

Дифракция

§1. Введение. Приближение геометрической оптики

§2. Принцип Гюйгенса – Френеля

§3. Метод зон Френеля

§4. Дифракция Френеля на круглом отверстии

§5. Дифракция Френеля на диске

Дифракция §1. Введение.

Приближение геометрической оптики

Дифракция – совокупность явлений, связанных с отклонениями от законов геометрической оптики и наблюдаемых при распространении волн в среде с резкими неоднородностями, *размеры которых сравнимы с длиной волны*

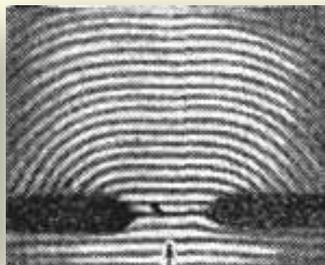
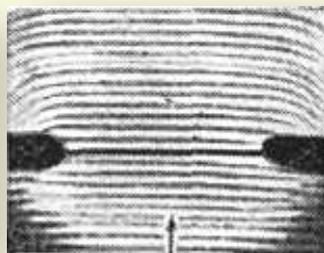


- огибание волнами препятствий
- проникновение света в область геометрической тени

Дифракция §1. Введение.

Приближение геометрической оптики

Уменьшение ширины препятствия



При уменьшении ширины щели освещенная область расширяется

Угловая расходимость волнового пучка (проникание волны в область геометрической тени)

наиболее заметна, если *размер огибаемых препятствий* (неоднородностей среды) *соизмерим с длиной волны*

$$d \sim \lambda$$

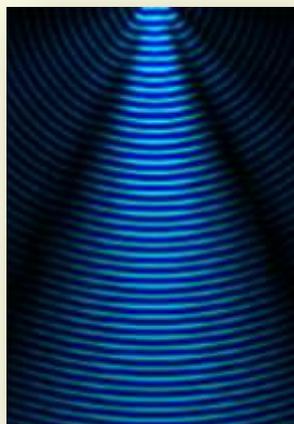
$d \gg \lambda$ – пренебрегают дифракцией

$d \ll \lambda$ – рассеяние волн

Дифракция §1. Введение.

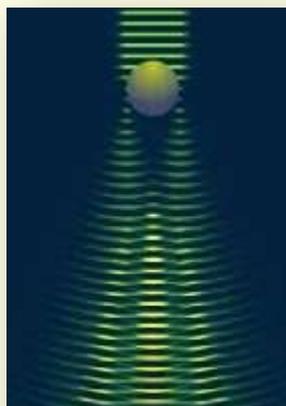
Приближение геометрической оптики

При фиксированной ширине щели



Заметное расширение освещенной области происходит при расстояниях $L \geq L_0 = \frac{d^2}{\lambda}$

Фазовый фронт искривляется и свет проникает в область геометрической тени (волновая теория)



Свет непосредственно за шарик не проникает на расстояниях

$$L \ll L_0 = \frac{d^2}{\lambda}$$

Волновой фронт остается плоским. Световой пучок распространяется вдоль своей оси, его можно заменить геометрическим образом – лучом (геометрическая оптика)

Дифракция §1. Введение.

Приближение геометрической оптики



Дифракция (от лат. diffractus – разломанный) – неотъемлемое свойство волн **любой природы** стремиться распространяться во всех направлениях, заходя в область геометрической «тени», огибая препятствия



Прямолинейное распространение волн является лишь определенным приближением

Для звуковой волны частоты 100Гц
длина волны $\approx 3,4\text{м}$

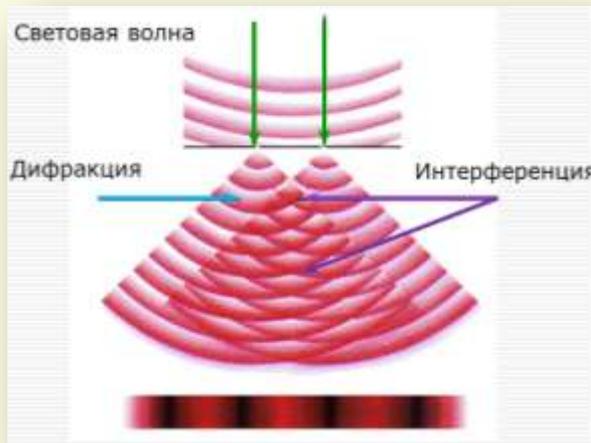
Длина световой волны $\approx 0,4\text{-}0,7\text{нм}$

Дифракция §1. Введение.

Приближение геометрической оптики

Интерференция и дифракция – явления одной физической природы. Оба заключаются в перераспределении светового потока в результате наложения волн

Перераспределение интенсивности, возникающее в результате суперпозиции волн,



возбуждаемых конечным числом дискретных когерентных источников, принято называть *интерференцией*

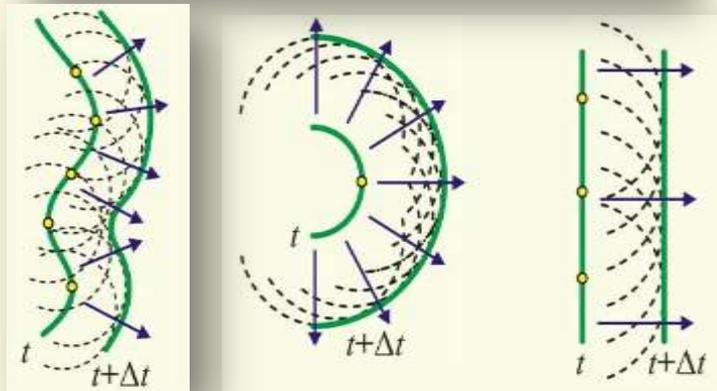
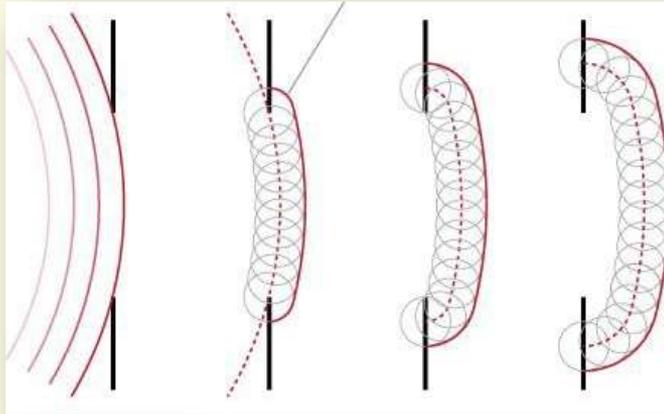
возбуждаемых когерентными источниками, расположенными непрерывно, принято называть *дифракцией*

Первое объяснение дифракции света принадлежит французскому физiku Френелю (1818 г.). Он показал, что *количественное* описание дифракции возможно на основе *геометрических* построений Гюйгенса, если их дополнить принципом интерференции вторичных волн

Дифракция §2. Принцип Гюйгенса – Френеля

Принцип Гюйгенса :

Каждая точка, до которой доходит волна, является источником вторичных волн; огибающая этих волн дает положение фронта волны в следующие моменты времени



- объясняет проникновение в область геометрической тени
- позволяет определить форму волнового фронта
- позволяет вывести законы отражения и преломления света на границе раздела 2-х сред
- не дает никакой информации об амплитуде (интенсивности) волн
- не объясняет причину отсутствия обратной волны

Вторичные волны – волны, идущие от точек волновых поверхностей как от изотропных точечных источников

Дифракция §2. Принцип Гюйгенса – Френеля

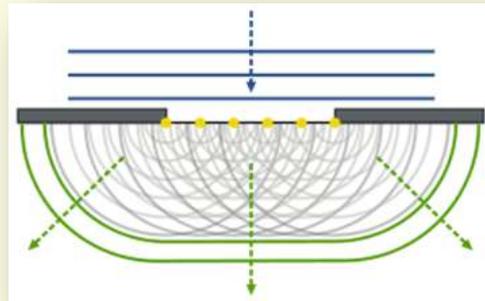
Принцип Гюйгенса – Френеля :

Каждая точка, до которой доходит волна, является источником вторичных волн; вторичные волны при наложении интерферируют друг с другом

