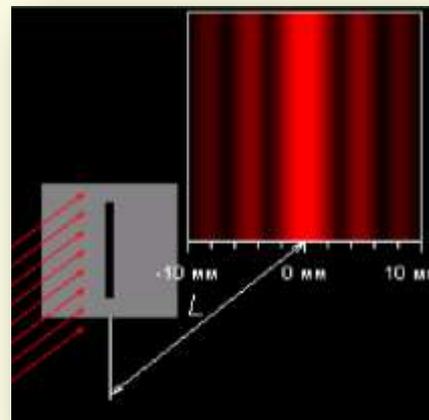
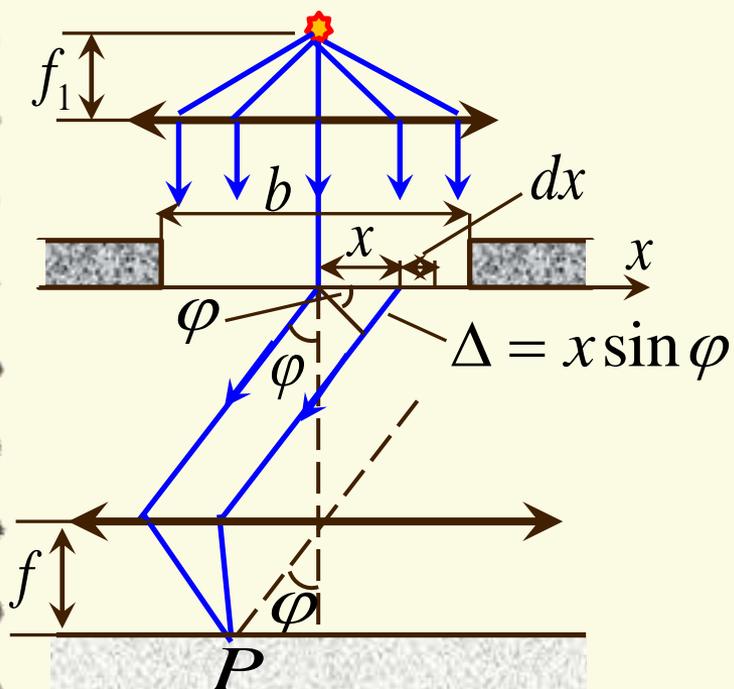
*§6. Дифракция Фраунгофера на щели*

*§7. Дифракционная решетка*

*§8. Дифракция рентгеновских лучей*

# Дифракция §6. Дифракция Фраунгофера на щели

Монохроматическая световая волна падает на узкую щель



Действие 1-й линзы:  $a \rightarrow \infty$

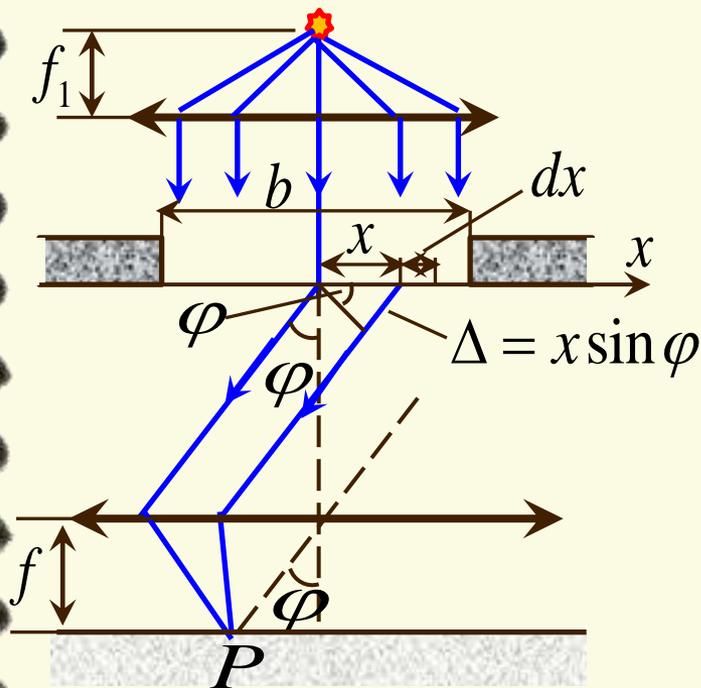
Действие 2-й линзы:  $b \rightarrow \infty$

$$A_P = ?$$

Переобозначим:  $b$  – ширина щели

# Дифракция §6. Дифракция Фраунгофера на щели

## Зоны Френеля



Пусть фаза центральной зоны равна нулю

Волновая поверхность плоская

В плоскости щели вторичные волны имеют одинаковые фазы и амплитуды

Разность хода до точки наблюдения равна  $\lambda/2$   $\Rightarrow$

Зоны Френеля – полосы, параллельные боковому ребру щели

Разность хода до точки наблюдения:

$$\Delta = x \sin \varphi \quad \Delta = \lambda/2$$

Число зон Френеля, уместяющихся на щели:

$$N = \frac{b}{x}$$

## Дифракция §6. Дифракция Фраунгофера на щели

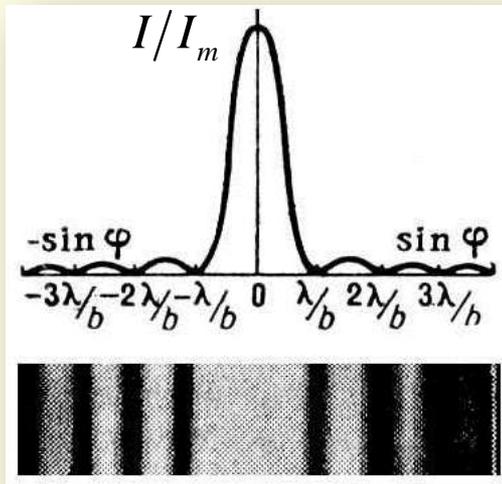
### Условия максимума и минимума интенсивности

$$N = \frac{b \sin \varphi}{\lambda/2}$$

Число зон Френеля в плоскости щели **четное**:

$$N = 2m$$
$$m = 1, 2, 3, \dots$$
$$b \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2}$$