Любое волновое возмущение в любой точке пространства можно рассматривать как результат интерференции когерентных вторичных волн от фиктивных источников, на которые разбивается волновой фронт

Для определения колебания в точке, лежащей перед некоторой волновой поверхностью, необходимо найти колебания, приходящие в эту точку от всех элементов волновой поверхности, и затем сложить их с учетом амплитуд и фаз

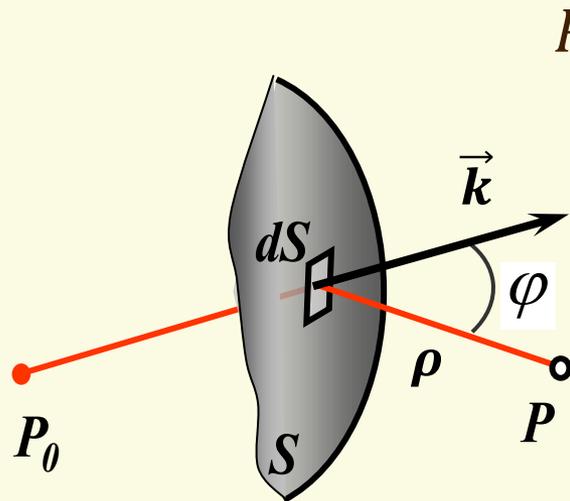
Векторная диаграмма: результирующая амплитуда колебания в точке наблюдения от N различных элементов волновой поверхности с учетом их фаз (углов между векторами)



Дифракция §2. Принцип Гюйгенса – Френеля

Принцип Гюйгенса – Френеля :

Каждый элемент волновой поверхности является источником вторичной *сферической* волны:



P_0 – источник

S – волновая поверхность

dS – элемент волновой поверхности
(источник вторичной сферической волны)

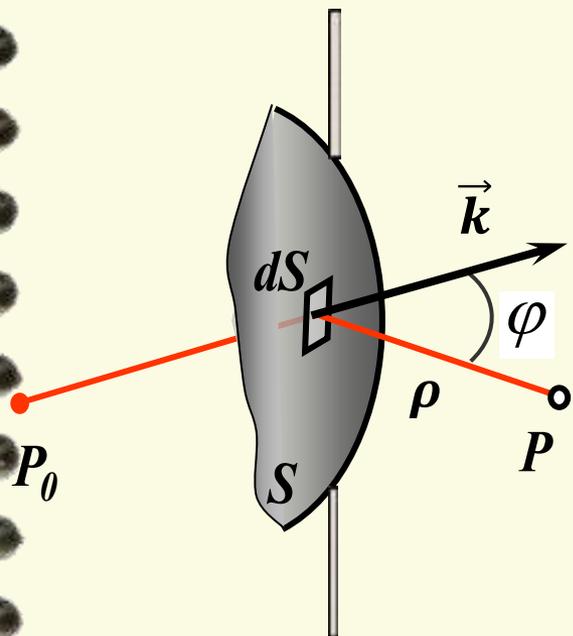
\vec{k} – волновой вектор

P – точка наблюдения

ρ – расстояние от элемента волновой поверхности до точки наблюдения

Дифракция §2. Принцип Гюйгенса – Френеля

Математическая запись принципа Гюйгенса – Френеля :



$$dE(P) = \frac{E_0 dS}{\rho} K(\varphi) \cos(\omega t - k\rho + \alpha)$$

$K(\varphi)$ – некий коэффициент (убывающая функция угла) $K\left(\frac{\pi}{2}\right) = K_{min}$
 $K(0) = K_{max}$

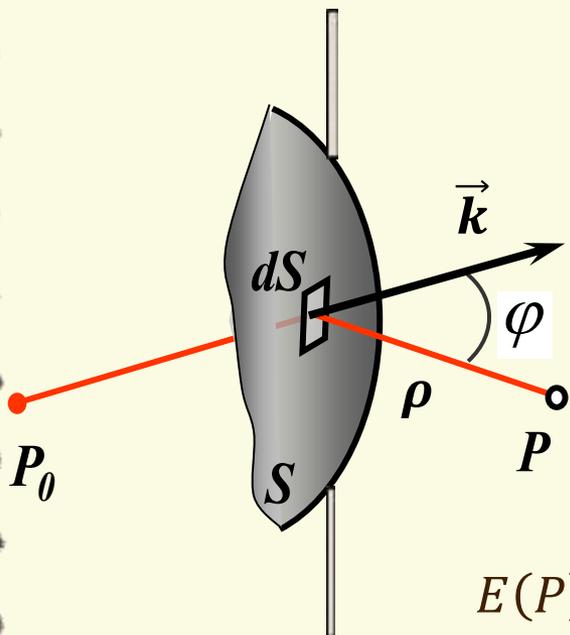
Предполагая, что амплитуда волны в отверстии такая же как и при отсутствии экрана, т.е. существенна только форма отверстия (материал экрана полностью поглощает свет и сам не излучает):

$$E(P) = \int \frac{E_0 dS}{\rho} K(\varphi) \cos(\omega t - k\rho + \alpha)$$

(дифракционный интеграл; теория дифракции, основанная на решении уравнений Максвелла)

Дифракция §2. Принцип Гюйгенса – Френеля

Математическая запись принципа Гюйгенса – Френеля :



$$E(P) = \int \frac{E_0 dS}{\rho} K(\varphi) \cos(\omega t - k\rho + \alpha)$$

Простейшие симметричные случаи, допускающие алгебраическое и графическое сложение \Rightarrow

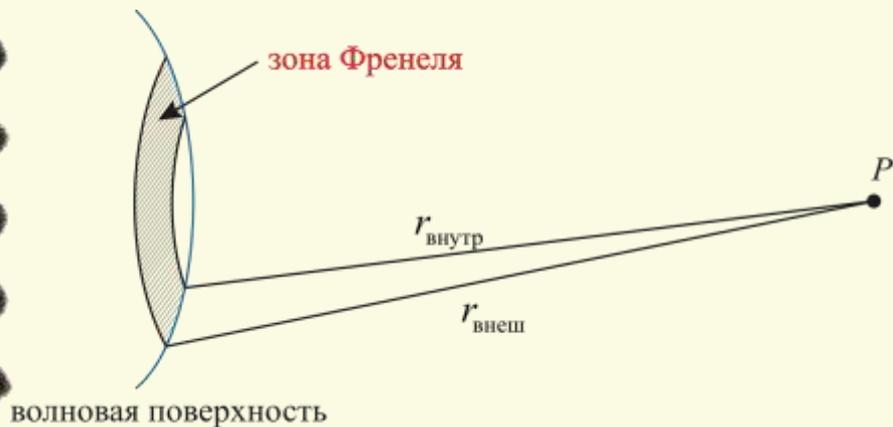
$$E(P) = A_P \cos(\omega t - k\rho) = \sum A_i \cos(\omega t - k\rho + \alpha_i)$$

$$A_i = \frac{E_0 \Delta S_i}{\rho_i} K(\varphi_i)$$

при определенном способе разбиения волновой поверхности на элементы (источники вторичных волн)

Дифракция §3. Метод зон Френеля

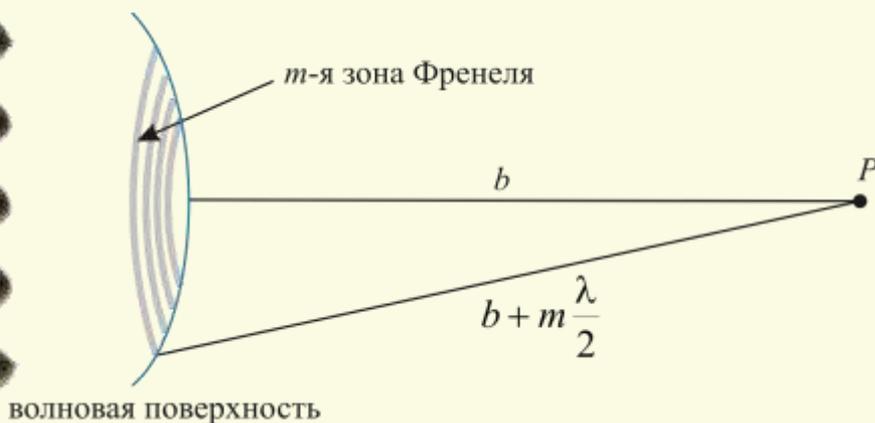
Зоны Френеля



Зоной Френеля называется участок волновой поверхности, разность расстояний от краев которого до точки наблюдения равна половине длины волны:

$$r_{\text{внеш}} - r_{\text{внутр}} = \lambda/2$$

b – кратчайшее расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения P

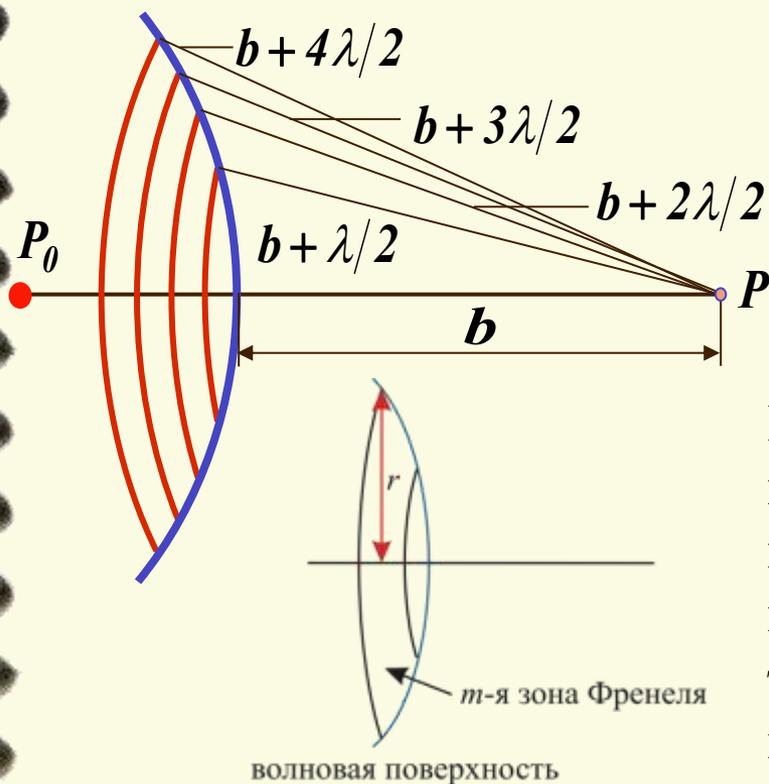


Форма и размер зоны Френеля определяются взаимным расположением волновой поверхности и точки наблюдения

Дифракция §3. Метод зон Френеля

Метод зон Френеля (сферическая волна)

Цель: определить амплитуду светового колебания, возбуждаемого сферической волной, распространяющейся в изотропной однородной среде от точечного источника



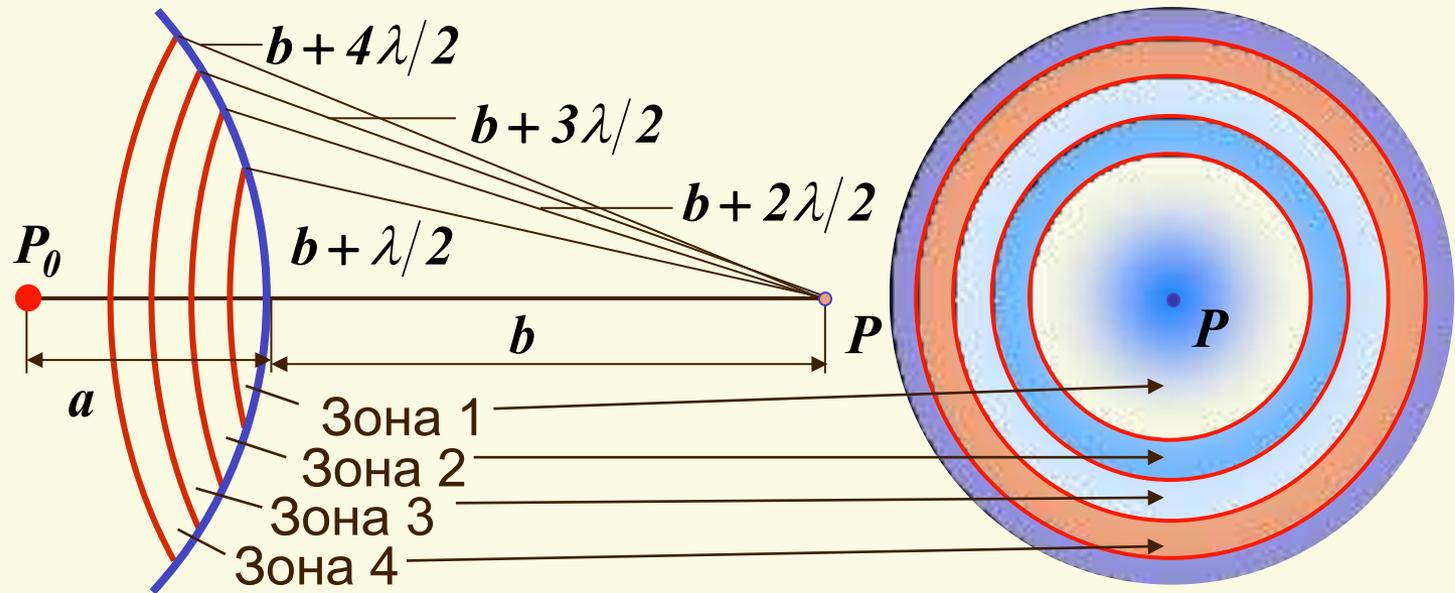
Волновые поверхности – симметричны относительно прямой P_0P

Зоны Френеля – *кольцевые зоны* волновой поверхности

Радиус зоны Френеля – расстояние от прямой, перпендикулярной к волновой поверхности и проходящей через точку наблюдения P , до внешнего края зоны, т.е. это *внешний радиус* кольца на волновой поверхности

Дифракция §3. Метод зон Френеля

Метод зон Френеля (сферическая волна)



a – расстояние от источника до вершины волновой поверхности

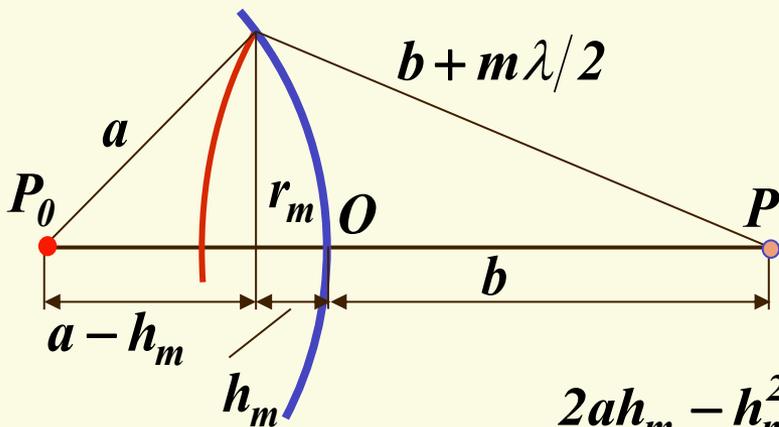
Колебания от соседних зон (разность хода полдлины волны) приходят в противофазе:

$$A_P = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots$$

Определим радиус и площадь m -й зоны Френеля \Rightarrow

Дифракция §3. Метод зон Френеля

Метод зон Френеля (сферическая волна)



$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2,$$

$$r_m^2 = (b + m \lambda / 2)^2 - (b + h_m)^2$$

$$2ah_m - h_m^2 = 2bm \lambda / 2 + m^2 (\lambda / 2)^2 - 2bh_m - h_m^2$$

$$h_m = \frac{bm \lambda + m^2 (\lambda / 2)^2}{2(a + b)}$$

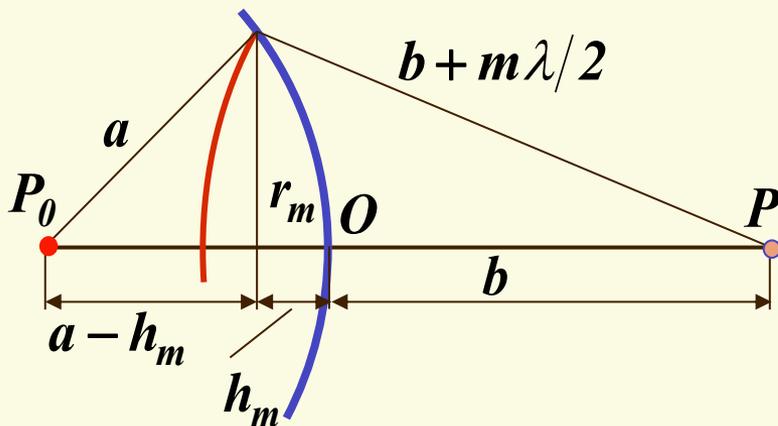
Высота сферического сегмента: $h_m = \frac{bm \lambda}{2(a + b)}$ при $\lambda \ll (a, b)$
и малых m