**условие минимума**



Число зон Френеля в плоскости щели **нечетное**:

$$N = 2m + 1 \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

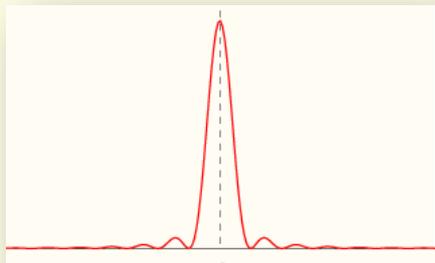
$$b \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$$

**условие максимума**

## Дифракция §6. Дифракция Фраунгофера на щели

### Влияние ширины щели на размер дифракционной картины

$$\sin\varphi = \pm m \frac{\lambda}{b} \Rightarrow$$

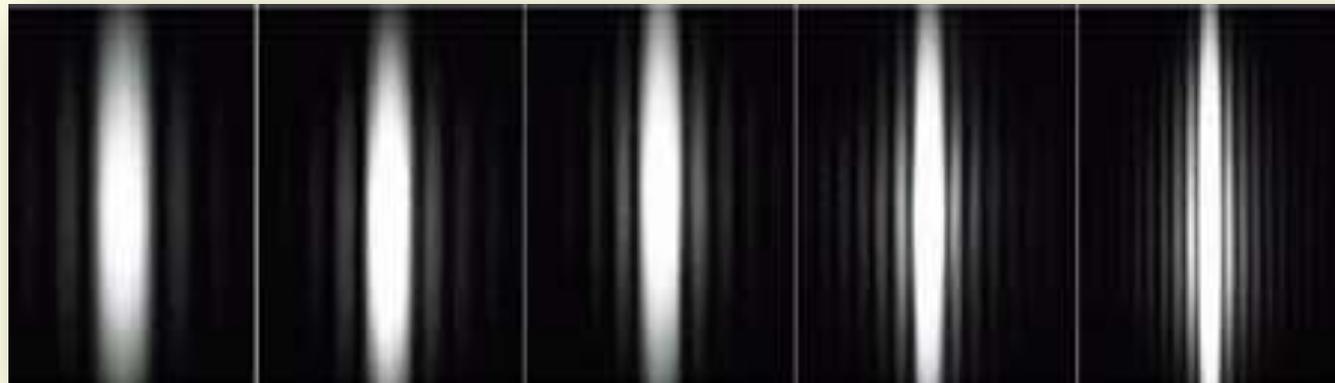


*Увеличение ширины щели:*

- минимумы сдвигаются к центру
- центральный максимум уже
- число полос больше

*Уменьшение ширины щели:*

- центральный максимум расширяется
- дифракционная картина становится шире
- интенсивность уменьшается



# Дифракция §6. Дифракция Фраунгофера на щели

## Распределение интенсивности

Основная часть световой энергии, проходящей через щель, сосредоточена в центральном максимуме

Интенсивность максимумов 1-го и 2-го порядков менее 5% и 2% от интенсивности центрального максимума

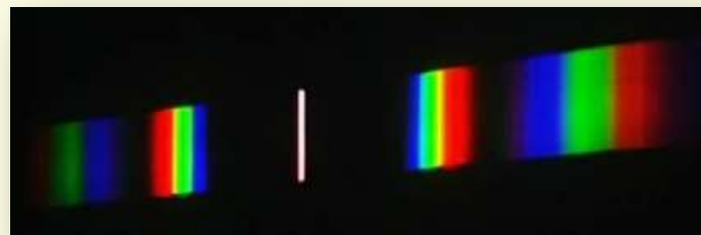
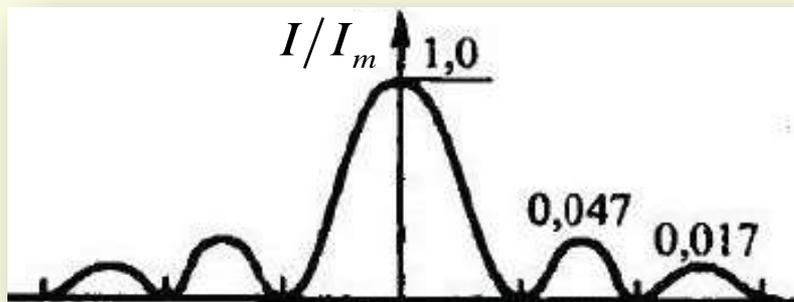
Количество минимумов

интенсивности:

$$\sin\varphi = \pm m \frac{\lambda}{b} \leq 1 \quad m \leq \frac{b}{\lambda}$$

Освещение белым светом:

ближе к центру максимумы  
более коротких длин волн



## *Дифракция §6. Дифракция Фраунгофера на щели*

### *Смещения щели и линзы*

---

Смещение щели параллельно экрану:

*дифракционная картина на экране неподвижна*

Смещение линзы при неподвижной щели:

*смещение дифракционной картины на экране*

## *Дифракция §6. Дифракция Фраунгофера на щели*

### *Сравнение дифракционных картин*

<b>Дифракция Фраунгофера</b>	<b>Дифракция Френеля</b>
В центре всегда светлое пятно (максимум)	Светлые и тёмные пятна в центре картины «чередуются»
Интенсивность центрального максимума на 1-2 порядка больше, чем у соседних	Интенсивность центрального и соседних максимумов сопоставимы
В точках минимума интенсивность близка к нулю	В точках минимума интенсивность не нуль
При наблюдении без линзы размер центрального максимума намного больше размера отверстия	Размер центрального максимума порядка диаметра отверстия