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = 2ah_m - h_m^2$$

Радиус m -й зоны: $r_m^2 = 2ah_m$ при $h_m \ll a$

Дифракция §3. Метод зон Френеля

Метод зон Френеля (сферическая волна)



Радиус m -й зоны:

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{(a+b)} m \lambda}$$

Площадь сферического сегмента:

$$S_m = 2\pi a h_m$$

Площадь m -й зоны Френеля: $\Delta S_m = S_m - S_{m-1} = \frac{\pi a b \lambda}{a + b}$

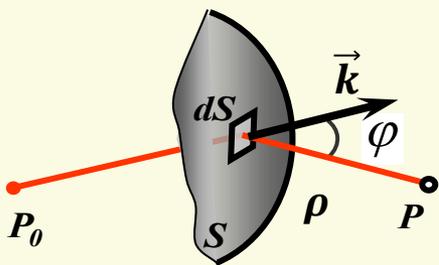
В указанных приближениях площади зон Френеля не зависят от их номера, т.е. площади всех зон одинаковы. Радиус зон увеличивается с ростом их номера

Различие вкладов зон в дифракционный интеграл обусловлено только расстояниями и введенным коэффициентом

Дифракция §3. Метод зон Френеля

Метод зон Френеля (сферическая волна)

Ранее: $A_P = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots \pm A_m$ $A_i = \frac{E_0 \Delta S_i}{\rho_i} K(\varphi_i)$
“+” – m нечетное, “-” – m четное



Коэффициент с ростом номера уменьшается :

$$K(\varphi) \in [K_{min}, K_{max}]$$

Расстояние медленно растет с номером зоны:

$$\rho_m = b + m\lambda/2$$

Амплитуды колебаний, возбуждаемых зонами Френеля в точке наблюдения P , образуют монотонно убывающую последовательность:

$$A_1 > A_2 > A_3 > \dots A_{m-1} > A_m > A_{m+1} > \dots$$

Дифракция §3. Метод зон Френеля

Метод зон Френеля (сферическая волна)

Ранее: $A_P = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots \pm A_m$

$$A_1 > A_2 > A_3 > \dots A_{m-1} > A_m > A_{m+1} > \dots$$

$$A_P = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \frac{A_5}{2} \dots \pm \frac{A_m}{2}$$

Число зон Френеля, уместяющихся на полусфере велико:

$$a = b = r_m = 10\text{см}$$

$$m \sim 10^5$$

$$\lambda = 500\text{нм}$$

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}$$

$$A_P = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}$$

“+” – m нечетное, “-” – m четное

Дифракция §3. Метод зон Френеля

Метод зон Френеля (сферическая волна)

$$A_P = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}$$

“+” – m нечетное, “-” – m четное

$$m \rightarrow \infty \quad A_m \rightarrow 0$$

$$A_P \equiv A_0 = \frac{A_1}{2}$$

При свободном распространении волны амплитуда результирующих колебаний в произвольной точке равна половине амплитуды, создаваемой лишь одной центральной (первой) зоной Френеля

Действие всего открытого волнового фронта сводится к действию его малого участка, меньшего центральной зоны

$$a = b = 1\text{ м} \quad \lambda = 500\text{ нм}$$

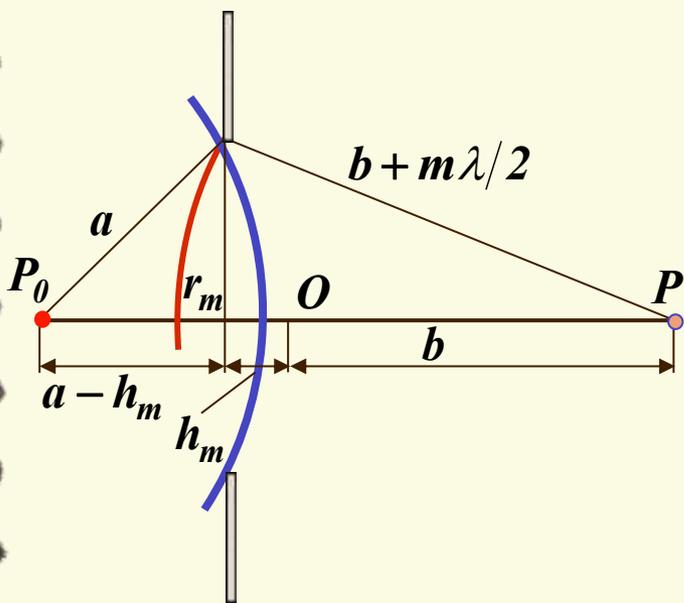
$$r_1 = 0,5\text{ мм} \quad \Delta S_1 = 1\text{ мм}^2$$

Распространение света происходит внутри очень узкого канала, т.е. прямолинейно

Дифракционная теория прямолинейного распространения света

Дифракция §4. Дифракция Френеля на круглом отверстии

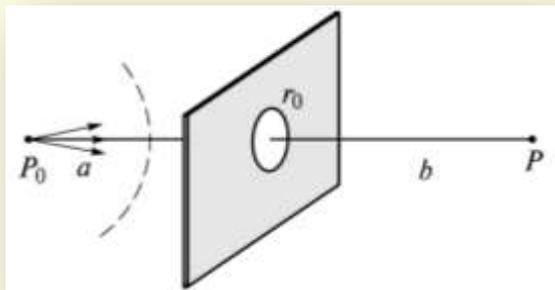
Сферическая волна падает на экран с круглым отверстием радиуса r_0



Амплитуда волны в точке P на оси отверстия зависит от числа открытых зон Френеля

$$r_0 = r_m = \sqrt{\frac{abm\lambda}{(a+b)}} \quad m = \frac{r_0^2}{\lambda} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

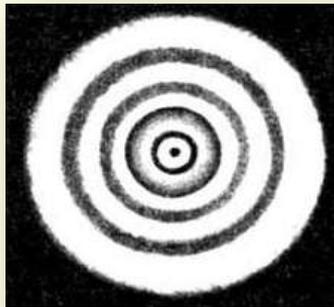
При фиксированном положении источника изменение b или r_0 число открытых зон Френеля изменяется, становится четным или нечетным



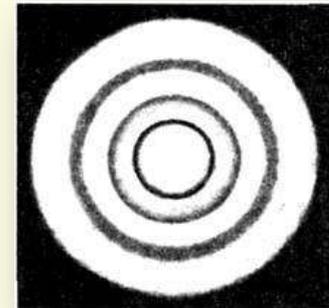
$$A_P = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}$$

Дифракция §4. Дифракция Френеля на круглом отверстии

Сферическая волна падает на экран с круглым отверстием радиуса r_0



$$A_P = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}$$



Наименьшая интенсивность – открыты две первые зоны Френеля

$$A_P = \frac{A_1}{2} - \frac{A_2}{2} = 0$$

Минимумы интенсивности – открыто четное число зон Френеля

$$A_P = \frac{A_1}{2} - \frac{A_m}{2} \approx 0$$

Наибольшая интенсивность – открыта первая зона Френеля

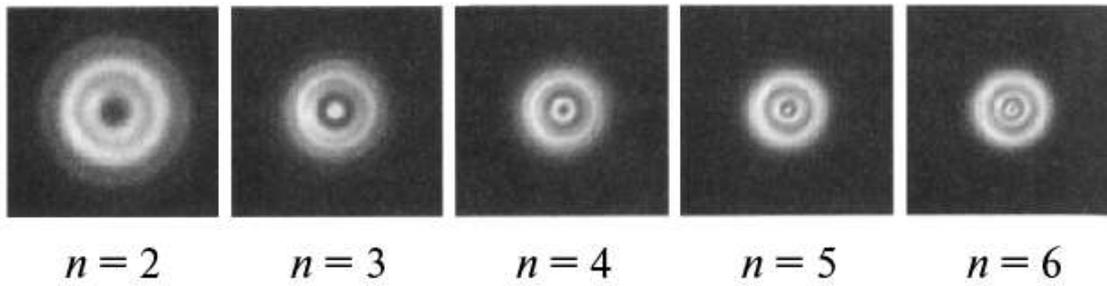
$$A_P = 2 \cdot \frac{A_1}{2} = 2A_0$$

Максимумы интенсивности – открыто нечетное число зон Френеля

$$A_P = \frac{A_1}{2} + \frac{A_m}{2}$$

Дифракция §4. Дифракция Френеля на круглом отверстии

Дифракционные картины от
круглого отверстия



Дифракция §4. Дифракция Френеля на круглом отверстии

Экран с отверстием подобен линзе

Наибольшая интенсивность – открыта первая зона Френеля

$$A_P = 2 \cdot \frac{A_1}{2} = 2A_0$$

$$I_P = 4 \cdot \frac{I_1}{4} = 4I_0$$

$$m = \frac{r_0^2}{\lambda} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

$$m = 1$$

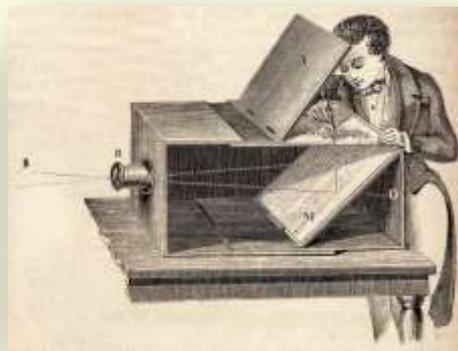
$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{\lambda}{r_0^2}$$

$$\lambda = 500\text{нм}$$

$$r_0 = 0,5\text{мм}$$

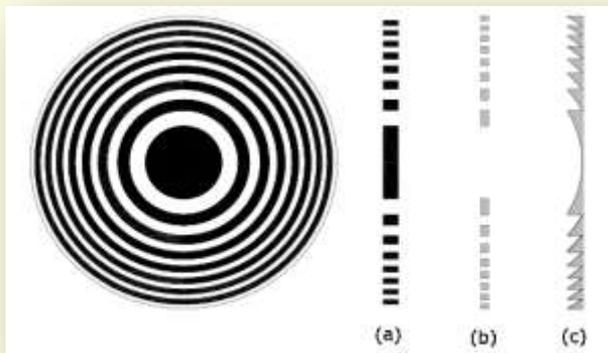
$$f = 50\text{см}$$

Экран с отверстием вместо объектива
(камера-обскура; стенóп, пинхол)



Дифракция §4. Дифракция Френеля на круглом отверстии

Зонные (амплитудные, фазовые) пластинки



Для увеличения интенсивности света в точке наблюдения

$$A_P = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots$$

“+” – m нечетное, “-” – m четное

можно использовать экран из чередующихся прозрачных и непрозрачных колец радиусами

a) $A_P = -A_2 - A_4 - A_6 - \dots \approx nA_1$

б) $A_P = A_1 + A_3 + A_5 + \dots \approx nA_1$

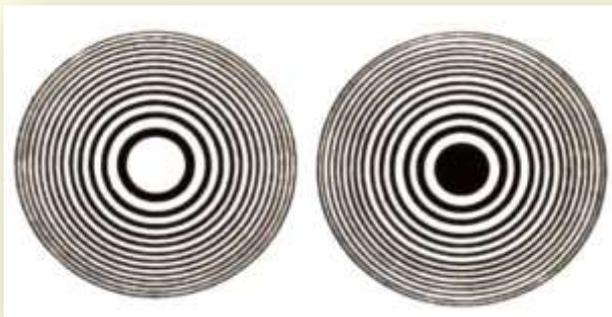
a), б) $I_P \cong n^2 I_1 = 4n^2 I_0$

$$r_m = \sqrt{\frac{abm\lambda}{(a+b)'}}$$

который перекроет все четные или нечетные зоны, оставив n открытых зон, или изменит их фазу:

в) $A_P = A_1 + A_2 + A_3 + \dots$

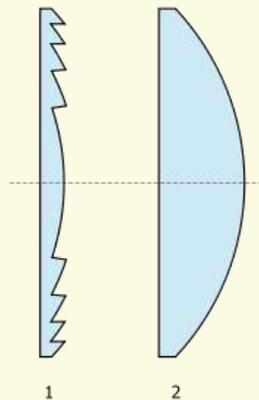
в) $I_P \cong 4I_{\text{зон}}$



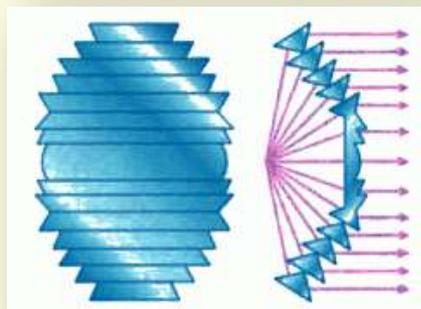
Дифракция §4. Дифракция Френеля на круглом отверстии

Зонные пластинки, линзы Френеля

Поперечное сечение
(1) линзы Френеля и
(2) обычной линзы



Сочетает свойства
зонной пластинки и
собирающей линзы



Минусы:
высокий уровень
паразитной засветки и
разного рода «ложные
изображения» из-за
наличия переходных
краевых участков между
зонами (не используют
для построения
оптически точных
изображений)

Зоны Френеля

http://www.youtube.com/watch?feature=player_embedded&v=HtVdgY3GZak#t=64s

Дифракция §4. Дифракция Френеля на круглом отверстии

Зонные пластинки, линзы Френеля



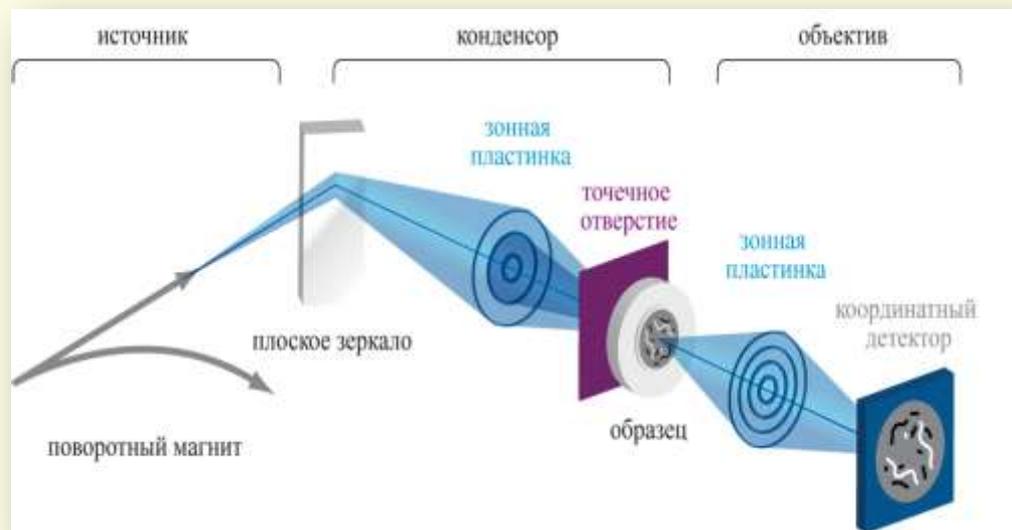
Применение:

- в осветительных (подвижных) устройствах;
- в крупногабаритных фокусирующих системах морских маяков, оверхед-проекторах (кодоскопах), фотовспышках, навигационных огнях, светофорах, железнодорожных линзовых светофорах и семафорных фонарях и фонарях пассажирских вагонов;
- в основе современных безочковых 3D-телевизоров некоторых производителей;
- в шлемах виртуальной реальности;
- в инфракрасных (пирометрических) датчиках движения охранных сигнализаций;
- в оптико-локационной станции истребителя бомбардировщика пятого поколения...