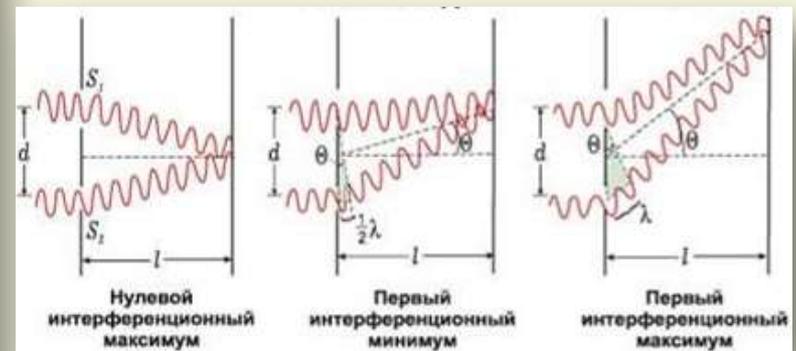
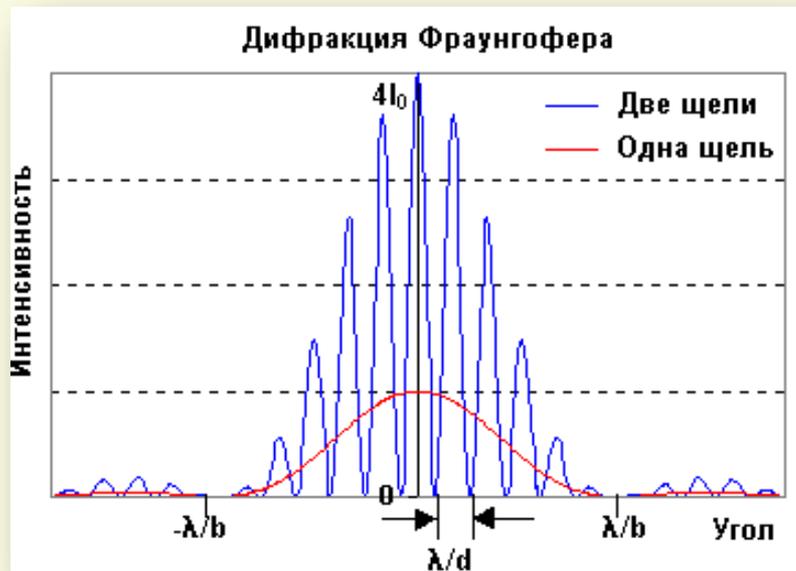
# Дифракция §7. Дифракционная решетка

## Увеличение количества щелей

Одна щель: распределение интенсивности на экране определяется углом дифракции

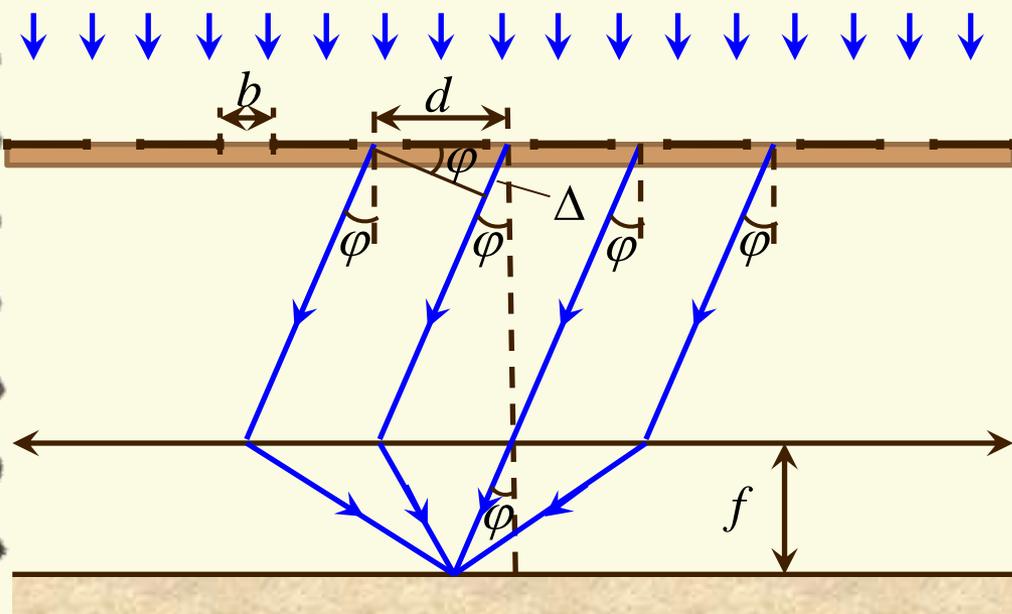
$N$  щелей: дифракционные картины от каждой в отдельности одинаковые

$h_{\text{КОГ}} \gg Nd$ : многолучевая интерференция дифрагированных лучей



# Дифракция §7. Дифракционная решетка

## Характеристики решетки



Стеклянная или металлическая пластинка с большим количеством одинаковых равноотстоящих штрихов

Система параллельных щелей:

$b$  – ширина щели

$a$  – ширина между щелями

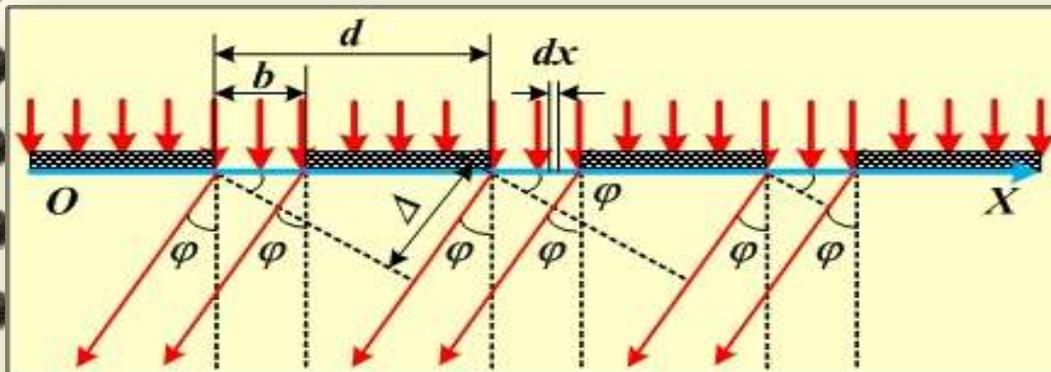
$d = a + b$  – период (постоянная) решетки