Дифракция §4. Дифракция Френеля на круглом отверстии

Зонные пластинки

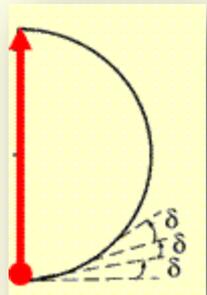
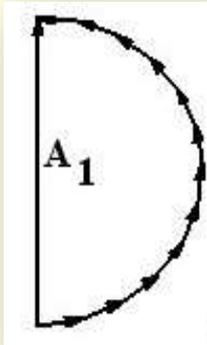
- В рентгеновском диапазоне - дифракционный аналог обычных линз, обладает наивысшим из рентгенооптических элементов пространственным разрешением
- Служит основным элементом в сканирующих и изображающих рентгеновских микроскопах с использованием синхротронного излучения



Принципиальная схема рентгеновского микроскопа, построенного с использованием зонных пластинок Френеля

Дифракция §4. Дифракция Френеля на круглом отверстии

Спираль Френеля

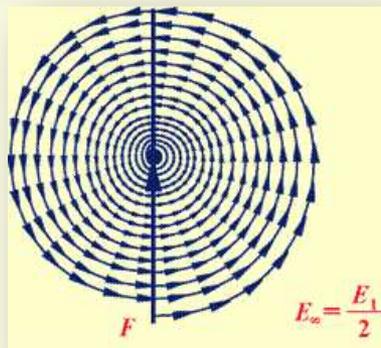
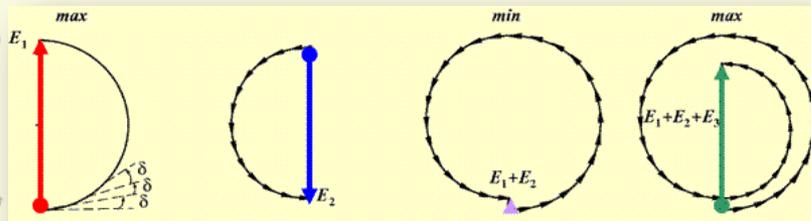
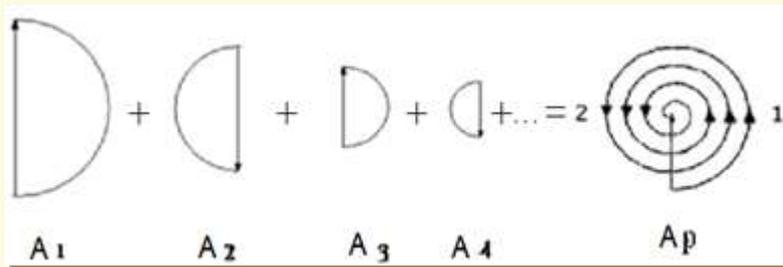


Метод векторных диаграмм. Если зону Френеля разбить на большое количество кольцевых подзон с одинаковой площадью, то векторы, описывающие волновое поле этих подзон в точке наблюдения P , образуют ломаную линию из векторов почти одинаковой длины, лежащую на соответствующей полуокружности (для центральной первой зоны Френеля). Векторы отдельных подзон, сложенные по правилу треугольника, дают вектор, описывающий волновое поле всей первой зоны Френеля A_1

В пределе, при стремлении ширины малых кольцевых зон к нулю (число их будет при этом неограниченно возрастать) ломанная линия превратится в дугу окружности с диаметром A_1

Дифракция §4. Дифракция Френеля на круглом отверстии

Спираль Френеля

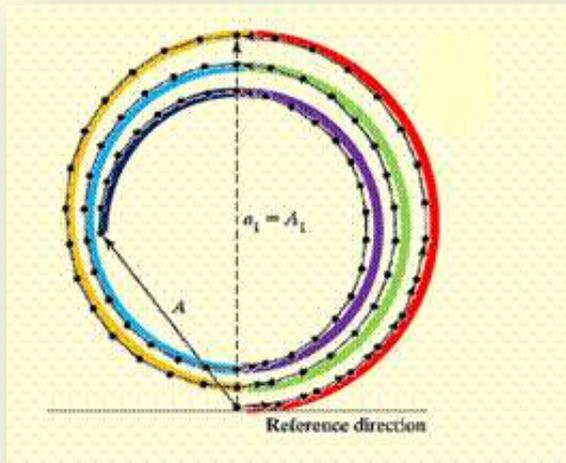


Каждый вектор нечетной зоны Френеля дополняется полуокружностью, расположенной справа от него, а каждый вектор четной зоны Френеля – полуокружностью, расположенной слева от него

Образуется непрерывная спираль (спираль Френеля), которая накручивается на конец результирующего вектора A_p , описывающего суммарное волновое поле в точке наблюдения. Длина вектора A_p в два раза меньше длины вектора A_1 .

Дифракция §4. Дифракция Френеля на круглом отверстии

Спираль Френеля



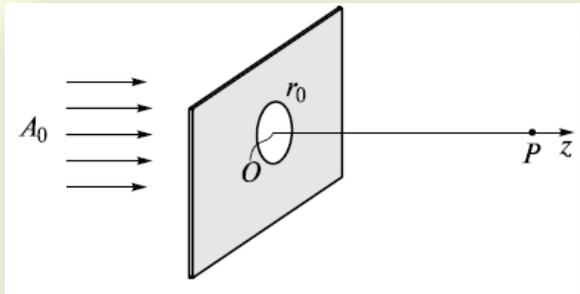
Дифракция Френеля на круглом отверстии по мере приближения к экрану с отверстием



Число открытых полуволновых зон увеличивается слева направо с 2 до 6. Размер картины уменьшается, приближаясь к диаметру отверстия

Дифракция §4. Дифракция Френеля на круглом отверстии

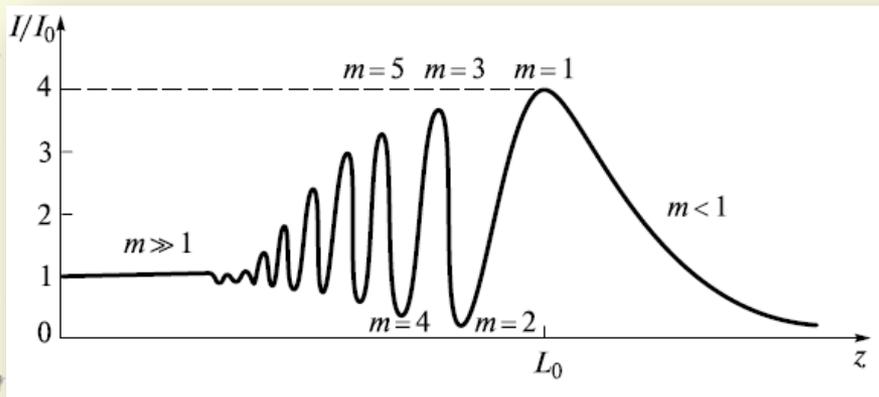
Плоская волна, характер дифракции



$$r_0 = r_m = \sqrt{\frac{abm\lambda}{(a+b)}} \quad a \rightarrow \infty$$

$$r_0 = \sqrt{bm\lambda}$$

$$r_0^2 = bm\lambda \quad b = \frac{r_0^2}{m\lambda} \quad m = \frac{r_0^2}{\lambda b}$$



$$m = \frac{r_0^2}{\lambda b} \gg 1 \quad r_0^2 \gg b\lambda$$

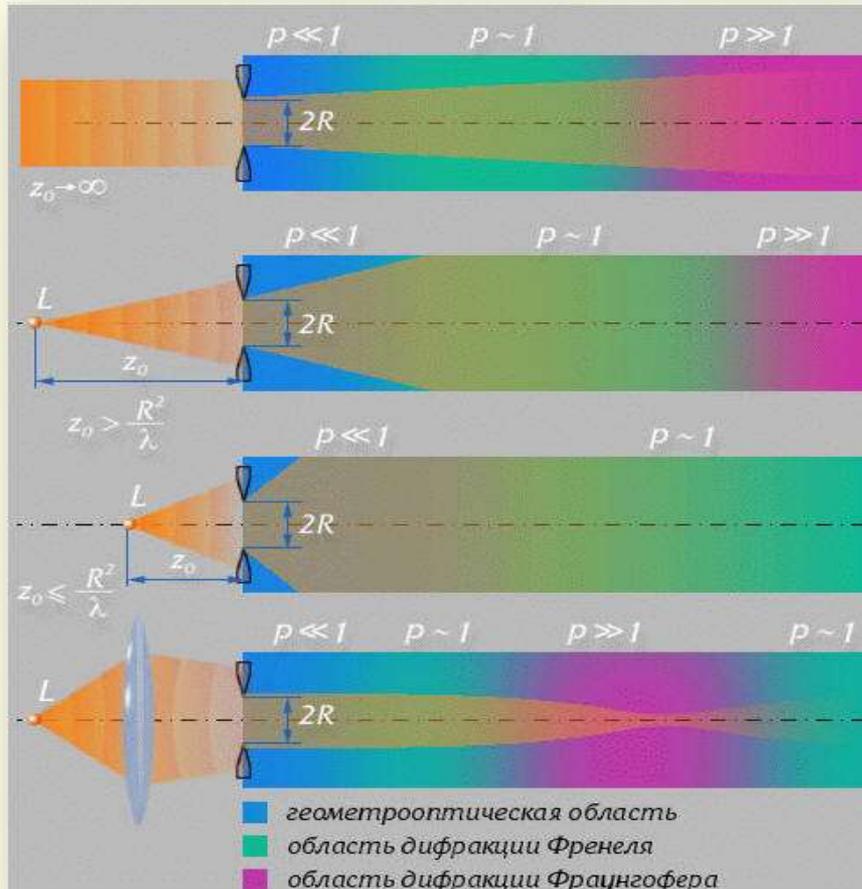
геометрическая оптика

$$b \ll \frac{r_0^2}{\lambda}$$

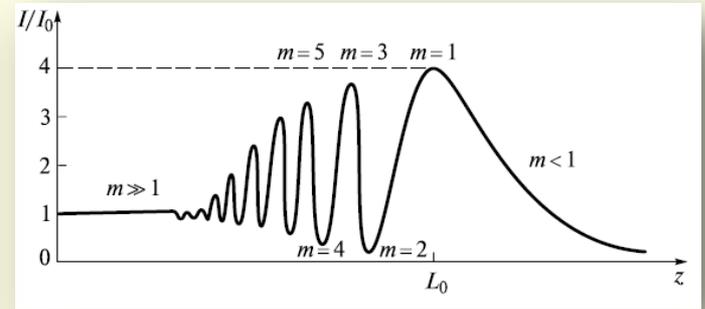
прожекторная зона

Дифракция §4. Дифракция Френеля на круглом отверстии

Виды (характер) дифракции



$\frac{1}{\rho^2} = \frac{r_0^2}{\lambda b}$ ρ - волновой параметр



$$r_0^2 = mb\lambda$$

$$m = \frac{r_0^2}{\lambda b} \geq 1 \quad r_0^2 \leq b\lambda$$

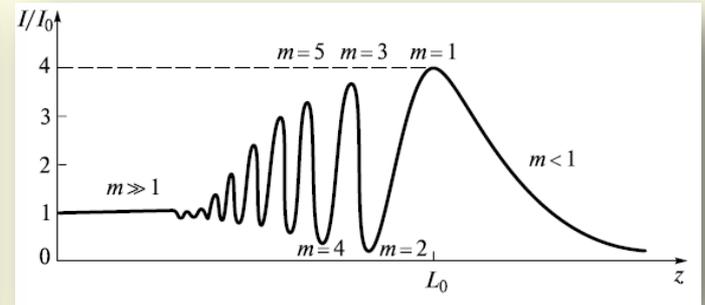
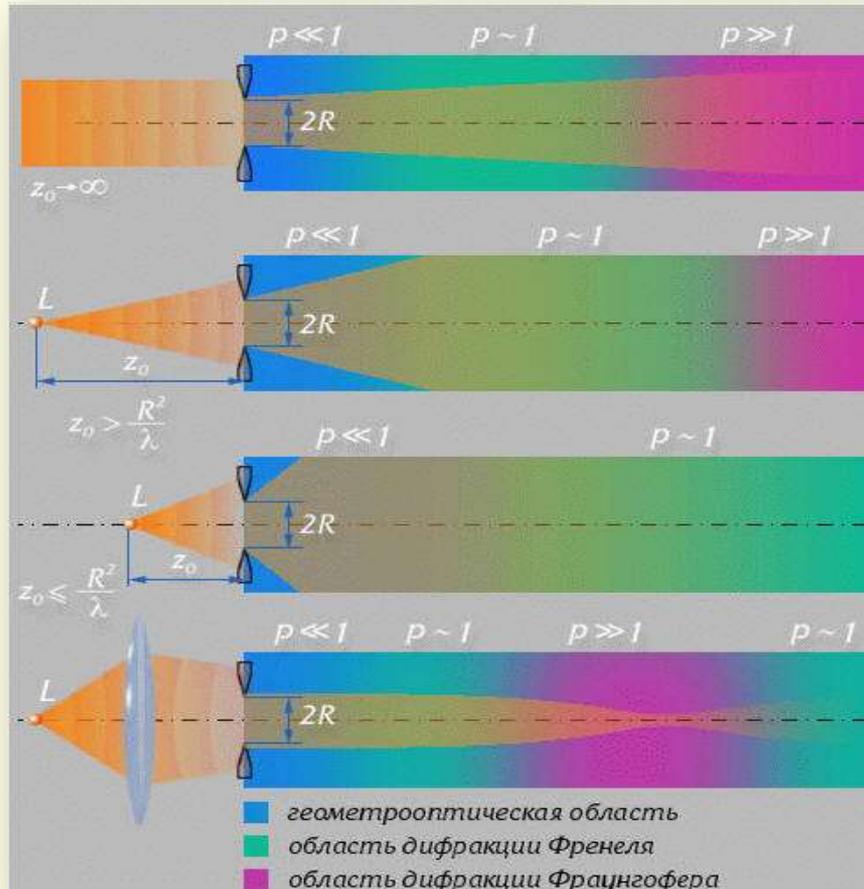
дифракция Френеля