$l$  - длина решетки

$$l = Nd \quad \frac{1}{d} = \frac{N}{l}$$

## Дифракция §7. Дифракционная решетка

### Распределение интенсивности



Разности хода лучей, идущих от двух соседних щелей, будут для данного направления одинаковы в пределах всей решетки:

$$\Delta = d \sin \varphi$$

Результат интерференции этих лучей на экране зависит от разности фаз складывающихся колебаний:

$$d \sin \varphi = \pm m \lambda - \text{условие главных максимумов} \\ (\text{интерференционные максимумы})$$

$$m = 1, 2, 3, \dots$$

## Дифракция §7. Дифракционная решетка

### Распределение интенсивности

---

Направления, в которых ни одна из щелей не распространяет свет =  
условие минимумов интенсивности для одной щели =  
*условие минимумов интенсивности для дифракционной решетки*

$$b \sin \varphi = \pm k \lambda \quad - \text{условие минимумов}$$

$$k = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{дифракционные минимумы})$$

Направления, в которых колебания от отдельных щелей гасят друг друга = *условие дополнительных минимумов интенсивности для дифракционной решетки*

$$d \sin \varphi = \pm \frac{m'}{N} \lambda$$

$$m' = 1, 2, 3, \dots$$

$$m' \neq N, 2N, 3N, \dots$$

## Дифракция §7. Дифракционная решетка

### Распределение интенсивности

Распределение амплитуд и интенсивностей дифрагировавших волн в зависимости от угла:

$$A_p = A_0 \frac{\sin\alpha}{\alpha} \cdot \frac{\sin N\beta}{\sin\beta} \quad I_p = I_0 \left( \frac{\sin\alpha}{\alpha} \right)^2 \cdot \left( \frac{\sin N\beta}{\sin\beta} \right)^2$$

$$\alpha = \frac{\pi}{\lambda} \cdot b \sin\varphi \quad \beta = \frac{\pi}{\lambda} \cdot d \sin\varphi$$

$A_0$  – амплитуда волны от одной щели в первичном направлении пучка (напротив центра экрана)

$I_0$  – интенсивность волны в направлении  $\varphi = 0$  (недифрагировавший свет)

$A_0 \frac{\sin\alpha}{\alpha}$  – дифракция на одной щели

$\frac{\sin N\beta}{\sin\beta}$  – интерференция волн от  $N$  щелей

## Дифракция §7. Дифракционная решетка

### Распределение интенсивности

---

Ранее:

$$A_p = A_0 \frac{\sin\alpha}{\alpha} \cdot \frac{\sin N\beta}{\sin\beta} \quad \alpha = \frac{\pi}{\lambda} \cdot b \sin\varphi \quad \beta = \frac{\pi}{\lambda} \cdot d \sin\varphi$$

$$d \sin\varphi = \pm m\lambda \quad \beta = \pm m\pi \quad \frac{\sin N\beta}{\sin\beta} \rightarrow N$$

$$I_p = I_0 \left( \frac{\sin\alpha}{\alpha} \right)^2 \cdot N^2$$

Интенсивность главных максимумов в  $N^2$  раз больше интенсивности от одной щели в данном направлении

## Дифракция §7. Дифракционная решетка

### Распределение интенсивности

Ранее: 
$$A_p = A_0 \frac{\sin\alpha}{\alpha} \cdot \frac{\sin N\beta}{\sin\beta}$$

$$N\beta = \pm m'\pi$$

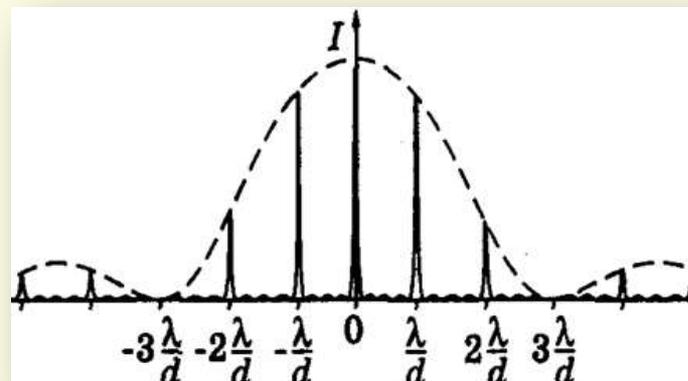
$$m' = 1, 2, 3, \dots$$

$$m' \neq N, 2N, 3N, \dots$$

$(N - 1)$  – доп. минимумов

$(N - 2)$  – доп. максимумов

Чем больше число периодов, тем больше минимумов, и тем уже и выше главные максимумы



$$d \sin\varphi = \pm m\lambda$$

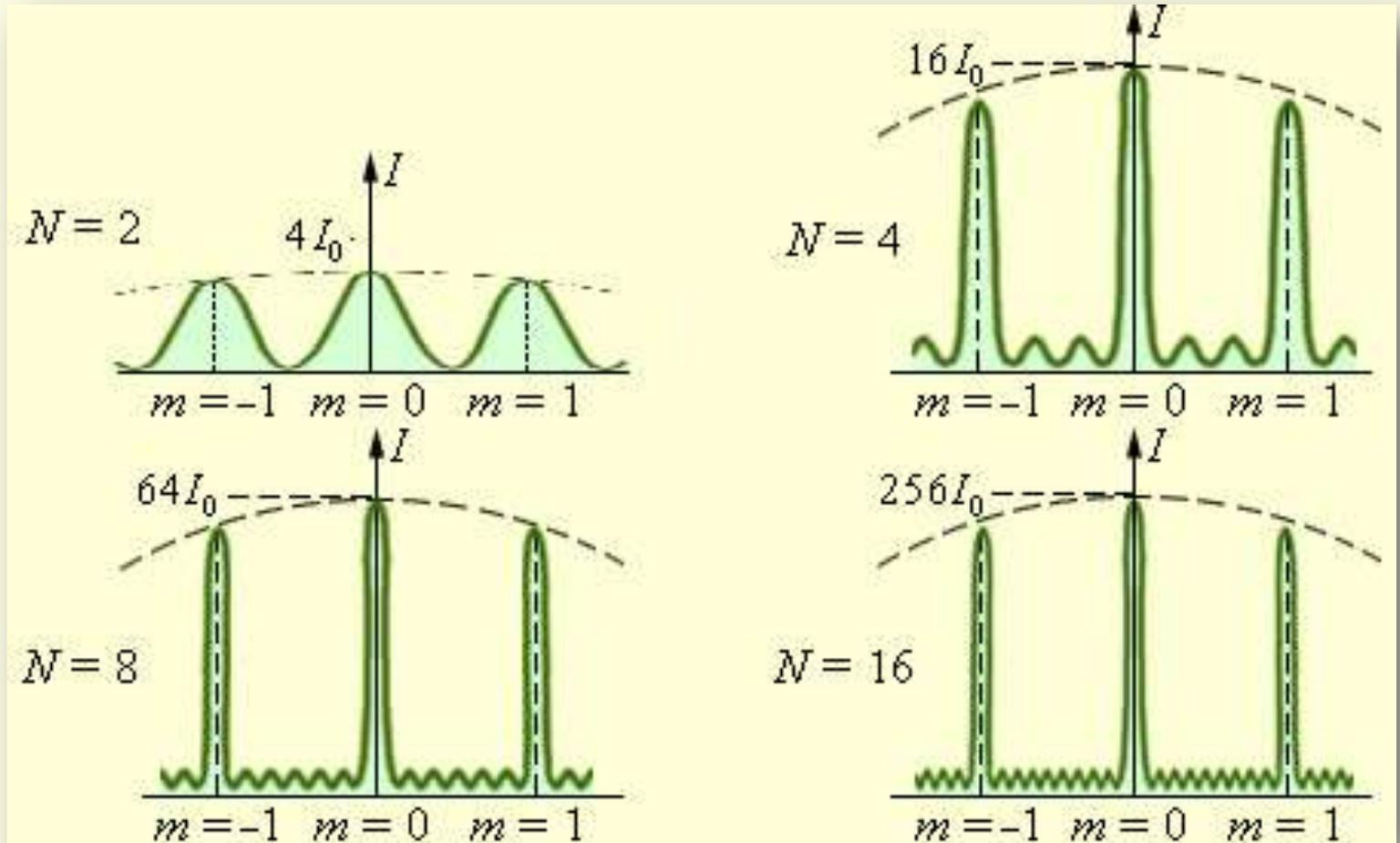
$$b \sin\varphi = \pm k\lambda$$

$$d = k'b \quad k' \in \mathbb{N}$$

Главные максимумы в данных направлениях не наблюдаются

# Дифракция §7. Дифракционная решетка

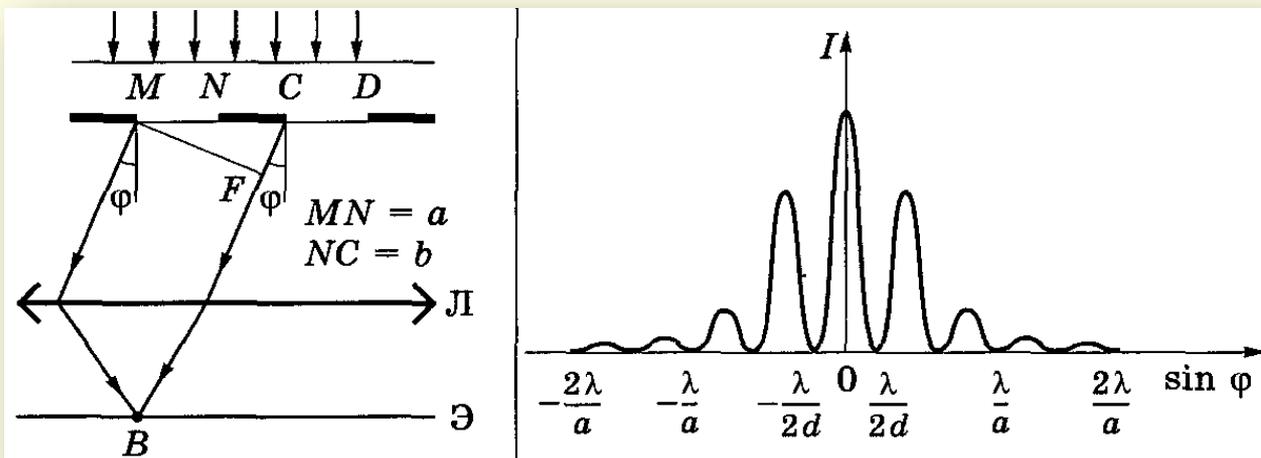
## Распределение интенсивности



# Дифракция §7. Дифракционная решетка

$$a \leftrightarrow b$$

## Распределение интенсивности для двух щелей

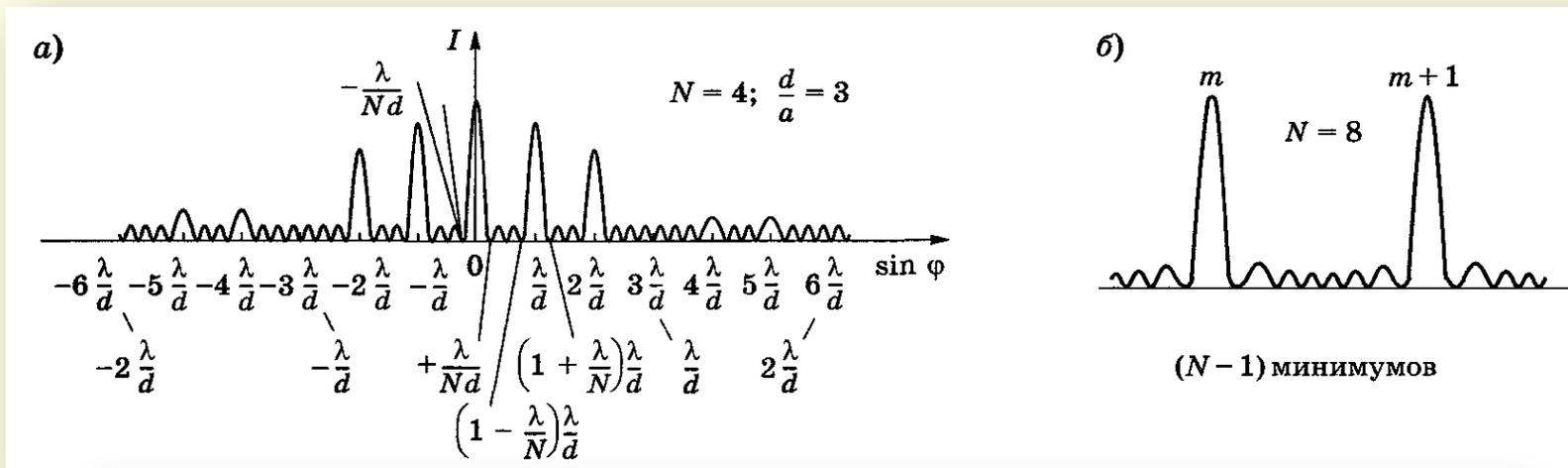


Условия	Формула	Обоснование
Главные (прежние минимумы)	$a \sin \varphi = \pm m \lambda$ ( $m = 1, 2, 3, \dots$ )	В тех направлениях, в которых ни одна из щелей не распространяет свет, он не будет распространяться и при двух щелях
Дополнительные минимумы	$d \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$ ( $m = 0, 1, 2, \dots$ )	Возникают вследствие взаимной интерференции световых лучей, посылаемых двумя щелями. В направлениях, определяемых условием $CF = MC \sin \varphi = (a + b) \sin \varphi = d \sin \varphi = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \dots$ , световые лучи гасят друг друга