$$b \geq \frac{r_0^2}{\lambda}$$

ближняя волновая зона

Дифракция §4. Дифракция Френеля на круглом отверстии

Виды (характер) дифракции



$$r_0^2 = mb\lambda$$

$$m = \frac{r_0^2}{\lambda b} < 1 \quad r_0^2 \ll b\lambda$$

дифракция Фраунгофера

$$b \gg \frac{r_0^2}{\lambda}$$

дальняя волновая зона

Дифракция §4. Дифракция Френеля на круглом отверстии

Виды (характер) дифракции

$$\lambda \sim 1 \text{ мкм}$$

$$b \sim 1 \text{ м}$$

Геометрическая оптика

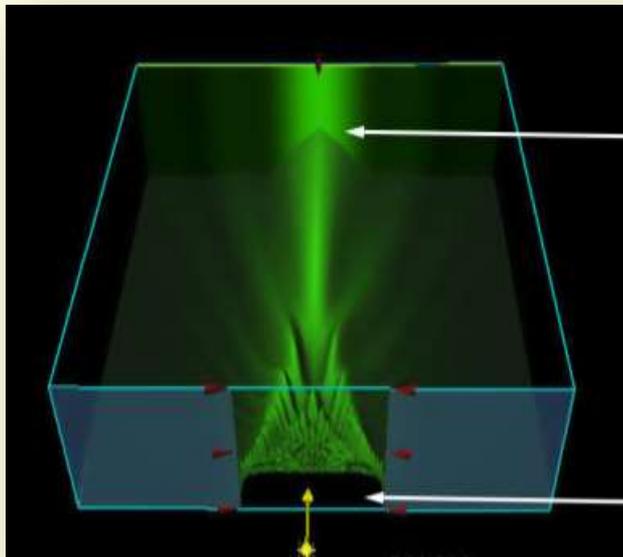
$$r_0^2 \gg 1 \text{ мм}$$

Дифракция Френеля

$$r_0^2 \sim 1 \text{ мм}$$

Дифракция Фраунгофера

$$r_0^2 \ll 1 \text{ мм}$$



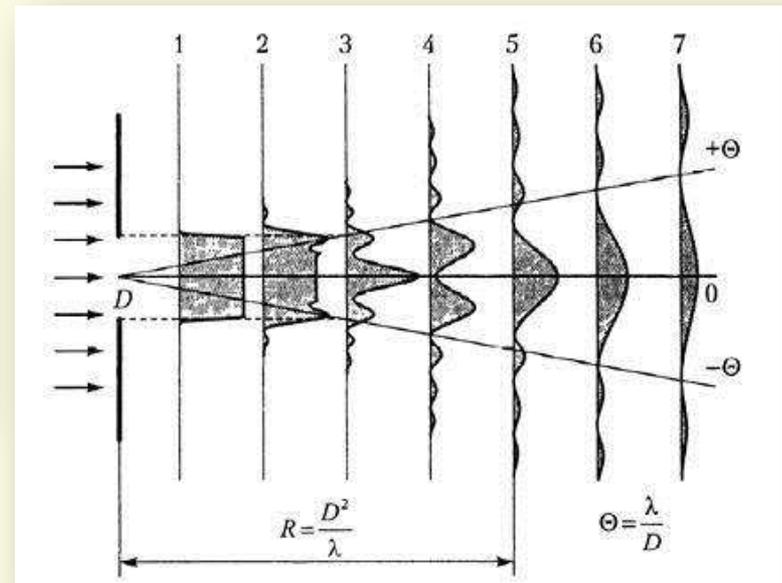
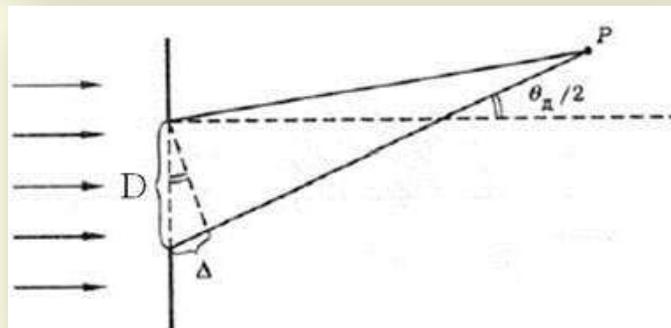
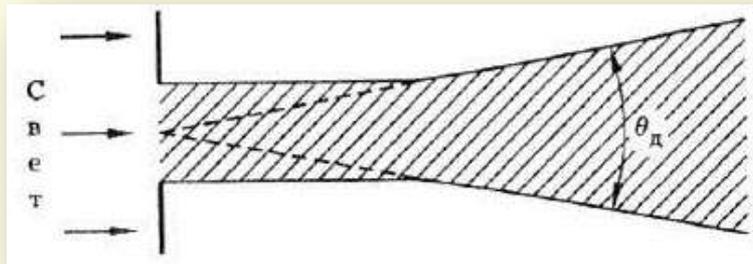
Дифракция Фраунгофера

Дифракция Френеля

Дифракция §4. Дифракция Френеля на круглом отверстии

Виды (характер) дифракции

Угол дифракции:



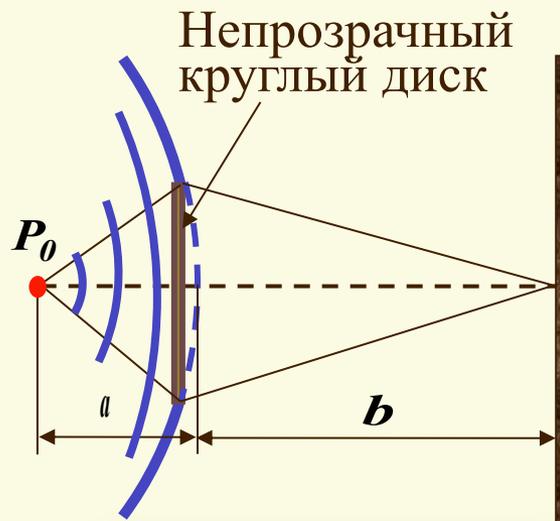
$$\Delta = \frac{\lambda}{2}$$

$$\Delta \approx d \sin \frac{\theta_D}{2}$$

$$\theta_D \approx \frac{\lambda}{d}$$

Дифракция §5. Дифракция Френеля на диске

Сферическая волна падает на непрозрачный круглый диск

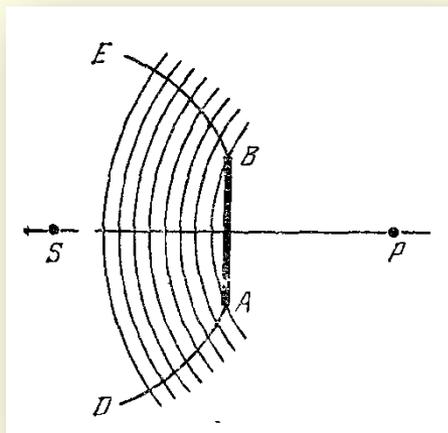


Если диск закрывает m первых зон Френеля, амплитуда результирующего колебания в точке наблюдения:

$$A_P = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \dots$$

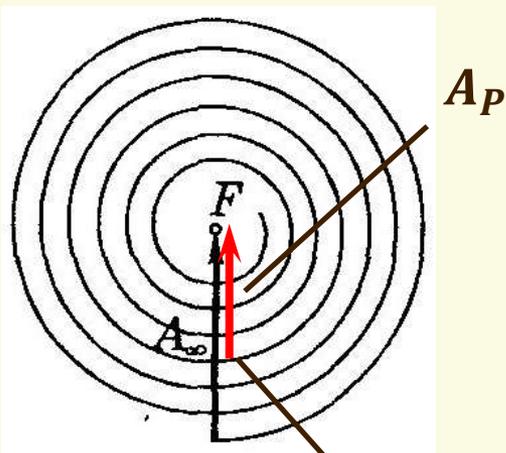
ИЛИ

$$A_P \approx \frac{A_{m+1}}{2}$$



Дифракция §5. Дифракция Френеля на диске

Сферическая волна падает на непрозрачный круглый диск



начало m -ой зоны

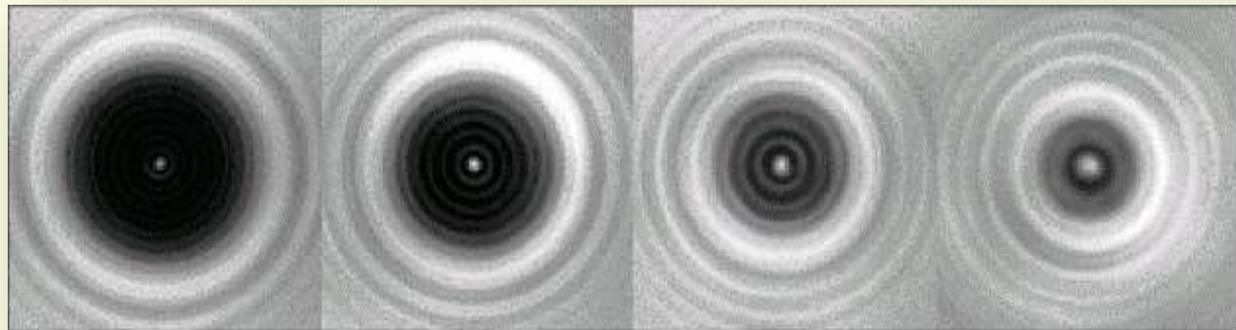
$$A_p \approx \frac{A_{m+1}}{2}$$

$$m(d) \text{ мало} \quad A_p \approx \frac{A_1}{2}$$

чередование светлых и темных колец

$$m(d) \text{ велико} \quad A_p \ll \frac{A_1}{2}$$

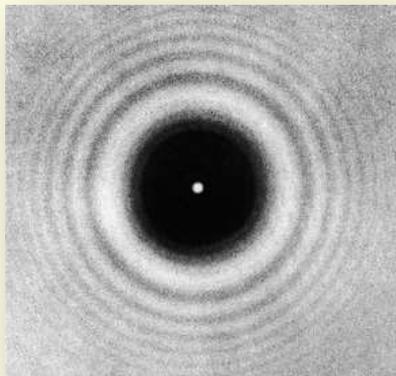
чередование светлых и темных колец в узкой области на границе геометрической тени



Дифракция §5. Дифракция Френеля на диске

Пятно Пуассона

В центре экрана наблюдается светлое пятно, т.к. «1-я» ($m + 1$)-я зона Френеля всегда открыта



Светлое пятно в области геометрической тени называется пятно Араго-Пуассона



Распределение освещенности при дифракции от шарика

<https://www.youtube.com/watch?v=eYRVN4mSjWo>
49:00:00