Главные максимумы	$d \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} = \pm m \lambda$ ( $m = 0, 1, 2, \dots$ )	В данных направлениях действие одной щели усиливает действие другой

# Дифракция §7. Дифракционная решетка

$$a \leftrightarrow b$$

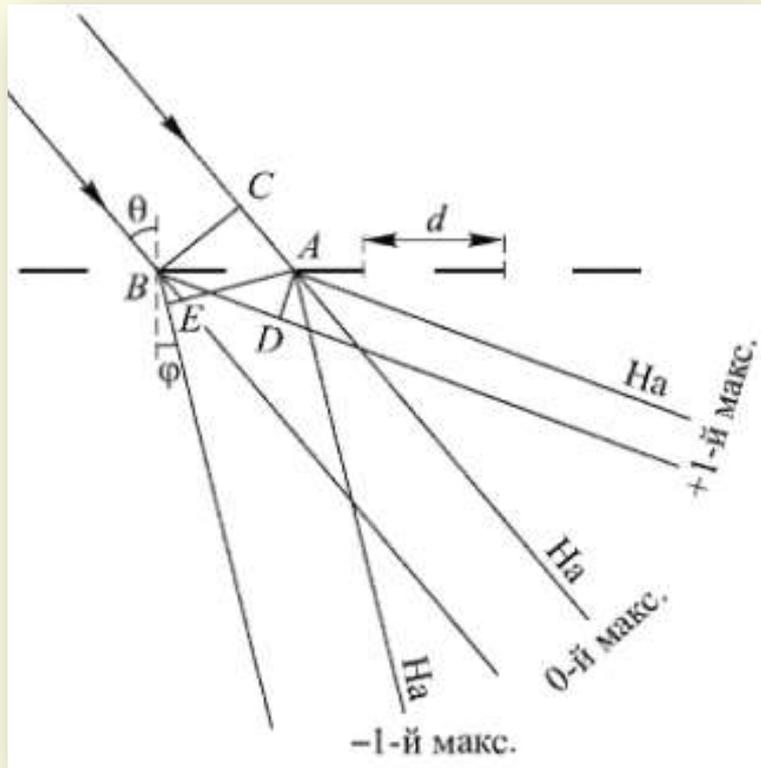
## Распределение интенсивности для дифракционной решетки



Условия	Формула	Пояснение
Главные минимумы	$a \sin \varphi = \pm m \lambda$ ( $m = 1, 2, 3, \dots$ )	Наблюдаются при условии, соответствующем одной щели
Главные максимумы	$d \sin \varphi = \pm m \lambda$ ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ) ( $m$ — порядок главных максимумов)	Если какие-то значения $\varphi$ одновременно удовлетворяют условиям главных максимумов и минимумов, то главные максимумы, отвечающие этим направлениям, не наблюдаются (если $a = d/3$ , то каждый третий главный максимум не наблюдается (см. рисунок а))
Дополнительные минимумы	$d \sin \varphi = \pm \frac{m' \lambda}{N}$ ( $m' \neq 0, N, 2N, \dots$ )	Между каждыми двумя главными максимумами находятся $N - 1$ дополнительных минимумов. Имеют место также $N - 2$ дополнительных максимумов, интенсивность которых ничтожна по сравнению с главными максимумами (см. рисунок б)

# Дифракция §7. Дифракционная решетка

## Наклонное падение лучей

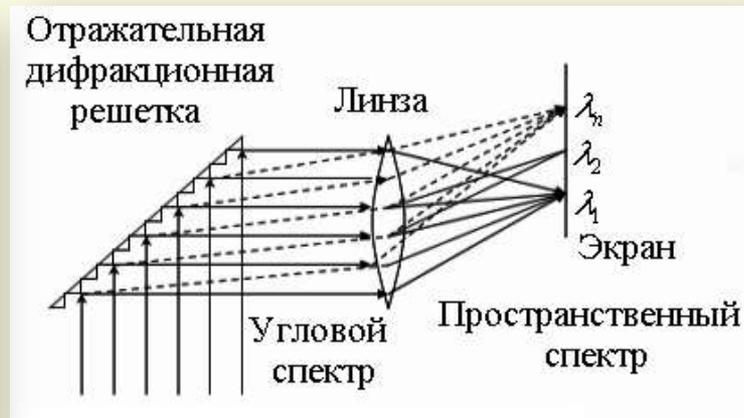
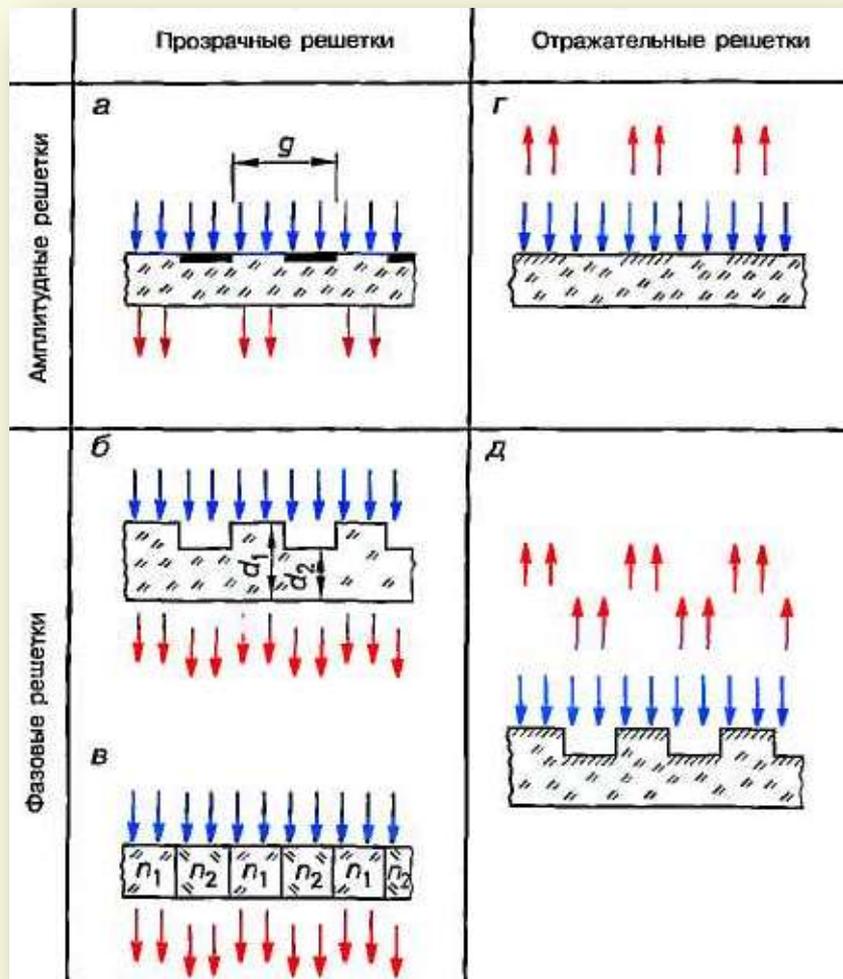


$$\Delta = AC - DB$$

$$\Delta = d \sin \theta - d \sin \varphi$$

# Дифракция §7. Дифракционная решетка

## Виды дифракционных решеток



Голубой цвет – падающая волна,  
 красный цвет – прошедшая  
 (отраженная) волна;  
 положение красных стрелок –  
 фазовые соотношения

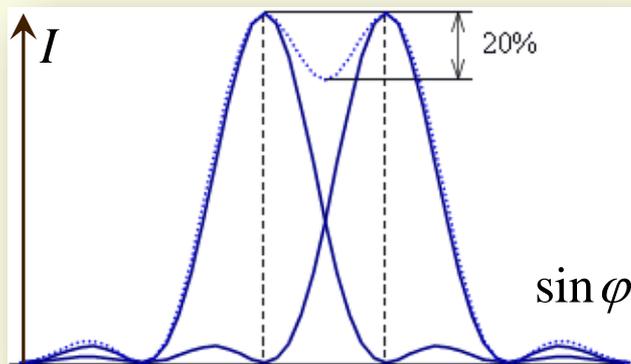
## Дифракция §7. Дифракционная решетка

### Спектральные характеристики

Разрешающая сила (способность) спектральных приборов характеризует их способность разделять две близко расположенные спектральные линии

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$$

**Критерий Релея:** спектральные линии с разными длинами волн, но равными интенсивностями и одинаковыми симметричными контурами разрешимы, если максимум одной спектральной линии совпадает с первым минимумом другой



$$d \sin \varphi = m(\lambda + \delta\lambda)$$

$$d \sin \varphi = \left(m + \frac{1}{N}\right) \lambda$$

$$R = mN$$

$$R_{max} = \frac{Nd}{\lambda}$$

# Дифракция §7. Дифракционная решетка

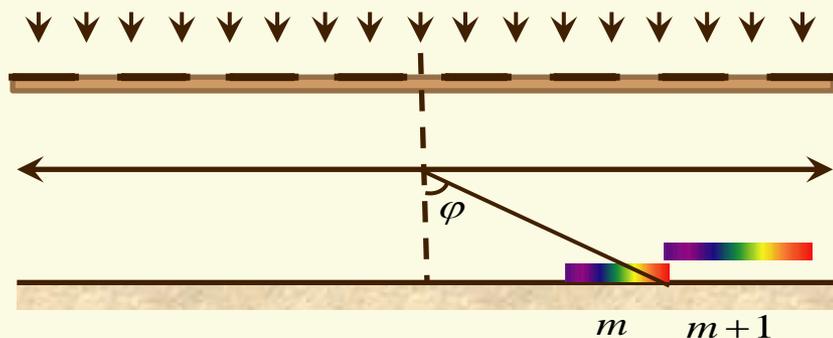
## Спектральные характеристики

Угловая дисперсия характеризует степень пространственного (углового) разделения волн с различными длинами

$$D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda}$$

$$d\sin\varphi = m\lambda \rightarrow D = \frac{m}{d\cos\varphi}$$

Область дисперсии – максимальная ширина спектрального интервала, при которой спектры разных порядков еще не перекрываются



$$d\sin\varphi = m(\lambda + \Delta\lambda)$$

$$d\sin\varphi = (m + 1)\lambda$$

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{m}$$

# Дифракция §8. Дифракция рентгеновских лучей

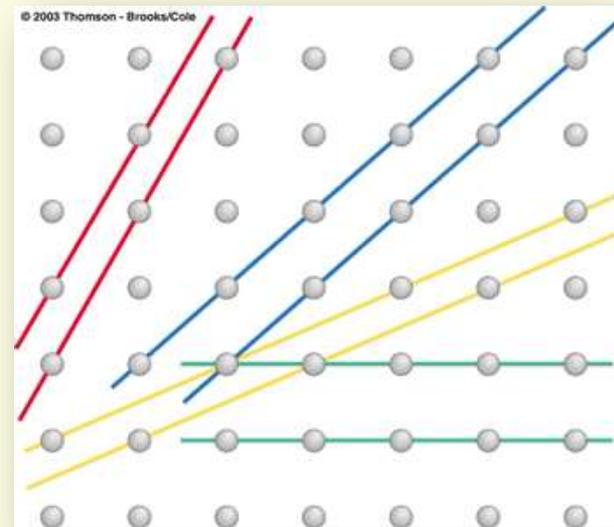
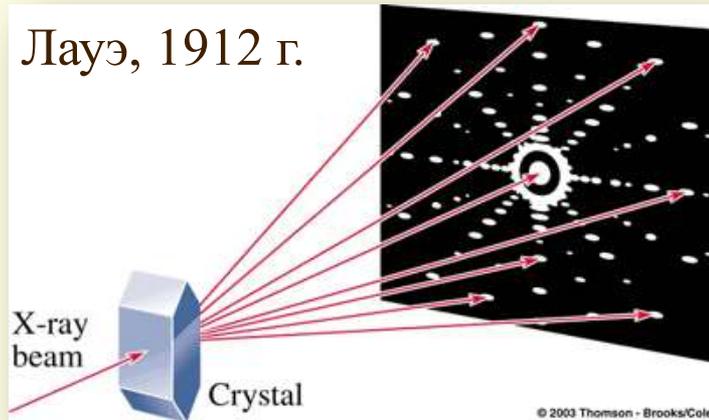
## Дифракция на пространственных структурах

$$d \sin \varphi = m \lambda$$

Длина волны рентгеновского излучения  $\lambda \sim 0,1 \text{ нм}$

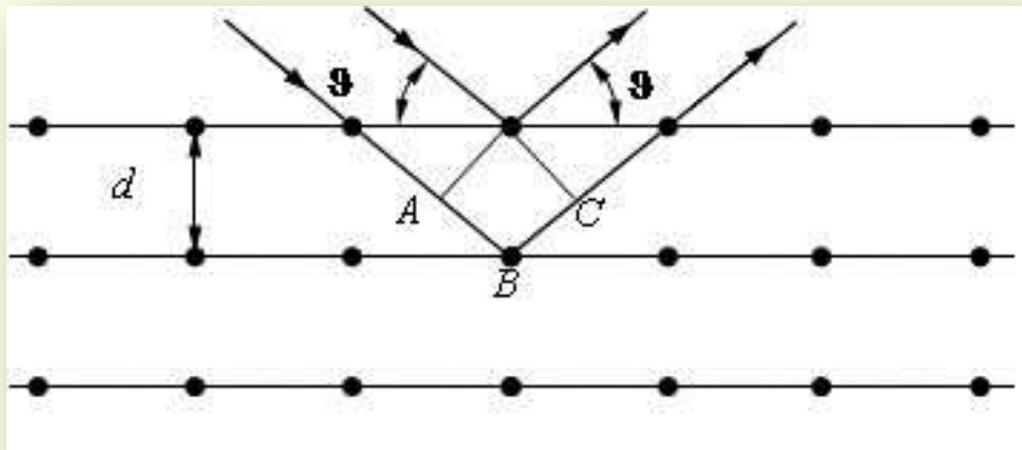
Период кристаллической решётки  $d \sim 0,3 \text{ нм}$

Лауэ, 1912 г.



# Дифракция §8. Дифракция рентгеновских лучей

## Дифракция на пространственных структурах



$\theta$  - угол скольжения

$$\Delta = AB + BC = 2d \sin \theta$$

$$2d \sin \theta = m\lambda$$

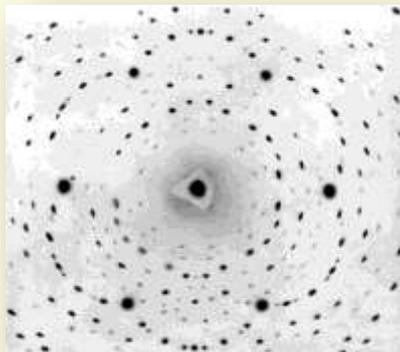
Формула Брэгга- Вульфа

$$m = 1, 2, \dots$$

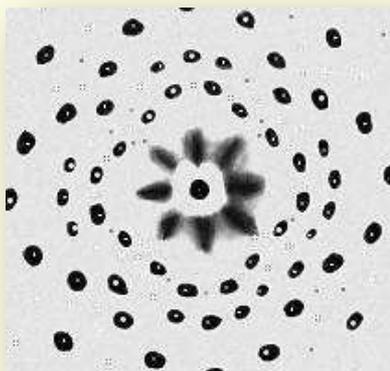
# Дифракция §8. Дифракция рентгеновских лучей

## Применение

---



Лауэграмма берилла



Лауэграмма кристалла каменной соли

1. Рентгеновская спектроскопия используется для анализа спектра рентгеновского излучения и измерения длин волн. Используются монокристаллы известной структуры

2. Рентгеноструктурный анализ – метод исследования структуры вещества, основанный на дифракции рентгеновского излучения на исследуемом объекте